
ANALYSE DES OBSTACLES LIÉS AU TRANSFERT DES MATHÉMATIQUES EN PHYSIQUE : EXEMPLES DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DANS L'ÉTUDE DES OSCILLATIONS MÉCANIQUES DANS UNE CLASSE DE TERMINALE S1 AU SÉNÉGAL

Moustapha THIAM¹

Abdou DIOUF

Emmanuel ROLLINDE²

Assia NECHACHE³

Résumé. Cet article s'intéresse aux éventuels obstacles d'ordre pédagogique et didactique liés au transfert des savoirs mathématiques dans le domaine de la physique. L'étude a porté sur les équations différentielles appréhendées en classe de mathématiques et réinvesties en classe de physique. Une méthode qualitative basée sur l'observation naturaliste a été utilisée. Pour cela, après l'examen de documents de référence, nous avons assisté à un cours de mathématiques sur les équations différentielles puis à un cours de physique sur les oscillations mécaniques dans une même classe de Terminale S1. L'étude a révélé comme obstacle majeur une différence de forme non explicitée entre les résultats établis par les enseignants de mathématiques et ceux généralement utilisés par les enseignants de physique. Cette différence a constitué une rupture dans le processus du transfert des savoirs mathématiques dans le contexte de la physique. Cette rupture ne semble pas aider les élèves à être autonomes pour faire le lien entre les acquis en mathématiques et leur utilisation dans le contexte de la physique. Elle empêche également les élèves de donner plus de sens aux savoirs mathématiques très souvent perçus comme abstraits.

Mots-clés. Équations différentielles, Oscillations mécaniques, Transfert, Contrat didactique.

¹ m.thiamphysics@hotmail.fr

² emmanuel.rollinde@cyu.fr

³ assia.nechache@cyu.fr

Introduction

Les mathématiques sont enseignées depuis l'antiquité grâce à leur utilité pratique dans des problèmes de mesure du temps, de longueurs, de surfaces, etc. Une seconde raison pour leur enseignement tient à la place qui leur est accordée dans la formation de l'esprit, c'est-à-dire une façon de penser et de raisonner (Chesné & Yebbou, 2023). L'enseignement des mathématiques facilite l'acquisition de compétences dans plusieurs domaines de connaissance et d'activité car il forge l'apprenant à être méthodique dans le travail (Artaud, 1999). Quant à la physique, c'est une science qui a pour objectif de comprendre et d'expliquer les phénomènes naturels de l'univers dont nous sommes témoins. Alors que les mathématiques s'intéressent à la forme des objets en faisant abstraction de leurs propriétés, la physique cherche à comprendre leur forme et leur nature, par laquelle ils acquièrent certaines propriétés (Lagacé, 2015).

La physique a recours à de multiples instruments pour étudier les phénomènes : des instruments d'observation, d'expérimentation, de mesure, mais également d'analyse et de calcul. Dès lors, un lien épistémologique et didactique se tisse entre physique et mathématiques. Pour Bachelard : « *Les hypothèses de la physique se formulent mathématiquement* » (Bachelard, 1965, p. 41). Selon Poincaré (1970), « *Toutes les lois sont tirées de l'expérience, mais, pour les énoncer, il faut une langue spéciale ; le langage ordinaire est trop pauvre, il est d'ailleurs trop vague, pour exprimer des rapports si délicats, si riches et si précis.* »

L'application des lois de la physique (théorème du centre d'inertie, loi des mailles,...) aboutit souvent à des relations mathématiques qui peuvent prendre plusieurs natures, particulièrement, celle d'équations diffé-

rentielles. Dans le programme de physique sénégalais des classes de Terminales Scientifiques, les équations différentielles sont omniprésentes. Elles sont abordées en classe de mathématiques dans la même année d'étude. Alors, elles s'avèrent constituer un bon à-propos pour l'analyse du transfert des savoirs mathématiques dans le domaine de la physique.

Après avoir exposé la problématique et le cadre théorique, la méthodologie de recherche sera précisée. Ensuite, nous présenterons les résultats de l'étude avant de procéder à une analyse croisée et des discussions.

1. – Problématique

Dans les classes du cycle secondaire des séries scientifiques sénégalaises, la plupart des notions étudiées en mathématiques sont largement réinvesties dans la classe de physique, parfois du même niveau d'étude. C'est le cas notamment des équations différentielles en classe de Terminale Scientifique. Abordées en mathématiques, elles interviennent pratiquement dans tous les quatre domaines du programme de physique que sont la mécanique, l'électromagnétisme, l'étude des phénomènes oscillatoires et celle des phénomènes corpusculaires. Cette interaction cruciale entre mathématiques et physique, aussi bien en termes de contenus disciplinaires que de démarches, exige une continuité didactique et des dispositions pédagogiques dont la concrétisation apparaît comme problématique. En effet, plusieurs études ont montré que le transfert des savoirs mathématiques dans le domaine de la physique semble poser des difficultés aux élèves. En particulier, Malonga (2008, p.335) a montré l'existence de registres et de tâches communes aux mathématiques et à la physique sur les équations différentielles mais dont la technique de résolution est différente dans les deux disciplines.

Nous proposons d'observer ces différences en situation de classe réelle au Lycée Ababacar Sy de Tivaouane, dans l'académie de Thiès au Sénégal. C'est une classe de Terminale S1 (notée dans la suite TS1), série dont les mathématiques et les sciences physiques constituent les deux disciplines largement dominantes avec un coefficient de 8 pour chacune. Des différences sont-elles observées dans ce contexte spécifique ? Le cas échéant, ces différences sont-elles liées à la formulation des programmes d'enseignement ou à la pratique d'enseignants ? Quels obstacles et blocages ces différences peuvent-elles entraîner sur l'apprentissage et l'usage des équations différentielles auprès d'élèves de Terminale Scientifique ?

