

Activité 1 (★)

Dans une prison, les prisonniers qui le souhaitent peuvent obtenir leur libération s'ils réussissent un test de logique. Voici le test :



Les prisonniers sont regroupés pour former un groupe de 3. Ils sont placés en cercle. Le gardien dispose de 4 chapeaux de couleurs : 2 chapeaux blancs et 2 noirs. Il dépose au hasard un chapeau sur la tête de chaque prisonnier. Chaque prisonnier voit la couleur du chapeau des autres, mais pas le sien.



La règle est simple : celui qui devine la couleur de son chapeau est libéré. Chaque prisonnier a le droit de donner la couleur de son chapeau quand il le souhaite. Attention, il doit être sûr de la couleur de son chapeau : il ne dispose que d'un seul essai ! S'il se trompe, il retourne immédiatement en prison.

On place donc les trois prisonniers dans une salle. Ils n'ont pas le droit de parler entre eux, sous peine de repartir en prison sans essayer de deviner leur couleur de chapeau. Quand un prisonnier pense connaître la couleur de son chapeau, il l'annonce. Une fois les trois réponses données, ils découvrent ensemble qui sera libéré et qui retournera en prison.

Depuis que ce test a été mis en place, tous les prisonniers ont été libérés. Le directeur de la prison ne comprend pas pourquoi, et se demande si les prisonniers n'auraient pas triché. Sauriez-vous expliquer comment les prisonniers ont réussi à tous se libérer sans tricher ?

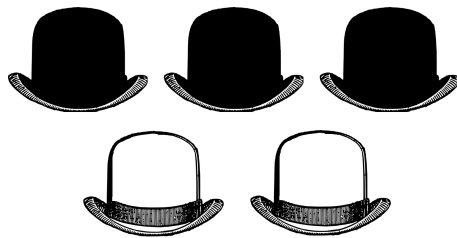
Le directeur de la prison propose de placer les prisonniers en file indienne, pour que le premier prisonnier voit les chapeaux des 2 suivant, le deuxième voit seulement le suivant et le troisième ne voit personne. Comme pour le test précédent, quand un prisonnier pense connaître la couleur de son chapeau, il la donne et ils découvrent ensemble qui sera libéré et qui retournera en prison. Le directeur pense qu'avec ce test, plus de prisonniers resteront en prison. Qu'en pensez-vous ?

Activité 2 (★★)



Dans une prison, les prisonniers qui le souhaitent peuvent obtenir leur libération s'ils réussissent un test de logique. Voici le test :

Les prisonniers sont regroupés pour former un groupe de 3. Ils sont placés les uns derrière les autres. Le gardien dispose de 5 chapeaux de couleurs : 2 chapeaux blancs et 3 noirs. Il dépose au hasard un chapeau sur la tête de chaque prisonnier. Les prisonniers ne voient pas la couleur du chapeau posé sur leur tête. Mais le premier prisonnier voit les chapeaux des 2 suivants, le deuxième, voit seulement le suivant et le troisième ne voit personne.



La règle est simple : celui qui devine la couleur de son chapeau est libéré. Le prisonnier qui voit les deux autres chapeaux parle en premier, c'est ensuite au tour de celui qui en voit deux. Pour terminer, c'est au troisième de parler. Une fois les trois réponses données, ils découvrent ensemble qui sera libéré et qui retournera en prison.

On demande au premier prisonnier s'il connaît la couleur de son chapeau. Il répond que non. C'est alors au tour du deuxième de répondre, il répond également qu'il ne connaît pas la couleur de son chapeau. Le troisième donne alors la couleur de son chapeau. Il est donc libéré.

Comment le troisième prisonnier a-t-il pu connaître la couleur de son chapeau, alors qu'il n'en voit aucun ?

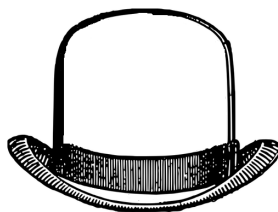
Existe-t-il d'autres configurations permettant à l'un des prisonniers de se libérer ? Permettant à deux prisonniers de se libérer ? Permettant aux 3 prisonniers de se libérer ?

