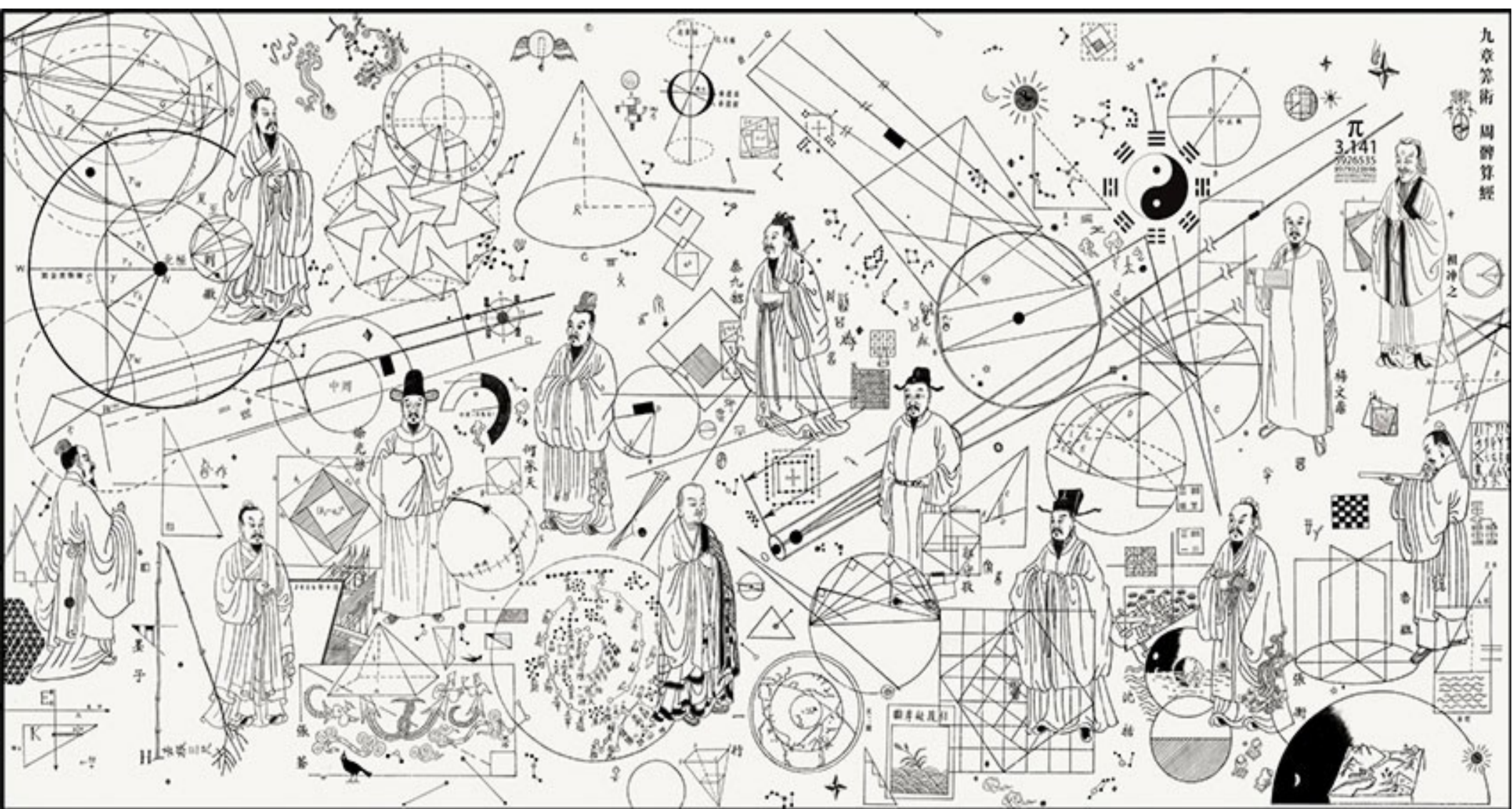


Neuf Chapitres Trois Quarts

Ressources en ligne sur les Mathématiques Chinoises



Plan

1. Présentation du groupe et du projet
2. Aperçu du projet et des Neuf Chapitres
3. Discussions

Plan

1. Présentation du groupe et du projet
2. Aperçu du projet et des Neuf Chapitres
3. Discussions

Présentation du groupe

Histoire et enseignement des mathématiques



- Jérôme Capitan (Collège François Truffaut, L'Isle d'Abeau)
- Ludovic Jollet (Collège La Pierre Aiguille, Le Touvet)
- Anne Jorioz (Collège Le Beaufortain, Beaufort sur Doron)
- Jean-Baptiste Meilhan (Institut Fourier, UGA)

Travaux du groupe

Histoire et enseignement des mathématiques



- > Mathématiques Mésopotamiennes
- > Numération Maya
- > Chine – première lecture de Neuf Chapitres il y a 2 ans, travail resté en jachère

Et si on essayait un « blog » ?

- > expérimentons...
- > accessible gratuitement & librement
- > un *journal* – traces du processus de travail
(fiches de lectures)
- > structure arborescente, non linéaire
- > étiquetages des articles, liens internes & externes
- > illustrations & cartes (diaporama), fiches pdf

Et si on essayait un « blog » ?

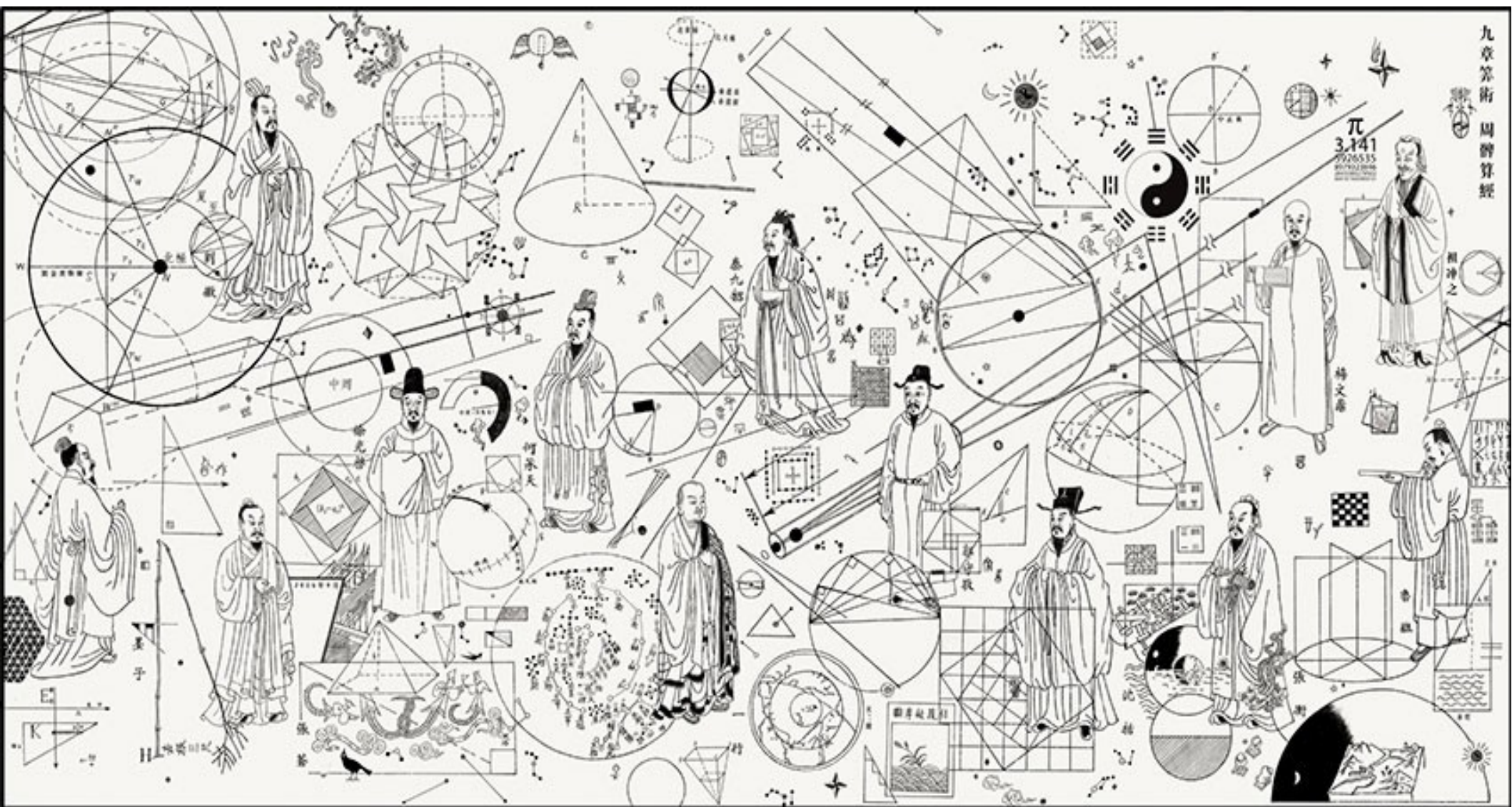
> expérimentons...