2. – Méthodologie

Pour mener cette recherche exploratoire à but étiologique, nous avons choisi une méthode qualitative. Au niveau institutionnel, les guides de programmes et manuels qui constituent les documents de référence ont été investigués. L'objet de cette première étape était de nous imprégner du degré de prise en charge institutionnelle de l'interdisciplinarité mathématiques-physique. Nous avons donc comparé la description de la notion d'équations différentielles comme objectif d'enseignement-apprentissage en mathématiques et comme prérequis en physique, au niveau des programmes de la classe de TS1. Nous avons ensuite procédé à l'analyse comparée de la pratique ordinaire de classe du professeur de mathématiques (noté M) et de celle du professeur de physique (noté P), en charge chacun cette même classe de TS1. Nous avons assisté d'abord au cours de mathématiques sur les équations différentielles. Trois semaines après, nous sommes revenus observer le cours de physique sur les oscillations mécaniques en mettant en focus l'interdisciplinarité mathéma-

tiques-physique à travers le transfert de savoirs mathématiques dans le contexte de la physique (Voir annexes). Le groupe classe est constitué de onze élèves dont quatre filles et sept garçons. Le professeur de mathématiques M est titulaire et a une expérience pratique de dix-huit années, c'est un habitué de cette classe. Le cours de physique a été dispensé par un professeur titulaire également, capitalisant quinze années de pratique professionnelle et trois années d'expérience d'enseignement à ce niveau. Après chaque cours observé, nous avons eu un bref entretien avec l'enseignant.

3. – Les attendus des programmes

Cette première étape portant sur les parties des programmes et manuels traitant respectivement les équations différentielles en mathématiques et les oscillations mécaniques en physique, examine l'effectivité de la prise en charge de l'interdisciplinarité entre les deux disciplines en vue de faciliter le transfert. Les documents de mathématiques accordent-ils de l'importance au contexte de la physique ? Ce qui peut être vérifié si des concepts de physique y sont évoqués ou si des exemples et des exercices sont tirés de la physique. Les documents de physique également, intègrent-ils les équations différentielles comme prérequis fondamental pour le traitement des oscillations mécaniques ? Cette intégration pourrait se manifester par des rappels de mathématiques, des précisions sur la différence de vocabulaire et de notation, sur des analogies. Enfin, des recommandations sont-elles formulées à l'endroit des enseignants, les incitant à travailler en collaboration ?

Depuis plus d'une dizaine d'années, les programmes d'enseignement sénégalais sont en train d'être rénovés. Le programme de mathématiques actuellement en vigueur a été éla-

boré en 2006, et celui de sciences physiques en 2008. Ils sont conçus selon l'Approche Par Compétences (APC) (MEN. IGEF/ Mathématiques, 2006 ; MEN. IGEF/ Sciences physiques, 2008). Les programmes se présentent alors sous forme de « référentiel de compétences ».

Dans le souci d'harmoniser les programmes de mathématiques entre les pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien, vingt pays, parmi lesquels le Sénégal, ont élaboré une collection dénommée : Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM), pour l'enseignement secondaire. Le manuel que nous avons utilisé pour cette étude est le livre « MATHEMATIQUES Terminales SM » (Taïrou et al, 1999) de cette collection. Il se trouve être le manuel de référence en Terminales S1 et S3 (respectivement les anciennes séries C et E). S'inspirant des anciennes collections françaises des années 80 (Tomasino, Erin gié, Hachette, etc.) et désirant se conformer typiquement au programme national, des professeurs et formateurs du Sénégal ont mis en place depuis 2000, une nouvelle collection appelée collection KANDIA, fréquemment renouvelée. Nous avons travaillé avec l'édition récente du livre « PHYSIQUE Term S » (Kane et al., 2024) de cette collection, qui constitue également le manuel de référence en physique. Comme pour les référentiels de programme, nous avons examiné pour chacune des deux disciplines le chapitre correspondant dans le manuel de référence.

Pour le guide de programme de mathématiques l'objectif général visé en TS1 est de permettre aux élèves d'être en mesure de résoudre le type d'équations différentielles linéaires homogènes, à coefficients constants, du premier ordre et du second ordre. L'interdisciplinarité mathématiques-physique a bien été prise en compte à ce sujet : « *En relation avec l'ensei-*

gnement des sciences physiques (mécanique du point, circuits électriques, on étudiera quelques exemples simples satisfaisant à une loi d'évolution et à une condition initiale, afin de mettre en évidence certains phénomènes physiques (amortissement, oscillation.) » (MEN. IGEF/Mathématiques, 2006, p. 66). La variable temps (t) fondamentale en physique

est utilisée dans certaines expressions, à la place de la variable x habituellement manipulée dans l'enseignement des mathématiques. Aussi pour le manuel de référence « MATHEMATIQUES Terminales SM » (Taïrou et al, 1999), l'étude des équations différentielles est particulièrement orientée vers la physique. En introduction il y est noté : « *Ce chapitre traite des équations différentielles du premier ordre et du deuxième ordre à coefficients constants, sans second membre. Il permet de démontrer certains résultats de physique que l'élève a appris à utiliser. Son champ d'application s'étend également à la géométrie, la démographie, la chimie et la biologie.* » (Taïrou et al, 1999, p.321). On y trouve les notions de masse, de ressort, de forces, de circuits électriques et les noms de différents dipôles. Dans le premier paragraphe intitulé « généralités », la notion d'équation différentielle est introduite à partir d'un exercice sur les oscillateurs mécaniques libres (le pendule élastique). En application, un deuxième exercice porte sur la décharge d'un condensateur dans un circuit (R, C), pour le compte des équations différentielles linéaires du premier ordre, à coefficients constants, sans second membre. En travaux dirigés sur les équations différentielles linéaires du second ordre, à coefficients constants, sans second membre, un exercice classique de physique portant sur l'oscillateur mécanique amorti est proposé, suivi d'une résolution détaillée. Par application du théorème du centre d'inertie,

