L'ÉCRITURE DES NOMBRES FRACTIONNAIRES EN FRANCE ET EN ALLEMAGNE : UNE HISTOIRE DE CONSTRUCTION DE NORMES ET DE REPRÉSENTATIONS

Florence SORIANO-GAFIUK[1]

Daniel FISCHER[2]

Résumé. En Allemagne, les élèves savent que l'écriture mixte (ou abrégée) $5\frac{1}{2}$ représente le nombre $5+\frac{1}{2}$. En France, les lycéens ne connaissent pas cette notation et estiment majoritairement que le nombre représenté est $5\times\frac{1}{2}$. Les écoliers français de CM1/CM2, qui n'ont pas encore été exposés au calcul algébrique avec des fractions, tendent en revanche à utiliser spontanément l'écriture mixte. Pour éclairer ces différentes appropriations de notations en Allemagne et en France, cet article vise deux objectifs. Le premier est d'explorer dans quelle mesure ces différences peuvent être expliquées par l'histoire. Le second invite à une réflexion, développée auprès d'étudiants de l'INSPÉ[3], sur l'écriture mixte comme mode instinctif de représentation d'un nombre rationnel strictement supérieur à 1.

Mots-clés. Fraction, notation, Allemagne, système métrique, histoire des mathématiques

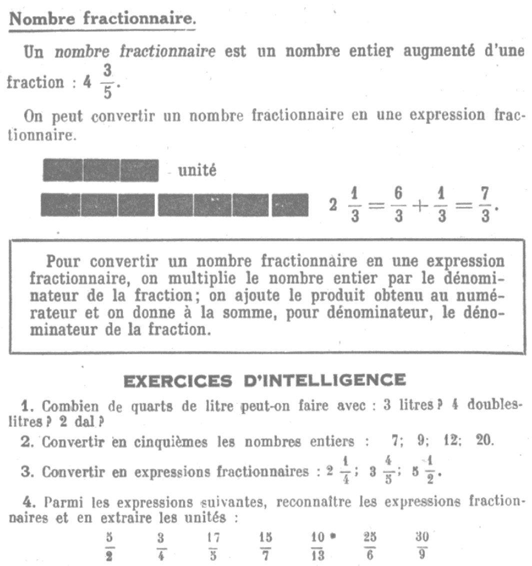
Introduction

Dans les manuels français édités avant la réforme des mathématiques modernes, les nombres fractionnaires désignaient des représentations de nombres rationnels strictement supérieurs à 1 sous la forme de sommes d'un entier naturel et d'une fraction dite propre (c'est-à-dire strictement inférieure à 1). Par exemple, $5+\frac{1}{2}$ est un nombre fractionnaire et $\frac{1}{2}$ une fraction propre. Les écoliers découvraient deux autres écritures du nombre $5+\frac{1}{2}$, d'une part sous la forme d'une fraction impropre $\frac{11}{2}$ (c'est-à-dire strictement supérieure à 1) et d'autre part sous la forme abrégée $5\frac{1}{2}$, dite encore écriture mixte, qui apparaît dans les manuels du XX^e^ siècle pour désigner 5 unités $\frac{1}{2}$.

[1] florence.soriano-gafiuk@univ-lorraine.fr

[2] daniel.fischer@univ-lorraine.fr

[3] INSPÉ : Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation



Nombre fractionnaire.

Un *nombre fractionnaire* est un nombre entier augmenté d'une fraction : $4\frac{3}{5}$.

On peut convertir un nombre fractionnaire en une expression fractionnaire.

$2\frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$.

Pour convertir un nombre fractionnaire en une expression fractionnaire, on multiplie le nombre entier par le dénominateur de la fraction ; on ajoute le produit obtenu au numérateur et on donne à la somme, pour dénominateur, le dénominateur de la fraction.

EXERCICES D'INTELLIGENCE

1. Combien de quarts de litre peut-on faire avec : 3 litres ? 4 doubles-litres ? 2 dal ?

2. Convertir en cinquièmes les nombres entiers : 7; 9; 12; 20.

3. Convertir en expressions fractionnaires : $2\frac{1}{4}$; $3\frac{4}{5}$; $5\frac{1}{2}$.

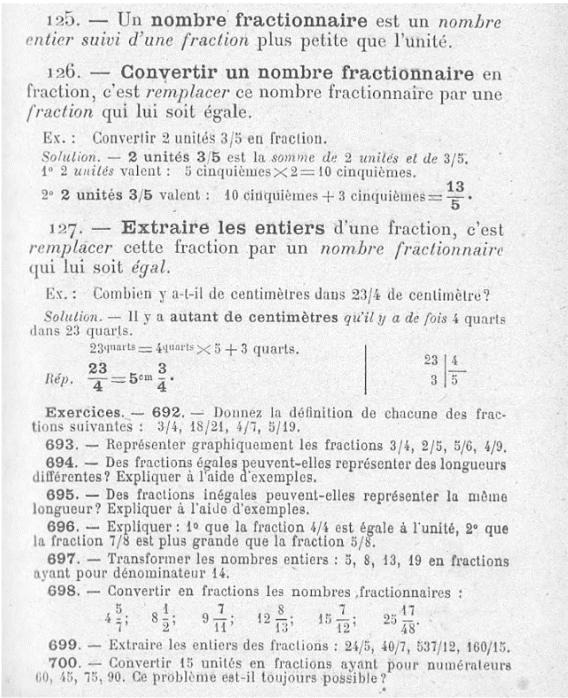
4. Parmi les expressions suivantes, reconnaître les expressions fractionnaires et en extraire les unités :

$\frac{5}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{17}{5}$ $\frac{15}{7}$ $\frac{10}{13}$ $\frac{25}{6}$ $\frac{30}{9}$

Figure 1: Leçon portant sur les nombres fractionnaires (Courtet et Grill, 1962, pp. 160-161)

En France, lorsque les nombres fractionnaires représentent des valeurs de mesures de grandeurs, l'unité est intercalée entre le nombre d'unités et la fraction d'unité – par exemple, pour une longueur de 5 mètres et demie, on écrit 5 m $\frac{1}{2}$. Ce point est illustré dans la figure 2.

Si l'écriture abrégée est aujourd'hui abandonnée en France, elle est toujours présente dans la vie courante des Allemands et est encore enseignée dans les écoles et lycées d'outre-Rhin. À l'instar de ce qui se pratiquait autrefois en France, les manuels allemands actuels incluent, notamment au niveau de la *5. Klasse* (équivalent au CM2 en termes de classe d'âge), des problèmes contextualisés qui intègrent les nombres fractionnaires, mais aussi des tâches de conversions de l'écriture mixte (*gemischte Zahlen* que l'on peut traduire par *nombres mixtes*) vers l'écriture sous la forme d'une fraction impropre (*ein unechter Bruch*) et inversement.



125. — Un **nombre fractionnaire** est un *nombre entier suivi d'une fraction* plus petite que l'unité.

126. — **Convertir un nombre fractionnaire** en fraction, c'est *remplacer* ce nombre fractionnaire par une *fraction* qui lui soit égale.

Ex. : Convertir 2 unités 3/5 en fraction.

Solution. — **2 unités 3/5** est la *somme de 2 unités et de* 3/5.
1° 2 *unités* valent : 5 cinquièmes × 2 = 10 cinquièmes.
2° **2 unités 3/5** valent : 10 cinquièmes + 3 cinquièmes = $\frac{13}{5}$.

127. — **Extraire les entiers** d'une fraction, c'est *remplacer* cette fraction par un *nombre fractionnaire* qui lui soit *égal*.

Ex. : Combien y a-t-il de centimètres dans 23/4 de centimètre ?

Solution. — Il y a **autant de centimètres** *qu'il y a de fois* 4 quarts dans 23 quarts.

$23^{\text{quarts}} = 4^{\text{quarts}} \times 5 + 3$ quarts.

