Membres¹ de la Commission Inter-IREM Collège

Contexte

Sur les quarante dernières années, l'enseignement des transformations dans le secondaire en France a subi beaucoup de changements. Les programmes de 2016 lui ont conféré une place plus large avec l'apparition ou le retour des translations, rotations et homothéties.

L'activité présentée dans cet article a été construite en appui sur d'anciens travaux des IREM de Paris-Nord (1991) et de Montpellier (1999). La brochure Enseigner les transformations de l'IREM de Montpellier comprend des apports théoriques sur la classification des transformations et des activités pour la classe, certaines d'entre elles ne se limitant pas aux isométries.

Dans les manuels scolaires, sont souvent présentes des formulations du type : « la symétrie axiale conserve les angles, les longueurs, les aires ». Or, celles-ci ne peuvent prendre sens que si les élèves sont confrontés à ces propriétés en situation et que s'ils rencontrent d'autres transformations ne les respectant pas.

L'activité ci-dessous répond à cette problématique. Elle peut être utilisée à tous les niveaux du collège, ses objectifs varient en fonction du niveau choisi.

1. – Objectifs généraux

Cette activité de classification permet de découvrir et redécouvrir différentes transformations. Quelques-unes d'entre elles sont absentes des programmes de collège.

Le but général est de comparer les isométries à d'autres transformations et d'en caractériser certaines.

Un premier objectif est d'associer un geste de l'apprenant à chaque transformation : retourner pour la symétrie axiale, glisser en tournant pour la rotation, glisser de façon rectiligne pour la translation, zoomer et dézoomer pour l'homothétie et la composée d'une homothétie et d'une isométrie.

Le second objectif est de construire une classification :

- trier selon les critères suivants :
 - non conservation de la forme ;

¹ CHEVALARIAS Thierry (IREM&S de Poitiers), DEWYSPELAERE Stéphanie (IREM de Grenoble), DURAND Sébastien (IREM de Montpellier), FOULQUIER Laurianne (IREM d'Aquitaine), HERISSET Jérôme (IREM de Brest), JOURAN Maëlle (IREM de Rouen), JUDAS Christian (IREM de Nantes), LAMBERT Patricia (IREM d'Aquitaine), LANATA Fabienne (IREM de Rouen), MAZE Monique (IREM de Clermont-Ferrand), MULET-MARQUIS René (IREM de Lyon), PAILLET Vincent (IREM Orléans-Tours), ROUX Aurélie (IREM de Clermont-Ferrand), SAUTER Mireille (IREM de Montpellier)

- conservation de la forme :

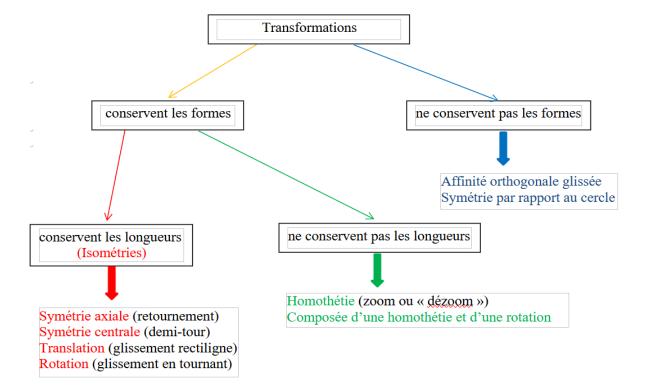
- non conservation des longueurs ;

- conservation des longueurs ;

• trier les isométries entre elles.

Remarque : la symétrie centrale est considérée comme cas particulier de rotation et d'homothétie.

Le schéma ci-dessous illustre la classification sur laquelle l'activité s'appuie.