l'équation : $x'' + \frac{f}{m}x' + \frac{k}{m}x = 0$ est établie et la

résolution a conduit à la solution : $x(t) = e^{\alpha t}(A \cos \omega t + B \sin \omega t)$, puis ramenée à :

$x(t) = \lambda e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi)$ avec $\alpha = \frac{-f}{2m}$ et

$\omega = \frac{\sqrt{4km - f^2}}{2m}$. Donc, on peut noter que, pour

les attendus du programme en mathématiques, il y a un décroisement disciplinaire, les documents de référence sont particulièrement favorables à une approche interdisciplinaire vis-à-vis de la physique.

L'examen du programme de physique montre que, généralement, la résolution systématique des équations différentielles ne figure pas dans la liste des objectifs d'apprentissage. C'est exceptionnellement pour le chapitre sur oscillations électriques qu'il est mentionné, dans les commentaires, qu'il faut établir la so-

lution de l'équation $L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{c} = 0$. Pour l'équa-

tion $L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} = 0$, il est précisé que la ré-

solution n'est pas au programme. On suppose qu'elle est prise en charge par le cours de mathématiques. Dans le guide des programmes, la leçon sur les oscillations mécaniques (11^e chapitre) vient après celle sur les oscillations électriques (10^e chapitre) mais, les PHARES (Progressions Harmonisées des Evaluations à Epreuves Standardisées) qui sont une recommandation institutionnelle au Sénégal, placent le chapitre sur les oscillations mécaniques bien avant (en 5^e position). En outre, les équations différentielles interviennent dès le premier chapitre de cinématique. Pour définir les mouvements sinusoïdaux, on part de fonctions so-

lutions d'équations différentielles. A partir de la fonction solution donnée, il est possible de remonter pour aboutir à l'équation différentielle correspondante (voir Annexe 2). Pour le chapitre sur les oscillations mécaniques, on applique généralement la relation fondamentale de la dynamique à un système dont on se propose d'étudier le mouvement. On attend de l'élève qu'il puisse d'abord établir l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle d'un oscillateur. Ensuite il lui est demandé de donner la forme de la solution et de trouver les constantes. Ou encore, et très souvent c'est le cas, après établissement de l'équation, une fonction est présentée à l'élève et il doit être en mesure de vérifier que cette fonction est bien solution de l'équation en question. Dans le manuel de référence de physique (Kane et al, 2024, p. 208) un résumé sur les équations différentielles est présenté sous forme de rappels juste avant le chapitre sur les oscillations. Donc, de même qu'en mathématiques, le programme de physique prévoit également, pour le chapitre sur les oscillations mécaniques un traitement sous un angle interdisciplinaire. En plus il est recommandé aux enseignants de physique de travailler en collaboration avec leurs collègues de mathématiques. Nous notons cependant que généralement, les solutions proposées par l'institution (programme et manuel) dans le contexte du cours de physique et de mathématiques prennent respectivement les deux formes différentes suivantes : $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ et $x = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$.

4. – Synthèse des cours observés

L'objectif des observations naturalistes menées était de pouvoir déceler au sein de la classe, à partir des approches, démarches et méthodes des enseignants, mais aussi à partir des actions et des interactions enseignants-élèves et élèves-élèves, ce qui pouvait être à

l'origine d'obstacles au transfert. Les enseignants explicitent-ils suffisamment les liens entre les termes mathématiques et les grandeurs physiques ? Les différences de vocabulaire, de notation, de résolution ou de présentation de solutions sont-elles précisées ? Des analogies sont-elles faites avec la discipline de l'autre ? Le fait d'évoquer l'autre discipline lors des interprétations pourrait en être un indicateur. Les élèves maîtrisent-ils la résolution mathématique des équations différentielles ? Identifient-ils les situations physiques correspondant aux équations établies pendant le cours de mathématiques et vice-versa ? Arrivent-ils à faire correspondre aux équations établies en physique leur équivalent en mathématiques ? Les élèves poseraient alors des questions ou feraient des remarques en mentionnant l'autre discipline.

Les brefs entretiens post-cours avec les enseignants ont permis de compléter nos observations.

4.1. – Le cours de mathématiques sur les équations différentielles

Le professeur M introduit son cours en se servant du contexte physique avec l'exemple d'équation rencontrée par les élèves en ciné-

matique : $y'' + \omega^2 y = 0$ et de sa solution : $y = A \sin(\omega t + \varphi)$, exprimée avec la variable

temps (t) à la place de la variable x habituelle-

ment utilisée en mathématiques. Après la définition de la notion d'équation différentielle, suivie d'autres exemples, il passe à la résolution des différents types d'équations, avec maintenant la variable habituelle x .

D'abord, les équations du premier ordre sans second membre : $ay' + by = 0$. Ici, le pro-

fesseur a fait le lien avec le cours de physique en rappelant même la notion d'instant initial t_0 .

