

Ping-pong ?

Groupe « Analyse au lycée » ... & Modélisation
Damien Jacquemoud, Hélène Langlais
Cyril Masson, Raphaël Rossignol

Séminaire Irem 23 juin 2023

Plan

À vous de jouer : ping-pong !

Un peu de théorie

Retour ping-pong

Le parcours du groupe

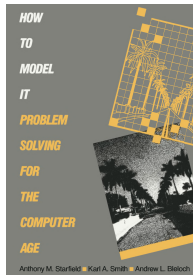
Ping-pong

Phase 1: (individuelle)

Consigne:

Vous avez **2 minutes** pour donner une **estimation du nombre de balles de ping pong qu'il faudrait pour remplir la salle**. Voici une balle de ping-pong.

Matériel : crayon, papier, calculatrice, tableaux



Ping-pong

Phase 2: (en groupe) recherche d'un intervalle de sûreté. (20 min)

Consigne:

Vous allez chercher le **nombre maximum de balles de ping-pong que l'on peut faire rentrer dans la salle de classe**. Plus exactement, trouver un **intervalle de sûreté**. C'est-à-dire un intervalle $[a, b]$ pour lequel on est sûr qu'il contienne la bonne réponse.

Les **critères de réussite** sont :

- $n^{\circ}1$: vous devez pouvoir donner un intervalle de sûreté qui sera testé avec une boîte.
- $n^{\circ}2$: $\frac{b}{a}$ devra être le plus petit possible.

Exposition au tableau

Phase 3: Validation et évaluation avec les boîtes.

Consigne:

Tester votre intervalle de sûreté avec la boîte. Si le test n'est pas réussi, pouvez-vous voir pourquoi? Quels éléments n'ont pas été pris en compte qui vous sont apparus lors de la mise à l'épreuve? Si le test est réussi, pouvez-vous améliorer votre réponse?

Phase 4: Exposition de la modélisation effectuée.

Consigne:

Présenter votre solution et la démarche utilisée. Quelles simplifications avez-vous apportées à la situation réelle ? Quels changements avez-vous faits suite au test avec la boîte ? Si vous aviez plus de temps, quelle amélioration envisageriez-vous ?

Nos observations

Test “complet” : 2 classes (Terminale Spé maths, 2nde)

“partiel” : 3 classes (Expertes, 1ère x2)

➤ Méthodes :

- borne inf : V_{salle}/V_{cube} , borne sup : V_{salle}/V_{balle} (vision d'une configuration ??)
- **proportionnalité** à partir des modèles réduits (boîtes données dès le départ)
- estimation du **gain “vertical”** en **mesurant** une balle placée sur 4 balles
- espace libre estimé à **vue de nez**

➤ **Effet de bord** très **rarement pris en compte** avant la validation

➤ **Cas compact** géométrique très **rarement envisagé**

➤ Différents types de retours (phase 4) étudiés (**audio**, **tableau**), pas complètement satisfaisants :

- justification de la nature de la borne peu claire
- manque de dessin

➤ **Motivant** pour quasiment tous les élèves

Nos observations

Test “complet” : 2 classes (Terminale Spé maths, 2nde)

“partiel” : 3 classes (Expertes, 1ère x2)

➤ Méthodes :

- borne inf : V_{salle}/V_{cube} , borne sup : V_{salle}/V_{balle} (vision d'une configuration ??)
- **proportionnalité** à partir des modèles réduits (boîtes données dès le départ)
- estimation du **gain “vertical”** en **mesurant** une balle placée sur 4 balles
- espace libre estimé à **vue de nez**

➤ **Effet de bord** très **rarement pris en compte** avant la validation

➤ **Cas compact** géométrique très **rarement envisagé**

➤ Différents types de retours (phase 4) étudiés (**audio**, **tableau**), pas complètement satisfaisants :

- justification de la nature de la borne peu claire
- manque de dessin

➤ **Motivant** pour quasiment tous les élèves

Nos observations

Test “complet” : 2 classes (Terminale Spé maths, 2nde)

“partiel” : 3 classes (Expertes, 1ère x2)

➤ Méthodes :

- borne inf : V_{salle}/V_{cube} , borne sup : V_{salle}/V_{balle} (vision d'une configuration ??)
- **proportionnalité** à partir des modèles réduits (boîtes données dès le départ)
- estimation du **gain “vertical”** en **mesurant** une balle placée sur 4 balles
- espace libre estimé à **vue de nez**

➤ **Effet de bord** très **rarement pris en compte** avant la validation

➤ **Cas compact** géométrique très **rarement envisagé**

➤ Différents types de retours (phase 4) étudiés (**audio**, **tableau**), pas complètement satisfaisants :

- justification de la nature de la borne peu claire
- manque de dessin

➤ **Motivant** pour quasiment tous les élèves

Plan

À vous de jouer : ping-pong !