Rép. $\frac{23}{4} = 5^{\text{cm}}\frac{3}{4}$.

$$\begin{array}{r|l} 23 & 4 \\ \hline 3 & 5 \end{array}$$

Exercices. — **692.** — Donnez la définition de chacune des fractions suivantes : 3/4, 18/21, 4/7, 5/19.

693. — Représenter graphiquement les fractions 3/4, 2/5, 5/6, 4/9.

694. — Des fractions égales peuvent-elles représenter des longueurs différentes ? Expliquer à l'aide d'exemples.

695. — Des fractions inégales peuvent-elles représenter la même longueur ? Expliquer à l'aide d'exemples.

696. — Expliquer : 1° que la fraction 4/4 est égale à l'unité, 2° que la fraction 7/8 est plus grande que la fraction 5/8.

697. — Transformer les nombres entiers : 5, 8, 13, 19 en fractions ayant pour dénominateur 14.

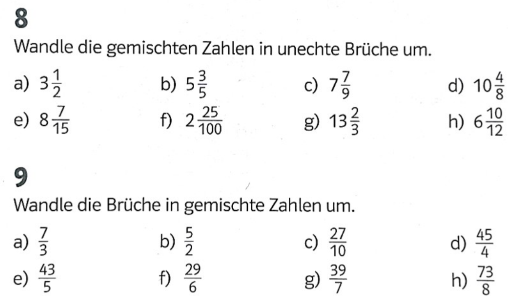
698. — Convertir en fractions les nombres fractionnaires :

$4\frac{5}{7}$; $8\frac{1}{2}$; $9\frac{7}{11}$; $12\frac{8}{13}$; $15\frac{7}{12}$; $25\frac{17}{48}$.

699. — Extraire les entiers des fractions : 24/5, 40/7, 537/12, 160/15.

700. — Convertir 15 unités en fractions ayant pour numérateurs 60, 45, 75, 90. Ce problème est-il toujours possible ?

Figure 2: Autre leçon portant sur les nombres fractionnaires (Mortreux, 1914, p. 83)



8

Wandle die gemischten Zahlen in unechte Brüche um.

a) $3\frac{1}{2}$ b) $5\frac{3}{5}$ c) $7\frac{7}{9}$ d) $10\frac{4}{8}$
e) $8\frac{7}{15}$ f) $2\frac{25}{100}$ g) $13\frac{2}{3}$ h) $6\frac{10}{12}$

9

Wandle die Brüche in gemischte Zahlen um.

a) $\frac{7}{3}$ b) $\frac{5}{2}$ c) $\frac{27}{10}$ d) $\frac{45}{4}$
e) $\frac{43}{5}$ f) $\frac{29}{6}$ g) $\frac{39}{7}$ h) $\frac{73}{8}$

Traduction :

8 - Convertissez les nombres mixtes suivants en des nombres représentés sous la forme de fractions impropres.

9 - Convertissez les nombres représentés par les fractions suivantes sous la forme de nombres mixtes.

Figure 3: Exercices de conversion portant sur les nombres fractionnaires (Homrighausen et al., 2021, p. 137)

Les textes tant institutionnels que scientifiques portant sur l'enseignement d'une discipline dans une langue étrangère préconisent de privilégier, comme supports pédagogiques, des ressources authentiques, autrement dit extraites de documents originellement écrits par des auteurs natifs (Duverger, 2008, §.13). Cette préconisation accrédite l'idée selon laquelle ces ressources véhiculent, par le biais de la langue, la culture d'un pays. Les mathématiques, qui pourraient *a priori* sembler ne reposer que sur un langage universel, sont en réalité également concernées : la manière de se représenter et d'utiliser les nombres et les signes symboliques sont empreintes de cultures particulières, comme l'a démontré Michael C. Frank en étudiant le cas de Mélanésiens et d'Amazoniens (2012). Les notations mathématiques ont une histoire et leur émergence relève de contextes particuliers (Tenenbaum, 2019). Il n'est donc pas surprenant que l'enseignement des mathématiques en langue étrangère soit mis à contribution pour permettre d'atteindre l'un des objectifs premiers des sections européennes : l'ouverture des élèves à la culture de l'autre. Sheils (2002, p. 5) le rappelle dans une *Introduction pratique à l'usage des enseignants* : « L'éducation à la compréhension interculturelle constitue l'une des activités centrales du Conseil de l'Europe pour une meilleure compréhension mutuelle et l'acceptation de la différence dans nos sociétés multiculturelles et multilingues ». Or, l'histoire, parce qu'elle est « prise de conscience par l'homme du processus d'évolution qui l'entraîne, en même temps qu'introduction de l'homme à l'intérieur de ce processus », est « éminemment culture » (Dubuc, 1970, §. 6). À ce titre, et prenant en compte les développements récents de l'histoire sociale des sciences et des savoirs, les contenus enseignés en séances de mathématiques, dont l'écriture symbolique fait partie, ne sont pas indépendants et détachés de toute inscription dans une société, fruit d'une histoire singulière.

L'objectif de cet article est double. Le premier concerne le passé : il vise à entreprendre une archéologie des savoirs enseignés, afin de comprendre la genèse de l'écriture abrégée des nombres fractionnaires et son usage dans les sociétés française et allemande au fil des siècles. Le second concerne le présent : il vise à donner un sens aux différentes interprétations de l'écriture mixte par des élèves français des premier et second degrés, et à développer une réflexion sur la construction d'une réaction enseignante proactive[4] face à des productions d'élèves qui intégreraient de manière spontanée l'écriture mixte.

Comme l'écriture symbolique maintenue au sein d'une société dépend des contenus enseignés à l'école, l'objectif premier de ce travail a exigé la consultation de différents traités d'arithmétique anciens (notamment du XIX^e^ siècle), des instructions et programmes scolaires (notamment du XX^e^ siècle), mais aussi de nombreux manuels scolaires de mathématiques (notamment des XX^e^-XXI^e^ siècles), à chaque fois de part et d'autre de la frontière franco-allemande. Cet article prolonge ainsi les travaux publiés dans les actes de colloque de l'École d'été de didactique de mathématiques (Poisard et Barton, 2007), en accordant davantage de place à deux temps forts de l'histoire permettant de comprendre l'abandon par la France et le maintien par l'Allemagne de l'écriture abrégée des nombreux fractionnaires : la Révolution française et l'industrialisation du XIX^e^ siècle. Les auteurs évoquaient en effet en conclusion de leur communication les « arguments culturels, sociaux, langagiers et même socio-politiques » (*Ibid.*), mais laissaient de côté les logiques économiques en jeu – il s'agit d'un point auquel les pages suivantes remédient. Dans leur article (*Ibid.*), Poisard et Barton se concentrent par ailleurs sur la

[4] La notion de réaction proactive d'un enseignant est attachée au concept d'enseignement micro-adapté (donc en direction de chaque élève) et concerne la capacité de cet enseignant à anticiper les moments situationnels et à être prêt à réagir en temps réel de manière la plus efficace possible (Corno, 2008, p. 163 ; Decristan, 2020, p. 246).

France et la Nouvelle-Zélande, achevant leurs propos en lançant un appel à prolonger leur travail par une ouverture à d'autres pays dont les langues véhiculaires ne sont ni l'anglais, ni le français, ce à quoi nous proposons de répondre en nous intéressant au cas de l'Allemagne.

L'objectif second de ce travail a exigé de lancer une enquête auprès d'un groupe de lycéens, de mettre en place une expérimentation auprès d'une classe d'écoliers de cycle 3 et de recueillir les réactions d'un groupe d'étudiants de première année du Master *Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation,* se destinant au professorat des écoles dans un contexte transfrontalier bilingue franco-allemand. Ces dernières données ont été relevées dans la section 1 avant que la réflexion des étudiants ne soit enrichie des apports historiques développés dans les sections 2, 3 et 4. Les nouvelles réactions des étudiants ont ensuite été récoltées dans la section 5, donc après que la réflexion desdits étudiants a été enrichie des apports historiques susmentionnés. L'article s'achève par une double conclusion (section 6).