Ensuite, le cas des équations différentielles du premier ordre avec second membre : $ay' + by = f(x)$ est traité. Il termine avec les

équations différentielles du second ordre sans second membre : $ay'' + by' + cy = 0$, ($a \neq 0$, $b \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$). Dans le contexte physique, ce type d'équation correspond à celle régissant le mouvement d'un oscillateur amorti. Pour $\Delta < 0$, la solution générale établie est :

$$y = e^{\alpha x} [A \cos(\beta x) + B \sin(\beta x)] \quad (A, B) \in \mathbb{R}^2.$$

Le professeur M avoue aux élèves que l'essentiel de ce qu'ils doivent savoir sur les équations différentielles en terminale vient d'être traité, mais que d'autres types d'équations seront rencontrés en travaux dirigés. Il les rassure également en leur disant que « *vous ne devez pas rencontrer maintenant de difficultés en physique sur ça, car vous avez traité les principaux types d'équations et les méthodes de résolution sont les mêmes.* »

Lors de l'entretien avec le professeur M, il a confirmé avoir conscience de l'importance de cette leçon pour le programme de physique et de sa dimension interdisciplinaire : « *Oui, d'ailleurs c'est pourquoi lors de l'introduction et même à la fin du cours je leur ai parlé des applications des équations différentielles en physique.* ». Il considère que ses élèves « *maîtrisent maintenant la résolution des équations différentielles.* »

Par rapport à notre objet de recherche, nos attentes ont été satisfaites pendant le déroulement de ce cours. Les types d'équations qui devront intervenir en physique à ce niveau de classe sont déjà traitées. La résolution des

équations semble être maîtrisée par les élèves et le professeur M a insisté sur leur importance en physique.

4.2. – Le cours de physique sur les oscillations mécaniques

En introduction, le professeur P annonce aux élèves qu'ils verront de manière plus détaillée l'étude de certains mouvements comme le mouvement rectiligne sinusoïdal, déjà rencontrés en cinématique. Il ajoute aussi, « *n'est-ce pas vous avez vu les équations différentielles en mathématiques ?* ». Le professeur P l'avait auparavant demandé à son collègue M. Après une réponse affirmative des élèves, il ajoute : « *On les avait rencontrées en cinématique, mais on va les revoir dans ce chapitre.* » Après les généralités, avec quelques exemples d'oscillateurs cités, le professeur P aborde les oscillations mécaniques libres non amorties avec le cas du pendule élastique horizontal, objet principal de notre observation. Après description du système, l'équation différentielle régissant le mouvement du solide est établie, par application du théorème du centre

d'inertie. Soit : $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$. Ayant identifié le

type d'équation, les élèves ont commencé à faire le lien avec le cours de mathématiques en parlant de résolution et en proposant même la solution générale : $x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$. Ap-

paremment surpris par la réaction des élèves, le professeur P leur dit : « *Non ! Vous ne vous rappelez pas, on l'a vue en cinématique* ». Il reprend alors la solution qu'ils avaient admise en cinématique sans démonstration : $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi_x)$, et l'écrit au tableau sans

donner suite à celle qui est proposée par les élèves et qui, pourtant, est correcte (voir Annexe 4). Les élèves, surpris peut-être eux aussi,

sont restés coi pendant un moment. Le professeur P a ensuite déterminé les constantes ω_0

(pulsation propre) et T_0 (période propre). La

représentation graphique de la fonction $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi_x)$ est faite et le cours sur le

pendule élastique horizontal se termine par une étude énergétique.

Le professeur P pense avoir correctement exploité l'interdisciplinarité mathématiques-physique car « *les élèves ont fait la leçon en mathématiques* » et que « *cette équation on l'avait vue en cinématique* ». Les savoirs semblent transférés lorsque « *[il] leur [a] simplement demandé de rappeler la solution* » et que les élèves n'ont pas eu de « *difficultés à leur niveau dans ce qu'on a fait.* »

5. – Analyse croisée des cours observés

Pour le cours de mathématiques déroulé par le professeur M, nous en tirons que des difficultés d'ordre didactique n'y sont pas apparues, du moins si l'on doit se limiter dans le cadre des mathématiques. Au terme de la leçon, les objectifs spécifiques et par conséquent l'objectif général du professeur semblent être atteints. À l'occasion des évaluations formatives, les élèves ont réussi à corriger les exercices proposés par le professeur M. En termes de niveau de difficultés, la résolution de ces exercices exige plus que ce qui les attend dans le cours de physique. Pour le cours de physique, après que le professeur P a établi l'équation et s'est accordé avec les élèves sur sa nature, il s'est trouvé que les attentes de ces derniers ne coïncidaient pas avec ses intentions. Pour les élèves, la logique serait qu'après avoir obtenu une équation dont ils ont maintenant appris la résolution, ils doivent la résoudre pour aboutir à la solution alors que le profes-

seur P n'en voit pas la nécessité. Mais il se trouve ici une rupture entre les deux cours

puisque, pour la même équation : $\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$,

la solution utilisée en physique : $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$, pour des raisons internes à

la discipline, se présente différemment, du point de vue de la forme, de celle que donne la résolution directe établie en cours de mathématiques : $x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ et proposée

par les élèves.

Dans cette situation, les trois parties que sont le professeur P, le professeur M et les élèves ne se sont pas entendues. Les attentes des élèves vis-à-vis du professeur P n'ont pas été satisfaites lors de la formulation de la solution. Il y a eu une rupture entre les contenus des deux cours. Nous notons cependant que ces attentes ne sont jamais explicitées ni par les élèves, ni par le professeur P. Malonga (2008) avait constaté une rupture entre mathématiques et physique mettant en exergue l'existence de deux méthodes d'Euler de résolution des équations différentielles : une méthode pour les mathématiciens et une autre pour les physiciens. Pour cette étude-ci, il s'agit moins d'une différence de méthode que d'une différence de forme, mais non explicitée.