Un peu de théorie

Retour ping-pong

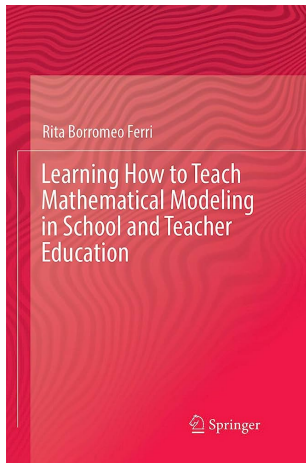
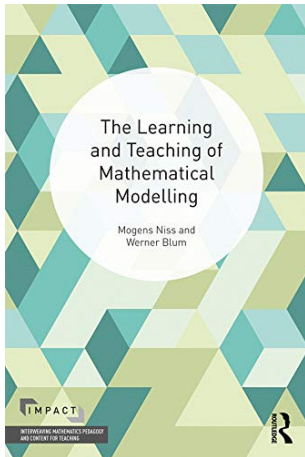
Le parcours du groupe

Biblio

Bibliographie :

- **anglophone** : livres et articles de **Blum, Niss, Leiss, Borromeo Ferri**.
Congrès ICTMA dès 1983
 - **francophone** :
 - Débat du CS de l'IREM de 2003 :
<https://www.univ-irem.fr/la-modelisation>
 - Yvain-Prébiski, Coulanges, Béguin ...
- ↪ Notes de lecture en construction

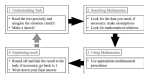
Blum, Niss, Leiss, Borromeo Ferri



Blum, Leiss

DISUM (\simeq 2003-2013, psycho – dida – sciences de l'éducation)

- Importance des **cycles** pour enseigner et apprendre



- Grande variété des **interventions** des enseignants
- Importance de la connaissance du **potentiel des tâches** :
 - richesse des approches
 - Ce qui est travaillé dans le cycle

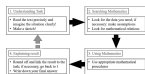
Points négatifs :

- profs **trop directifs**
- manque de **validation**
- manque de **prise de recul**

Blum, Leiss

DISUM (\simeq 2003-2013, psycho – dida – sciences de l'éducation)

- Importance des **cycles** pour enseigner et apprendre

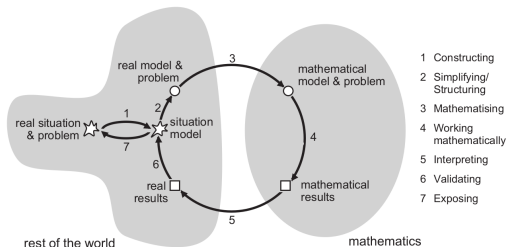


- Grande variété des **interventions** des enseignants
- Importance de la connaissance du **potentiel des tâches** :
 - richesse des approches
 - Ce qui est travaillé dans le cycle

Points négatifs :

- profs **trop directifs**
- manque de **validation**
- manque de **prise de recul**

Cycle de Blum et Leiss



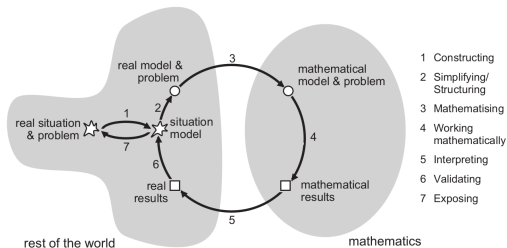
- 1 Constructing
- 2 Simplifying/
Structuring
- 3 Mathematising
- 4 Working
mathematically
- 5 Interpreting
- 6 Validating
- 7 Exposing

- à adapter au public
- à adapter à la tâche
- pas un cycle cognitif à petite échelle de temps

Utile pour :

- planifier
- réfléchir aux difficultés des élèves
- inscrire les maths dans un processus faisant intervenir le monde réel
- distinguer le domaine de la preuve mathématique du reste (cf. probas)