1. – L'écriture mixte des nombres fractionnaires éprouvée dans les classes d'aujourd'hui

1.1. – Réactions de lycéens

Une expérience a d'abord été conduite en janvier 2024 auprès de cinquante lycéens, donc auprès d'élèves ayant assurément consolidé la pratique du calcul sur les fractions (MENJ, 2019, p. 5) et donc présentant *a priori* une certaine maîtrise des représentations symboliques des nombres rationnels. Les élèves sondés étaient ceux du lycée Louis Casimir Teyssier à Bitche, une petite ville située à quelques kilomètres de la frontière franco-allemande. L'environnement transfrontalier dans lequel les élèves de Bitche évoluent laissait supposer qu'ils seraient peut-être en mesure de traiter l'exercice énoncé en introduction (*cf.* figure 3), sans être trop gênés par les différences de notation entre la France et l'Allemagne. Interrogés, trente des cinquante lycéens n'ont cependant pas su interpréter l'écriture abrégée des nombres fractionnaires : ils ont en effet considéré que $3\frac{1}{2}$ représente le nombre décimal 1,5, alors que vingt de leurs camarades ont au contraire interprété $3\frac{1}{2}$ comme le nombre décimal 3,5. Cette première expérience laisse entendre que la lecture et la compréhension de l'écriture abrégée des nombres fractionnaires ne sont pas des évidences, mais exigent une certaine connaissance de la culture germanophone.

1.2. – Réaction d'écoliers

Une seconde expérience a ensuite été conduite en mai 2024, dans une classe à double niveau CM1/CM2 de 24 élèves, donc auprès d'un public scolaire qui, d'après les attendus de fin de cursus à l'école élémentaire (MENJ, 2019b, p. 1), a tout au plus appris à « écrire des fractions sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1 ». Cette expérience qui a fait l'objet d'un article (Fischer et Soriano-Gafiuk, 2025) avait été initiée dans l'objectif de faire découvrir aux élèves l'histoire du système métrique. L'intention des deux auteurs était donc détachée du souci d'interprétation des diverses représentations des fractions supérieures à 1. C'est donc en quelque sorte inopinément que la question de l'écriture mixte a émergé à cette occasion.

Les écoliers avaient été invités à mesurer tel qu'il aurait été possible de le faire avant la Révolution française, donc avant le processus de métrification (section 2/), une liste d'objets de l'école en choisissant comme étalons certaines parties du corps. Le recours à la règle graduée et l'usage des nombres décimaux n'étaient donc pas autorisés. Les élèves pouvaient en revanche écrire leurs résultats en utilisant les entiers et les fractions. Aucune autre indication n'avait été apportée concernant la représentation des valeurs estimées.

Les données recueillies sont les suivantes (*Ibid.*) : sur les 24 élèves de la classe, 10 ont arrondi les mesures à l'entier près (par exemple, 3 pouces), 8 (dont Johan) ont écrit en lettres les fractions (par exemple, 2 pouces et demie), 4 (dont Farah) ont utilisé l'écriture abrégée des nombres fractionnaires (par exemple, $5\frac{1}{2}$ pouces) et 2 seulement (dont Noélie) ont recouru à une représentation symbolique actuellement utilisée en France (par exemple, $5+\frac{1}{2}$ pouces). Ce résultat invite à émettre deux suppositions concernant les 14 élèves qui n'ont pas contourné la difficulté en arrondissant à l'entier près. Premièrement, la question de la représentation des nombres fractionnaires se pose réellement. Deuxièmement, l'écriture mixte se présente spontanément comme un mode de représentation symbolique à disposition des écoliers, alors qu'elle disparaît du répertoire des possibilités à partir du collège.

1.3. – Réactions de futurs professeurs des écoles

La troisième expérimentation sonde 20 étudiants de première année du Master *Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation*, parcours professorat des écoles, fréquentant le campus biculturel franco-allemand de l'INSPÉ de Lorraine à Sarreguemines. Il s'agissait pour eux de corriger les productions de Noélie, de Johan et de Farah, les annotations indiquées sur les copies devant être formatives.

Unités de mesure / Objets à mesurer	Le pouce	L'empan	La coudée	Le pied	Le pas
Epaisseur de ton dictionnaire	2				
Longueur du manuel de mathématiques	10	$2\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$.		
Largeur de ta table		$3\frac{1}{4}$.	$1\frac{3}{4}$		
Hauteur du siège de ta chaise		$3\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{4}$		
Largeur de la porte		6	$2\frac{1}{2}$	4	1
Hauteur du tableau			3		
Profondeur de la classe					11

Figure 4: Un exemple de production d'élève soumise à l'évaluation des étudiants : la copie de Farah

Les étudiants ont été regroupés en petits groupes (de 3 à 5 membres) dans le but de cibler une réflexion la plus approfondie possible. Un quadrinôme a par ailleurs rassemblé les étudiants ayant développé une expérience en Allemagne plus avancée (de nationalité allemande, ayant réalisé un séjour ERASMUS ou ayant exercé une activité professionnelle en Allemagne). Dans tous les cas, les membres d'un même groupe ont eu la possibilité d'échanger au sujet des dilemmes que pouvait poser l'évaluation des productions d'élèves, avant de corriger individuellement les copies. Pour cela, une note sur 14 devait être apposée selon les consignes suivantes : 1 point insécable par mesure plausible, mais 0 point en cas de distorsion apparente entre ce que l'élève voulait écrire et ce qu'il a réellement écrit. Chaque étudiant devait ensuite apporter une appréciation générale et expliquer tous les choix opérés en écho aux réactions possibles face aux productions des élèves.

Les trois élèves Noélie, Johan et Farah ont été choisis pour la diversité des notations utilisées dans leurs productions : Noélie écrivait

« $3+\frac{1}{4}$ », Johan optait pour « 3 et un quart », et Farah recourait (sans le savoir) à l'écriture mixte « $3\frac{1}{4}$ ». C'est cependant la copie de Farah qui a suscité le plus d'échanges et d'interrogations chez les étudiants : puisqu'il semblait que les réponses de Johan devaient être acceptées, était-il si choquant de valider les notations retenues par Farah ? Ces hésitations se retrouvent dans le relevé statistique des 20 notes (notes sur 14) : la moyenne de la série est de 10,25, l'étendue de 8, l'écart-type d'environ 3,35 et la médiane de 10,5. Les appréciations apportées par les étudiants ont également été très disparates et ont permis, *in fine*, de dégager trois catégories d'étudiants : les premiers (ils sont 3) considèrent spontanément l'écriture mixte comme acceptable, les seconds (ils sont 9) regrettent l'absence du signe +, la mentionnent et la pénalisent fortement, et les derniers (ils sont 8) se sont polarisés sur les valeurs numériques sans vraiment relever l'absence du signe +. Une remarque peut être ensuite formulée. La première catégorie n'a finalement concerné que des étudiants ayant développé une forte expérience avec l'Allemagne – il s'agit de fait d'étudiants sensibilisés à l'interculturalité, et donc ouverts à la diversité des approches.

L'étape suivante consiste à faire découvrir aux étudiants que la disparition des nombres fractionnaires en France et la résistance de ces nombres en Allemagne sont étroitement liées aux intérêts de chacun des deux pays durant la révolution économique du XIXe siècle. Dans ce cadre, une formation en histoire, dont les contenus sont présentés dans les sections 2/ et 3/, a été dispensée aux étudiants afin que ces derniers puissent mesurer que les mathématiques ne sont pas un langage intangible et universel et que les notations peuvent évoluer au fil des siècles et selon les territoires. L'intention finale est de proposer aux étudiants de réagir à nouveau à la production de Farah, cette fois-ci de manière proactive – puisque, en règle générale, il est préférable d'appréhender les situations dans leur ensemble pour décider de manière éclairée. Les étudiants, par ailleurs, peuvent relier la coexistence d'écritures différentes en mathématiques à des problématiques rencontrées dans une autre discipline : le français, où le « juste » et le « faux » ne sont pas toujours évidents à déterminer. Dans cette matière, les réformes de l'orthographe – du XVIIe siècle à celle de 1990 (Pellat, 1995) – ont fait coexister des graphies rectifiées de certains mots et des orthographes anciennes, non moins licites, ce qui place les enseignants face à un dilemme d'évaluation le plus souvent résolu par une position d'équilibre entre la fixité et l'évolution, construite selon un « rapport personnel et professionnel au code et à la norme sociale orthographique » et composant « avec cette dernière de manière singulière » (Combaz-Champlaine, 2020, p. 53). Ainsi, les apports d'une science sociale comme l'histoire sont de nature à éclairer non seulement l'émergence, la diffusion, la disparition ou la résistance d'usages mais aussi d'identifier les étapes de l'élaboration et des redéfinitions d'une norme, auxquels les enseignants et évaluateurs contribuent par leur choix.