6. – Discussions

Bien qu'étant par essence une discipline expérimentale, la physique est étroitement liée aux mathématiques qui lui fournissent une base théorique solide sur laquelle reposent un grand nombre de ses lois et concepts et dont elle a besoin pour la compréhension, l'analyse et la résolution de problèmes. Les équations différentielles, objet mathématique, sont un

outil capital pour la physique. Les méthodes de résolution restent pratiquement les mêmes et obéissent généralement à la démarche mathématique même si on rencontre parfois des méthodes de résolution approchées souvent utilisées en physique. Suivant le type de problème de physique, les équations et les solutions peuvent se présenter sous une forme ou sous une autre permettant à chaque fois de mieux appréhender la réalité, selon le contexte. Toutefois, le soubassement mathématique doit être partagé avec les élèves.

Pour cette étude, il a été constaté que le même type d'équations différentielles ainsi que les solutions correspondantes, s'écrivent d'abord avec des lettres différentes mais surtout prennent des formes différentes selon le contexte physique ou mathématique (Annexe 4). Si aucun des enseignants de mathématiques ou de physique n'explicite l'existence de ces deux formes possibles et que chacun reste cloîtré dans son domaine, cela peut constituer un obstacle au transfert des savoirs. Le professeur M, avait certes dit aux élèves qu'ils ne devraient pas avoir de difficultés en physique parce qu'ils venaient de traiter les différents types d'équations et que les méthodes de résolution restent identiques en mathématiques et en physique. Mais il n'avait peut-être pas conscience que dans le cours de physique, la résolution peut ne pas être réellement un objectif d'apprentissage et que surtout les solutions peuvent se présenter explicitement sous des formes différentes. Sur la présente situation, si le professeur M avait pris le soin de montrer aux élèves que la solution : $x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ est utilisée en physique

sous la forme : $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$, l'écueil

survenu dans le cours de physique pourrait être évité. D'autant que le passage de la solution $x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ à la solution

$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ est traité en exercice dans le manuel de mathématiques (Taïrou et al, 1999, p.330). Le professeur P à son niveau, à défaut de résoudre l'équation, pouvait à la limite examiner d'abord la solution proposée par les élèves, et ensuite procéder à la transformation trigonométrique pour avoir la solution telle qu'elle est généralement présentée en physique et expliquer les correspondances entre variables mathématiques et grandeurs physiques. Enfin, il est intéressant de justifier l'intérêt, en physique, de présenter la solution sous la forme $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$. En effet, cette écriture permet de mieux mettre en évidence les constantes X_m , ω et φ et de saisir leur sens

physique. Elle facilite également l'exploitation des représentations graphiques où l'amplitude, la période, et les déphasages entre grandeurs cinématiques abscisse x , vitesse v et accélération a sont plus explicites. Plus tard, les élèves retrouveront en électricité une situation analogue entre les grandeurs intensité i et tension u . Cette démarche aurait permis au professeur P de retourner justifier les solutions qui ont été données en cinématique car on peut admettre qu'en début d'année scolaire, les élèves n'avaient pas encore appris les équations différentielles et par conséquent n'avaient pas suffisamment de matière pour aller au fond des choses. Elle aurait permis aux élèves de s'approprier l'usage des équations différentielles dans les problèmes de physique et de s'affranchir des tâtonnements, parce qu'ils auraient acquis un savoir de type méthodologique. Ainsi les différences apparentes au niveau des équations différentielles entre physique et mathématiques seraient très probablement clarifiées. À l'issue de ce cours, les élèves devaient manifestement être en mesure de réaliser le rôle capital des équations différentielles comme langage mathématique fondamental, permet-

tant de décrire et de prédire l'évolution de différents phénomènes physiques. Aussi, par rétroaction, ils doivent prendre conscience que la physique donne véritablement du sens aux mathématiques en les rendant concrètes. En effet, rien n'est donné de soi, tout est acquis.

Pour que les savoirs soient intériorisés par les élèves afin de rendre le transfert efficace, les procédures et démarches doivent être bien maîtrisées. Pour cela, elles doivent surtout être explicitées entre les deux cours. Les professeurs de mathématiques et de physique, dans le contexte de la série S1 où les mathématiques et la physique sont les deux disciplines dominantes, doivent être conscients des enjeux inter-didactiques entre ces deux disciplines.

Ce constat remet donc sur la table la lancinante problématique de l'interdisciplinarité et la nécessité de collaboration, particulièrement entre enseignants de mathématiques et ceux de physique. Un traitement pertinent et efficace d'un objet de savoir aussi complexe et utile que les équations différentielles ne doivent pas faire l'économie d'un regard interdisciplinaire pointu. D'autant que pour les phénomènes d'oscillations, les notions connexes telle que la période ont déjà théoriquement un sens dans le cours de mathématiques car les fonctions solutions en question sont des fonctions périodiques. Ainsi une interaction bien coordonnée entre professeurs de mathématiques et professeurs de physique peut rendre l'enseignement-apprentissage plus significatif. Ce qui, pour reprendre Bachelard, permet d'aider « *l'esprit qui prétend concilier les mathématiques et l'expérience, les lois et les faits* » (Bachelard, 1938, p. 7) La collaboration entre professeurs des deux disciplines est donc indispensable pour l'exécution des programmes de physique et de mathématiques afin d'assurer une meilleure jonction des savoirs mathématiques avec les savoirs phy-

ANALYSE DES OBSTACLES LIÉS AU TRANSFERT
DES MATHÉMATIQUES EN PHYSIQUE : EXEMPLES
DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DANS
L'ÉTUDE DES OSCILLATIONS MÉCANIQUES DANS
UNE CLASSE DE TERMINALE S1 AU SÉNÉGAL

siques dont ils sont inextricablement liés. Les enseignants doivent se préparer à aider leurs élèves à briser les murailles disciplinaires et à mieux appréhender la complexité de certains phénomènes. Pour cela, ils doivent les initier au transfert des savoirs qui « *n'a rien de spontané, mais doit au contraire être didactiquement construit* ». (Astolfi, 2010, p. 95). Les mathématiques ne doivent pas constituer une barrière pour la physique, mais plutôt un pont.