<https://neuftroisquart.wordpress.com/>

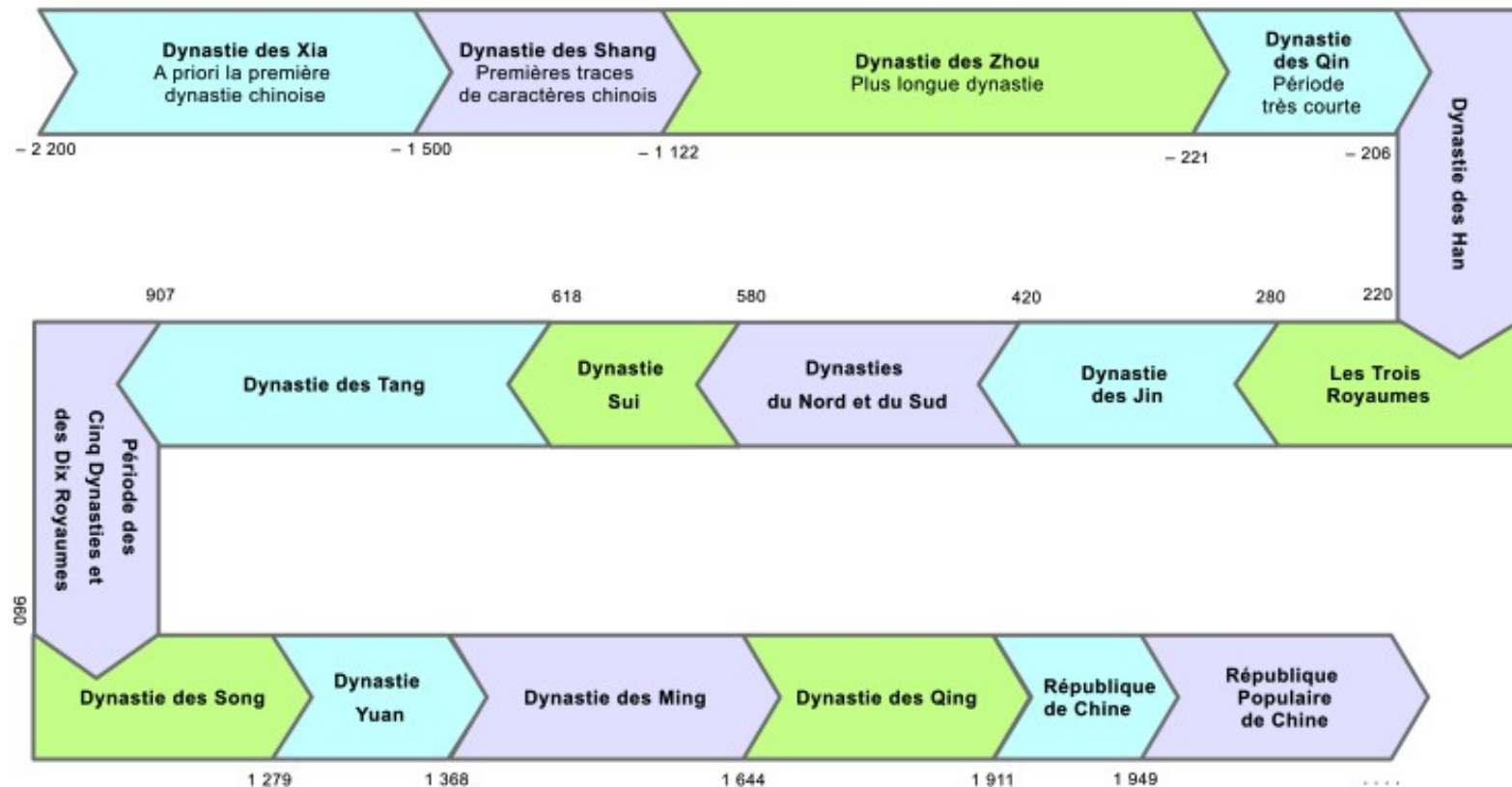
(accessible depuis le site de l'IREM, merci benjamin !)

Un survol des Neuf Chapitres

Le classique des Mathématiques Chinoises



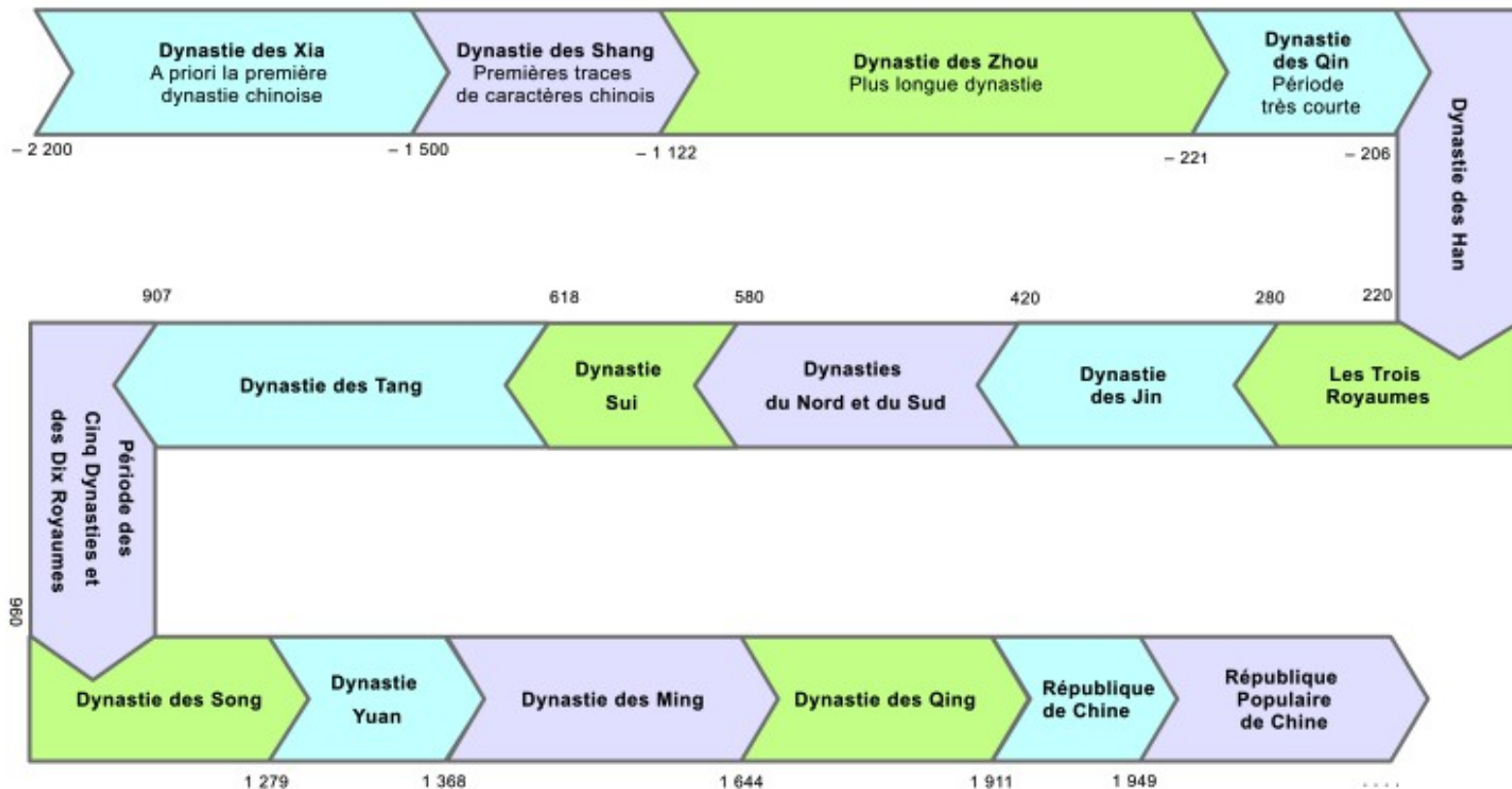
Aperçu historique



Aperçu historique



Os oraculaires
(env. -1200)

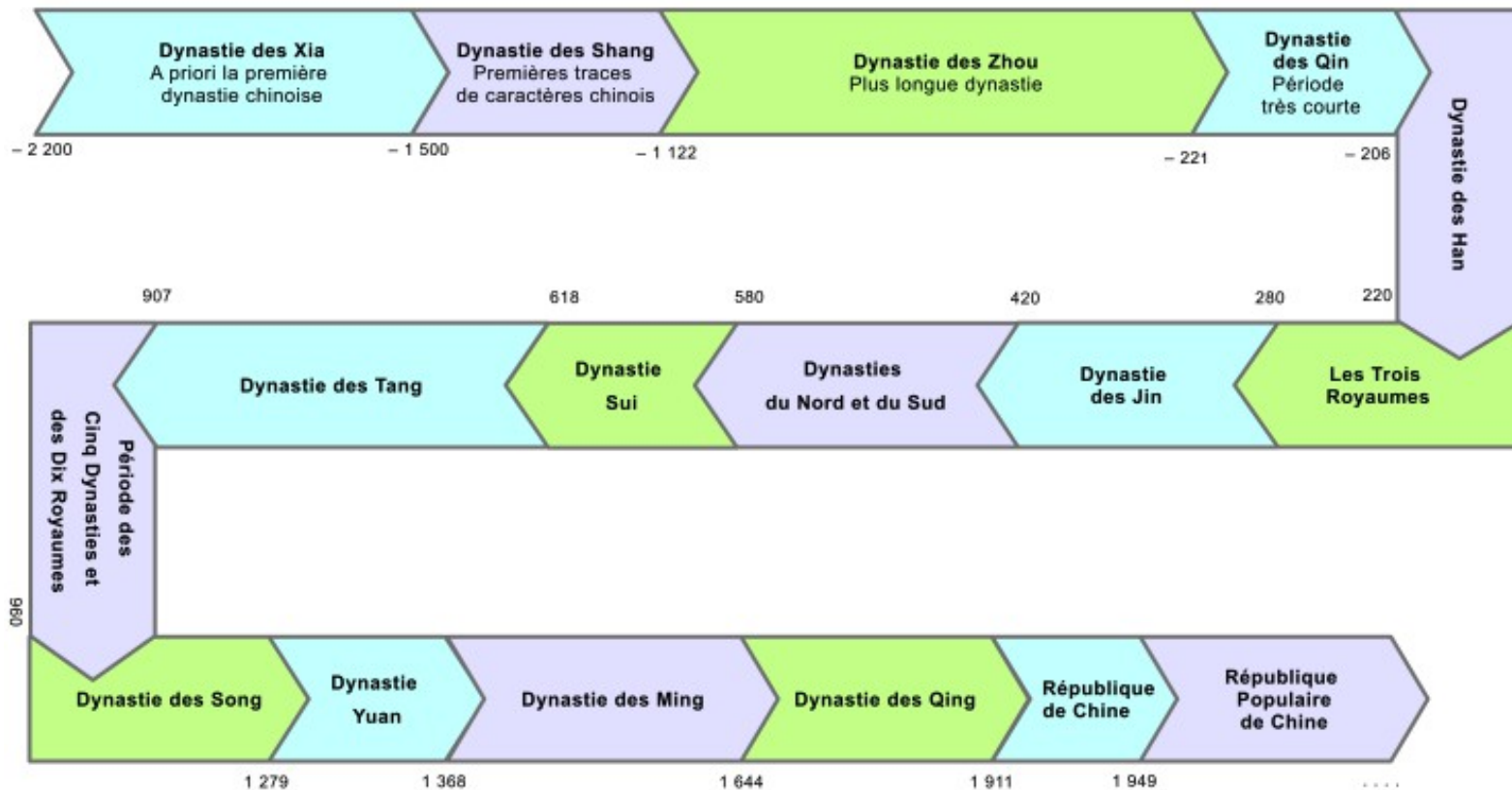




Os oraculaires
(env. -1200)



