

# Géométrie pratique à l'aide d'un graphomètre

David Chatelon et Marc Troudet <sup>1</sup>



## Objectifs :

Il s'agit ici d'utiliser la similitude des figures pour la recherche de distances inaccessibles. Les connaissances géométriques de l'élève doivent lui permettre de modéliser l'environnement concret ( la salle de classe, la cour...) par une figure afin de résoudre les problèmes posés suivants:

- détermination de longueurs inaccessibles
- évaluation de la superficie de la cour, ...

L'utilisation des triangles semblables permet alors de relier deux domaines du programme de mathématiques : géométrie et proportionnalité.

Les exercices de géométrie pratique amènent également travailler l'élève dans plusieurs environnements :

- l'espace ordinaire – la classe, la cour du collège, les alentours du collège-
- la feuille de papier
- l'écran d'ordinateur par le biais d'un logiciel de géométrie dynamique.

## Place dans les programmes du collège :

Domaine organisation et gestion de données, fonctions en 5<sup>ème</sup> : proportionnalité et échelle : mettre en œuvre la proportionnalité dans les cas suivants : utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin, calculer l'échelle d'une carte ou d'un dessin.

Domaine Géométrie en 5<sup>ème</sup> : construction de triangles et inégalité triangulaire

Domaine Grandeurs et mesures en 6<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> : maîtriser l'utilisation du rapporteur

Domaine Géométrie en 4<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> : théorème de Thalès ; agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et de celles de la figure à obtenir; triangle rectangle, relations trigonométriques

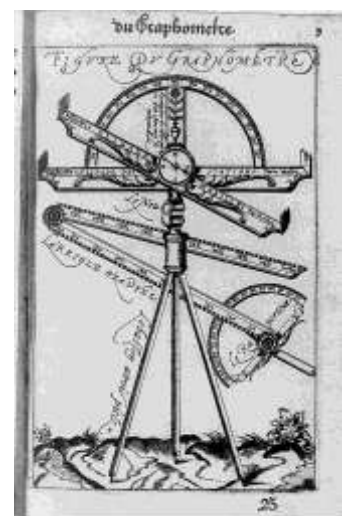
## A propos du graphomètre :

Le graphomètre est un instrument inventé par P. Danfrie au XVI<sup>ème</sup> siècle, il s'appuie sur la proposition 4 du livre VI des éléments d'Euclide :

*« Dans les triangles équiangles, les côtés qui sont autour des angles égaux sont proportionnels, et on appelle côtés homologues ceux qui sous-tendent des angles égaux. »* d'après la traduction de F. Peyrard ( Paris, 1804.)

Le graphomètre va être utilisé pour:

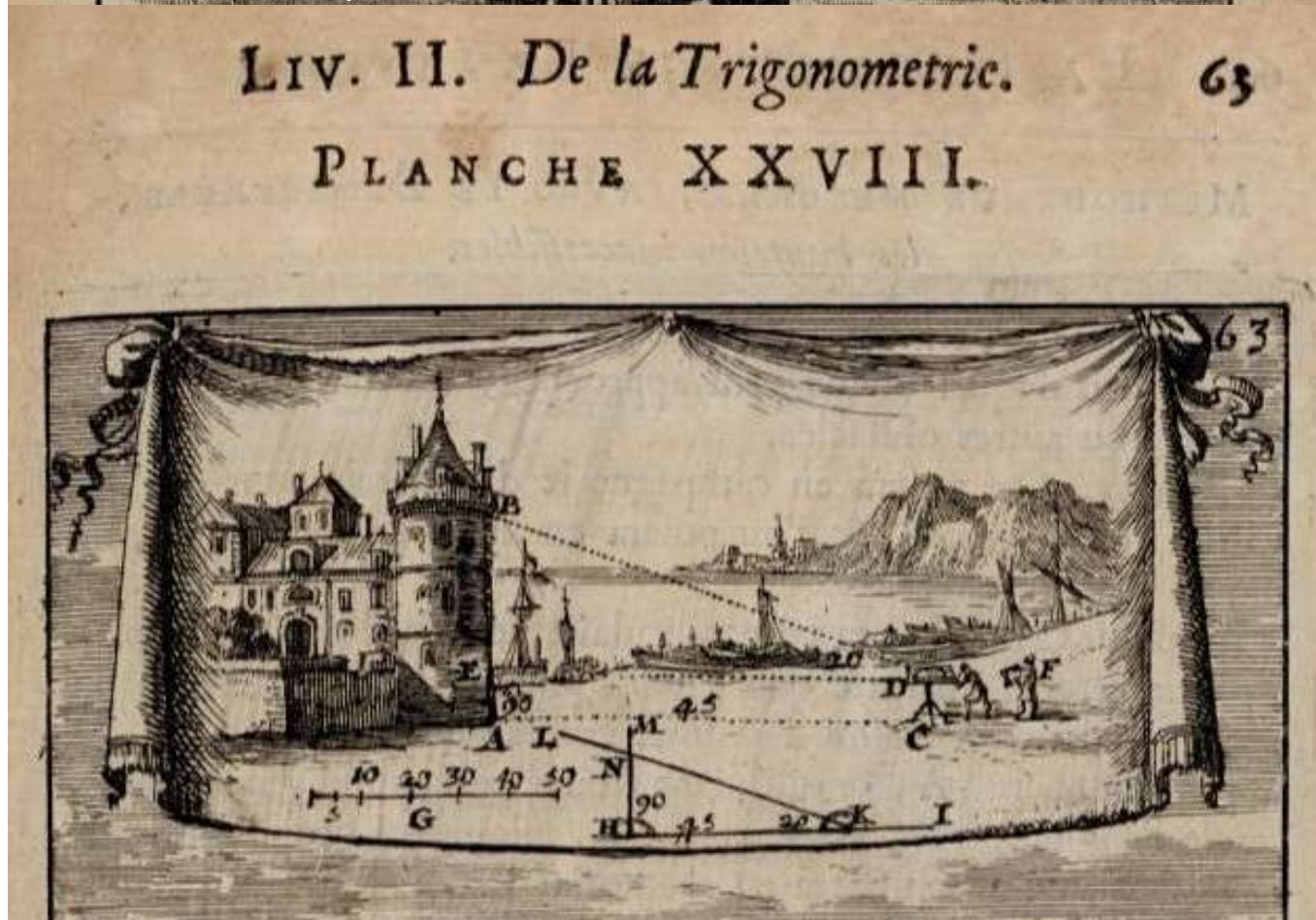
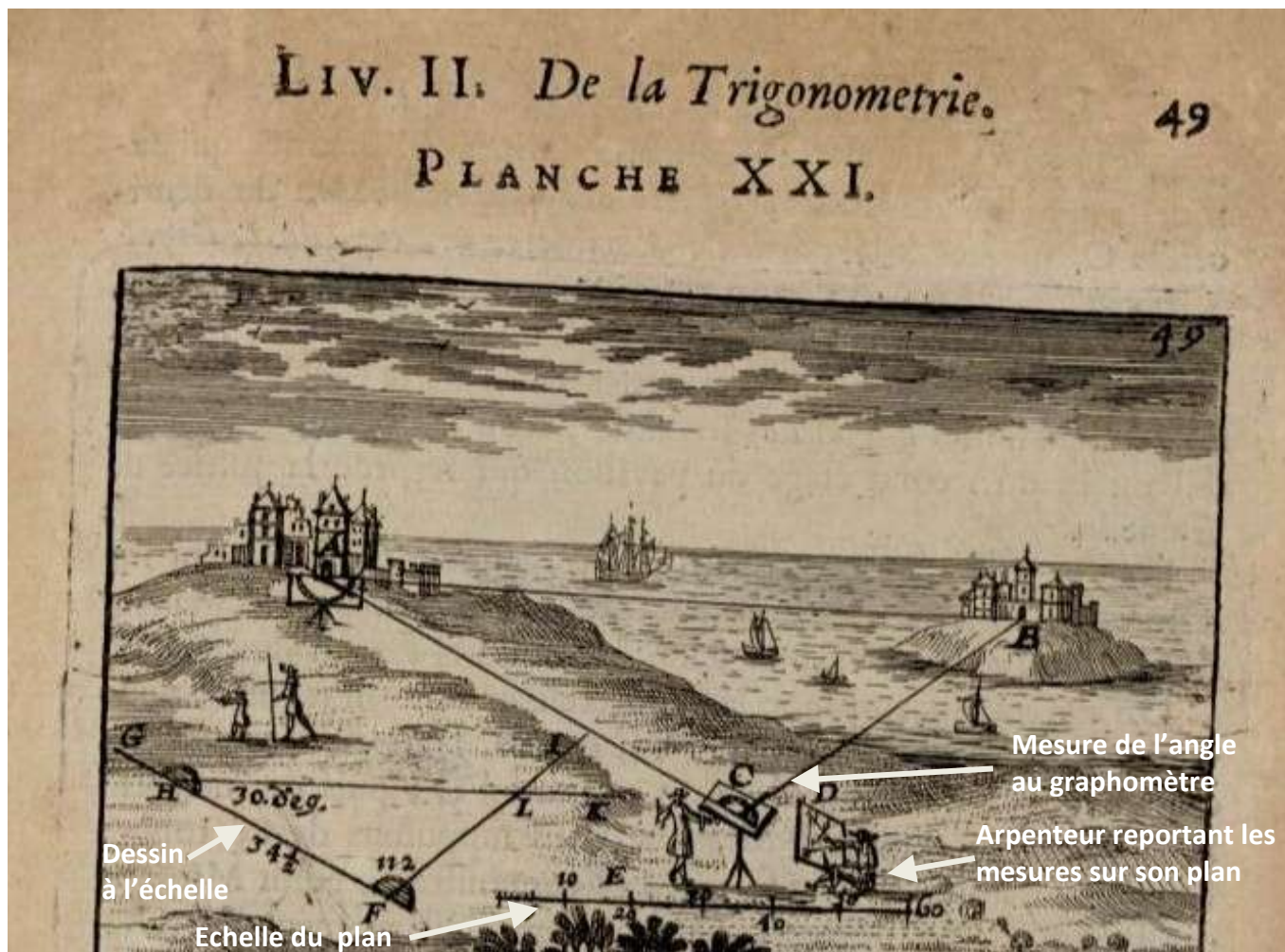
- la mesure de distances inaccessibles
- le levé de plan de villes ( on utilise alors plusieurs fois le graphomètre)
- la mesure de hauteurs (l'observateur est alors en position verticale)
- l'arpentage de champs



