Les Tours – Fiche-Enseignant – Cycles 1, 2 et 3

Il s'agit du premier problème « phare » de la progression. Deux versions sont proposées. La version 2 (voir page 8) est plus ouverte. Elle permet de faire comprendre aux élèves qu'un problème général peut être simplifié. Une version pour le cycle 1 figure en annexe 2 (rédigée par Béatrice Danjou).

Version 1 du problème des tours (énoncé qui n'est pas destiné aux élèves)

Construire une tour à quatre étages et de quatre couleurs.

Comprendre d'abord qu'il y a plusieurs solutions.

Trouver toutes les solutions.

ANALYSE MATHÉMATIQUE DU PROBLEME

C'est un problème de dénombrement, on cherche à trouver toutes les configurations possibles de tours de 4 couleurs différentes.

En **s'organisant**, on trouve toutes les solutions possibles (sans doublons).

On peut construire un tableau (un exemple ci-dessous), rédiger un texte (un exemple ci-dessous) ou faire un arbre (un exemple, voir en annexe 1).

Un tableau

RVBJ	BVRJ	VRBJ	JVBR
RVJB	BVJR	VRJB	JVRB
RBVJ	BRVJ	VBRJ	JBVR
RBJV	BRJV	VBJR	JBRV
RJBV	BJRV	VJBR	JRBV
RJVB	BJVR	VJRB	JRVB

Un texte

On examine le cas où le premier cube est ROUGE.

- On fixe la deuxième couleur à VERT puis on « fait tourner » les deux autres : BLEU et JAUNE
- On fixe la deuxième couleur à BLEU puis on « fait tourner » les deux autres : VERT et JAUNE
- On fixe la deuxième couleur à JAUNE puis on « fait tourner » les deux autres : BLEU et VERT.

On examine le cas où le premier cube est BLEU.

- On fixe la deuxième couleur à VERT puis on « fait tourner » les deux autres : ROUGE et JAUNE.
- On fixe la deuxième couleur à ROUGE puis on « fait tourner » les deux autres : JAUNE et VERT.
- On fixe la deuxième couleur à JAUNE puis on « fait tourner » les deux autres : ROUGE et VERT.

On examine le cas où le premier cube est VERT.

- On fixe la deuxième couleur à ROUGE puis on « fait tourner » les deux autres : BLEU et JAUNE.
- On fixe la deuxième couleur à BLEU puis on « fait tourner » les deux autres : ROUGE et JAUNE.
- On fixe la deuxième couleur à JAUNE puis on « fait tourner » les deux autres : ROUGE et BLEU.

On examine le cas où le premier cube est JAUNE.

- On fixe la deuxième couleur à VERT puis on « fait tourner » les deux autres : BLEU et ROUGE.
- On fixe la deuxième couleur à BLEU puis on « fait tourner » les deux autres : ROUGE et VERT.
- On fixe la deuxième couleur à ROUGE puis on « fait tourner » les deux autres : BLEU et VERT.

On trouve ainsi 24 solutions, avec leur description.

On peut également calculer le nombre de tours possibles, mais sans avoir leur description : on peut dire, par exemple, que pour chaque choix de couleur du 4ème étage, il reste 3 choix possibles pour la couleur du 3ème étage (puisqu'une même couleur ne peut pas être utilisée deux fois), puis 2 choix possibles pour la couleur du 2ème étage et un seul choix pour la couleur du 1er étage. Le nombre de tours valides est égal à 4 x 3 x 2 (x1).

Mais on peut dire aussi que, pour chaque choix de la couleur du 4ème étage, il existe 6 tours de 3 étages. Comme il y a 4 choix de couleur du 4ème étage, il y a 6 x 4 = 24 tours différentes possibles.

ANALYSE DIDACTIQUE DU PROBLÈME

Les raisons du choix de ce problème et les apprentissages en jeu

Ces raisons rejoignent ce qui sera institutionnalisé, à l'issue du travail sur ce problème. L'objectif mathématique du problème est de comprendre qu'il y a plusieurs solutions et de prouver qu'on les a toutes, c'est-à-dire de prouver qu'il n'y en n'a pas d'autre.

Il s'agit d'inscrire les élèves dans une démarche de recherche organisée pour les amener à trouver toutes les solutions, avec la garantie qu'on ne répète aucune solution. La plupart des élèves vont s'arrêter au bout de quelques solutions (ce qu'on appelle une solution, c'est une tour valide) car ils n'ont plus envie de poursuivre la recherche dans la mesure où ils ont rempli leur contrat : trouver plusieurs solutions. Mais surtout, ils ne parviennent pas à organiser leur recherche car c'est une tâche complexe.

Du point de vue de l'élève, il s'agit de :

- comprendre qu'un problème peut avoir plusieurs solutions (ce qu'on appelle une solution, c'est une tour valide)(nouveau contrat didactique par rapport aux problèmes arithmétiques simples usuels) ;
- trouver des solutions, toutes les solutions ;
- s'organiser pour prouver qu'on a toutes les solutions, sans répétition : représentations diverses ; codages divers des couleurs pour s'affranchir du coloriage qui prend du temps ; « fixer des couleurs et inverser les deux autres » ; calculs…
- éventuellement, réactiver des connaissances numériques ;
- développer les compétences : chercher, modéliser, communiquer, raisonner, calculer, représenter.