1.1. – Objectifs spécifiques selon les niveaux

- En 6°, il s'agit d'amorcer le travail qui sera fait au collège autour des transformations, de repérer les représentations des élèves sur la symétrie axiale et ses propriétés, éventuellement d'introduire la notion de médiatrice d'un segment.
- En 5^e, un aperçu des différentes transformations du collège est proposé; la symétrie centrale est introduite, comparativement à la symétrie axiale.
- En 4^e, l'activité permet de réaliser un diagnostic des connaissances sur les transformations, d'amorcer un travail sur les translations et de dégager les éléments caractéristiques des transformations rencontrées à ce niveau. Une réflexion doit être menée quant à sa place dans la progression annuelle en lien avec la notion d'agrandissement-réduction.
- En 3^e, deux objectifs sont possibles. Cette activité peut permettre soit de réaliser une réactivation des transformations rencontrées au collège et

d'amorcer un travail sur la rotation et l'homothétie, soit de faire une synthèse en fin d'année sur les transformations. Dans les deux cas, cette activité permet de retravailler sur les éléments caractéristiques de ces transformations.

1.2. – Prérequis

Quelle que soit l'année de collège au cours de laquelle cette activité est utilisée, celle-ci peut être faite à n'importe quel moment de la progression et ne nécessite pas de prérequis particulier.

La notion d'agrandissement-réduction peut avoir été déjà rencontrée. Dans ce cas, l'activité permet de la réactiver. Sinon, elle offre la possibilité d'un travail ultérieur sur la proportionnalité et la conservation des formes.

Par ailleurs, en classe de 6°, il est nécessaire d'insister sur la notion de « figures superposables » par glissement ou retournement. L'enseignant peut éventuellement envisager un travail spécifique pour définir en amont cette notion en utilisant par exemple les activités proposées dans la brochure *Enseigner les transformations* (1999) de l'IREM Montpellier (premier chapitre p.6 à 15).

Matériel

- Pour chaque groupe d'élèves, un jeu de 26 cartes numérotées.
- Du papier calque.
- Une feuille de restitution par groupe.
- Pour chaque élève, la fiche regroupant l'ensemble des maisons (voir annexe 3).

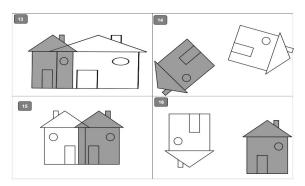
Choix didactiques

Les choix didactiques sont de deux types : la constitution de la collection de cartes et le matériel mis à disposition.

Constitution du jeu de cartes :

Le jeu est constitué de 26 cartes comportant des couples de figures, images l'une de l'autre par différentes transformations. Il est important que les élèves aient **toutes** ces cartes en main. Elles sont numérotées de façon à pouvoir les distinguer au cours des phases de recherche en groupe et de mise en commun.

Voici quatre exemples de cartes, les autres seront accessibles sur la page de la CII Collège du site Portail des IREM https://www.univ-irem.fr/-cii-college-14-. L'annexe 3 permet d'avoir une vue d'ensemble de toutes les cartes.



Nombre de cartes pour chaque transformation :

- **symétrie axiale**: six cartes (1, 4, 10, 15, 21, 26);
- **homothétie**: cinq cartes (3, 8, 11, 17, 20);
- **translation**: quatre cartes (2, 7, 9, 24);
- rotation: sept cartes (5, 12, 14, 16, 19, 23, 25) dont symétrie centrale: trois cartes (16, 19, 23);
- **affinité orthogonale glissée** : deux cartes (6, 13) ;

• symétrie par rapport à un cercle : composée homothétie-rotation : une carte (18) ; une carte (22).

Description des cartes

1	Symétrie axiale, axe oblique.			
2	Translation, direction oblique.			
3	Homothétie, rapport positif.			
4	Symétrie axiale, axe vertical.			
5	Rotation, centre extérieur à la figure avec chevauchement.			
6	Affinité orthogonale glissée.			
7	Translation, direction horizontale.			
8	Homothétie, rapport négatif.			
9	Translation, direction oblique avec chevauchement.			
10	Symétrie axiale, axe oblique avec chevauchement.			
11	Homothétie, rapport positif avec chevauchement.			
12	Rotation, centre sommet de la figure.			
13	Affinité orthogonale glissée.			
14	Rotation, centre extérieur à la figure.			
15	Symétrie axiale, axe vertical avec chevauchement.			
16	Symétrie centrale, centre de symétrie extérieur à la figure.			
17	Homothétie, rapport négatif.			
18	Symétrie par rapport à un cercle.			
19	Symétrie centrale, centre de symétrie sommet de la figure.			
20	Homothétie, rapport négatif, centre sommet de figure.			
21	Symétrie axiale, axe oblique.			
22	Composée homothétie-rotation.			
23	Symétrie centrale, centre de symétrie point intérieur à la figure, avec chevauchement.			
24	Translation, direction oblique.			
25	Rotation, centre extérieur à la figure, angle			
15 16 17 18 19	Symétrie axiale, axe vertical avec chevauchement. Symétrie centrale, centre de symétrie extérieur à la figure. Homothétie, rapport négatif. Symétrie par rapport à un cercle. Symétrie centrale, centre de symétrie sommet de la figure.			