Un graphomètre [1 p 9]

**Exemples d'utilisation du graphomètre pour la mesure de distances inaccessibles :**

Illustrations tirées de « la géométrie pratique » de Manesson-mallet livre II, 1702



## Déroulement des séquences 5<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> :

### Niveau 5<sup>ème</sup>

#### 1<sup>ère</sup> séance : mesures de différentes hauteurs de bâtiments du collège

**Organisation :** 6 à 8 élèves volontaires en dehors du temps scolaire

**Durée :** 1 heure

**Travail effectué :** mesures directes de longueurs à l'aide du décimètre, mesures d'angles réalisées à l'aide du graphomètre et réalisation de figures à main levée en vue d'une exploitation en classe.

#### 2<sup>ème</sup> séance : traitement des données en salle informatique

**Organisation :** Travail de groupe, chaque groupe compte au moins 1 élève ayant réalisé les mesures dans la cour.

**Durée :** 1 heure puis Bilan d'1/4 h : 6 rapporteurs des groupes exposent leurs méthodes et leurs résultats au tableau ou vidéo projeté

**Travail effectué :** utilisation des figures à main levée pour la détermination des distances inaccessibles:

1<sup>ère</sup> méthode : construction sur logiciel Geogebra, cabri, ... d'une figure à l'échelle puis calcul.