Du point de vue de l'enseignant.e, il s'agit de :

- comprendre la nécessité de la phase d'institutionnalisation portant sur l'explicitation de ces deux nouvelles règles du contrat didactique relatif à la résolution de problèmes, à savoir que :
- un problème peut avoir plusieurs solutions,
- il faut organiser la recherche et sa présentation pour ne pas oublier de solutions et ne pas en répéter.
- Comprendre la nécessité d'observer les élèves pendant la recherche, en disposant de critères et d'indicateurs (voir plus loin).

Compréhension de l'énoncé, différentes réactions possibles des élèves

Nous envisageons ici les « écueils » possibles (qui peuvent être considérés aussi comme des entrées dans le problème, et non pas des écueils) de la part des élèves.

Les couleurs des tours

Certains élèves peuvent comprendre la contrainte « 4 tours différentes » comme une tour rouge, une tour bleue, une tour verte, une tour jaune ; elles sont différentes. D'autres représenteront des tours de deux ou trois couleurs différentes.

Ces écueils peuvent probablement être évités si l'enseignant.e illustre la situation avec 4 cubes de 4 couleurs différentes lors de la phase de mise en route.

Mais on peut aussi considérer que ce ne sont pas des écueils et que l'élève se questionne différemment sur ces tours : il peut se demander s'il doit ou non utiliser une seule couleur, ou 2 couleurs seulement, ou 3 couleurs seulement ou exactement les 4 couleurs. Le nombre de couleurs des tours est une variable de recherche qu'on peut laisser à l'initiative de l'élève.

Au lieu de dire à un élève qui répond « on peut construire seulement 4 tours : une tour rouge, une tour bleue, une tour verte, une tour jaune » qu'il n'a pas compris la consigne, on peut lui dire qu'il envisage des tours d'une seule couleur et que, dans ce cas-là, sa réponse est correcte. On peut ensuite l'inviter à envisager des tours avec plusieurs couleurs différentes, 2, 3, 4…

La forme des tours

Certains élèves vont représenter (graphiquement) des tours horizontales et verticales, qui ne sont pas comparables à cause de leur orientation différente.
Là aussi, il faut se mettre d'accord avec les élèves qu'on considère des tours de « même forme ». C'est implicite au départ, mais c'est une question qu'il est légitime que les élèves se posent.

De la même façon, certains élèves vont représenter des blocs de 4 cubes de 4 couleurs différentes mais disposées : par 2 puis un puis un. Ils n'ont pas compris la signification du mot tour : construction verticale.

La « forme de la tour » est aussi une variable du problème, qu'on fixe ou non. On pourrait d'ailleurs demander aux élèves de choisir une autre forme de tour que celle qui consiste à empiler verticalement les 4 cubes.

Le matériel

Certains élèves qui utilisent du matériel peuvent se limiter à une solution car ils ne parviennent pas à s'extraire du matériel pour passer à la représentation graphique (passage vers un premier niveau d'abstraction). La déconstruction de la tour peut peut-être favoriser le passage à la représentation. La confrontation aux productions des autres élèves aussi.

Intérêt d'une mise au point collective de la part de l'enseignant.e

Une mise au point collective sera propice pour fixer la forme de la tour et le nombre de couleurs de chaque tour. Mais l'enseignant.e pourra jouer sur les valeurs de ces deux variables pour proposer des variantes au problème de départ.

Une organisation possible des séances

Phase de mise en route, collective (10 min)

Explicitation par l'enseignant.e du déroulement de la séance, lecture de l'énoncé ou projection au TBI avec utilisation de matériel ou non.

L'enseignant.e peut faire le choix didactique de ne donner aucun matériel pour favoriser la représentation des solutions (mémoire) et le codage pour l'efficacité.

Néanmoins pour certains élèves la manipulation des 4 cubes de couleurs peut être nécessaire pour entrer dans la recherche. La représentation des solutions étant une condition nécessaire, ils devront s'en affranchir, avec ou sans étayage, pour poursuivre leur recherche.

Phase d'appropriation du problème, individuelle (10 min)

Premiers essais sur le cahier de recherche de la part des élèves ou premières manipulations pour trouver des empilements valides, tâtonnements…

Aucune intervention de l'enseignant-e : observation des élèves pour estimer le nombre de ceux qui n'ont pas intégré les contraintes de départ (tour verticale et de 4 couleurs différentes) et de ceux qui envisagent des tours d'autres formes, avec un nombre imposé de couleurs différent.

Mise au point collective (5 min)

L'enseignant.e sollicite des élèves volontaires pour décrire la façon dont on peut construire des tours. Il s'agit de repérer les élèves qui sortent du cadre et de leur faire remarquer que leur questionnement est légitime aussi, mais qu'on fait un certain choix pour cette séance.

Phase de recherche individuelle (10 min)

Les élèves qui utilisent du matériel peuvent se limiter à une solution car ils ne parviennent pas à s'extraire du matériel pour aller vers la représentation graphique. Or, ce passage vers l'abstraction est nécessaire pour garder une trace de la première solution et poursuivre la recherche. L'enseignant.e peut choisir d'aider ces élèves au passage à l'écrit : déconstruction de la tour ; demander à l'élève de représenter sa tour sur la feuille à carreaux.