26 Symétrie axiale, axe oblique avec chevauchement.

La constitution du jeu tient compte des préoccupations suivantes :

- présenter des transformations non isométriques ;
- disposer d'un nombre différent de cartes selon les transformations, suffisamment important;
- garder la même figure initiale sur toutes les cartes pour éviter que les élèves ne s'intéressent à autre chose qu'à des caractéristiques mathématiques liées aux transformations (figuratifs...);
- varier certains éléments caractéristiques :
 - la position du centre ou de l'axe de symétrie, du centre d'homothétie, du centre de rotation par rapport à la figure (extérieur, sommet ou appartenant à un côté de la figure, intérieur à la figure);
 - la direction de l'axe dans une symétrie axiale, la direction de la translation :
 - l'angle de la rotation ;
 - le rapport de l'homothétie ;
 - l'orientation des figures pour éviter les positions prototypiques.

Choix du matériel à disposition :

L'enseignant imprime les cartes et peut faire le choix de les plastifier ou non. Le fait de les plastifier permet de les réutiliser d'une année sur l'autre mais empêche les élèves de plier les cartes.

L'enseignant peut mettre à disposition du papier calque. Son utilisation permet de faire émerger les gestes et les mouvements des figures associés (tourner, glisser, retourner), de vérifier que les figures sont superposables. Si les cartes sont plastifiées, le calque devient indispensable.

Les élèves disposent de leur matériel de géométrie.

1.3. – Déroulement et analyse de l'expérimentation

Scénario – durée : 1,5 heure

Séance n°1: 30 minutes

- Prise de connaissance individuelle des cartes (un jeu de cartes par groupe avec interdiction de communiquer dans le groupe).
- Recherche en groupes avec si besoin un moment de régulation par l'enseignant.

Séance n°2 : 1 heure

- Mise en commun : synthèse des comptes rendus.
- Institutionnalisation.

Description et analyse

Nous livrons là un déroulement possible ainsi qu'une analyse de productions recueillies dans des classes. Ce même scénario est envisageable quel que soit le niveau; seule l'institutionnalisation diffère.

Séance n°1 : 30 minutes

L'enseignant montre un jeu de cartes et donne la consigne.

Consigne: « Voici des cartes sur lesquelles sont représentées deux figures, une maison blanche et une maison grise.

On s'intéresse à la façon dont on passe de l'une à l'autre.

Trier les cartes. Expliquer vos choix. »

Il en distribue un à chaque groupe.

Les élèves étalent les cartes et en prennent connaissance individuellement pendant quelques minutes. Ils ne sont pas autorisés à communiquer entre eux durant cette phase.

Le travail de groupe commence avec la consigne suivante :

« Vous avez 20 minutes pour répondre à la consigne et rendre une feuille de restitution par groupe. »

Au bout de quelques minutes de travail en groupe, l'enseignant organise si besoin un moment de régulation. Il peut ainsi éliminer les classements inopportuns comme par exemple le comptage du nombre de parallèles et de perpendiculaires sur chacune des cartes ou le rangement des cartes par ordre croissant des numéros.

Dans les classes où l'activité a été expérimentée, des questions sur l'interprétation de la phrase « la façon dont on passe de l'une à l'autre » sont apparues pendant ce moment de régulation. L'enseignant peut alors préciser qu'il s'agit de déterminer le mouvement ou le geste permettant de passer de l'une à l'autre.

Dans la phase de recherche, les élèves ont procédé soit par pliage, soit par construction ou bien encore en utilisant du papier calque.