Pour permettre aux acteurs de mieux se retrouver sur les attentes du contrat didactique, les programmes d'enseignement pourraient être encore plus précis sur leurs indications. Au lieu de se limiter à dire que les professeurs de physique doivent travailler en collaboration avec leurs collègues de mathématiques, formuler exactement ce qu'il convient de faire à tel ou tel niveau. Comme le précise Astolfi et al (1997) le contrat didactique doit préexister à la situation didactique. Par exemple pour le cas des oscillations, recommander au professeur de physique de demander à son collègue de mathématiques de faire la transformation trigonométrique même si c'est en travaux dirigés, ou bien de le faire lui-même. Il s'agit là d'une prise de conscience et d'une reconsidération de la dimension épistémologique et interdisciplinaire entre mathématiques et physique.

Conclusion

Au cours de cette étude, les attendus des programmes de mathématiques et de physique de niveau TS1 ont été examinés et les films des cours observés synthétisés. Les observations ont été analysées et discutées. Les résultats montrent que les élèves semblent maîtriser la résolution d'équations différentielles dans le contexte des mathématiques mais le processus de transfert pour les réinvestir dans le contexte de la physique n'a pas connu de succès. Le

professeur M pouvait faciliter le transfert en précisant la possibilité d'avoir les solutions sous d'autres formes après une transformation trigonométrique. Quant au professeur P, après avoir établi l'équation différentielle, il pouvait faire le rapprochement avec les résultats établis en cours de mathématiques et proposés par les élèves. En s'appuyant sur les analogies et en expliquant les transformations, il aurait facilité l'intégration des acquis en mathématiques dans les contenus de savoir du cours de physique. Cette approche aide les élèves à ne pas s'installer dans une logique de compartimentalisation des savoirs. À côté du résultat établi par Malonga (2008) montrant une différence de méthode entre praticiens de mathématiques et ceux de physique sur la résolution d'équations différentielles, cette étude-ci met en évidence le fait qu'à partir d'une même méthode de résolution, les solutions peuvent se présenter sous différentes formes. L'une des solutions est démontrée en mathématiques et l'autre admise en physique, mais sans que cette dissemblance ne soit explicitée aux élèves dans aucun des deux cours.

Les programmes peuvent aussi aller plus loin en s'orientant vers le mode d'intégration que Roegiers appelle « regroupement de disciplines en thèmes intégrateurs ». Il s'agit d'une forme d'intégration qui, pour des disciplines qui poursuivent des objectifs complémentaires, exploite cette complémentarité en fusionnant les apprentissages relatifs à ces disciplines à l'occasion de modules que l'on construit pour l'apport des différentes disciplines (Rogiers, 2001, p.111). Cette orientation aiderait certainement à éviter les isolements disciplinaires afin de mieux aborder certains contenus d'enseignement-apprentissage complexes par un éclairage interdisciplinaire. Par exemple, des séances de cours ou travaux dirigés sur les équations différentielles planifiées suivant une orientation interdisciplinaire et co-animées en

présence du professeur de mathématiques et celui de sciences physiques pourraient permettre de faire le point sur les similitudes et les dissimilitudes entre les deux disciplines. C'est effectivement par une bonne intégration des concepts mathématiques dans l'enseignement des sciences physiques qu'il est possible d'aider les élèves à mieux comprendre comment les concepts physiques sont liés aux mathématiques. Corrélativement, cela donnerait plus de sens aux savoirs mathématiques très souvent perçus par les élèves comme abstraits.

Moustapha THIAM

Inspecteur de l'Enseignement Moyen
Secondaire / Physique – Chimie,
Inspection d'Académie de Saint-Louis – Sénégal
Cergy Paris Université LDAR – France

Abdou DIOUF

Inspecteur de l'Enseignement Moyen
Secondaire / Mathématiques,
Inspection d'Académie de Fatick – Sénégal

Emmanuel ROLLINDE

Professeur des Universités
Didactique de la Physique
Cergy Paris Université LDAR – France

Assia NECHACHE

Maître de Conférences
Didactique des Mathématiques
Cergy Paris Université LDAR – France

Références bibliographiques

Artaud, M. (1999). « *Conditions et contraintes de l'existence des mathématiques dans l'enseignement général. Permanences et évolutions.* », Petit x, 50,23-28.

Astolfi, J.-P. (2010). *La saveur des savoirs. Disciplines et plaisir d'apprendre.* ESF éditeur.

Astolfi, J.-P., Darot, E., Ginsburger-Vogel, Y., & Toussaint, J. (1997). *Mots clés de la didactique des sciences. Repères, définitions, bibliographies.* De Boeck Université.

Bachelard, G. (1965). *L'activité rationaliste de la physique contemporaine.* PUF.

Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique.* Contribution à une psychanalyse de la connaissance objective. Vrin.