Peu d'élèves trouveront toutes les solutions car l'organisation de la recherche est une tâche complexe, peu habituelle pour la plupart. L'enseignant.e n'intervient pas et compte sur la recherche en groupe pour que d'autres solutions émergent du côté des élèves.

Phase de recherche en groupe (groupes de 3 ou 4 élèves) (15 min)

L'enseignant.e aura formé les groupes en amont lors de la phase de recherche individuelle ou avant la séance.

Les objectifs du travail de groupe pour les élèves sont de :

- confronter leurs solutions et leur organisation,
- faire évoluer leurs solutions individuelles et en trouver d'autres,
- optimiser leur organisation et en comprendre la nécessité,
- se mettre d'accord sur la façon de présenter les solutions à la classe,
- éventuellement, s'attribuer un rôle : chercheur, scripteur, porte-parole, contrôleur (de l'écrit).

L'enseignant.e observe de manière active :

- s'il n'y a pas d'effet leader,
- si les rôles sont respectés au sein du groupe,
- l'émergence de nouvelles solutions que les élèves comprennent et valident
- le choix d'une organisation de recherche validée pour son efficacité (difficile plutôt cycle 3)

L'enseignant.e choisit l'ordre de présentation pour la mise en commun au regard des solutions des groupes. Mais il ou elle **ne doit pas intervenir** sur la résolution du problème et renvoyer les questionnements des élèves à leur propre groupe.

Mise en commun, collective (15 à 30 min) ; elle pourra être différée sur une autre séance et se transformer en un débat scientifique, une fois que l'enseignant.e sera préparé.e à cette pratique

Il est plus intéressant de solliciter d'abord les groupes dont les solutions sont erronées ou incomplètes, afin d'engager un débat avec le reste du groupe classe.

L'enseignant.e peut envisager que les groupes ne présentent qu'une partie de leurs solutions pour laisser de la place aux autres élèves ou inscrire ceux qui écoutent dans un processus de validation, afin d'enrôler toute la classe et éviter qu'ils ne décrochent.

L'enseignant.e anime la mise en commun pour favoriser les prises de parole pour mettre en évidence les différentes solutions des élèves, mais aussi la façon dont ils ont organisé leur recherche : éléments-clés car ils correspondent aux objectifs visés par l'enseignant.e.

L'enseignant.e pourra susciter le questionnement des élèves sur la liste des solutions : les a-t-on toutes trouvées ?

Institutionnalisation locale, collective (10 min)

Elle découle de la mise en commun et s'appuie sur les points forts qui devraient correspondre aux objectifs visés de l'enseignant.e.

Questions posées au groupe classe : que pouvons-nous retenir de cette séance ? Qu'avez-vous appris ?

L'enseignant.e peut s'attendre à ce type de réponses qu'il pourra archiver sous forme de trace écrite dans le cahier de recherche ou d'affichage dans la classe :

- Ce problème a plusieurs solutions.
- Pour prouver qu'on avait trouvé toutes les solutions, sans répétition, nous avons dû organiser la recherche :
    - représentations des tours avec des codages de couleurs car c'est plus efficace que les mots ou le coloriage
    - démarrer en fixant la couleur de deux cubes puis faire varier les deux autres
    - renverser les tours…
- On a dû manipuler et chercher.
- On a vérifié que toutes les solutions trouvées étaient différentes et qu'il ne manquait pas de solution.

Institutionnalisation globale, collective (à faire après la résolution de plusieurs problèmes qui ont plusieurs solutions)

Elle sera constituée de :

- Un problème peut avoir plusieurs solutions.
- Pour prouver qu'on a trouvé toutes les solutions et qu'elles sont toutes différentes, on doit organiser la recherche et la présentation des solutions.

Critères et indicateurs pour observer les compétences développées chez les élèves

L'observation de la part de l'enseignant.e est nécessaire pour prendre des décisions pertinentes en classe, afin de permettre aux élèves la rencontre du savoir visé.

On peut décrire l'activité mathématique des élèves en quatre catégories d'actions que l'on peut regrouper selon la typologie suivante : expérimenter, questionner, généraliser, communiquer.

Les critères d'observation sur lesquels se fixe l'enseignant.e :

- L'entrée dans la résolution du problème (expérimenter), dont deux indicateurs sont :
    - la construction d'une ou plusieurs tours de 4 couleurs différentes,
    - la représentation d'une ou plusieurs tours de 4 couleurs codées ou non.
- Le dépassement du cadre des données (questionner), dont des indicateurs sont :
    - la représentation de tours d'une seule couleur, de deux ou trois couleurs différentes,
    - la représentation de tours obliques ou horizontales,
    - la représentation de tours biscornues : 2 blocs, puis un, puis un.
- La compréhension que le problème a plusieurs solutions (expérimenter), dont des indicateurs sont :
    - la représentation de plusieurs tours dont les 4 couleurs sont agencées de manière différente,
    - l'écriture de plusieurs algorithmes avec des symboles de codage des couleurs.