2. – Vers la naissance du système métrique décimal

2.1. – Des nombres fractionnaires aux nombres décimaux (avant le XVIe siècle)

Les fractions sont utilisées dès l'Antiquité et leur écriture symbolique n'a cessé d'évoluer au fil des siècles. Dans le *Liber Abbici* (1202) du mathématicien Fibonacci, leur représentation recourt à une écriture qui peut être qualifiée de « mixte » – il s'agissait par exemple de représenter le nombre $7+\frac{5}{12}$ par $\frac{5}{12}7$. Plus généralement, le nombre

$$13+\frac{9}{20}+\frac{5}{12\times 20}=\frac{3233}{240}$$

était représenté par $\frac{5\ 9}{12\ 20}13$, écriture qui trouvait un sens chez les marchands et arpenteurs de l'époque, comme en témoignent les deux exemples suivants. En effet, dans un système de monnaie médiéval où la livre (*librae*) est équivalente à 20 sols (*solidus*) et le sol à 12 deniers (*denarius*), 3233 deniers valent exactement 13 livres 9 sols 5 deniers puisque le nombre fractionnaire $\frac{5\ 9}{12\ 20}13$ représente la fraction $\frac{3233}{240}$. De la même façon, dans un système métrique où le pas (*passus*) est équivalent à 5 pieds (*pes*) et le pied à 16 doigts (*digitus*), 313 doigts valent exactement 3 pas 4 pieds 9 doigts, puisque le nombre fractionnaire $\frac{9\ 4}{16\ 5}3$ représente $3+\frac{4}{5}+\frac{9}{16\times 5}=\frac{313}{80}$. À présent, si l'on se place dans le système international des unités de longueur actuellement utilisé, 2 743 centimètres valent 2 décamètres 7 mètres 4 décimètres 3 centimètres, puisque $\frac{3\ 4\ 7}{10\ 10\ 10}2$ représente $2+\frac{7}{10}+\frac{4}{10^2}+\frac{3}{10^3}=\frac{2743}{1\,000}$. L'écriture optée par Fibonacci apparaît dans ce dernier cas moins utile, la représentation décimale du nombre 2743 donnant directement la décomposition de 2743 mètres dans le système international d'unités. Ces remarques laissent entendre qu'il existe peut-être un lien entre la disparition de l'écriture abrégée des nombres fractionnaires et l'usage du système international d'unités, point qui sera démontré sans la section 4.1.

Les fractions décimales, c'est-à-dire les fractions de dénominateur une puissance de 10, tardent à trouver un véritable écho en Europe. Il faudra attendre le XVI^e siècle pour qu'un mathématicien de renommée appelle à employer, avant les fractions sexagésimales, les fractions décimales dont il démontre l'utilité : « En mathématiques les soixantièmes et les soixantaines doivent être d'un usage rare ou nul. Au contraire les millièmes et les mille, les centièmes et les centaines, les dixièmes et les dizaines doivent être d'un usage fréquent ou constant », explique le mathématicien français François Viète dans un *addendum* à son ouvrage de trigonométrie *Canon Mathematicus* (1571-1579) (Dedron et Itard, 1959, p. 290). C'est cependant le comptable et mathématicien belge Simon Stevin qui, par son ouvrage *La Disme* (1585) adressé aux « Astrologues, Arpenteurs, Mesureurs de tapisserie, Gavieurs, Stereometriens en general, Maistres de monnoie, et à tous Marchans » (Stevin, 1585, p. 824), est parvenu à vulgariser les nombres décimaux en proposant à ses lecteurs d'alléger leurs calculs, et pour cela, de représenter la fraction décimale $\frac{2\ 3\ 5}{10\ 10\ 10}89$ par 89⓪5①3②2③ (*Ibid.*, p. 292). Cette écriture permet effectivement de mener des calculs tels qu'ils sont aujourd'hui conduits avec les nombres décimaux, c'est-à-dire en « les aiouftant felon la vulgaire maniere d'aioufter nombre entiers » (Stevin, 1585, p. 832).

2.2. – Des nombres décimaux au système métrique décimal (après le XVI^e siècle)

L'avenir des nombres décimaux se joue au XVII^e siècle lorsque le roi Louis XIV ordonne la création de l'Académie royale des sciences, puis l'exécution d'une carte de France « suffisante aux besoins d'un pays de la seconde moitié du XVII^e siècle » (Débarbat et Quinn, 2019, p. 7). S'exécutant afin de satisfaire les désirs du roi, l'astronome Jean Picard se heurte cependant au manque d'uniformité des unités de mesure d'une région à une autre, alors que lui-même travaille avec des mesures de référence invariables (*Ibid.*).

Durant le XVIII^e siècle, « les missions [géodésiques et gravimétriques] lointaines se succèdent sous l'égide de l'Académie des sciences ». Les savants engagés ne manquent pas « de remarquer les complications générées par la diversité des références » et « l'importance d'une unification des mesures » (*Ibid.*). Malgré ces appels récurrents de la communauté scientifique, il existe en France, au début de la Révolution, près de 2000 unités de mesure différentes qui ont cours sur l'ensemble du territoire français, fixées arbitrairement par les seigneurs (Guedj, 2000, p. 7). Prenant des noms liés à la morphologie du corps (le pouce, l'empan, le pied), à un mouvement (le pas), à un travail (une fauchée) ou à un transport (l'ânée), on les retrouve dans toutes les provinces de France. Mais cette apparente uniformité cache en réalité le fait qu'un même nom peut recouvrer des quantités très différentes. Dans la région d'Angoulême, il existe *a minima* dix mesures différentes de l'aune.

Dans la nuit du 4 août 1789, au même moment où la féodalité et les privilèges étaient abolis, le privilège d'étalonnage du roi est supprimé, ouvrant ainsi la voie à une réforme sur la métrification du territoire national, que le député Charles-Maurice de Talleyrand-Périgord défend avec ferveur. Ce travail autour de la définition de nouvelles unités de mesure, qu'on souhaite universelles et intemporelles, est confié à l'Académie des sciences. Le 19 mars 1791, Borda, Condorcet, Lagrange, Laplace et Monge remettent leur rapport et définissent trois principes à suivre :

- la décimalisation : les multiples et sous-multiples d'une même mesure doivent être des puissances de 10, alors que précédemment une division par 12 (le pied valant 12 pouces par exemple) était courante ;
- les unités choisies doivent être conventionnellement liées entre elles, l'unité de longueur déterminant les autres[5], à l'exception de l'unité de temps ;
- l'unité de longueur, bientôt baptisée mètre, serait élaborée à partir du globe terrestre : il devra s'agir du dix-millionième du quart du méridien terrestre (Dhombres, 1989 ; Guedj, 2000).

C'est ainsi que le gramme, le litre, le franc et le mètre sont instaurés par décret du 1^er août 1793, pour une entrée en vigueur le 1^er juillet 1794, avec inspections policières dans les boutiques pour la vérification de l'utilisation des nouveaux poids et mesures à partir de 1795 (Dhombres, 1989, p. 1011).