Voici des exemples de classements proposés par des classes :

- transformations connues / non-connues;
- symétrie axiale / symétrie centrale / figures déformées / figures agrandies ou réduites / figures déplacées en ligne droite / figures pivotées ou tournées;
- symétrie centrale / symétrie axiale / autres ;
- symétrie axiale / symétrie centrale / déformation / glissement ;
- maisons de même forme / déformées ;
- maisons superposables / non superposables;

- maisons symétriques / non symétriques ;
- orientation des maisons l'une par rapport à l'autre (sens des portes et fenêtres);
- maisons qui se chevauchent ne se chevauchent pas.

Remarque: en classe de 6°, les critères de tri « même forme et même taille », « même forme et tailles différentes » et « formes différentes » permettent d'évoquer la notion d'agrandissement-réduction qui sera reprise ultérieurement.

Pour préparer la séance suivante, l'enseignant sélectionne certaines des productions pour animer la mise en commun. Les critères de choix des productions dépendent des objectifs visés et du niveau de classe. De manière générale, il s'agit d'aller des classements les plus généraux vers les plus précis.

Par exemple, en classe de 5°, si l'objectif est d'introduire la symétrie centrale et de la comparer à la symétrie axiale déjà connue, l'enseignant peut successivement :

- aborder rapidement les classements qui ne se sont pas intéressés aux transformations s'il en reste malgré la régulation intermédiaire,
- choisir un classement en deux catégories du type déformées / non déformées afin de mettre en avant la spécificité des transformations étudiées au collège (isométries et agrandissement-réduction),
- choisir des classements conduisant à des sous-catégories pour les figures non déformées (figures agrandies ou

réduites / figures déplacées en ligne droite / figures pivotées ou tournées...) en commençant par un classement erroné s'il y en a.

La dernière discussion porte sur les figures obtenues par demi-tours vues comme cas particuliers des « figures tournées » en appui éventuel sur une production d'élèves.

En annexe, figurent des exemples de productions d'élèves (voir annexe 1).

Séance n°2 : 1 heure

Le professeur organise une mise en commun sous forme de débat d'une vingtaine de minutes à partir des comptes rendus sélectionnés. Pour cela, il peut utiliser un jeu de cartes agrandies avec des aimants, le T.B.I, des affiches, etc.

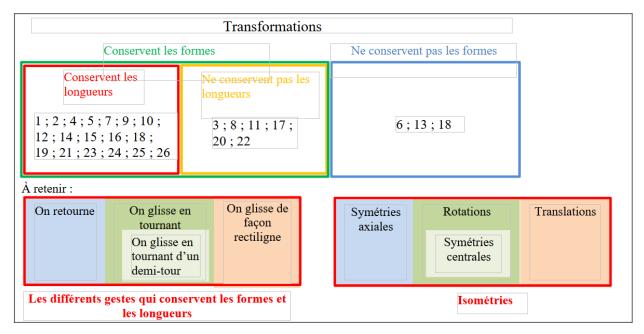
Il reprend et liste le vocabulaire des élèves relatif à leurs gestes, aux mouvements des figures et aux transformations, par exemple « écraser », « aplatir », « rapetisser » pour des gestes et « glisser », « retourner » pour des mouvements.

En classe de 6^e, le débat peut être l'occasion de comparer les cartes correspondant à des agrandissements-réductions.

À l'issue de la mise en commun, les catégories retenues finalement sont clairement identifiées. L'enseignant peut alors proposer aux élèves de se remettre en groupe et de modifier si nécessaire leur classement en plaçant les cartes dans les différentes catégories. Ce travail sert de support à l'institutionnalisation. Son contenu dépend du niveau de classe et des objectifs visés. Une fiche (voir annexe 3) avec l'ensemble des cartes réduites des maisons peut être distribuée à chaque élève.

Voici des exemples de traces écrites.