- L'entrée dans la preuve de l'exhaustivité (généraliser) : organisation visible des solutions, dont des indicateurs sont :
    - Fixer les couleurs de deux cubes et faire varier les autres (ébauche de combinatoire).
    - Représenter une tour et la renverser, croire que cela correspond à 2 solutions, etc.
    - Méthode calculatoire : 6 x 4. C'est une méthode experte qui permet d'obtenir le nombre total de solutions, mais qui ne répond pas à la question de montrer toutes les tours.
- La présentation de la preuve de l'exhaustivité (communiquer) : une présentation acceptable de l'organisation de la recherche de solutions, dont des indicateurs sont :
    - La représentation organisée de toutes les tours possibles ou d'une partie.
    - Un calcul cohérent qui permet de donner le nombre total des solutions.
- L'implication de l'élève au sein du groupe, dont des indicateurs sont :
    - Contribue à faire évoluer les solutions de ses pairs : discussions, tutorat, description de son organisation.
    - Respecte son rôle au sein du groupe.

Retour sur certaines variables

La forme de l'énoncé

Nous proposons un texte, avec ou sans dessin, plus ou moins ouvert (nombre imposé ou non de couleurs différentes, forme imposée ou non des tours, nombre d'étages imposés ou non…).

On peut envisager la version 2 suivante de l'énoncé : « On dispose d'un gros tas de cubes de taille identique, mais de différentes couleurs, avec lesquels on veut construire une tour. »

L'enseignant.e montre aux élèves 3 tours de hauteurs différentes, dont le nombre de couleurs est différent d'une tour à l'autre, dont les couleurs sont différentes d'une tour à l'autre. Ceci montre déjà que ce problème n'a pas une unique solution.

« Combien y a-t-il de solutions ? »

L'enseignant.e demande aux élèves quelles sont les questions qu'on peut se poser. On les relève au tableau :

- On peut faire une tour aussi grande qu'on veut ?
- Est-ce qu'on aura assez de cubes ?
- Combien peut-on construire de tours ?
- …

Faire comprendre qu'on a plusieurs variables :

- la hauteur de la tour (le nombre de cubes par tour),

- le nombre de couleurs de la tour,
- la taille du stock de cubes de chaque couleur.

L'enseignant.e répartit la recherche des différentes possibilités en fonction des groupes d'élèves ou leur laisse choisir :

A certains groupes « plus fragiles », l'enseignant.e propose des tours de hauteur faible (3 cubes) et autant de couleurs que de cubes, ou moins de couleurs que de cubes.

A d'autres groupes, l'enseignant.e propose des tours de 4 cubes (ou plus), avec autant de couleurs que de cubes ou moins de couleurs que de cubes.

Projection de l'énoncé au TBI avec utilisation d'illustrations de cubes ou pas.

Le matériel

L'enseignant.e pourra mettre à disposition des feuilles à gros carreaux pour faciliter la représentation des tours.

Pour certains élèves, il est difficile de passer directement à la représentation d'une tour de 4 couleurs. Par conséquent, l'enseignant.e pourra leur proposer du matériel : 4 cubes de 4 couleurs pour qu'ils construisent leur première tour. Puis, l'enseignant.e sera peut être amené.e à expliquer que pour construire une autre tour, il est nécessaire de déconstruire la tour, d'où la nécessité de passer à la représentation de la tour pour s'en souvenir. Ce passage peut être facilité grâce au modèle en cubes.

L'enseignant.e sera vigilant.e car l'usage du matériel peut être contre-productif pour certains élèves qui préfèrent jouer avec et non chercher.

DES OBSERVATIONS À PARTIR DE LA VERSION 1 DU PROBLÈME DES TOURS

Il ressort quatre points de vigilance pour l'enseignant.e.

En premier, concernant la place de la mise en commun et de la phase d'institutionnalisation, la question va se poser de l'opportunité de placer ces deux éléments dans la même séance que la recherche ou de les différer à une autre séance. En effet, selon les réussites des groupes dans leur travail de recherche, l'enseignant.e pourra les laisser finaliser et différer cette mise en commun. Compte tenu du nombre de solutions, certains élèves, pleinement investis, vont demander du temps en plus. Il serait dommage de les couper dans leur élan.

Au contraire si le travail de groupe est rapide et efficace ou peu productif, l'enseignant.e pourra accélérer la mise en commun.

En deuxième se pose la question de conclure la recherche. Les élèves ont proposé une liste de réponses possibles, mais la plupart ne se demande pas si ce sont les seules ou pas. Le rôle de l'enseignant.e sera de les relancer sur ce point, d'autant plus que certains élèves se posent tout de même la question. Par ailleurs, cela permet d'évoquer l'organisation de la recherche : comment peut-on être sûr d'avoir toutes les solutions ?

En troisième, comment amener les élèves à verbaliser sur la façon d'organiser les solutions :

- Fixer les couleurs de deux cubes et faire varier les autres (ébauche de combinatoire)
- Représenter une tour et la « renverser », etc.
- Méthode calculatoire : 6 x 4. C'est la méthode experte qui permet d'obtenir le nombre total de solutions, mais pourquoi ? Et cette méthode ne décrit pas les solutions.

Cette discussion est essentielle pour que les élèves prennent conscience de l'impact de l'organisation sur l'efficacité de la recherche en termes de durée et de présentation des solutions.

Rares sont les enseignant.es qui osent interrompre la séance car leur objectif principal est de résoudre le problème. Par conséquent, ils précipitent la mise en commun pour mettre en évidence (avec les élèves) toutes les solutions ou pas, ce, au détriment des apprentissages visés.