Cycle de Blum et Leiss



- 1 Constructing
- 2 Simplifying/
Structuring
- 3 Mathematising
- 4 Working
mathematically
- 5 Interpreting
- 6 Validating
- 7 Exposing

- à adapter au public
- à adapter à la tâche
- pas un cycle cognitif à petite échelle de temps

Utile pour :

- planifier
- réfléchir aux difficultés des élèves
- inscrire les maths dans un processus faisant intervenir le monde réel
- distinguer le domaine de la preuve mathématique du reste (cf. probas)

Débat du CS de l'IREM de 2003

<https://www.univ-irem.fr/la-modelisation>

- Qualité des tâches :
 - authenticité
 - cycle de modélisation complet
 - discours méta
- Culture scientifique et Interdisciplinarité
- rôle des IREM :
 - formation continue (scientifique, modélisation)
 - produire des ressources pouvant être digérées assez rapidement
 - critique de la modélisation dans les manuels

Débat du CS de l'IREM de 2003

<https://www.univ-irem.fr/la-modelisation>

- Qualité des tâches :
 - authenticité
 - cycle de modélisation complet
 - discours méta
- Culture scientifique et Interdisciplinarité
- rôle des IREM :
 - formation continue (scientifique, modélisation)
 - produire des ressources pouvant être digérées assez rapidement
 - critique de la modélisation dans les manuels

Débat du CS de l'IREM de 2003

<https://www.univ-irem.fr/la-modelisation>

- Qualité des tâches :
 - authenticité
 - cycle de modélisation complet
 - discours méta
- Culture scientifique et Interdisciplinarité
- rôle des IREM :
 - formation continue (scientifique, modélisation)
 - produire des ressources pouvant être digérées assez rapidement
 - critique de la modélisation dans les manuels

Plan

À vous de jouer : ping-pong !

Un peu de théorie

Retour ping-pong

Le parcours du groupe

Bilan ping-pong

Phase 5: Bilan (par le professeur)

- Retour “méta” s'appuyant sur les procédures des élèves
 - cycle de modélisation (conscientiser les différentes phases)
Ex : boîtes et validation
 - hiérarchisation de ce qui est négligé (décisions en cours de travail)
Ex : Poteau vs cas compact
 - comparaison des différentes sources d'approximation
Ex : erreurs de mesures vs chiffres significatifs dans la partie maths
 - plusieurs procédures → moyen de contrôle
Ex : proportionalité vs cas compact
 - dépendance aux ressources (temps, matérielles, maths disponibles)
Ex : boîtes, phases 1 et 2
- Pour aller + loin : cas compact + conjecture de Kepler (sous quelle forme?)

Bilan ping-pong

Phase 5: Bilan (par le professeur)

- Retour “méta” s'appuyant sur les procédures des élèves
 - cycle de modélisation (conscientiser les différentes phases)
Ex : boîtes et validation
 - hiérarchisation de ce qui est négligé (décisions en cours de travail)
Ex : Poteau vs cas compact
 - comparaison des différentes sources d'approximation
Ex : erreurs de mesures vs chiffres significatifs dans la partie maths
 - plusieurs procédures → moyen de contrôle
Ex : proportionalité vs cas compact
 - dépendance aux ressources (temps, matérielles, maths disponibles)
Ex : boîtes, phases 1 et 2
- Pour aller + loin : cas compact + conjecture de Kepler (sous quelle forme?)

Solution prof

- **Première borne inf** : réseau cubique, effet de bord
- **Première borne sup** : Volume des balles \leq Volume de la salle
↪ écart très important : $\frac{b}{a} \simeq 1.9$
- **Test** avec les boîtes
- **Cas compact 2d** :

Solution prof

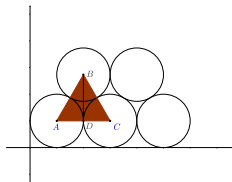
- Première borne inf : réseau cubique, effet de bord
- Première borne sup : Volume des balles \leq Volume de la salle
↔ écart très important : $\frac{b}{a} \simeq 1.9$
- Test avec les boîtes
- Cas compact 2d :

Solution prof

- **Première borne inf** : réseau cubique, effet de bord
- **Première borne sup** : Volume des balles \leq Volume de la salle
↔ écart très important : $\frac{b}{a} \simeq 1.9$
- **Test** avec les boîtes
- Cas compact 2d :