Activité 3 (***)

Dans une prison, un gardien s'ennuie et veut proposer un jeu aux 100 prisonniers qu'il surveille. Il va alors leur proposer un test pour qu'ils puissent obtenir leur libération s'ils réussissent. Il les réunit dans une salle, leur annonce les règles de ce test et leur donne la nuit pour y réfléchir. Voici le test :



Les prisonniers sont placés en file indienne du plus grand au plus petit. Le gardien dispose de chapeaux de deux couleurs différentes : blanc et noir, qu'il dépose au hasard sur la tête de chaque prisonnier. On ne connaît pas le nombre de chapeaux noirs, ni le nombre de chapeaux blancs. Chaque prisonnier ne voit pas la couleur de son chapeau, mais voit la couleur des chapeaux des prisonniers placés devant lui : le premier voit 99 chapeaux, le second voit 98 chapeaux et le dernier ne voit rien. Les prisonniers ont bien sûr l'interdiction de communiquer entre eux, se retourner ou de se décaler pendant le test.



Puis, le gardien demande à chaque prisonnier de la file indienne, à tour de rôle, de deviner la couleur de son chapeau, en commençant par le plus grand. Ils ne peuvent dire que "noir" ou "blanc" (sans intonation dans la voix, vitesse de prononciation ou autre technique pour donner des informations aux autres) au risque de retourner en prison à vie. Chacun entend la réponse du prisonnier interrogé, mais personne ne sait si elle était juste ou fausse. C'est une fois que tous les prisonniers ont parlé que le gardien annonce le résultat.

La règle est simple : si au moins 60 prisonniers donnent la couleur de leur chapeau, alors ils seront tout libérés. Sinon ils retournent tous en prison.

Le matin du test, le gardien se pose des questions sur son test, il a peur qu'il soit trop facile. Il se demande si la règle est bonne et pense augmenter le nombre minimal de bonnes réponses à 75. Que pensez-vous de sa proposition : permet-elle de réduire les chances de victoires des prisonniers ?

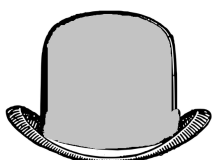
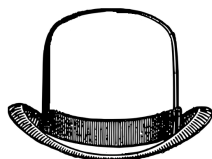
À la place des prisonniers, quelle(s) stratégie(s) proposeriez-vous ?

Activité 4 (☆☆☆)

Dans une prison, un gardien s'ennuie et veut proposer un jeu aux 100 prisonniers qu'il surveille. Il va alors leur proposer un test pour qu'ils puissent obtenir leur libération s'ils réussissent. Il les réunit dans une salle, leur annonce les règles de ce test et leur donne la nuit pour y réfléchir. Voici le test :



Les prisonniers sont placés en file indienne du plus grand au plus petit. Le gardien dispose de chapeaux de trois couleurs différentes : noir, blanc et gris, qu'il dépose au hasard sur la tête de chaque prisonnier. On ne connaît pas les proportions de chapeaux de chacune des couleurs. Chaque prisonnier ne voit pas la couleur de son chapeau, mais voit la couleur des chapeaux des prisonniers placés devant lui : le premier voit 99 chapeaux, le second voit 98 chapeaux et le dernier ne voit rien. Les prisonniers ont bien sûr l'interdiction de communiquer entre eux, se retourner ou de se décaler pendant le test.



Puis, le gardien demande à chaque prisonnier de la file indienne, à tour de rôle, de deviner la couleur de son chapeau, en commençant par le plus grand. Ils ne peuvent dire que "noir", "blanc" ou "gris" (sans intonation dans la voix, vitesse de prononciation ou autre technique pour donner des informations aux autres) au risque de retourner en prison à vie. Chacun entend la réponse du prisonnier interrogé, mais personne ne sait si elle était juste ou fausse. C'est une fois que tous les prisonniers aient parlé que le gardien annonce le résultat.

La règle est simple : si au moins 60 prisonniers donnent la couleur de leur chapeau, alors ils seront tout libérés. Sinon ils retournent tous en prison.

Le matin du test, le gardien se pose des questions sur son test, il a peur qu'il soit trop facile. Il se demande si la règle est bonne et pense augmenter le nombre minimal de bonnes réponses à 75. Que pensez-vous de sa proposition : permet-elle de réduire les chances de victoires des prisonniers ?

À la place des prisonniers, quelle(s) stratégie(s) proposeriez-vous ?