En quatrième, la conclusion de la recherche, ainsi que l'institutionnalisation locale sont importants, mais rarement réalisés par l'enseignant.e car la plupart du temps il ou elle ne fait pas d'institutionnalisation à l'issue de la résolution d'un problème, souvent par manque de temps, de pratique, mais aussi car il ou elle n'a pas défini au préalable ses objectifs d'apprentissage.

Des problèmes du « même type »

Des variantes directement issues du problème de départ

En choisissant des valeurs différentes :

- du nombre d'étages,
- de la forme des tours,
- du nombre de couleurs différentes imposées.

Probleme des tuiles de Wang

Le matériel est différent.

Une tuile de Wang est un carré découpé en quatre triangles identiques comme sur la figure 1 ci-dessous, colorés avec quatre couleurs différentes.

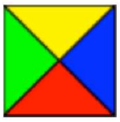


Figure 1 – Une tuile de Wang

Et quelles sont les différentes possibilités de tuiles de Wang à 4 couleurs qu'on peut envisager ? (Aucune isométrie possible sur les tuiles)

Voici deux tuiles de Wang différentes à quatre couleurs :

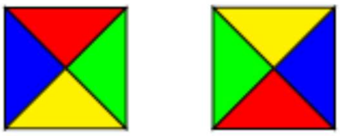


Figure 2 – Deux tuiles de Wang à quatre couleurs qui sont différentes.

Analyse mathématique du problème

On a 4 choix possibles pour la couleur du triangle de gauche, par exemple. Une fois celle-ci fixée, on a 3 choix possibles pour la couleur du triangle du haut. On a donc 4 x 3 = 12 choix possibles pour la couleur de ces deux triangles (gauche et haut). Une fois fixées les couleurs de ces deux triangles, il reste 2 choix possibles pour la couleur du triangle de droite, soit 12 x 2 = 24 choix possibles pour les 3 triangles (gauche, haut, droite). Il ne reste plus qu'un choix possible pour la couleur du triangle du bas.

Il existe donc 24 tuiles de Wang à 4 couleurs différentes. La figure 3 les présente.

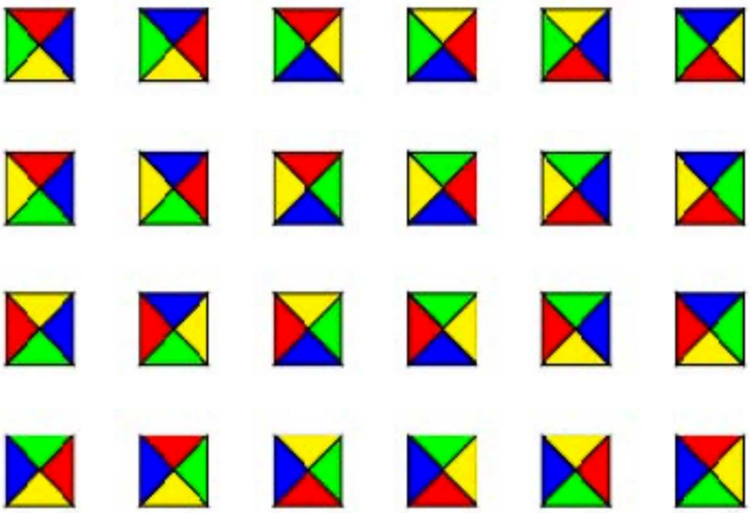


Figure 3 – Les 24 tuiles de Wang à 4 couleurs différentes. (Da Ronch et *al*, 2020)

Analyse didactique du problème

Ce problème est à traiter à la suite ou à la place de celui des tours, le déroulement prévoyant quatre temps : recherche individuelle, recherche en groupe, mise en commun, institutionnalisation. Il s'agit du même type de problème que Les tours, c'est-à-dire un problème de dénombrement.

Il faut s'organiser pour dénombrer les tuiles, sans en oublier. Les stratégies attendues au niveau des cycles 2 et 3 sont le coloriage, le codage (le coloriage s'avérant fastidieux) et une organisation spatiale pertinente de la présentation des différents cas. Ceci renvoie à la compétence *modéliser*. Au niveau du cycle 3, on peut s'attendre également à des raisonnements de dénombrement.

Les premières expérimentations déjà effectuées en CM2 (classe de Claude) montrent ces stratégies, dès le premier temps de recherche individuel (figures 4, 5 et 6).