3. – Propagation du système métrique décimal (XIX^e siècle)

3.1. – Un processus ambitionné, mais qui se heurte à la résistance des populations

Imposée par les pouvoirs publics, la métrification n'est pas adoptée par la population qui cherche à l'éviter pour maintenir ses habitudes. Au début du XIX^e siècle, cette résistance populaire incite Napoléon I^er à revenir sur ses premières positions : il prend « une mesure rétrograde » (*Ibid.*) par le décret du 12 février 1812, faisant l'objet d'un arrêté du 28 mars 1812 par le ministre de l'Intérieur, appelant à la tolérance, dans le commerce de détail notamment, pour les dénominations anciennes et les équivalences approximatives (*Ibid.*). L'arrêté précise toutefois que le système décimal s'impose pour les dénominations publiques : « *Le système légal sera aussi (tous*

[5] Le gramme est alors défini comme la masse d'un centimètre cube d'eau et le litre comme la contenance d'un décimètre cube d'eau : un litre d'eau a donc une masse d'un kilogramme. Quant au système monétaire, il repose désormais sur le système de numération de base 10.

les usages publics étant exclus de ces adaptations) seul enseigné, dans toute son intégrité, dans les écoles primaires » (extrait de l'article 13) (*Ibid.*). Après nombre de rapports et discussions à la Chambre des Députés, est promulguée la loi du 4 juillet 1837 qui abroge le décret de 1812 et rend obligatoire le système métrique décimal, en usage exclusif en France à partir du 1er janvier 1840. Cette loi annonce la fin programmée de la cohabitation des deux systèmes de mesure (métrique et impériale). La substitution des anciennes mesures par des nouvelles, initiée en 1790, devient réalité cinq décennies après le début de la Révolution française.

En 1851, à Londres, à l'occasion de la première exposition universelle, la nécessité d'unification s'impose de nouveau face à « l'immense variété de produits envoyés de toutes les contrées du monde, et dont la valeur, ainsi que les quantités, étaient rapportées à toutes sortes d'étalons de mesure (…). Les expositions universelles suivantes, Paris 1855 et 1867 et Londres 1862, confirmèrent et amplifièrent ce besoin » (Pello, 2024). Lors de ce dernier évènement, la conférence géodésique internationale se prononce pour que soit conclu un traité international visant « l'unification internationale et le perfectionnement du Système métrique ». C'est ainsi que la *Convention du Mètre* qui prévoit notamment la création du *Bureau International des Poids et Mesures* (BIPM) est signée le 20 mai 1875 à Paris par 17 États, douze d'entre eux étant États fondateurs dont la France, l'Allemagne, l'Espagne et l'Italie. Certains États restent cependant sur la réserve : « Eh bien, ce qui était de la part de la France le résultat d'une conviction philosophique désintéressée a pu être considéré dans quelques pays étrangers comme une prétention à la suprématie », explique-t-on en France (Conseil supérieur, 1872, p. 279). Pourtant, la Société industrielle de Mulhouse, par exemple, ne cesse de rappeler dans son bulletin les avantages du système métrique, posant le problème de l'Angleterre, la nation « la plus industrialisée » qui fonctionne à l'époque avec le yard et la livre anglaise : « c'est de là que viendra la grande difficulté qui fera obstacle à l'unification générale » (1873, p. 221 ; 1879).

Finalement, durant le XIXe siècle, la métrification « à tous les temps, à tous les peuples » (Bigourdan, 1901, p. 179-180) se présente comme un processus ambitionné par les autorités françaises, mais dont l'adoption est parfois superficielle en raison des résistances passives de la population préférant utiliser les mesures habituelles, soit contestée par des États qui entendent s'opposer à l'influence française. Ce dernier point est mis en évidence dans la section suivante.

3.2. -Un processus au cœur des enjeux économiques

À la fin du XVIIIe siècle, en Angleterre, puis en France, en Allemagne, et enfin aux États-Unis, l'activité économique évolue très vite, passant « d'une économie essentiellement agraire à une production de biens manufacturés à grande échelle » (MEF, 2024). La révolution économique génère alors l'implantation de nombreuses usines et, pour le fonctionnement de ces dernières, la fabrication de nouvelles structures et de nouvelles machines. Cette dynamique économique suscite une forte demande en matériaux pour la fabrication de « composants importants dans les domaines de l'ingénierie et de la construction » (*Ibid.*).

Par exemple, au début du XIXe siècle, les filets (structures hélicoïdales utilisées pour la fabrication des matériaux de type écrous, boulons, rondelles, rivets…) sont encore fabriqués à la main, ce qui génère deux difficultés : d'une part, la production n'est pas suffisante pour pouvoir répondre à la demande, et d'autre part, « chaque entreprise produit ses propres fils, écrous et boulons, de sorte que le marché est rempli d’un grand nombre de tailles de fils différentes, ce qui pose beaucoup de problèmes aux fabricants de machines » (Lanejoy, 2018). L’harmonisation des mesures des pas-de-vis se présente alors comme un véritable défi pour le développement industriel des sociétés, un défi que les ingénieurs britanniques et états-uniens se sont attachés à relever (Maurin, consulté en 2024). En 1919, en Allemagne, la *Deutsches Institut für Normung* (DIN) propose cependant une nouvelle standardisation en prenant le meilleur des filetages alors existants, mais en s’appuyant cette fois-ci sur le système métrique. Les deux guerres mondiales du XX^e^ siècle établiront l’urgente nécessité d’une standardisation internationale : la norme ISO sera créée comme l’aboutissement d’une combinaison du meilleur de la norme DIN et des normes unifiées anglo-américaines (*Ibid.*).

Le XIX^e^ siècle est ainsi traversé par deux mouvements contraires : alors que la France s’attache à propager dans le monde le système métrique comme standardisation du système de mesure des longueurs, les pays anglophones s’appuient sur le système d’unités impériales pour relever des défis techniques en vue d’une standardisation mondiale des mesures dans des domaines essentiels pour le développement industriel. L’adoption du système métrique connaît alors une forte opposition des ingénieurs états-uniens dans de nombreuses filières d’avenir telles que le génie civil et le ferroviaire. « Pendant que les savants français travaillaient à l’élaboration de ce système décimal de mesures interchangeables, les meilleurs parmi les mécaniciens américains résolvaient le problème de la fabrication de machines avec des pièces interchangeables. », déclare, par exemple, en 1874 une association états-unienne de maîtres mécaniciens des chemins de fer (Mihm, 2022, p. 55). Aussi, même si des projets de loi en faveur du système métrique sont défendus auprès du Congrès des États-Unis, le mouvement anti-métrique est trop fort dans ce pays.

Dans ce double processus, l’Allemagne se positionne entre deux eaux, s’imposant comme l’un des États fondateurs de la *Convention du Mètre* du 20 mai 1875, tout en participant au mouvement qui vise la standardisation des normes des filetages (par exemple[6]) et qui s’appuie pour cela sur le système d’unités impériales. Aujourd’hui encore, ce positionnement d’entre-deux de l’Allemagne reste une réalité, comme en attestent les rayons de matériaux avec filets dans certaines enseignes de bricolage (*cf.* figure 5).

Figure 5: Dans une enseigne de bricolage, à Zweibrücken

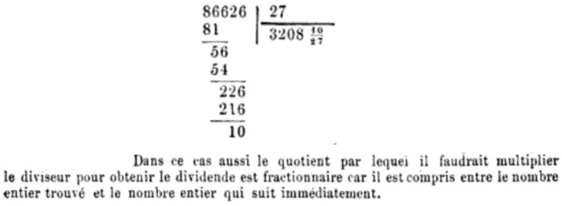
La prochaine section vise à étudier l’effet de l’adoption du système métrique sur l’enseignement des nombres fractionnaires dans les écoles et établissements scolaires – puisqu’un système a besoin, pour être adopté par la population, d’être enseigné auprès des plus jeunes (Brian, 1994).

[6] La standardisation des normes dans le domaine de la tuyauterie constituait un autre enjeu économique essentiel.