Solution prof

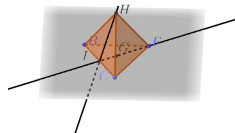
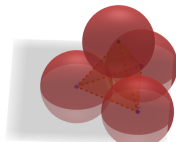
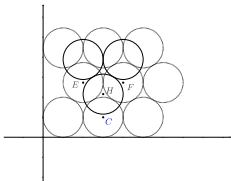
- Première borne inf : réseau cubique, effet de bord
- Première borne sup : Volume des balles \leq Volume de la salle
 \rightsquigarrow écart très important : $\frac{b}{a} \simeq 1.9$
- Test avec les boîtes
- Cas compact 2d :



\rightsquigarrow gain : facteur $\frac{2}{\sqrt{3}} \simeq 1.15$

Solution prof

➤ Cas compact 3d :

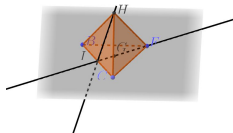
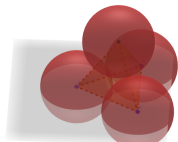
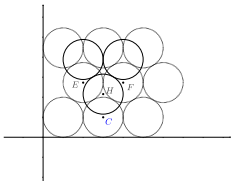


➤ Conclusion sans effet de bord :

$$a = \frac{V_{salle}}{(2r)^3} \sqrt{2} \quad b = \frac{V_{salle}}{\frac{4}{3}\pi r^3} \quad \frac{b}{a} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \simeq 1.35$$

Solution prof

- Cas compact 3d :



- Conclusion sans effet de bord :

$$a = \frac{V_{\text{salle}}}{(2r)^3} \sqrt{2} \quad b = \frac{V_{\text{salle}}}{\frac{4}{3}\pi r^3} \quad \frac{b}{a} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \simeq 1.35$$

Frustration : maths pauvres

- Explications :
 - temps imparti
 - Blum et Niss : maths utilisées « profondément ancrées et disponibles »
 - anticipation vs susciter une “résolution de problème”
Ex : modélisation géométrique écartée spontanément car trop risquée mathématiquement ?
 - possible en plusieurs étapes ?
 - Plusieurs cycles
 - Préparation avec une tâche 2d (cable ou balles de paille)
 - Travail traditionnel en classe après la séance de modélisation
- ↪ À tester

Frustration : maths pauvres

- Explications :
 - temps imparti
 - Blum et Niss : maths utilisées « profondément ancrées et disponibles »
 - anticipation vs susciter une “résolution de problème”
Ex : modélisation géométrique écartée spontanément car trop risquée mathématiquement ?
 - possible en plusieurs étapes ?
 - Plusieurs cycles
 - Préparation avec une tache 2d (cable ou balles de paille)
 - Travail traditionnel en classe après la séance de modélisation
- ↪ À tester

Frustration : authenticité ... selon qui ?

- Selon les élèves : problématique sincèrement ressentie comme intéressante ?
- Selon DISUM, ex : balles de paille



- Article scientifique, ex : Mendel

Modélisation mathématique ... Quèsaco ?

- Contradiction dans les termes ? Cf. Jean-Pierre Ferrier (débat du CS de l'IREM) “modélisation de l'ingénieur”, “mépris du physicien”
- Objet pédagogique lié aux contraintes scolaires ?
- Danger d'évacuer la réalité
- Qui doit enseigner la modélisation ? Profs de sciences vs profs de maths

Plan

À vous de jouer : ping-pong !

Un peu de théorie

Retour ping-pong

Le parcours du groupe

Origines de notre intérêt pour la modélisation :

- place des maths dans les sciences
- source de motivation pour les élèves
- s'approprier les contraintes institutionnelles :
 - introduction de l'exponentielle en première comme outil de modélisation (cf. situation de la dilution saline en 2021)
 - “compétence modéliser”
 - grand oral

Objectif

Création d'un **parcours de tâches** de modélisation au lycée

- Superficie d'une île \rightsquigarrow accent sur la notion de **modèle** et l'**influence du temps disponible**
- Ping-pong \rightsquigarrow accent sur la **validation**

Autres perspectives

- Ressources :
 - COMAP
 - mode d'appropriation (Lesson study?)
 - classification
 - authenticité d'après les élèves?
- Interdisciplinarité :
 - IREMS
 - CREA
- Interventions
- Évaluation



MERCI !