2<sup>ème</sup> méthode : construction sur papier, au rapporteur et à la règle, d'une figure à l'échelle puis calcul

**En prolongement :** vidéo à visionner à la maison, éventuellement la fin de la séance en classe

Le dessous des cartes : les cartes de Cassini ( cartes faites à la planchette)

Copier le lien suivant : <http://vimeo.com/22277886>

Le reportage se conclut par une mesure de la largeur d'un fleuve à l'aide d'un graphomètre

#### 3<sup>ème</sup> séance : traitement des données en salle informatique

**Niveau 3<sup>ème</sup> :** reprendre le déroulement de niveau 5<sup>ème</sup> et ajouter l'étape suivante. On y démontre une formule trigonométrique indispensable pour la triangulation.

#### séance préalable: Exercice: loi des sinus

**(Prérequis: trigonométrie)**

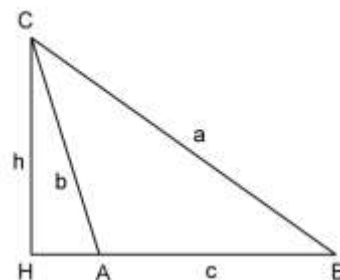
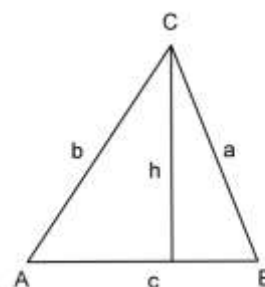
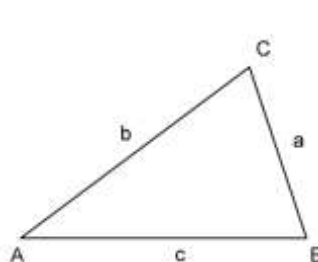
ABC est un triangle dont les trois angles sont **aigus**. On désigne par a la longueur BC, par b la longueur AC et par c la longueur AB.

1) Démontrer que : 
$$\frac{a}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{b}{\sin \widehat{ABC}}$$

2) En déduire que : 
$$\frac{a}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{b}{\sin \widehat{ABC}} = \frac{c}{\sin \widehat{ACB}}$$

#### Coups de pouce :

1. Nécessité d'un triangle rectangle
2. Comment faire apparaître un ou des triangles rectangles dans BAC
3. Tracer la hauteur [AH] issue de C et de pied H ou passer par l'aire et les différentes façons de l'exprimer.
4. Exprimer les sin dans les triangles CAH et BCH puis AH en fonction des sin
5. Conclure à l'aide d'un produit en croix.
6. On peut également utiliser les aires ; attention, si les trois angles ne sont pas aigus, cela pose un problème et ce n'est pas de niveau 3<sup>ème</sup>



A la 2<sup>ème</sup> séance, proposer une 3<sup>ème</sup> méthode : calculs des distances à l'aide de la trigonométrie



## Bibliographie :

- [1] Danfrie, Philippe, Declaration de l'usage du graphometre, Paris : chez ledict Danfrie, 1597, Gallica
- [2] Hebert Elisabeth, instruments scientifiques à travers l'histoire, Ellipses, Paris, 2004.
- [3] Hue et Vagnier, géométrie : géométrie plane, arpentage et levé de plan, Delagrave , Paris, 1893.
- [4] Manesson- Mallet Allain, la géométrie pratique, divisée en 4 livres, livre II ; Anisson, paris, 1702,

## Matériel fourni :

- Illustrations extraites de [4],
- une reproduction de graphomètre en bois, à placer verticalement sur un support plat ou à tenir à la main,
- un décimètre.

## Réaliser une reproduction de graphomètre :

Le graphomètre ci-contre a été élaboré selon les instructions ci-dessous extraites du chapitre XXIX portant sur le levé des plans de l'ouvrage géométrie plane, arpentage et levé de plan par Hue et Vagnier, paru chez Delagrave , Paris, 1893. Le diamètre d'un graphomètre est en général compris entre 20 et 30 cm.