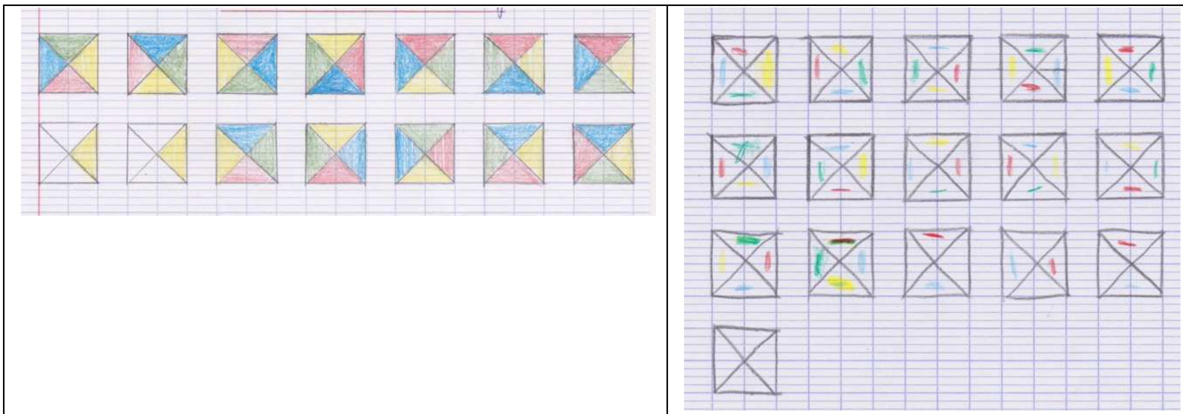


Figure 4 – Des stratégies de coloriage utilisées par des élèves de CM2

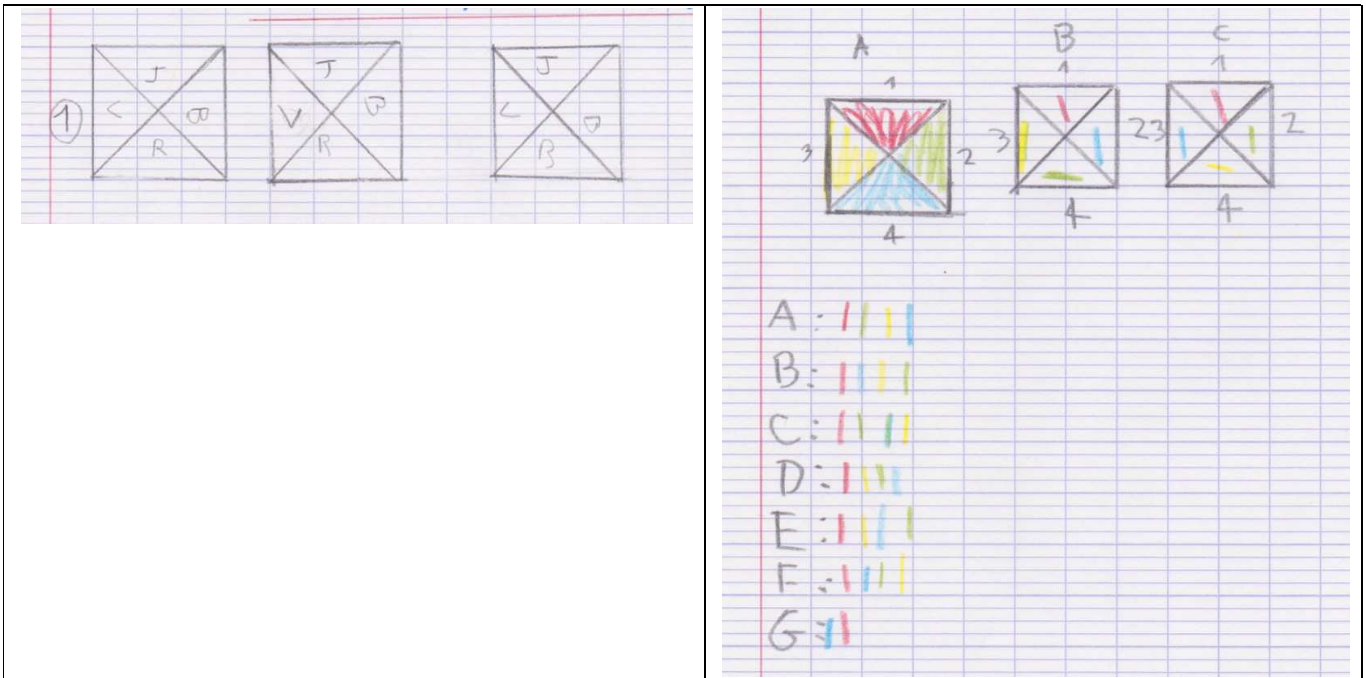


Figure 5 – Des stratégies de codage utilisées par des élèves de CM2

On remarquera que la stratégie utilisée dans la partie droite de la figure 5 montre un codage qui s'abstrait de la forme des tuiles.

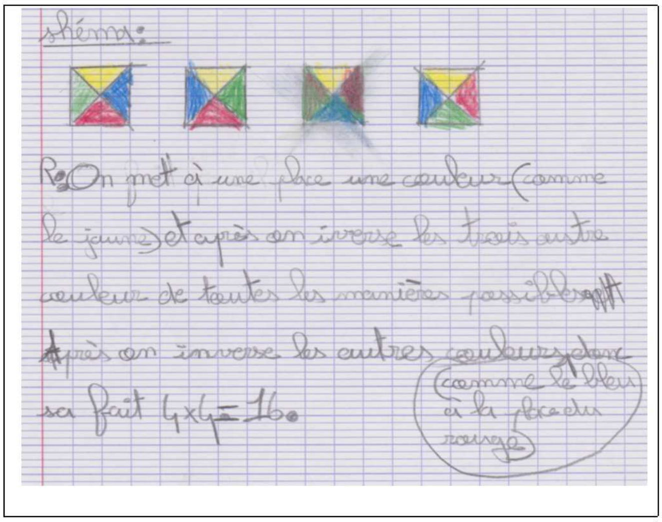


Figure 6 – Dès la recherche individuelle, un élève rédige un raisonnement (même si celui-ci est erroné)

L'observation des stratégies employées par les élèves lors du temps de recherche individuel permet de constituer des groupes pertinents : un élève qui perçoit la puissance du codage dans le même groupe que d'autres élèves qui se contentent de colorier de façon appliquée, par exemple.