Brousseau, G. (1986). *Fondement et méthodes de la didactique des mathématiques.* Recherche en didactique des mathématiques, 7(2), 7-31. La Pensée Sauvage.

Chesné G.-F. & Yebbou, J. (2023). « *L'enseignement des mathématiques : des enjeux aux apprentissages des élèves* ». Revue internationale d'éducation de Sèvres, (pp. 57-67). OpenEdition Journals

Kane, S., Ndiaye, P., Dia, S. (2024). *PHYSIQUE Term S.* Collection KANDIA, Edition Clairafrique.

Malonga, M-F. (2008). *Interactions entre les mathématiques et la physique dans l'enseignement secondaire en France : cas des équations différentielles du premier ordre. Histoire et perspectives sur les mathématiques.* « Thèse de doctorat ». Université Denis Diderot, Paris 7.

Poincaré, Henri. (1970). *La Valeur de la science*, Paris, Flammarion.

Roegiers, X. (2001). *Une pédagogie de l'intégration. Compétence et intégration des*

ANALYSE DES OBSTACLES LIÉS AU TRANSFERT
DES MATHÉMATIQUES EN PHYSIQUE : EXEMPLES
DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DANS
L'ÉTUDE DES OSCILLATIONS MÉCANIQUES DANS
UNE CLASSE DE TERMINALE S1 AU SÉNÉGAL

acquis dans l'enseignement. Bruxelles :
De Boeck Université.

Taïrou, A. ; Barry, A-K. ; Kouadio, J. ; Raza-
findranovona, O-T. ; Rey, P. ; Sanhouidi,
J. ; Traoré, S. ; Tsoumtousa, J. (1999).
MATHEMATIQUES Terminale SM. Col-
lection InterAfricaine de Mathématiques.

Tomasino, A., Fontaine, G. & Paul J-C.
(1989). *PHYSIQUE TERMINALE C-E*.
Editions Nathan. Paris.

Ministère de l'Éducation Nationale (MEN).
Inspection Générale de l'Éducation et de
la Formation (IGEF). Programme sénéga-
lais de mathématiques 2006.

Ministère de l'Éducation Nationale (MEN).
Inspection Générale de l'Éducation et de
la Formation (IGEF). Programme sénéga-
lais de sciences physiques 2008.

Annexes

Annexe 1 – Grilles d'observation utilisées pendant le cours de mathématiques

INSPECTION D'ACADEMIE DE

CRFPE



GRILLE D'OBSERVATION D'UNE LEÇON

Prénoms : Département :

Nom : Etablissement :

Grade : Classe :

Discipline : Effectifs :

Date : Horaire : De h... mn à h... mn

Critères	Indicateurs	Oui	Non	Observations du formateur
OBJECTIFS	Les objectifs figurent sur la fiche de préparation			
	Les objectifs sont en adéquation avec le programme			
	Les objectifs sont communiqués aux élèves			
	Les objectifs sont atteints			
SUPPORTS	La fiche existe			
	Le professeur utilise les supports à bon escient			
DEROULEMENT DU COURS	Le professeur commence le cours par les pré requis			
	La voix du professeur est audible			
	La voix du professeur est intelligible			
	Le professeur interroge les élèves sans discrimination			
	Le professeur circule entre les rangées			
	Le tableau est correctement utilisé			
	Le cours est bien structuré vers les objectifs			
	Le temps est bien géré			
	La trace écrite existe			
	Les élèves participent au cours			
	Le plan du cours est cohérent			
	Le professeur maîtrise sa classe			
CONTENUS	Le contenu est exact			
	Les notions et concepts sont conformes aux objectifs			
	Le professeur maîtrise le contenu			
METHODES	Le professeur fait participer les élèves			
	Il y a interaction entre les élèves			
	Les élèves sont acteurs			
	Le professeur pose des questions variées et pertinentes			
	Le professeur réagit aux questions des élèves			
EVALUATION	Le professeur traite les erreurs des élèves			
	Le professeur évalue progressivement			
	Les évaluations sont conformes aux objectifs			
	Le professeur donne du travail à faire à la maison			
GESTION ADMINISTRATIVE	Le cahier de texte est bien tenu (*)			
	Le professeur fait l'appel			

	1	2	3	Observations
Le professeur évoque-t-il les liens entre les équations différentielles et leurs applications en physique ?				
Le professeur donne-t-il des exemples d'exercices de physique ?				
L'interdisciplinarité à-t-elle été prise en compte ?				
Les élèves posent-ils des questions en faisant référence à la physique ?				
Les élèves sont-ils préparés pour déjouer les obstacles au transfert ?				

ANALYSE DES OBSTACLES LIÉS AU TRANSFERT
DES MATHÉMATIQUES EN PHYSIQUE : EXEMPLES
DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DANS
L'ÉTUDE DES OSCILLATIONS MÉCANIQUES DANS
UNE CLASSE DE TERMINALE S1 AU SÉNÉGAL