562. Lorsqu'on n'a pas de graphomètre à sa disposition, on peut s'en fabriquer un de la façon suivante. Sur une planchette en bois ABCD (fig. 382), on colle

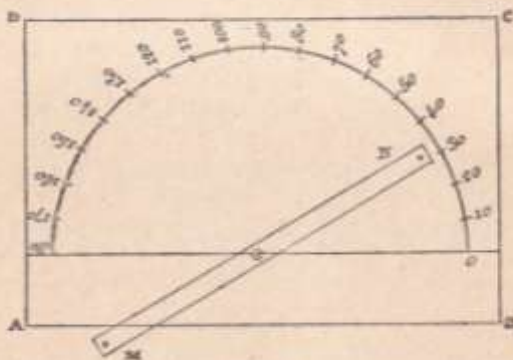


Fig. 382.

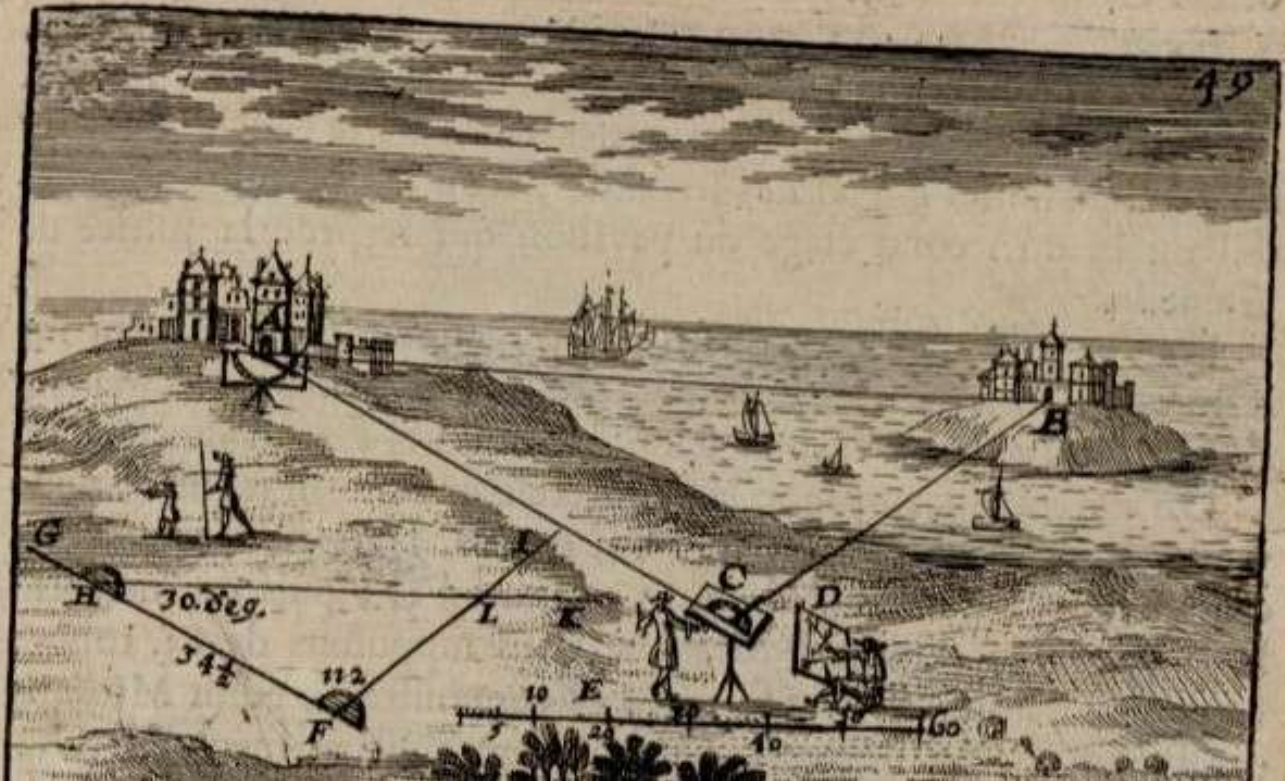
une feuille de papier sur laquelle on dessine un grand rapporteur. Au centre de ce rapporteur, on fixe, par une vis ou un clou, une règle plate en bois MN plus courte que le diamètre du rapporteur. A chacune des extrémités de cette règle et sur son axe, on place une aiguille à coudre, perpendiculairement au plan de la règle. On a ainsi l'alidade mobile.