4. – L’enseignement des nombres fractionnaires

4.1. – En France, la disparition de l’écriture abrégée

Jusqu’au début des années 1900, la propagation du mètre se poursuit et les nombres fractionnaires demeurent présents dans les traités d’arithmétique de l’époque (dont nombre d’entre eux sont consultables sur *books-google.com*) pour notamment désigner le quotient de deux entiers.



86626 | 27
81 | $3208\frac{10}{27}$
56
54
226
216
10

Dans ce cas aussi le quotient par lequel il faudrait multiplier le diviseur pour obtenir le dividende est fractionnaire car il est compris entre le nombre entier trouvé et le nombre entier qui suit immédiatement.

Figure 6: Extrait de (Bergmans, 1890, pp. 31-32)

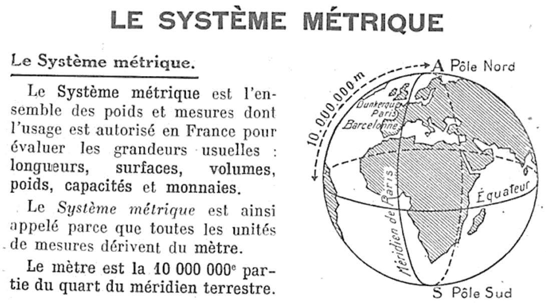


Figure 7: L’usage exclusif du mètre rappelé dans un manuel (Courtet et Grill, 1962, p. 44)

Les nombres fractionnaires et leur écriture abrégée, considérés comme faisant « si souvent le désespoir des élèves » (Ministère de l’instruction publique, 1888, p. 704), voient leur utilisation remise en question au début du XXe siècle. En 1939, Brache et Dumarqué (p. 45) émettent notamment l’observation suivante qui s’avère, par ailleurs, toujours d’actualité : « Il ne faut pas écrire la somme $5+\frac{3}{4}$ sous la forme abrégée $5\frac{3}{4}$, car elle prête à confusion avec le produit $5\times\frac{3}{4}$, qu’on écrit en abrégé $5\frac{3}{4}$. » Parallèlement, l’école s’attache à rappeler sans cesse que le système métrique est bien l’unique système de mesure autorisé.

Cette volonté d’imposer, sur tout le territoire national français, l’usage exclusif d’un système de mesure qui prend appui sur le système de numération de base 10 s’accompagne d’un renoncement à enseigner les fractions, au niveau de l’école élémentaire, au profit des nombres décimaux : « en un certain sens, l’usage des nombres décimaux a remplacé celui des fractions » (Chatelet et *al.*, 1955, p. 86), ou encore, les fractions ont une importance « beaucoup moins grande dans le calcul usuel, de la vie courante et même de la science de l’ingénieur, ou de la physique » (*Ibid.*). Quant aux nombres fractionnaires qui trouvaient leur légitimité dans les systèmes d’unités d’antan (section 2.1), ils perdent alors leur pertinence et leur utilité : « dans le langage d’avant le Système métrique, on aurait employé une fraction pour désigner les centièmes : 4 m et 55 centièmes ; ou 4 m et 55/100 ; ou 4 m 11/20 », alors qu’avec le processus de métrification, il est d’usage d’écrire 4,55 mètres (*Ibid.*, p. 84). L’étude de ce corpus de manuels anciens permet *in fine* de considérer cette incitation à faire disparaître des nombres fractionnaires dans les années 1950 comme l’ultime étape de l’adoption du système métrique décimal.

Cependant, jusqu’aux années 1960, les nombres fractionnaires (avec leur écriture abrégée) sont toujours présents dans certains manuels de mathématiques de l’école élémentaire. Pourtant, leur résistance est une nouvelle fois mise à mal par la décision de l’*Organisation for European Economic Cooperation* (OEEC devenue l’OCDE en septembre 1961) de réformer l’enseignement des mathématiques. Cette ambition conduit en effet, sous l'influence française du bourbakisme, à l'intégration dans les programmes officiels de concepts abstraits (Leterrier, 1971, p. 338). C'est ainsi que l'écriture abrégée qui trouvait au contraire sa place dans une approche concrète des nombres fractionnaires et qui se présentait finalement comme un vestige d'un ancien système dont la France ne voulait plus, disparaît à la faveur de la réforme des mathématiques modernes pour ne plus jamais réapparaître dans les programmes officiels.

4.2. – En Allemagne, le maintien de l'écriture abrégée

En Allemagne, la présence de l'écriture abrégée des nombres fractionnaires dans le quotidien de la population se manifeste, au fil des siècles, dans des réalités concrètes, comme la production par la *Deutsche Reichs-Post* d'un timbre postal portant en son centre l'écriture symbolique $2\frac{1}{2}$.

Figure 8: Timbre postal allemand (1872)

Présents dans les traités d'arithmétique du XIX^e^ siècle et les manuels scolaires du début du XX^e^ siècle, les nombres fractionnaires tendent, comme en France, à disparaître des ouvrages pédagogiques durant la période relative à la réforme des mathématiques modernes. Cette évolution est conomittante de deux sorties de guerre (celle des années 1920 et celle des années 1940) qui ont conduit à une mise à distance, par les Allemands eux-mêmes, des schémas et modèles germaniques traditionnellement suivis. À ces époques, « les mathématiques françaises convenaient bien plus » aux mathématiciens germanophones « que la tradition allemande. » (Tydecks, 1986). Malgré tout, quelques années plus tard, lorsque l'enseignement des mathématiques modernes déclina, les Allemands reprirent leurs habitudes et réintroduirent les nombres fractionnaires, avec les notations abrégées, dans les manuels scolaires de mathématiques.

5. – Réaction pro-active face à l'usage spontané de l'écriture mixte par les élèves

5.1. – Les nouvelles réactions des étudiants de l'INSPÉ

Après le récit de ces éléments historiques, les étudiants sarregueminois ont été invités à reprendre, s'ils le jugeaient utile, l'évaluation de la production de Farah. C'est ainsi que de nombreuses modifications ont été apportées, même si les paramètres statistiques ont en revanche peu évolué :

La moyenne des notes est passée de 10,25 à environ 11,79 – les étudiants se sont donc montrés globalement plus généreux, soit plus tolérants quant à l'usage de l'écriture abrégée ;

L'écart-type est passé des valeurs approximatives 3,35 à 2,99, et l'étendue de 8 à 7 – les différences de point de vue sont donc restées fortes ;

La médiane est passée en revanche de 10,5 à 13 – il y a en effet à peu près deux fois plus de notes doublées que de notes réduites de moitié.

Pour une réflexion plus approfondie, il est certainement utile de revenir sur les trois catégories d'étudiants dégagées lors de l'analyse de la première évaluation.

Les trois étudiants qui considéraient spontanément l'écriture mixte comme acceptable sont restés tolérants et n'ont pas modifié les notes. Ils estiment en effet que les intentions des élèves étaient d'additionner l'entier et la fraction, que l'absence du signe « + » était liée à un problème de codage, et que cela peut motiver la tolérance de l'évaluateur encouragé à attribuer les points. La formation offerte aux étudiants accrédite à leurs yeux l'idée qu'il n'y a pas lieu de pénaliser un élève recourant spontanément à l'écriture mixte, celle-ci ayant une profondeur historique et continuant d'être pratiquée dans un pays voisin.

Parmi les neuf étudiants qui avaient fortement pénalisé Farah, aucun d'entre eux n'a fait le choix de maintenir une mauvaise note. Au contraire, ils ont tous opté pour l'attribution de meilleures notes à l'issue de la seconde évaluation. Regrettant initialement l'absence du signe + dans l'écriture des nombres fractionnaires, la formation les a conduits à se repositionner clairement : ils ont doublé les notes de Farah, considérant désormais que l'écriture mixte peut être acceptée. Lors du débat, une étudiante s'exprime pour dire que les apports historiques l'ont encouragée à finalement considérer les réponses de Farah comme acceptables puisqu'elles « reposent juste sur un autre langage, et qu'il est toujours intéressant de montrer aux élèves qu'il existe d'autres langages ». Tout au plus les étudiants ont-ils ajouté eux-mêmes le signe « + » à la production de Farah ou ont-ils rappelé en remarque l'intérêt de se conformer aux usages qui seront attendus au collège, à savoir l'ajout du signe + pour éviter une confusion entre somme et produit.