Annexe 2 – Grilles d'observation utilisées pendant le cours de physique

Grille d'observation d'un cours de Sciences et Techniques

Domaines d'observation	Sous Domaines d'observation	Indicateurs de réussite et/ou de conformité	Appréciation			
			1	2	3	4
Le professeur	Expression non verbale	Aisance, dynamisme, enthousiasme...				
		Autorité				
		Occupation spatiale, déplacements...				
	Expression verbale	Voix : Rythme, qualité de l'expression				
		Vocabulaire : -Adaptation du vocabulaire au public				
		-Rigueur du vocabulaire scientifique et technique				
		-Degré de précision				
	Relations avec les élèves	Qualité des échanges : -Capacité d'écoute du professeur				
		-Questionnement (pertinence, fréquence, reformulation)				
		-Utilisation des réponses des élèves				
		-Adaptation aux réactions				
		-Gestion du silence				
		-Stimulations, encouragements, renforcements...				
Les élèves	Répartition	-Aptitude à susciter l'intérêt d'un maximum d'élèves				
		Occupation de l'espace				
	Attention	Au professeur				
		Aux autres élèves				
		Degré de motivation				
	Participation	Réponses aux questions				
		Questions spontanées (posées par les élèves)				
		Implication dans les activités				
		Elaboration collective d'une synthèse				
		Place de la leçon dans la progression				
Les aspects didactiques	Introduction	Contrôle des prérequis				
		Situation déclenchante				
		Problème posé aux élèves				
	Déroulement	Emploi d'une démarche scientifique : hypothèse des élèves				
		Clarté des consignes				
		Diversité des activités proposées				
		Sens des activités pour les élèves				
		Manipulations : -(Si par le professeur) qualité, visibilité				
		-(Si par les élèves) pertinence, sécurité...				
	Conclusion	Contenus : -Maîtrise par le professeur, pertinence				
		Evaluation des acquis (formative...)				
		Synthèse de la séance				
Les aspects pédagogiques	Les objectifs	Travail personnel approprié				
		Capacité à : -Choisir les objectifs d'une séance				
		-Formuler les objectifs de la séance				
		-Respecter les objectifs de la séance				
	Les outils	-Atteindre les objectifs ciblés				
		Capacité à utiliser et varier les outils pédagogiques :				
		-Tableau (clarté, lisibilité, correction...)				
		-Usage du manuel, de fiches, de documents....				
	Prise de note	-Matériel de tout genre : Nature, quantité, qualité...				
		-Pertinence du matériel / aux objectifs				
Les documents administratifs	Le cahier de texte	Temps de cours				
		Capacité à gérer le temps				
		Présentation de la page (lisibilité, soins...)				
		Régularité du remplissage				
		Temps mis par séance (enseignement, TD, exercice...)				
		Traces des évaluations sommatives (pertinence/examens)				
		Progression / Programme /au cours dans l'année				

1 = Très insuffisant

2 = Insuffisant

3 = Satisfaisant

4 = Très satisfaisant

	1	2	3	Observations
Le professeur a-t-il vérifié si les équations différentielles, en tant que prérequis sont maîtrisées par les élèves ?				
Le langage utilisé dans le cours de physique est-il le même que le langage mathématique ?				
Le professeur fait-il des analogies avec les mathématiques en explicitant les liens entre termes mathématiques et notation physique ?				
Le professeur a-t-il initié les élèves au processus de transfert ?				
Les élèves sont-ils en mesure d'utiliser la méthode de résolution mathématique pour traiter les problèmes de physiques ?				

Annexe 3 – extraits des manuels

Exemple de résolution d'équation différentielle dans le manuel de physique (Kane et al., 2024) Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal sur un segment de droite si son abscisse x varie sinusoïdalement en fonction du temps :

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi) \text{ (Tomasino et al, 1989, p.98)}$$

Par dérivations successives, on retrouve l'équation correspondante : $\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

$$\text{Première dérivation : } \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [X_m \cos(\omega t + \varphi)] = -\omega X_m (\sin \omega t + \varphi)$$

$$\text{Deuxième dérivation : } \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d}{dt} [-\omega X_m (\sin \omega t + \varphi)] = -\omega^2 X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{En fin, on additionne : } \underbrace{-\omega^2 X_m \cos(\omega t + \varphi)}_{\frac{d^2 x}{dt^2}} + \underbrace{\omega^2 X_m \cos(\omega t + \varphi)}_{\omega^2 x} = 0$$

On en conclut que $x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ vérifie bien l'équation différentielle $\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$.

Annexe 4 – équivalence des deux formes de solutions utilisées en mathématiques et en physique

En mathématiques	En physique
$y'' + ay = 0$	$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$
$ay'' + by' + cy = 0$	$\ddot{x} + \frac{\lambda}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = 0$

Tableau 1 : L'écriture d'équations différentielles selon la discipline : mathématiques ou physique

En mathématiques	En physique
$y(x) = A \cos x + B \sin x$	$x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$
$y(x) = e^{\alpha x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x)$	$x(t) = X_m e^{-\alpha t} \cos(\beta t + \varphi)$

Tableau 2 : L'écriture de solutions des équations différentielles selon la discipline : mathématiques ou physique (cas où $\Delta < 0$)

La résolution de l'équation différentielle, $\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$, passe par l'écriture de l'équation

caractéristique : $r^2 + \frac{k}{m} = 0$ dont le discriminant : $\Delta = \frac{-4k}{m}$ est toujours négatif. La solution mathématique s'écrit alors comme combinaison additive de deux solutions : $x(t) = A \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + B \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t$, soit $x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ avec $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Une transformation trigonométrique la fait passer à la forme : $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$ plus connue par les physiciens.

En effet, en partant de $x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$,

On pose $\sqrt{A^2 + B^2} = X_m$; $\cos \varphi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}$; $\sin \varphi = \frac{-B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

$$\begin{aligned} x(t) &= \sqrt{A^2 + B^2} \cos \varphi \cos \omega t - \sqrt{A^2 + B^2} \sin \varphi \sin \omega t \\ &= \sqrt{A^2 + B^2} (\cos \varphi \cos \omega t - \sin \varphi \sin \omega t). \end{aligned}$$

Soit : $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$