Confucius
(-550 à -479)





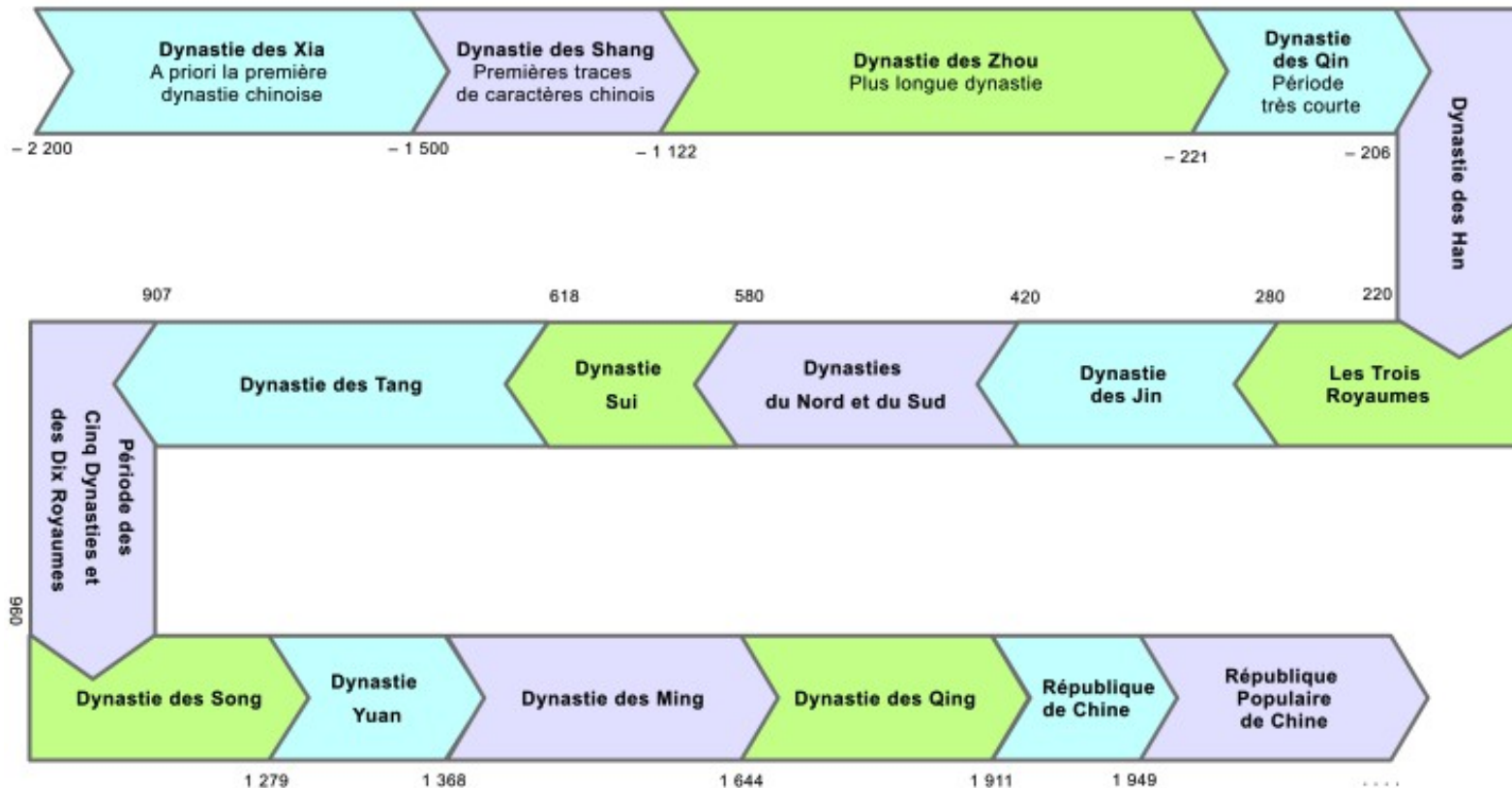
Os oraculaires
(env. -1200)



Confucius
(-550 à -479)



Royaumes combattants
(-480 à -222)





Os oraculaires
(env. -1200)



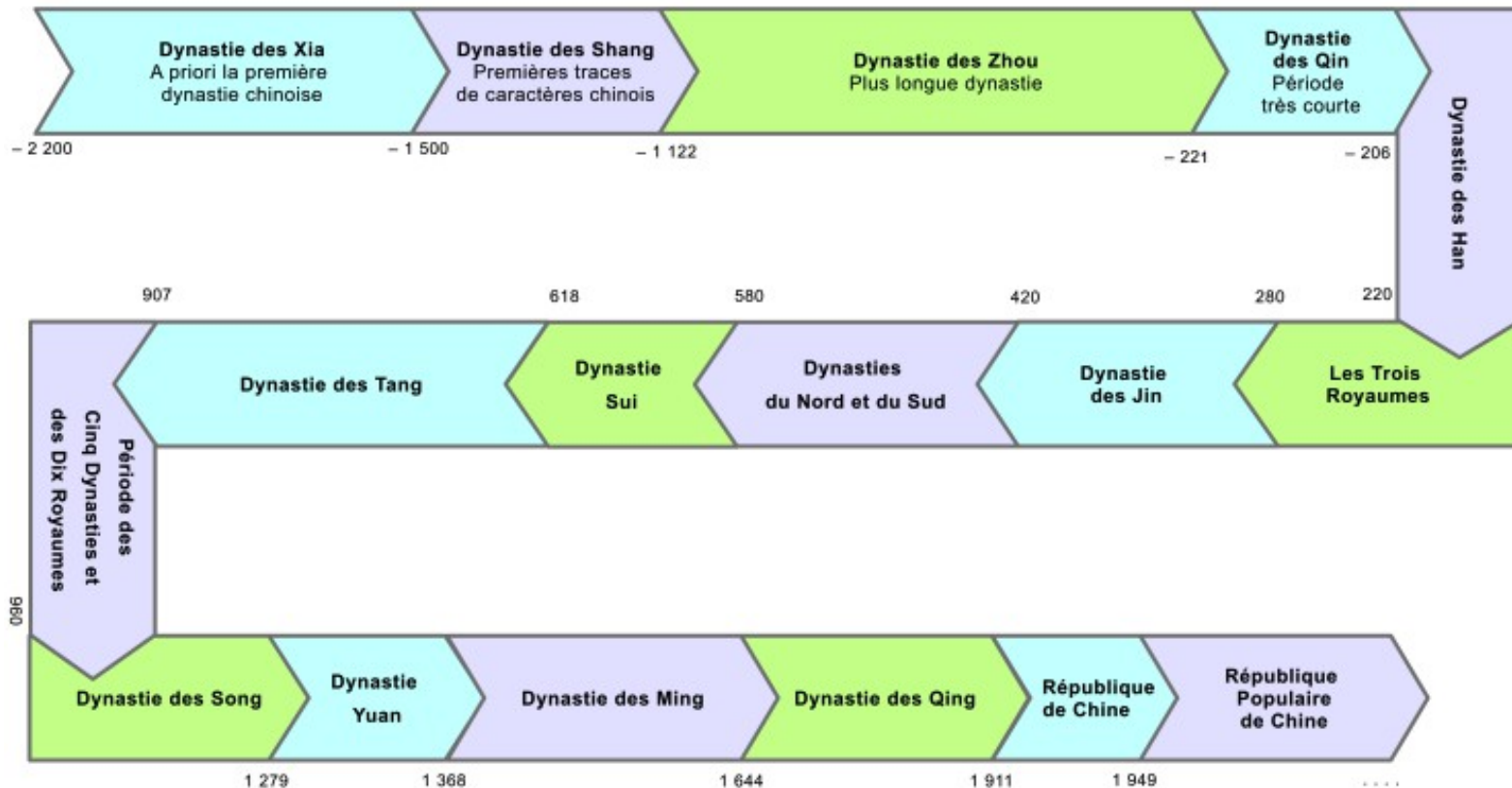
Confucius
(-550 à -479)



Royaumes combattants
(-480 à -222)

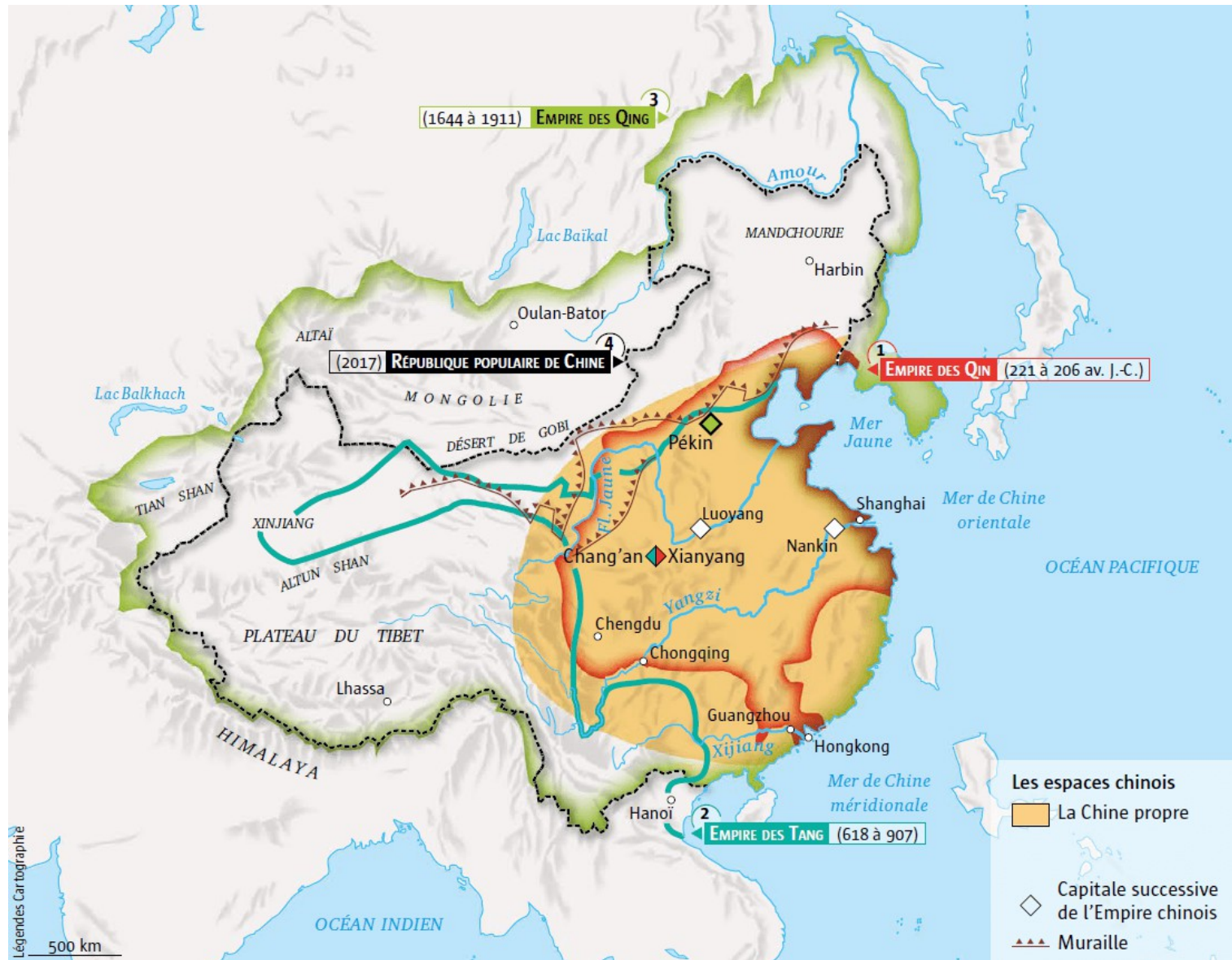


Qin Shi Huang
(-221 à -210)