L'enquête laisse enfin apparaître le troisième profil d'étudiants, celui des huit qui, n'ayant pas prêté attention aux notations, avaient attribué une bonne note dès la première étape. Parmi ces huit étudiants, la première moitié a choisi de maintenir la note de Farah et la seconde de l'abaisser.

Cette première analyse laisse finalement émerger une sensibilité marquée des étudiants à tolérer des notations qui auraient été autrefois acceptées ou qui le sont encore de l'autre côté de la frontière. Toutefois, lors des échanges qui ont suivi l'expérience, les étudiants ont pris conscience de l'importance d'ajuster leur bienveillance à la nécessité de préparer les élèves aux enseignements de mathématiques dispensés au niveau du collège. La section suivante vise donc à établir un juste équilibre dans la réponse à apporter.

5.2. – Construction d'une réaction pro-active

L'ensemble de ce travail a montré que, contrairement à ce qu'il était possible de penser, la notation abrégée des nombres fractionnaires peut être spontanément introduite par des élèves de cycle 3. Or, dès lors qu'une erreur peut être anticipée, le professeur des écoles a la possibilité de se préparer à y faire face. L'objet de ces lignes vise donc la construction d'une réaction enseignante proactive, anticipant les erreurs des élèves et d'éventuels dilemmes d'évaluateur.

Tout d'abord, face aux difficultés de certains élèves à exprimer de manière symbolique la somme d'un entier et d'une fraction, l'enseignant pourra expliquer qu'il s'agit d'une extension aux fractions de l'usage du signe + entre nombres entiers (ou décimaux). Des exercices de remédiation peuvent être programmés dans ce sens. Ensuite, il est crucial de prévenir les élèves que l'écriture abrégée entraînera, avec le temps, de la confusion et qu'en l'occurrence, elle ne sera pas acceptée au niveau du collège. Quant à la note à attribuer à la copie de Farah, il est impossible de donner une réponse générale sans connaître le niveau d'avancement de la classe dans la progression des enseignements – il est en outre normal d'être plus indulgent avec les élèves de CM1, surtout s'ils en sont au début des apprentissages sur les fractions, qu'avec les élèves de CM2.

Après appropriation des éléments historiques énoncés dans cet article, il est possible pour l'enseignant d'aller plus en amont dans la construction de sa réaction. En outre, les élèves sont généralement sensibles aux retours qu'ils reçoivent, et un simple « c'est faux » peut être perçu comme un jugement susceptible d'affecter leur confiance en soi. Or, le fait que l'écriture abrégée ait été utilisée durant des siècles par les savants français, allemands et d'ailleurs, et qu'elle soit encore enseignée dans les *Gymnasium* (établissements du second degré allemands), montre clairement qu'un recours spontané à une telle représentation des nombres fractionnaires n'est en aucun cas le signe d'un manque de logique. L'expliquer aux élèves, c'est finalement valoriser leur travail en transformant une faiblesse en réussite, et ainsi renforcer leur engagement dans les apprentissages, sans toutefois perdre en ligne de mire l'objectif final : conduire la classe à une utilisation exclusive des notations conformes aux programmes scolaires français.

Bien entendu, une attention particulière doit être portée sur le cas des classes ou sections inscrites dans des dispositifs d'enseignement approfondi de l'allemand, où les mathématiques sont enseignées dans la langue de Goethe. Les élèves peuvent alors être amenés à travailler sur des ressources authentiques et, ainsi, à s'approprier de nouvelles notations. Lors de tels enseignements, il est essentiel que les différences culturelles avec l'Allemagne ne soient pas abordées de manière trop superficielle ; dans le cas contraire, ces apports s'avèreront finalement un peu inutiles puisqu'ils ne permettront pas de comprendre l'autre et donc de s'ouvrir à la différence. En outre, un parallèle peut être fait avec le signe de multiplication que les écoliers allemands notent avec un point médian « · » (notation suggérée par Leibniz), et non avec la croix de Saint André « × » (Soriano-Gafiuk, 2023). Une professeure de l'école biculturelle de la Blies, à Sarreguemines, expliquait à ce sujet :

> *Les élèves connaissaient déjà le point de multiplication (..). Ils le considéraient néanmoins comme une étrangeté allemande… Ils ont été impressionnés en découvrant que, derrière cette notation, se cachait une histoire vraie (..). Avant la séance portant sur Leibniz, certains élèves en difficulté m'interpellaient : « C'est quoi ce point maîtresse ? ». Je leur répondais : « Mettez une croix dessus si ça vous dérange ! ». Les élèves s'exécutaient. Maintenant, ils n'en ont plus envie. Même moi, je suis un peu frustrée d'avoir répondu cela aux élèves, je regrette. (..) On ne prend pas le temps de comprendre l'origine des choses et c'est bien dommage ! (Ibid., p. 81).*

6. – Conclusion

Les sections qui viennent d'être développées ambitionnaient de répondre à deux questions. La première visait à contextualiser de manière historique et culturelle l'usage de l'écriture mixte des nombres fractionnaires. La seconde ambitionnait de construire une réflexion sur une réaction enseignante proactive face à des élèves qui, spontanément, utiliseraient l'écriture abrégée.

Concernant le premier point, les éléments suivants ont été établis. Pour des raisons politiques et économiques, la France, pionnière de la décimalisation, a choisi, après un temps de cohabitation des mesures impériales et métriques, l'abandon de l'usage des nombres fractionnaires comme étape nécessaire au processus de propagation du système métrique décimal. Pour les mêmes raisons, mais avec des intérêts différents, les États-Unis et la Grande-Bretagne ont, à l'inverse de la France, construit la pertinence de la fidélité à des nombres fractionnaires sur lesquels s'appuie l'ingénierie de l'innovation, comme celle des filetages, en standardisant certaines mesures. Aujourd'hui, nombre d'auteurs s'interrogent sur la non-adoption, encore actuelle, du système décimal métrique par ces deux pays anglophones. La réponse, selon S. Mihm (2022), est à trouver dans ce que les économistes appellent la *path dependency*, un concept selon lequel l'état actuel des systèmes économiques est fortement tributaire des décisions et développements passés. « Si par exemple on dispose de canalisations pour l'eau et le pétrole mesurées dans un système en pouces et que les voies ferrées et le matériel roulant reposent sur ce système, alors on aura du matériel physique pour un système en pouces pendant des décennies. », explique également T. Taylor (2023). L'Allemagne, comme la France et les États-Unis, a également joué sa propre partie : elle a clairement adopté le système décimal métrique, mais n'a cependant trouvé aucun intérêt à effacer les nombres fractionnaires des usages de la vie courante.

Concernant le second point, les expériences conduites ont révélé que l'adoption spontanée de l'écriture mixte par des élèves de cycle 3, qui n'ont pas encore bénéficié de cours d'algèbre, pose un dilemme à leurs professeurs et aux évaluateurs de leurs productions. Certes, une copie n'est jamais facile à noter. Toutefois, elle est toujours à considérer dans un contexte tenant en compte de l'avancement de la classe dans la progression des enseignements d'une part, et les finalités poursuivies dans l'intérêt de l'élève d'autre part. Quant aux apports historico-culturels, ils permettent de relativiser certaines erreurs de notation, tout en contribuant d'une manière plus générale à ouvrir les élèves à la diversité culturelle, et ainsi à les sensibiliser à la tolérance dans un monde de plus en plus interconnecté.

Florence SORIANO-GAFIUK
Université de Lorraine
IECL – UMR 7502,
INSPÉ – Campus biculturel Franco-allemand de Sarreguemines,

Daniel FISCHER
Université de Lorraine,
CRULH, F-57000 Metz, France,
INSPÉ – Campus biculturel franco-allemand de Sarreguemines.

