
ACTIVITÉ

LE PROBLÈME DES 100 VOLATILES

Mahdi ABDELJAOUAD¹

Université de Tunis

« *Un coq vaut cinq pièces, une poule trois pièces et trois poussins valent une pièce. Avec cent pièces, on achète cent oiseaux. Combien y a-t-il de coqs, de poules et de poussins ?* » Ce problème se trouve dans un traité écrit par Zhang Quijian au milieu du V^e siècle en Chine. Il est du type « problème des 100 volatiles ». Des énoncés de ce type ont été proposés dans toutes les cultures anciennes. On en trouve par exemple en Inde au VII^e siècle chez Mahavira, à Bagdad vers 900 chez Abu Kamil et en Italie au XIII^e siècle chez Fibonacci.

Dans chaque problème de ce type, il s'agit d'acheter un certain nombre de volatiles de plusieurs espèces, connaissant :

1. le prix unitaire de chaque volatile,
2. le nombre total de volatiles achetés
3. le prix global de l'achat et de déterminer le nombre de volatiles de chaque espèce que l'on a pu acheter.

Les historiens des mathématiques ont montré que plusieurs techniques ont été utilisées pour résoudre ce problème. Depuis quelques années, nous avons étudié les problèmes des 100 volatiles chez les mathématiciens de langue arabe, entre le X^e et le XV^e siècle, de Samarcande à Grenade en passant par Bagdad. Dans cette activité, nous proposons quelques problèmes choisis dans leurs traités sans dévoiler leur(s) solution(s) et suggérons au lecteur de tenter de les résoudre. Dans un prochain article, nous proposerons de dénombrer les problèmes de ce type, de les décrire et d'en déduire une typologie.

Quelques énoncés

Abu Kamil (m. 930²) est le premier mathématicien arabe ayant rédigé un traité totalement réservé aux problèmes des 100 volatiles. Il est intéressant de relire une partie de sa préface :

Je me trouvai devant un problème que je résolus et pour lequel je découvris quantité de solutions ; approfondissant ceci, je parvins à deux mille six cent septante-six solutions. Mon étonnement fut grand, mais je fis l'expérience que, lorsque je racontai cette découverte, certains me considérèrent avec étonnement ou me jugèrent incapable, ou que ceux qui me connaissaient furent pris de suspicion à mon égard. Je me décidai alors à écrire un livre sur ce type de calcul, destiné à en faciliter le traitement et à en rendre l'accès plus aisé.³

Abu Kamil explique que, dans ce genre de problèmes, la solution nécessite implicitement que le nombre de chaque type de volatiles soit entier, car on ne peut pas vendre des portions d'animaux ou les combiner entre eux. Par ailleurs, ces problèmes peuvent avoir une seule ou plusieurs

¹ mahdi.abdeljaouad@gmail.com

² « m. » signifie « mort en ».

³ Sesiano, J. (1999). *Une introduction à l'histoire de l'algèbre*. Lausanne : Presses Polytechniques et universitaires romanes. pp. 78-80.

solutions et même ne pas en avoir du tout. Il précise que ce type de problèmes ne concerne pas seulement les oiseaux, mais également les humains (hommes, femmes, enfants), les achats d'armes diverses (épées, arcs et autres sortes). Pour les résoudre, il faut également tenir compte d'autres contraintes introduites dans l'énoncé comme, par exemple, l'achat d'un type d'oiseaux en nombre supérieur aux autres types.

Le problème qui étonna Abu Kamil est difficile à résoudre, nous le placerons en fin de notre liste, juste avant celui proposé par al-Kashi qui traite de dix types de volatiles.

1. *On t'a donné 100 dirhams et on t'a demandé d'acheter 100 volatiles ; des canards, des poules et des moineaux. Un canard coûte 5 dirhams, 20 moineaux coûtent 1 dirham et le poulet est à 1 dirham. Combien y a-t-il de volatiles de chaque espèce ? (Abu Kamil, m. 930).*

2. *Nous voulons acheter pour cent dirhams cent volatiles de trois espèces — canards, pigeons et poulets. Chaque canard pour deux dirhams, trois pigeons pour un dirham et deux poulets pour un dirham. Combien y a-t-il de chaque espèce ? (Al-Samaw'al al-Maghribī, m. 1175).*

3. *Une personne donne à un de ses ghulām [jeunes serviteurs] 100 dirhams et lui dit : « distribue-les à cent indigents : des vieillards, des vieilles et des fillettes. Donne à chaque vieillard un demi-dirham, à chaque vieille un quart de dirham et à chaque fillette dix dirhams ». (Auteur inconnu, XIV^e siècle).*

4. *Un canard coûte 3 dirhams, une poule 2 dirhams, un pigeon un tiers de dirham et un moineau un quart de dirham. On désire seize volatiles pour seize dirhams. (Ibn al-Ha'im, m. 1412).*

5. *Si on te dit : « une oie coûte 4 dirhams, 10 moineaux 1 dirham, 2 pigeons 1 dirham et 1 poule 1 dirham. On achète cent volatiles pour cent dirhams ». Combien y a-t-il de chaque espèce ? (Abu Kamil, m. 930).*

6. *Nous souhaitons acheter 10 espèces de volatiles, à raison de 300 volatiles pour 300 dinars. Une grue vaut 3 dinars, 2 canards valent 3 dinars, 3 oies valent 5 dinars, 1 coq de neige vaut 1 dinar, 3 perdrix pour 2 dinars, 2 faisans pour 1 dinar, 3 pigeons pour 1 dinar, 4 poules pour 1 dinar, 5 cailles pour 1 dinar et 6 moineaux pour 1 dinar. (Al-Kashi, m. 1429).*