La dynastie Qin

(-221 à -206)



La dynastie Qin

(-221 à -206)

-221 : Qin Shi Huang, premier empereur de Chine

Système féodal remplacé par administration
en 36 régions (... jusqu'en 1911)

Réforme/unification des systèmes de mesure,
de monnaie, d'écriture

Construction de la grande muraille



La dynastie Qin

(-221 à -206)

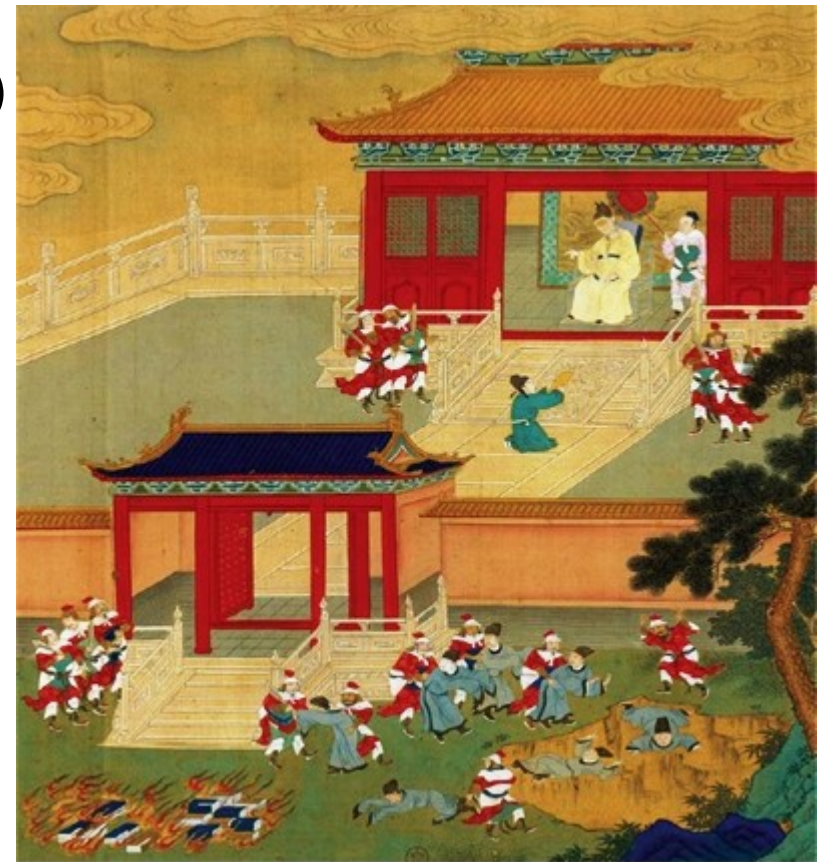
-221 : Qin Shi Huang, premier empereur de Chine

Système féodal remplacé par administration
en 36 régions (... jusqu'en 1911)

Réforme/unification (mesure, monnaie, écriture)

Construction de la grande muraille

-213 : Autodafé, 460 lettrés enterrés vivants



La dynastie Qin

(-221 à -206)

-221 : Qin Shi Huang, premier empereur de Chine

Système féodal remplacé par administration
en 36 régions (... jusqu'en 1911)

Réforme/unification (mesure, monnaie, écriture)

Construction de la grande muraille

-213 : Autodafé, 460 lettrés enterrés vivants

-210 : mort de Qin Shi Huang,
enfouissement de l'armée de Xi'an

- 210 à -206 : déclin rapide de l'empire Qin
-206 : Dynastie des Han



九章算術卷第一

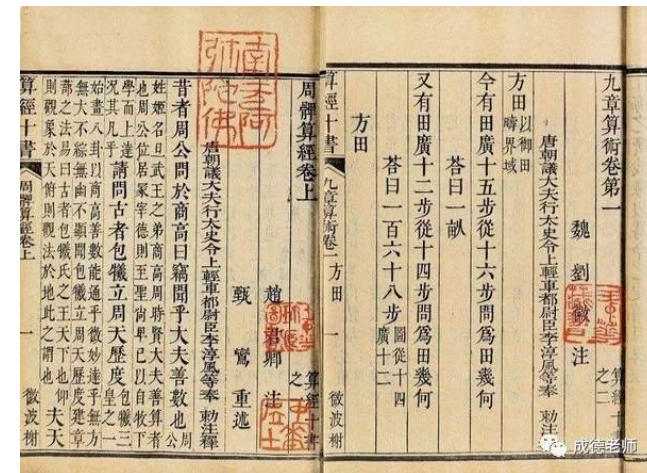


李淳風

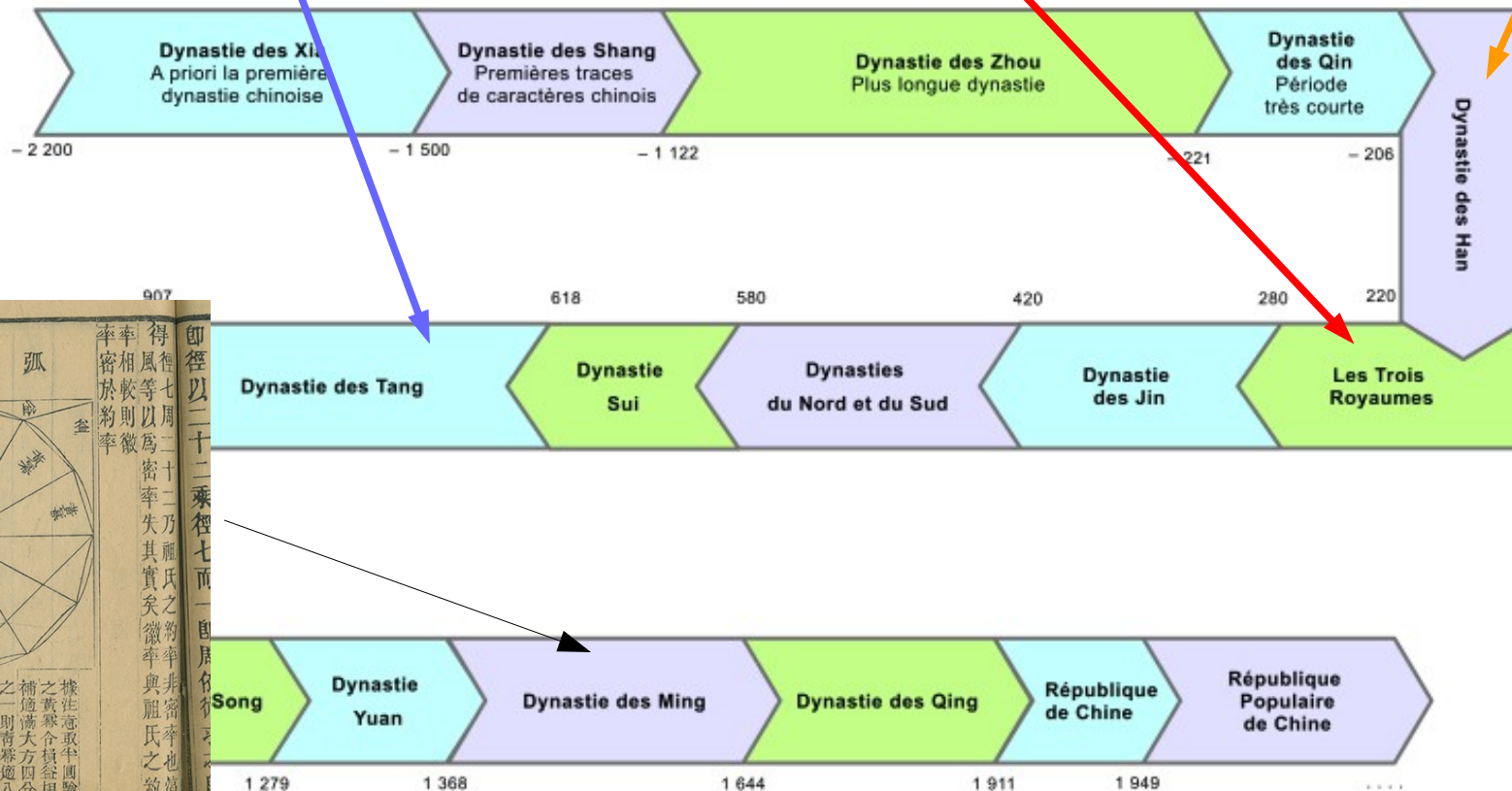
Commentaires de Li Chunfeng
(env. 656)



Commentaires de Liu Hui
(env. 263)



Les 9 Chapitres
(entre -200 et -100)