Sources

Brachet, F. et Dumarqué, J. (1939). *Arithmétique, Algèbre, Géométrie* (Classe de cinquième, 1[ère] année d'enseignement primaire supérieur). Delagrave.

Chatelet, A., Bompard, M., Adam, M., Bey, G., Brandicourt, S., Fabiannu, M., Godier, A. et Maillary, Ch. (1955). Enseignement de l'arithmétique. *Cahiers de pédagogie moderne*. Bourrelier.

Conseil supérieur du Commerce, de l'Agriculture et de l'Industrie (1872). *Enquête sur la question monétaire*. Dépositions : procès-verbaux des délibérations du Conseil Supérieur ; résumé de l'enquête ; documents ; tables. Vol. 2. Imprimerie Nationale.

Courtet, B. et Grill, C. (1962). *Arithmétique (Cours Moyen)*. Les Éditions de l'école.

Homrikeiten, H., Lehmann, D., Sandmann, R. et Stockburger, B. (2021). *Komplett Trainer Mathematik (5. Klasse) – Gymnasium – Der komplette Lernstoff*. Klett.

Leterrier, L. (1971). *Programmes, Instructions. Nouvelle édition 1971 établie par R. Léger et H. Leclercq*. Hachette.

Mortreux, X. et Mortreux, O. (1914). *Arithmétique pratique et raisonnée (Cours Supérieur) – 3582 exercices et problèmes*. Eugène Belin.

Société industrielle de Mulhouse (1873). *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse*, 43.

Société industrielle de Mulhouse (1879). *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse*, 49.

Stevin, S. (1625). *La Disme. Enfeignant facilement expedier par nombres entiers fans rompuz, tous comptes fe rencontrans aux affaires des Hommes* (A. Girard, Trad.).

Références bibliographiques

Bergmans, C. (1890). *Traité d’arithmétique élémentaire.* Hector Manceaux.

Adler, K. (2015). *Mesurer le monde. L’incroyable histoire de l’invention du mètre*. Flammarion.

Bigourdan, G. (1901). *Le système métrique des poids et mesures.* Gauthier-Villars.

Bodin, A. (2005). *Informations et réflexions sur le volet mathématique de l’étude PISA*. Site de l’APMEP.

http://www.apmep.asso.fr/rubrique.php3?id_rubrique=114

Brian, E. (1994). *La mesure de l’État. Administrateurs et géomètres au XVIII*[e] *siècle*. Albin Michel.

Combaz-Champlaine, C. (2020). Les rectifications orthographiques de 1990 comme révélateurs du rapport des enseignants à l’orthographe. *Glottopol. Revue de sociolinguistique en ligne*, 33, 43-56.

http://doi.org/10.4000/glottopol.559

Corno, L. (2008). On Teaching Adaptively. *Éducational Psychologist,* 43 (3), 161-173.

https://doi.org/10.1080/00461520802178466

Débarbat, S. et Quinn, T. (2019). Les origines du système métrique en France et la Convention du mètre de 1875, qui a ouvert la voie au Système international d’unités et à sa révision de 2018. *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences – Physiques*, 20(1-2), 6-21.

Decristan, J. (2020). Differenzierung und Adaptivität als zwei Konzepte einer Individuellen Förderung von Schülerinnen und Schülern mit unterschiedlichen Lern – und Leistungsständen. In C. Fischer, C. Fischer-Ontrup, F. Käpnick, N. Neuber, C. Solzbacher & P. Zwitserlood (Hrsg.), *Begabungsförderung, Leistungsentwicklung, Bildungsgerechtigkeit – für alle !*, 241-256. Waxmann. doi:10.31244/9783830990666

Dedron, P. et Itard, J. (1959). *Mathématiques et mathématiciens*. Magnard.

Dhombres, N. (1989). Système métrique et décimalisation. Dans A. Soboul (dir.). *Dictionnaire historique de la Révolution française*, PUF (1010-1012).

Dubuc, A. (1970). Histoire et culture ou plaidoyer en faveur de l’enseignement de l’histoire. Dans M. Allard, A. Lefèbvre *et al., L’histoire et son enseignement,* Presses de l’Université du Québec, 25-29 ; 32-34

Duvergé, J. (2008). Interculturalité et enseignement de DNL dans les sections bilingues, ou les apports possibles des DNL en matière d'interculturalité. *Tréma. Revue internationale en sciences de l'éducation et didactique*, 30, 31-38.

Duvillié, B. (1999). *Sur les traces de l'Homo mathematicus – Les mathématiques avant Euclide – Mésopotamie – Égypte – Grèce*. Ellipses.

Fischer, D. et Soriano-Gafiuk, F. (2025). Histoire du système métrique. *Au fil des maths*, 555, 38-47.

Frank, M.-C. (2012). Cross-Cultural differences in representations and routines for exact numbers. *Language Documentation & Conversation, Special Publication 5*, 219-238.

Guedj, D. (2000). *Le mètre du monde*. Le Seuil.

Lanejoy, S. (2018). *Histoire de boulons*. Shenzhen Lanejoy Technologie Cie.
https://www.precision-hardware-factory.-com/info/history-of-bolts-29105858.html

Maurin, E. (2025, 16 janvier). *Un peu d'étymologie et d'histoire*. fixation.emile-maurin.fr.
https://fixation.emile-maurin.fr/custom/images/rtf/un-peu-etymologie-histoire-fixation-fix-ldoc34.pdf

MENJ (2019a). Programme d'enseignement de mathématiques de la classe de seconde générale et technologique. *Bulletin officiel spécial n°1 du 22 janvier* 2019, Annexe.
https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/95/7/spe631_annexe_1062957.pdf

MENJ (2019b). Repères annuels de progression, cycle 3, Mathématiques. *Bulletin officiel spécial n°22 du 29 mai* 2019, Annexe 23.
https://eduscol.education.fr/document/14026/download

Ministère de l'Économie et des Finances (MEF) (2025, 16 janvier). *La révolution industrielle.* economie.gouv.fr.
https://www.economie.gouv.fr/facileco/revolution-industrielle

Mihm, S. (2022). Inching toward Modernity : Industrial Standards and the Fate of the Metric System in the United States. *Business History Review*, 96(1), 47-76. doi:10.1017/S0007680521000751

Pellat, J.-C. (1995). Norme et variation orthographique au XVII[e] siècle. *Scolia : Sciences Cognitives, Linguistiques et Intelligence Artificielle*, 3*,* 245-260.
https://doi.org/10.3406/scoli.1995.889

Pello, R. (2024, 7 mai). *La convention du mètre*. Association Mesure Lab – Pour la diffusion de la culture métrologique.
https://mesurelab.fr/wp/metrologie/histoire-de-la-metrologie/la-convention-du-metre/

Poisard, C., & Barton, B. (2007). L'enseignement des fractions en France et en Nouvelle – Zélande. Sainte Livrade
https://hal.science/hal-01086478

Sheils, J. (2002). Préface. Dans : Byram, M., Gribkova, B. et Starkey, H. (2002). *Développer la dimension interculturelle de l'enseignement des langues – Une introduction pratique à l'usage des enseignants.* Conseil de l'Europe.

Soriano-Gafiuk, F. (2023). La multiplication de deux entiers : empreinte de l'histoire sur les savoirs enseignés dans les écoles élémentaires françaises et allemandes. *Synergies Pays germanophones*, 16*,* 75-93.

Tenenbaum, G. (2019). *Des mots & des maths*. Odile Jacob.

Taylor, T. (2023). Pourquoi les États-Unis n'ont pas adopté le système métrique ? *Vox-Fi. Les voix de la finance.* https://www.finance-gestion.com/vox-fi/pourquoi-les-etats-unis-nont-pas-adopte-le-systeme-metrique/

Tydecks, W. (1986). *Neuere Geschichte der Mathematik in Deutschland – Mathematik der Natur*.

http://www.tydecks.info/online/math_natur_deu.html