• Pour les classes de la 6^e à la 4^e:



• Pour la classe de 3^e :

GESTE / MOUVEMENT	TRANSFORMATION	PROPRIÉTÉS
Retourner	Symétrie axiale	 Conservation des formes. Conservation des différentes grandeurs : longueurs, angles, aires. Il faut un axe!
Glisser de façon rectiligne Translation		 Conservation des formes. Conservation des différentes grandeurs : longueurs, angles, aires. Il faut un vecteur!
Glisser en tournant	Rotation dont symétrie centrale	 Conservation des formes. Conservation des différentes grandeurs : longueurs, angles, aires. Il faut un centre et un angle!

Zoomer ou « dézoomer »	Homothétie	 Conservation des formes : conservation des angles. Pas de conservation des différentes grandeurs : longueurs, aires.
		Il faut un centre et un rapport!

D'autres exemples d'institutionnalisation issus des expérimentations sont en annexe 2.

Difficultés des élèves

Lors des expérimentations, nous avons relevé les difficultés ou obstacles ci-dessous.

Au départ de l'activité, la consigne étant très ouverte, certains élèves ont été déstabilisés. L'enseignant doit clarifier si nécessaire la signification des termes « trier » et « passer de l'une à l'autre » sans dévoiler les critères de tri.

En classe de 6^e, dans la phase de recherche en groupe, les élèves ne connaissant que peu de transformations, ils s'intéressent davantage à la comparaison des propriétés des figures qu'à la géométrie des transformations.

Des élèves se posent la question de la signification des termes « figures superposables ». Certains y voient deux figures nécessairement symétriques par rapport à une droite, tandis que d'autres excluent la possibilité de retourner la figure. L'enseignant définit deux figures superposables comme deux figures qui peuvent coïncider à l'aide d'un calque retourné ou non.

Une majorité d'élèves a des difficultés à reconnaître une symétrie lorsqu'il y a chevauchement des deux figures images l'une de l'autre.

Prolongements

Cette activité introduit une approche globale des transformations. Le support des cartes peut permettre ensuite de passer à une étude des transformations en tant qu'applications ponctuelles, avec la mise en évidence de leurs éléments caractéristiques.

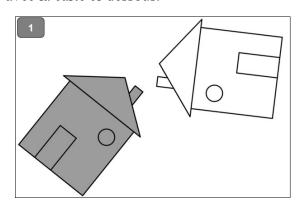
Pour cela, nous proposons des pistes pour les séances suivantes.

Séance n°1

Une carte du jeu est choisie. Les élèves doivent identifier une transformation permettant de passer de la maison grise à la maison blanche. Il s'agit alors de la recherche de la transformation « minimale » permettant de passer de l'une à l'autre. Si les élèves font référence à la composition de plusieurs transformations, l'enseignant fait le choix d'exploiter ou non ces propositions.

Ensuite, les élèves doivent construire les éléments caractéristiques de cette transformation.

Exemple, en 6^e, pour la symétrie axiale avec la carte ci-dessous.



Après avoir fait émerger collectivement le fait que la transformation recherchée est une symétrie axiale, la consigne suivante est donnée :

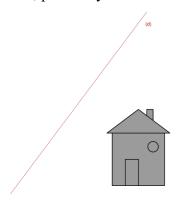
« Construire avec les instruments de géométrie la droite associée à cette symétrie. Il est interdit de plier cette carte. Vous pouvez vous aider des cartes du jeu correspondant aux symétries axiales ».

Une procédure attendue consiste à tracer les segments joignant des paires de points homologues, à observer leur parallélisme. Ils peuvent repérer que la droite cherchée passe par les milieux de ces segments et/ou qu'elle est perpendiculaire à ces segments.

Pour conclure, l'enseignant réactive ou introduit la définition de la médiatrice d'un segment.

Séance n°2

Le professeur distribue à chaque élève une carte comprenant les éléments caractéristiques d'une transformation (graphiques ou textuels) et une maison grise. Les élèves doivent construire son image par la transformation proposée. Exemple en 6^e, pour la symétrie axiale.



Le professeur donne la consigne suivante :

« Construire, avec les instruments de géométrie, la figure symétrique de la maison grise par rapport à la droite (d). Il est interdit de plier. »

Il s'agit de réinvestir les propriétés mathématiques dégagées dans la séance n°1.