Les 9 chapitres sur l'art mathématique

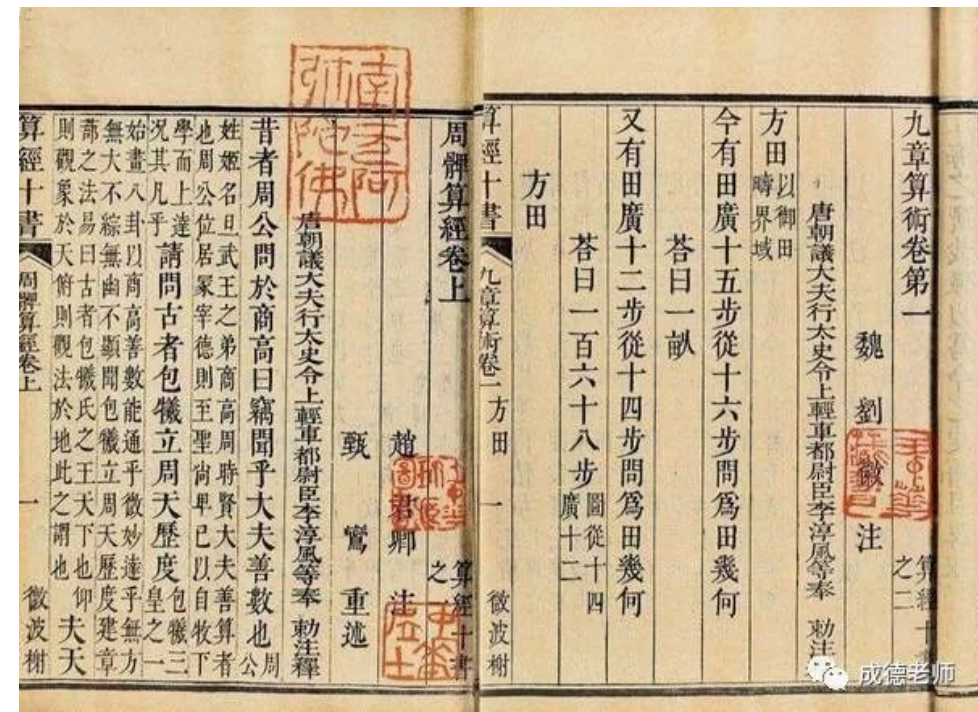
(九章算術 ; *Jiǔzhāng Suànshù*)

Auteur(s) et date d'écriture inconnus (entre IIe et Ier siècle av. JC)

Texte mathématique de référence (Chine, Japon, Corée) jusqu'au XVe
(d'autres textes importants existent!)

263 : commentaires de Liu Hui

- éléments nouveaux importants
(approximation de π ...)
- premières démonstrations
mathématiques
en langue Chinoise



Les 9 chapitres sur l'art mathématique

(九章算術 ; *Jiǔzhāng Suànshù*)

1. Champs rectangulaires

pour traiter les territoires des terres cultivées

[calculs d'aires / approximation de π / calcul fractionnaire]

2. Petit mil et grains décortiqués

pour traiter les échanges et les transformations

[proportionnalité / règle de trois]

3. Parts pondérées en fonction des degrés

pour traiter le cher et le bon marché,

les distributions de grains et les impôts

[partages proportionnels et inversement proportionnels]

Les 9 chapitres sur l'art mathématique

(九章算術 ; *Jiǔzhāng Suànshù*)

4. Petite largeur

pour traiter les nombres-produits et les aires, du carré et du cercle
[géométrie du plan et de l'espace / racines carrées et cubiques]

5. Discuter des travaux

pour traiter les règles concernant les travaux de terrassement
et les volumes

[calculs de volumes]

6. Paiement de l'impôt de manière égalitaire en fonction du transport

pour traiter travaux et dépenses selon la distance

[partages / calculs de distances / progressions arithmétiques]

Les 9 chapitres sur l'art mathématique

(九章算術 ; *Jiǔzhāng Suànshù*)

7. Excédent et déficit

pour traiter de comment les choses cachées et mêlées
se font apparaître mutuellement

[méthode de la fausse position]

8. Disposition rectangulaire

pour traiter ce qui est mélangé ainsi que le positif et le négatif
[résolution de systèmes linéaires par pivot de Gauss]

9. Base et hauteur

pour traiter le haut et le profond, le large et le lointain
[identité de Pythagore / résolution de problèmes & modélisation]

Aperçu du Chapitre 1

Champs rectangulaires pour traiter les territoires des terres cultivées

> 38 problèmes :

→ calcul d'aires

→ calculs sur des fractions

> Pour chaque situation :

→ quelques problèmes, suivis de la solution

→ énoncé de la procédure générale

→ éventuels commentaires

de Liu Hui



et/ou Li Chunfeng



Aperçu du Chapitre 1

Champs rectangulaires pour traiter les territoires des terres cultivées

CHAMP RECTANGULAIRE⁴

pour traiter les territoires des terres cultivées⁵

方田

以御田疇界域^二

今有田廣十五步，從十六步。問爲田幾何。

答曰^四：一畝。

又有田廣十二步，從十四步。問爲田幾何。

答曰：一百六十八步。圖：從十四，廣十二^五。

方田術曰：廣從步數相乘得積步。此積謂田

畧^六。凡廣從相乘謂之畧。臣淳風等謹按：經云廣從相乘得積步，注云廣從相乘謂之畧。觀斯注意，積畧義同。以理推之，固當不爾。何則？畧是方面單布之名^七，積乃衆數聚居之稱。循名責實，二者全殊。雖欲同之，竊恐不可。今以凡言畧者據廣從之一方；其言積者舉衆步之都數。經云相乘得積步，即是都數之明文。注云謂之爲畧，全乖積步之本意。此注前云積爲田畧^八，於理得通。復云謂之爲畧，繁而不當。今者

(1.1)

SUPPOSONS QU'ON AIT UN CHAMP⁶ DE 15 BU DE LARGEUR ET DE 16 BU DE LONGUEUR. ON DEMANDE COMBIEN FAIT LE CHAMP.

RÉPONSE : 1 MU.

(1.2)

SUPPOSONS À NOUVEAU QU'ON AIT UN CHAMP DE 12 BU DE LARGEUR ET DE 14 BU DE LONGUEUR. ON DEMANDE COMBIEN FAIT LE CHAMP.

RÉPONSE : 168 BU.

Sur la figure⁷, la longueur vaut 14, la largeur 12.

PROCÉDURE DU CHAMP RECTANGULAIRE⁸ :

LES QUANTITÉS (SHU) DE BU DE LA LARGEUR ET DE LA LONGUEUR ÉTANT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON OBTIENT LES BU DU PRODUIT⁹ (JI).

Ce produit (ji) est appelé aire (mi) du champ¹⁰. Chaque fois que largeur et longueur sont multipliées l'une par l'autre, on appelle cela aire (mi)¹¹.

Li Chunfeng et ses associés commentent respectueusement¹² : Alors que le Classique dit : « la largeur et la longueur étant multipliées l'une par l'autre, on obtient les bu du produit (ji) », le commentaire dit : « largeur et longueur étant multipliées l'une par l'autre, on appelle cela aire (mi) ». A examiner la signification (yi) de ce commentaire, « produit » (ji) et « aire » (mi) auraient le même sens (yi'). Si l'on raisonne sur la base de leur constitution interne (li)¹³, à proprement parler ce ne devrait pas être ainsi. Pourquoi cela ? « Aire » (mi), c'est le nom d'un déploiement en un seul tenant, de surface rectangulaire ; « produit » (ji), quant à lui, c'est l'appellation de multiples quantités (shu) réunies les unes avec les autres. En s'en remettant aux noms pour s'enquérir sur les réalités (shi)¹⁴, les deux sont complètement différentes. Même si l'on voulait les rendre identiques l'une à l'autre, en toute humilité, je crains que cela ne soit pas possible. Maintenant, chaque fois qu'on parle d'aire (mi), cela en saisit le rectangle en un seul morceau qui aurait une longueur et une largeur, et si l'on parle de produit (ji), cela renvoie à la quantité (shu) globale d'une multiplicité de bu. Le Classique dit :

Aperçu du Chapitre 1

Champs rectangulaires pour traiter les territoires des terres cultivées

Aire du rectangle – et notion d'aire : (1.1) à (1.4)

Opérations sur les fractions (les parts) :

 simplification des parts : (1.5) et (1.6)

 réunion des parts (addition) : (1.8) et (1.9)

 diminution des parts (soustraction) : (1.10) et (1.11)

 équilibrage des parts : (1.15) et (1.16)

 partage des parts (calcul direct de parts) : (1.17) et (1.18)

 multiplication des parts : (1.19) à (1.24)

Aire du triangle : (1.25) et (1.26)

Aire du trapèze : (1.27) à (1.30)

Aire du cercle et approximation de π par Liu Hui : (1.31) et (1.32)

Aire d'une calotte sphérique : (1.33) et (1.34)

Aire d'une section de disque : (1.35) et (1.36)

Aire d'un anneau : (1.37) et (1.38)

Aperçu du Chapitre 1

Champs rectangulaires pour traiter les territoires des terres cultivées

Aire du rectangle – et notion d'aire : (1.1) à (1.4)

Opérations sur les fractions (les parts) :

simplification des parts : (1.5) et (1.6)

réunion des parts (addition) : (1.8) et (1.9)

diminution des parts (soustraction) : (1.10) et (1.11)

équilibrage des parts : (1.15) et (1.16)

partage des parts (calcul direct de parts) : (1.17) et (1.18)

multiplication des parts : (1.19) à (1.24)

Aire du triangle : (1.25) et (1.26)

Aire du trapèze : (1.27) à (1.30)

Aire du cercle et approximation de π par Liu Hui : (1.31) et (1.32)

Aire d'une calotte sphérique : (1.33) et (1.34)

Aire d'une section de disque : (1.35) et (1.36)

Aire d'un anneau : (1.37) et (1.38)

Opérations sur les fractions (les parts)



Calculer avec des fractions

- la « Procédure de la simplification des parts »,
- la « Procédure de la réunion des parts »,
- la « Procédure de soustraction des parts »,
- la « Procédure de la comparaison des parts »,
- la « Procédure de la moyenne des parts »,
- la « Procédure du partage des parts »,
- et la « Procédure de la multiplication des parts ».

Une double approche « numérique et matérielle »

Le problème (1.7)

SUPPOSONS QU'ON AIT $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$. ON DEMANDE COMBIEN L'ON OBTIENT SI ON LES RÉUNIT.

RÉPONSE : $\frac{11}{15}$

La procédure de « la réunion des parts »

LES DÉNOMINATEURS MULTIPLIENT LES NUMÉRATEURS QUI NE LEUR CORRESPONDENT PAS ;

ON SOMME ET ON PREND CECI COMME DIVIDENDE.

LES DÉNOMINATEURS MULTIPLIÉS LES UNS PAR LES AUTRES FONT LE DIVISEUR.