Le travail de groupe n'est pas toujours facile à mettre en place, mais il est important que les stratégies de codage et d'organisation des solutions puissent y trouver leur place. Il est donc important de leur donner un statut avant la mise en groupe, autrement dit, elles doivent être explicitées et identifiées comme pertinentes. Cette partie sera complétée.

Une fois le problème résolu, l'institutionnalisation (trace écrite) est la suivante, à faire noter aux élèves :

- pour prouver qu'on a trouvé toutes les solutions et qu'il n'y en a pas d'autres, il faut organiser la présentation ;
- il est plus rapide de coder une tuile que de dessiner une tuile et la colorier.

Même si seule la compétence *modéliser* a été mentionnée, les autres compétences *chercher*, *raisonner* sont au cœur de la recherche de ce problème, ainsi que la compétence *communiquer* pour la présentation des résultats.

D'AUTRES PROBLEMES DANS LE DOMAINE DES NOMBRES

A réfléchir….

- Trouver tous les nombres possibles dont la somme des chiffres est égale à 4 (CE1/CE2)
- Trouver tous les nombres possibles dont la somme des chiffres est égale à 5 (CE2)

PROBLÈMES RITUALISÉS

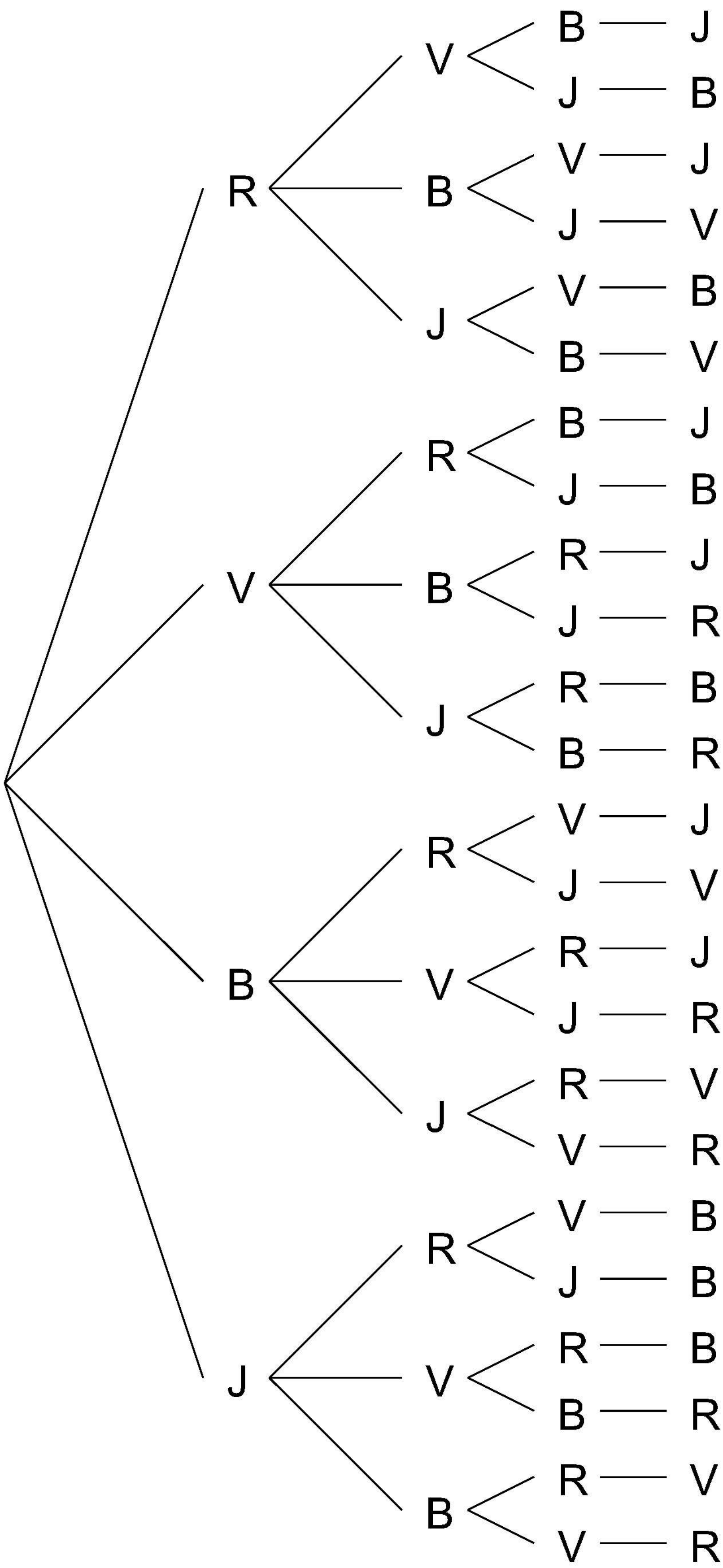
Voici quelques exemples qui devront être adaptés selon le niveau (CP, CE1 ou CE2) et la progression :

- Quels sont les nombres à deux chiffres que l'on peut créer à partir des chiffres 1 ; 2 ; 3 (CP/CE1) ou 1 ; 5 ; 7 (CE2).
  Les chiffres sont à adapter selon la progression de l'enseignant-e
- J'ai 2 roses, 3 tulipes. Combien de bouquets de 3 fleurs puis-je composer ?
- …

Une bibliographie à compléter

Da Ronch, M., Gandit, M. & Gravier, S. (2020). Du pavage de Wang vers une nouvelle situation de recherche pour la classe, *Repères-IREM*, 121, 77-108.
ERMEL (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, CE2, Hatier : Paris.
Houdement, C. (2003). La résolution de problèmes en question, *Grand N*, 71, 7-23.