La structure de ces deux séances, décrite ci-dessus, peut être utilisée pour l'étude de chacune des transformations au programme de collège. Pour cela, l'enseignant dispose d'un fichier GeoGebra https://www.univ-irem.fr/cii-college-14- pour construire d'autres cartes si nécessaire.

Le lecteur pourra trouver d'autres activités intéressantes dans la brochure IREM de Montpellier *Enseigner les transformations* (1999) dont :

- les chansons de gestes (chapitre 2 p. 16 à 18) qui peuvent compléter la séance 2 (rédaction de programmes de construction);
- la recherche d'une isométrie connaissant une figure et son image (chapitre 8 p. 98 à 101).

Conclusion

Cette activité, expérimentée dans de nombreuses classes, propose une approche différente de celles présentes dans les manuels scolaires. D'une part, les élèves décident euxmêmes des critères de classification. Ils sont en réelle activité, permettant ainsi à l'enseignant de s'appuyer sur leurs conceptions. D'autre part, la rencontre de transformations autres que les isométries contribue à une meilleure compréhension des propriétés de conservation des transformations étudiées au collège.

Membres de la Commission Inter-IREM Collège

Références bibliographiques

Groupe géométrie de l'IREM de Montpellier, avril 1999, Enseigner les transformations, IREM de Montpellier

https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/MO/IMO99003/IMO99003.pdf

Groupe Elémentaire Collège, IREM Paris Nord, 1991, Les transformations, fascicule 1, IREM Paris – Nord https://www-irem.univ-paris13.fr/site_s-pip/IMG/pdf/10.les_transformations._fascicule_1_pour_commencer.pdf

Groupe Élémentaire Collège, IREM Paris Nord, 1992, Les transformations, fascicule 2, IREM Paris – Nord

https://www-irem.univ-paris13.fr/site_s-pip/IMG/pdf/11._les_transformations_-fascicule_2_symetrie_orthogonale_.pdf

Groupe Élémentaire Collège, IREM Paris Nord, 1993, Les transformations, fascicule 3, IREM Paris – Nord

https://www-irem.univ-paris13.fr/site_s-pip/IMG/pdf/12._les_transformations_-fascicule 3 translation .pdf

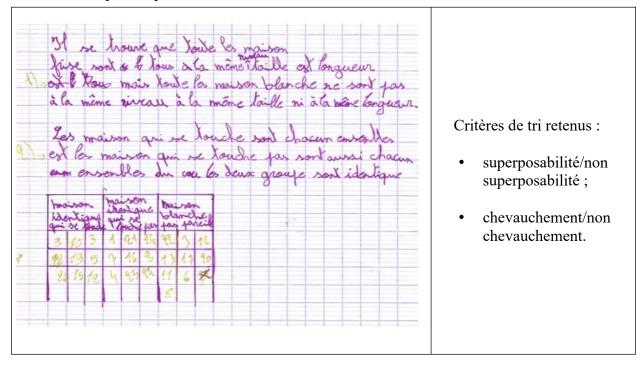
Groupe Élémentaire Collège, IREM Paris Nord, 1994, Les transformations, fascicule 4, IREM Paris – Nord

https://www-irem.univ-paris13.fr/site_s-pip/IMG/pdf/13._les_transformations_-fascicule 4 rotation .pdf

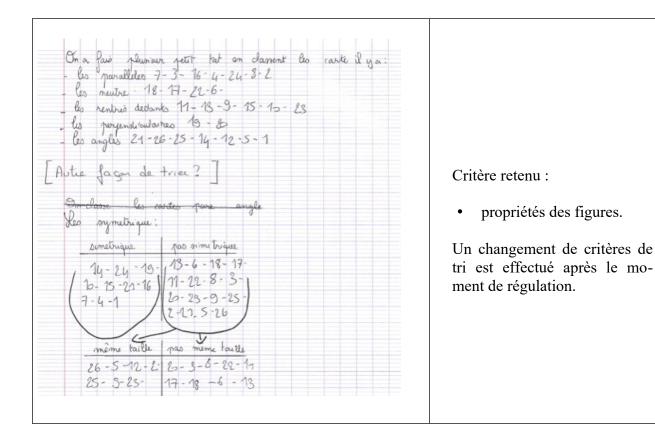
Annexes

Annexe 1 – Productions d'élèves – Tris proposés en séance n°1

Des exemples de productions d'élèves en classe de 6^e.