Une double approche « numérique et matérielle »

Le problème (1.7)

SUPPOSONS QU'ON AIT $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$. ON DEMANDE COMBIEN L'ON OBTIENT SI ON LES RÉUNIT.

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

RÉPONSE : $\frac{11}{15}$

La procédure de « la réunion des parts »

LES DÉNOMINATEURS MULTIPLIENT LES
NUMÉRATEURS QUI NE LEUR CORRESPONDENT PAS ;

$$\begin{array}{l} 5 \times 1 = 5 \\ 3 \times 2 = 6 \end{array}$$

ON SOMME ET ON PREND CECI COMME DIVIDENDE.

$$5 + 6 = 11$$

LES DÉNOMINATEURS MULTIPLIÉS LES UNS PAR LES
AUTRES FONT LE DIVISEUR.

$$3 \times 5 = 15$$

Une double approche « numérique et matérielle »

« Les quantités que l'on dit en les simplifiant, leurs parts sont plus grossières ; les quantités que l'on dit en les compliquant, leurs parts sont plus fines. Quoique, donc, les degrés de finesse diffèrent, pourtant les réalités (*shi*) auxquelles elles correspondent sont les mêmes.

Quand de nombreuses parts disparates sont mêlées, si on ne **les raffine** pas, elles ne se rencontrent pas. »

Une double approche « numérique et matérielle »

LES DÉNOMINATEURS MULTIPLIÉS LES UNS PAR
LES AUTRES FONT LE DIVISEUR.

« Les désagrèger en multipliant, c'est ainsi qu'on
les fait communiquer. Quand on les a fait
communiquer, on peut sommer »

« Que l'ensemble des dénominateurs soient
multipliés les uns par les autres, on appelle cela
égaliser »

Une double approche « numérique et matérielle »

LES DÉNOMINATEURS MULTIPLIENT LES NUMÉRATEURS
QUI NE LEUR CORRESPONDENT PAS ;
ON SOMME ET ON PREND CECI COMME DIVIDENDE.

« Chaque fois que des dénominateurs multiplient un
numérateur qui ne leur correspond pas, on appelle cela
homogénéiser »

Une double approche « numérique et matérielle »

Le problème (1.7) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

La procédure de « la réunion des parts »

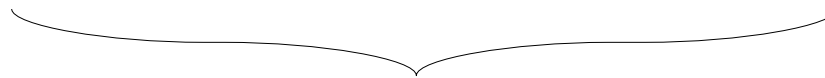
Egaliser :

$$\frac{1}{3} = \frac{\dots}{3 \times 5} = \frac{\dots}{15} \qquad \frac{2}{5} = \frac{\dots}{5 \times 3} = \frac{\dots}{15}$$



Homogénéiser :

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15} \qquad \frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$$


$$\frac{6}{15}$$

Des opérations « fondamentales »

Le problème (1.19)

SUPPOSONS QU'ON AIT UN CHAMP DE $\frac{4}{7}$ DE *BU* DE LARGEUR, ET DE $\frac{3}{5}$ DE *BU* DE LONGUEUR. ON DEMANDE COMBIEN FAIT LE CHAMP.

RÉPONSE: $\frac{12}{35}$ DE *BU*

La procédure de « la multiplication des parts »

LES DÉNOMINATEURS MULTIPLIÉS L'UN PAR L'AUTRE FONT LE DIVISEUR ; LES NUMÉRATEURS MULTIPLIÉS L'UN PAR L'AUTRE FONT LE DIVIDENDE. ON EFFECTUE LA DIVISION DU DIVIDENDE PAR LE DIVISEUR.

Des opérations « fondamentales »

5 chevaux valent 3 Jin d'or. Si on vend 4 chevaux et que 7 personnes partagent [le gain], combien une personne obtient-elle ?

Réponse : chacune obtient $12/35$ de Jin.

5 chevaux valent 3 Jin d'or,
donc 20 chevaux valent 12 Jin d'or.

On vend 4 chevaux, 7 personnes se partagent le gain,
donc si on vend 20 chevaux, 35 personnes se partagent le gain.

Des opérations « fondamentales »

5 chevaux valent 3 Jin d'or. Si on vend 4 chevaux et que 7 personnes partagent [le gain], combien une personne obtient-elle ?

Réponse : chacune obtient $12/35$ de Jin.

Si on exprime les données en nombres entiers :

5 chevaux valent 3 Jin d'or

7 personnes se partagent le gain de 4 chevaux.

Si on exprime les données avec des fractions :

1 cheval vaut $3/5$ Jin d'or

1 personne vend $4/7$ de cheval.

Des opérations « fondamentales »

5 chevaux valent 3 Jin d'or. Si on vend 4 chevaux et que 7 personnes partagent [le gain], combien une personne obtient-elle ?

Réponse : chacune obtient 12/35 de Jin.

Les données en nombres entiers **Les données avec des fractions**

Nombre de Jin d'or	3	12
Nombre de chevaux	5	20
Nombre de chevaux	4	20
Nombre de personnes	7	35

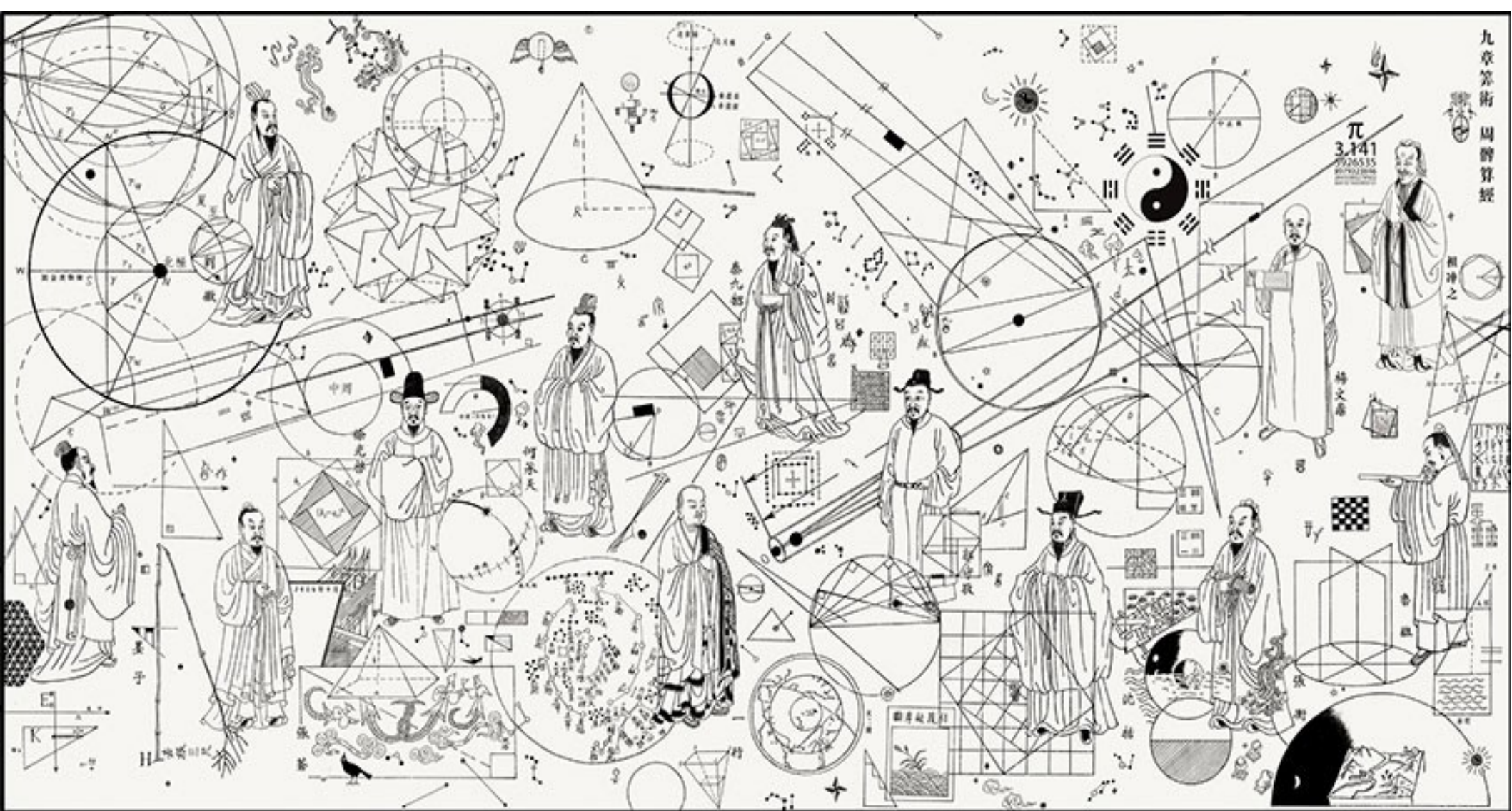
$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{20}{35}$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{3 \times 4}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$$

Aperçu du Chapitre 1

Aire du cercle et approximation de π



(1.31)

SUPPOSONS QU'ON AIT UN CHAMP CIRCULAIRE
DE 30 BU DE CIRCONFÉRENCE ET DE 10 BU DE
DIAMÈTRE.

ON DEMANDE COMBIEN FAIT LE CHAMP.

RÉPONSE : 75 BU.

(1.32)

SUPPOSONS A NOUVEAU QU'ON AIT UN CHAMP
CIRCULAIRE DE 181 BU DE CIRCONFÉRENCE ET
DE 60 BU $\frac{1}{3}$ DE BU DE DIAMÈTRE.

ON DEMANDE COMBIEN FAIT LE CHAMP.

RÉPONSE : 11 MU 90 BU $\frac{1}{12}$ DE BU.

Plusieurs procédures de calculs « équivalentes » sont ensuite proposées pour justifier la réponse :

PROCÉDURE :

LA MOITIÉ DE LA CIRCONFÉRENCE ET LA MOITIÉ DU DIAMÈTRE ÉTANT MULTIPLIÉES L'UNE PAR L'AUTRE, ON OBTIENT LES BU DU PRODUIT (JI).

En notant C pour circonférence et D pour diamètre, elle se note

$$\frac{C}{2} \times \frac{D}{2}$$

Plusieurs procédures de calculs « équivalentes » sont ensuite proposées pour justifier la réponse :

AUTRE PROCÉDURE :

LE DIAMÈTRE ET LA CIRCONFÉRENCE ÉTANT MULTIPLIÉS L'UN PAR L'AUTRE, ON DIVISE PAR 4.