ANNEXE 1


B J
V
J B
V J
R B
J V
V B
J
B V
B J
R
J B
R J
V B
J R
R B
J
B R
V J
R
J V
R J
B V
J R
R V
J
V R
V B
R
J B
R B
J V
B R
R V
B
V R

LES TOURS - 1

Séance 1

Combien peut-on faire le plus de tours différentes avec 3 couleurs ?

Compétences

Situer des objets par rapport à soi, entre eux par rapport à des objets repères.
Savoir résoudre un problème et présenter sa solution.

Matériel

Une boîte de cubes de différentes couleurs.
Toutes les couleurs sont disponibles (plus de 3).

Organisation

Groupe de 7 à 8 élèves

Objectifs

Trouver différentes façons de répartir 3 cubes de 3 couleurs différentes.

Classer et ranger les cubes selon un ordre précis.

Mettre en commun ses réponses dans le groupe.

Résoudre le problème par correspondance terme à terme.

Justifier un résultat.

Déroulement

Etape 1 : *Découverte de la situation*

- Présenter le matériel et donner la consigne : « Avec ce matériel vous devez faire le plus de tours différentes possibles de 3 couleurs, en 10 minutes ». Mettre le Time-Timer.

- Laisser manipuler les élèves et observer leurs stratégies sans rien dire ni relancer.

- Une fois toutes les tours effectuées, les mettre en commun si cela n'a pas été fait par le groupe, afin de vérifier si toutes les tours sont bien de 3 couleurs. Eliminer celles qui ne sont pas de 3 couleurs.

Etape 2 : *Appropriation du problème*

- « Comment allez-vous savoir que vous avez fait des tours différentes ? »

B.DANJOU Vallin Fier

LES TOURS - 1

Séance 1

Combien peut-on faire le plus de tours différentes avec 3 couleurs ?

Compétences

Situer des objets par rapport à soi, entre eux par rapport à des objets repères.
Savoir résoudre un problème et présenter sa solution.

Matériel

Une boîte de cubes de différentes couleurs.
Toutes les couleurs sont disponibles (plus de 3).

Organisation

Groupe de 7 à 8 élèves

Objectifs

Trouver différentes façons de répartir 3 cubes de 3 couleurs différentes.

Classer et ranger les cubes selon un ordre précis.

Mettre en commun ses réponses dans le groupe.

Résoudre le problème par correspondance terme à terme.

Justifier un résultat.

- Amener les élèves par cette consigne à comprendre qu'il faut éliminer les tours identiques.

Etape 3 : *Recherche de la solution*

- Rechercher et éliminer toutes les tours identiques.

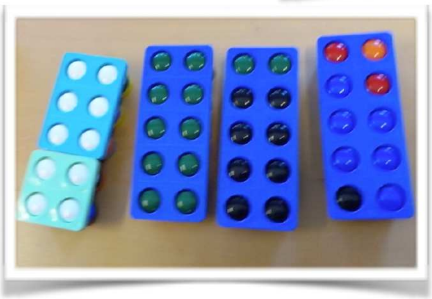
- Développer des stratégies pour comparer les tours : correspondance terme à terme.

Etape 5 : *Finalisation du problème et présentation du résultat*

- Compter le nombre de tours obtenues.

- Quelle stratégie adopter pour le comptage ?

➡Amener les élèves à faire des paquets de 10 et à compter à l'aide des Numicon.



B.DANJOU Vallin Fier

LES TOURS - 2

Séance 2

Combien peut-on faire le plus de tours différentes avec 3 couleurs ?

Compétences

Situer des objets par rapport à soi, entre eux par rapport à des objets repères.
Savoir résoudre un problème et présenter sa solution.

Matériel

Une boîte de cubes avec uniquement 3 couleurs.

Organisation

Groupe de 7 à 8 élèves

Objectifs

Trouver différentes façons de répartir 3 cubes de 3 couleurs différentes.

Analyser une collection d'objets donnés pour en trouver les critères de différenciation.

Résoudre le problème en utilisant une procédure adaptée.

Présenter le résultat.

Déroulement

Etape 1 : *Rappel de la situation en séance 1*

- Présenter le matériel et demander ce qui est différent de la première fois : *«il n'y a plus que 3 couleurs»*. Redonner la consigne : « Avec ce matériel vous devez faire le plus possible de tours différentes de 3 couleurs ». Vous devez travailler en groupe et ne proposer qu'une seule solution.

- Laisser manipuler les élèves et observer leurs stratégies : *comparaison terme à terme en regardant chaque étage de la tour.*

Etape 2 : *Résolution du problème*

- Observation des stratégies des élèves pour trouver les critères de différenciation et la procédure à adopter.

- Verbalisation de la solution : 6 tours possibles.

➡ Amener à regarder les différents étages.

B.DANJOU Vallin Fier