J No		: Voici 3	C			
Figures = 24 26.		Superop	cot (groupe où le gest symétic	stiques se	
1900- 15		n'ème			. 400	
		- a grou	pe: 3	egroupe où	ça se superp	2050
& groupe	de graure déplace.	Zème		1 1		
		rappor	pe : co	selles.	rtes qui nón a	UCU
Figures 2		21				
groupekape	petissé:	703.00		ut pas êtr	e trié!	
grouperapic	ie,	Nom du	group	e: 210t 1		
Garas 3 14		111)		part		
Gguns 3 14						
20		16 21	23	10		
groupe		25 24	135			
groupe Do		120 4	5			
	Jen Jose .	18	26			
Figures 9 M.		6	M			
(gurss) M.		12				
		22				
groupe de	.0	144				
		7				
Figure 18; 13, 8	8	19				



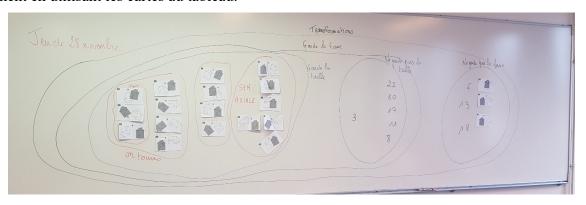
Des exemples de productions d'élèves en classe de 4°.

Row moses de la maison egaise a la mason deanche on addin la symptrue, co le 2000m, le digocom, piantinen la defermation glissement * symptoire arable, centrale symptone arable, centrale provincias: 1, 4, 21, 10, 15, 726 provincias: 18, 23, 16, 5, 25, 11, 19, 19 glissemation: 18 glissemation: 18 glissemation: 18	Critère retenu : • d'abord les transformations déjà connues, puis les gestes.
maisons superpo- maisons mon super- salles: 1; 2; 4; 5; 7; 3; 3; 6; 8; 11; 13; 14; 10; 18; 19; 21; 28; 23; 24. Ce qui est symétrique est fescament suppor resalle (setournement) ce qui m'est pas symétrique pout être super resalle mais sans reterrement maison symétrique maison non 1; 4; 10; 15; 2; 3; 5; 6; 7; 8; 9 1; 4; 10; 15; 2; 3; 5; 6; 7; 8; 9 1; 4; 10; 15; 2; 3; 5; 6; 7; 8; 9 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24	Production illustrant les confusions : • superposabilité et symétrie.

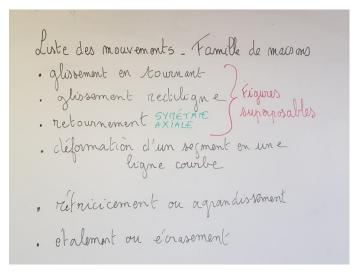
Symetriques	Non symétriques	
Symétries asciales Symétries combrales 1. 1 4 16 10 12 12 15 21	2 11 3 13 14 5 17 6 19 7 20 8 23 9 24	Critère retenu : • transformations connues et non connues .

Annexe 2 – Exemples d'institutionnalisation – séance n°2

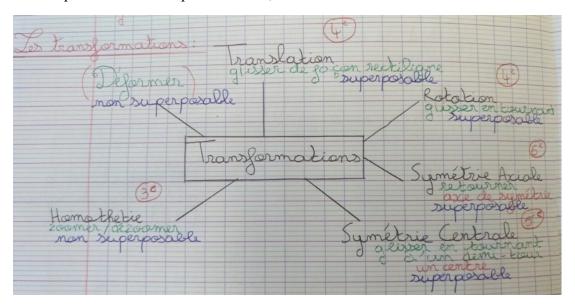
Un exemple de trace écrite possible à tous les niveaux d'enseignement, construite collectivement en utilisant les cartes au tableau.



Un exemple de trace écrite possible en 6°, construite collectivement en proposant une synthèse sur les mouvements.



Un exemple de trace écrite possible en 3^e, construite collectivement.



Annexe 3 – Fiche avec l'ensemble des maisons – séance 2