L'alidade fixe sera constituée par le diamètre du rapporteur aux extrémités duquel on aura disposé deux aiguilles comme pour l'alidade mobile. Enfin on complètera l'instrument par une douille en fer placée au centre du rapporteur.

A la rigueur, la vis autour de laquelle tourne l'alidade mobile peut servir à fixer l'instrument tout entier sur un pied.

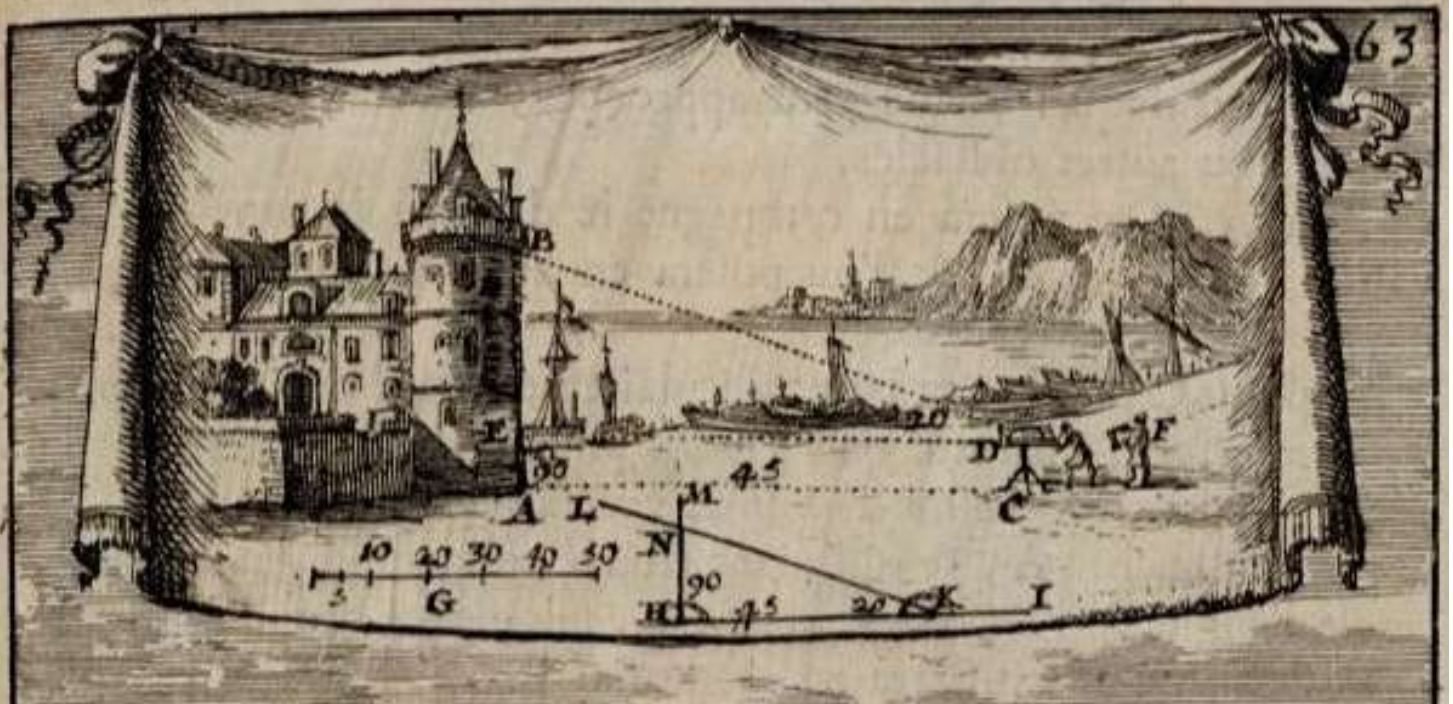
LIV. II. De la Trigonometrie.  
PLANCHE XXI.

49



LIV. II. De la Trigonometrie.  
PLANCHE XXVIII.

63



**Graphomètre** — longimétrie et longialtimétrie



rapporteur