Elle se note $\frac{C \times D}{4}$

Plusieurs procédures de calculs « équivalentes » sont ensuite proposées pour justifier la réponse :

AUTRE PROCÉDURE :

LE DIAMETRE ÉTANT MULTIPLIÉ PAR LUI-MÊME, ON MULTIPLIE CECI PAR 3 ET ON DIVISE PAR 4.

Elle se note
$$\frac{3 \times D \times D}{4} = \frac{3}{4} D^2$$

Plusieurs procédures de calculs « équivalentes » sont ensuite proposées pour justifier la réponse :

AUTRE PROCÉDURE :

LA CIRCONFERENCE ÉTANT MULTIPLIÉ PAR ELLE-MÊME,
ON DIVISE PAR 12.

Elle se note $\frac{C \times C}{12} = \frac{C^2}{12}$

$$\frac{C}{2} \times \frac{D}{2}$$

$$\frac{C \times D}{4}$$

$$\frac{3}{4} D^2$$

$$\frac{C^2}{12}$$

Li Chunfeng et ses associés commentent respectueusement :
(1.31)

L'idée (yi) de la procédure est de prendre, comme lü, 3 pour la circonférence et 1 pour le diamètre : une circonférence de 30 bu correspond à un diamètre 10 bu.

(1.32)

Si, lorsque la circonférence vaut 3, le diamètre vaut 1,
lorsque la circonférence vaut 181 bu, le diamètre vaut 60 bu
1/3 de bu.

$$\frac{C}{2} \times \frac{D}{2}$$

$$\frac{C \times D}{4}$$

$$\frac{3}{4} D^2$$

$$\frac{C^2}{12}$$

Li Chunfeng et ses associés commentent respectueusement :
(1.31)

L'idée (yi) de la procédure est de prendre, comme lü, **3 pour la circonférence et 1 pour le diamètre** : une circonférence de 30 bu correspond à un diamètre 10 bu.

(1.32)

Si, **lorsque la circonférence vaut 3, le diamètre vaut 1**,
lorsque la circonférence vaut 181 bu, le diamètre vaut 60 bu
1/3 de bu.

$$\frac{C}{2} \times \frac{D}{2}$$

$$\frac{C \times D}{4}$$

$$\frac{3}{4} D^2$$

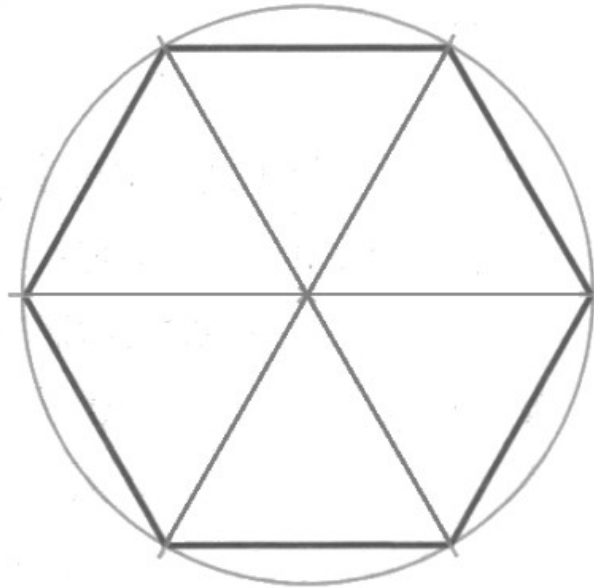
$$\frac{C^2}{12}$$

lorsque la circonférence vaut 3, le diamètre vaut 1

Ce rapport de proportionnalité entre la circonférence et le diamètre « justifie » l'équivalence entre les quatre procédures de calcul.

Justification des 4 procédures du cercle

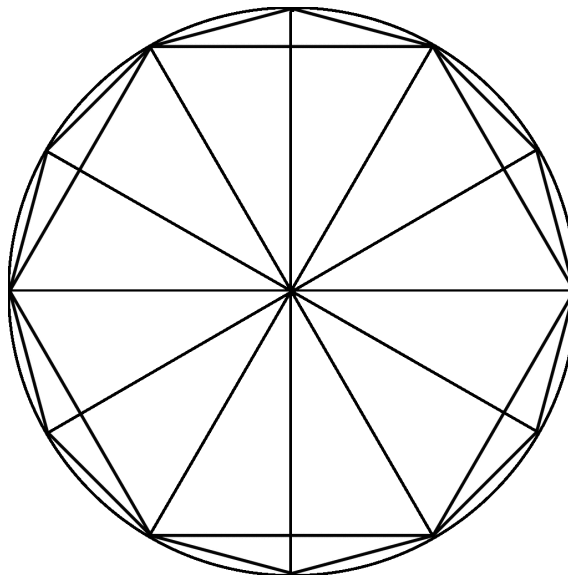
Le périmètre de l'*hexagone inscrit*
servait d'approximation pour la *circonférence* du cercle...



(ce qui revient à approximer π par 3 !)

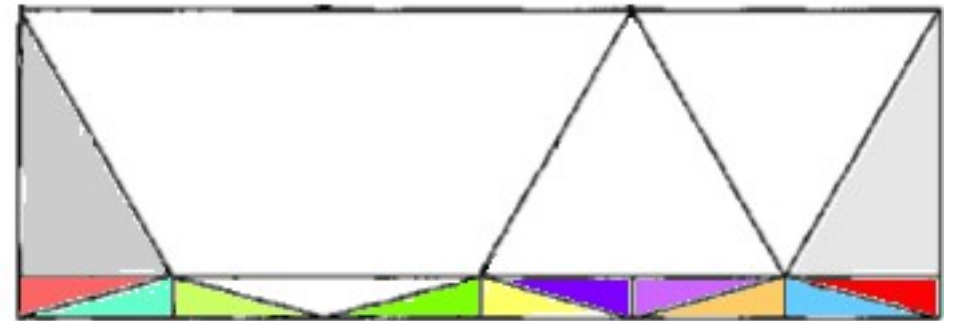
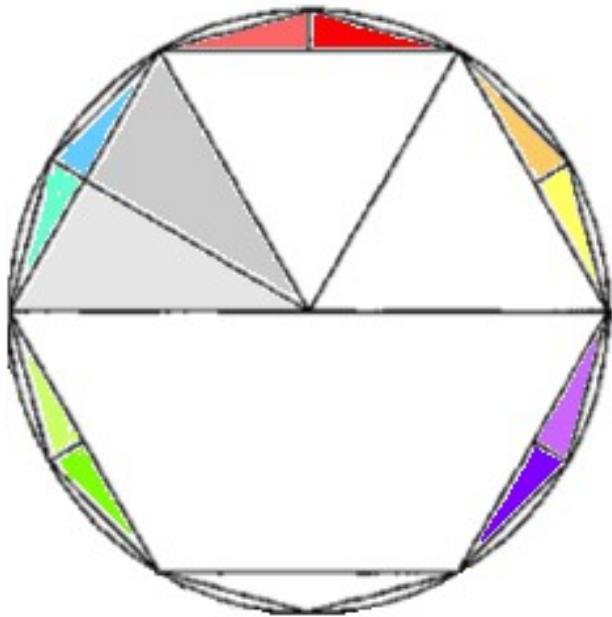
Justification des 4 procédures du cercle

...et l'aire du *dodécagone inscrit*
servait d'approximation pour l'*aire* du cercle



Justification des 4 procédures du cercle

Liu Hui : *ce qui entre et se qui sort se compensent*

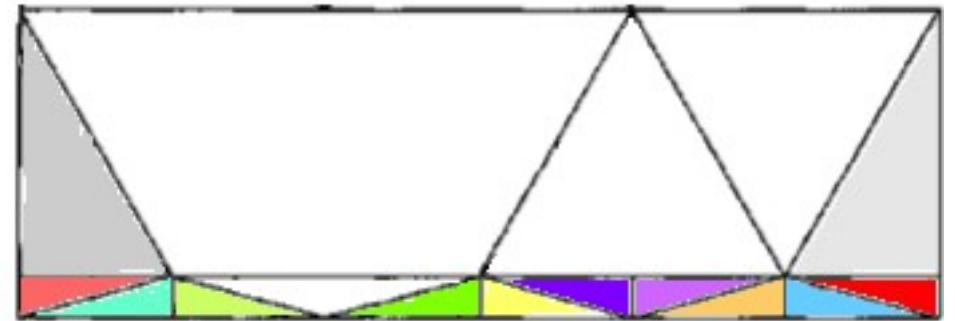
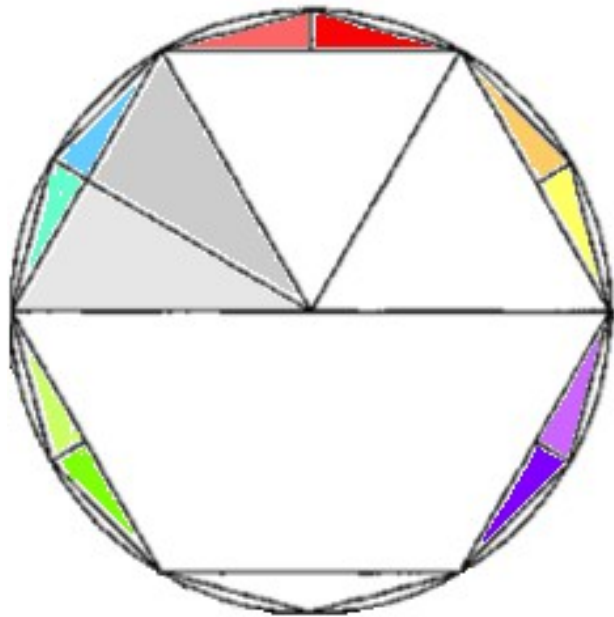


largeur ℓ = rayon = $D/2$

longueur L = 3 côtés = $C/2$

Justification des 4 procédures du cercle

Liu Hui : *ce qui entre et se qui sort se compensent*



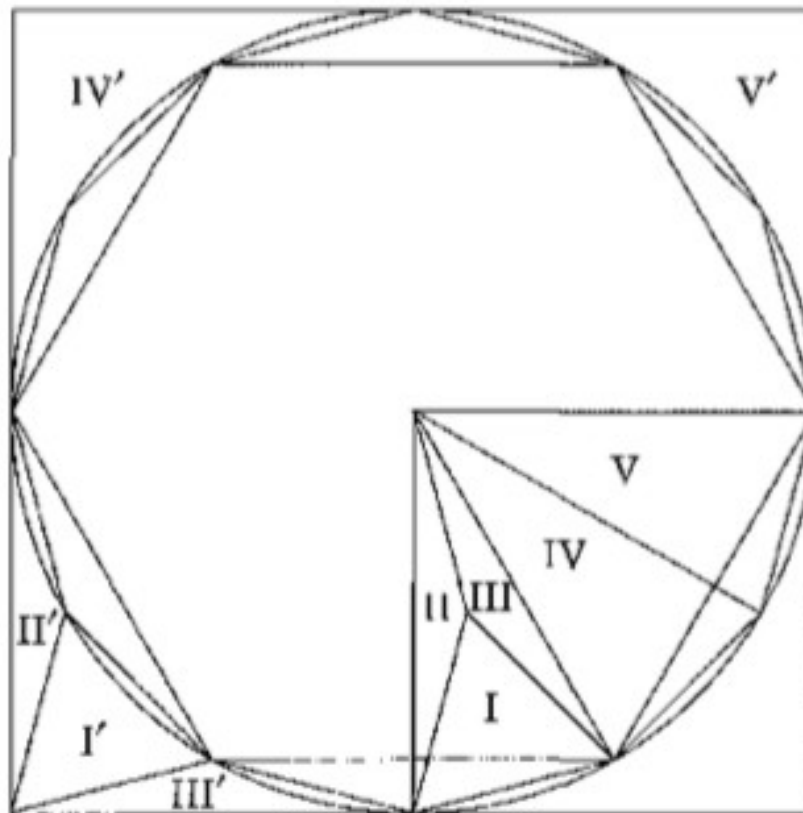
largeur ℓ = rayon = $D/2$

longueur L = 3 côtés = $C/2$

→ les 2 premières formules, bien qu'exactes, reposent donc sur l'approximation $\pi=3$ (via le périmètre de l'hexagone)

Justification des 4 procédures du cercle

La troisième formule correspond au fait que le dodécagone inscrit a une aire valant les trois quarts de l'aire du carré circonscrit à ce cercle :



$$\frac{3}{4}D^2$$

Revenons sur le problème (1.31)

Revenons sur le problème (1.31)

SUPPOSONS QU'ON AIT UN CHAMP CIRCULAIRE
DE 30 BU DE CIRCONFÉRENCE ET DE 10 BU DE
DIAMÈTRE.

ON DEMANDE COMBIEN FAIT LE CHAMP.

RÉPONSE : 75 BU.

La première procédure $\frac{C}{2} \times \frac{D}{2}$ donne

$$\frac{30}{2} \times \frac{10}{2} = 15 \times 5 = 75$$

Or nous savons que le rapport de proportionnalité entre le diamètre et la circonférence d'un cercle n'est pas exactement 3.

Liu Hui et Li Chunfeng en avaient conscience, de part leurs commentaires faisant suite au problème (1.31) :

Liu Hui commente :

Avec ma procédure, ceci devrait faire un champ de 71 bu
103/157 de bu.

Le rapport utilisé est $\frac{157}{50}$

Li Chunfeng et ses associés respectueusement :

- Si maintenant on s'appuie sur les $l\ddot{u}$ plus précis, cela correspond à un diamètre de 9 bu 6/11 de bu.
- s'appuient sur les $l\ddot{u}$ plus précis : cela fait un champ de 71 bu 13/22 de bu.

Le rapport utilisé est $\frac{22}{7}$

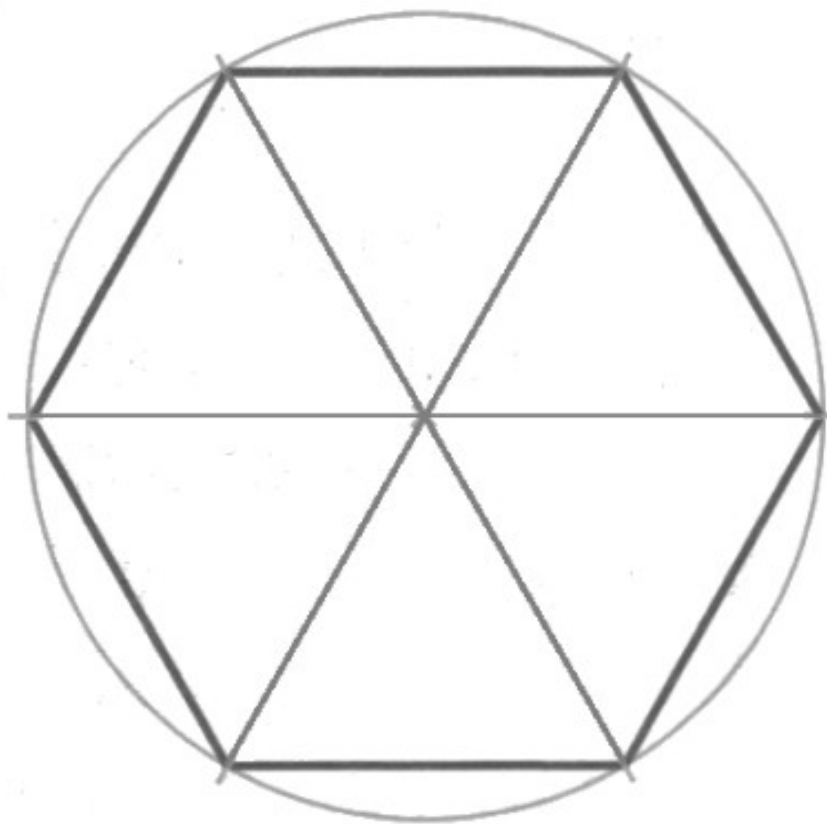
Mais ce n'est pas tout !

Dans ses commentaires, Liu Hui explique comment trouver ces rapports.

Il utilise, pour cela, une méthode d'approximation de l'aire du cercle par des polygones réguliers inscrits dont le nombre de côtés double à chaque découpage, le premier étant l'hexagone.

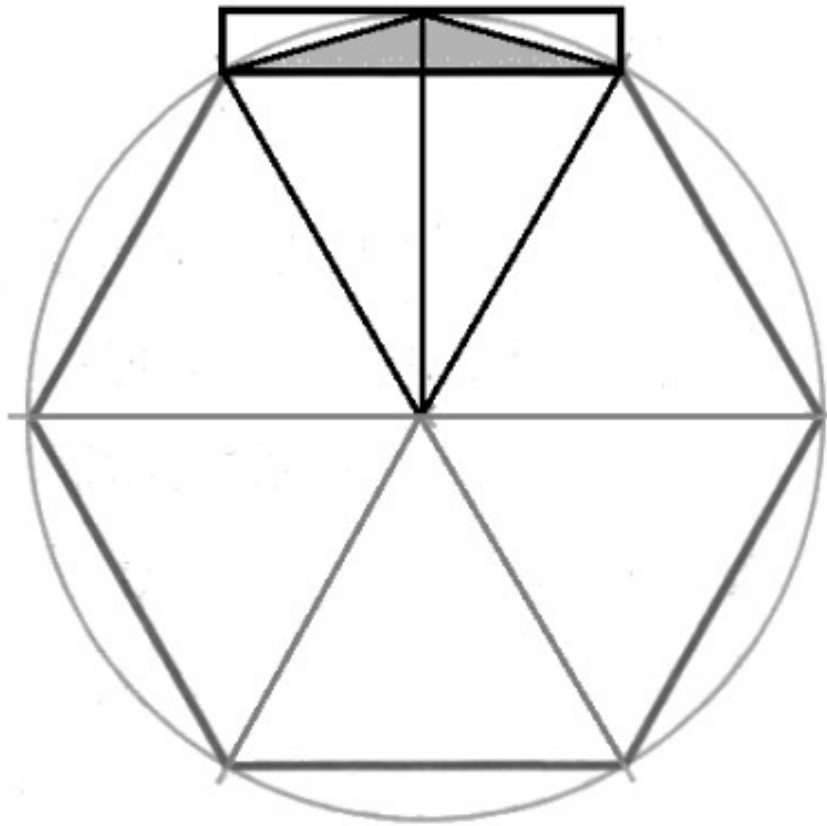
Approximation de π par Liu Hui

$$S_n < A$$



Approximation de π par Liu Hui

$$S_n < A < S_n + 2(S_{n+1} - S_n)$$



Approximation de π par Liu Hui

Procédure qui consiste à couper l'hexagone pour en faire un dodécagone¹²⁰ : Plaçons le diamètre du cercle, 2 *chi*. Si l'on en prend la moitié, cela fait 1 *chi* et donne les côtés de l'hexagone inscrit dans le cercle. On prend le demi-diamètre, 1 *chi*, comme hypoténuse, la moitié du côté, 5 *cun*, comme base (*gou*), et l'on cherche la hauteur (*gu*) qui leur correspond. Le carré (*mi*) de la base (*gou*), 25 *cun*, étant soustrait du carré (*mi*) de l'hypoténuse, il reste 75 *cun*. On divise ceci par extraction de la racine carrée, en continuant jusqu'aux *miao*, aux *hu*. Et l'on rétrograde encore une fois le diviseur, pour trouver un chiffre de la partie décimale (*weishu*) (de la racine)¹²¹. Le chiffre de la partie décimale qui n'a pas de nom [d'unité], on le prend comme numérateur, et on prend 10 comme dénominateur. Cela fait, en simplifiant, 2/5 de *hu*. Par conséquent on obtient, comme hauteur (*gu*), 8 *cun* 6 *fen* 6 *li* 2 *miao* 5 *hu* 2/5 de *hu*. Si l'on soustrait ceci du demi-diamètre, il reste 1 *cun* 3 *fen* 3 *li* 9 *hao* 7 *miao* 4 *hu* 3/5 de *hu*, que l'on appelle petite base (*gou*). La moitié du côté du polygone, on l'appelle en outre petite hauteur (*gu*)¹²². Et l'on cherche l'hypoténuse qui leur correspond ; son carré (*mi*) fait 267 949 193 445 *hu* et on abandonne les parts restantes¹²³. Si on divise ceci par extraction de la racine carrée, cela donne un côté du dodécagone.

Après le dodécagone, Liu Hui propose le 24-gone puis le 48-gone...

Et va jusqu'à étudier le 192-gone.

Il propose alors la valeur 314 cun 4/25 de cun soit 3,1416 comme rapport entre le diamètre et la circonférence.

Zu Chongzhi (Ve siècle) poussa la procédure jusqu'à l'aire du 24576-gône, menant à l'approximation



$$\pi = \frac{355}{113}$$

(précision à la 7^e décimale près qui restera la valeur la plus précise connue pendant plus de 900 ans)