Archimède, *De la mesure du cercle*
traduction française de Paul ver Eecke
(Lib. Blanchard)
[http://www.mathkang.org/maths/txtarchimede.html]

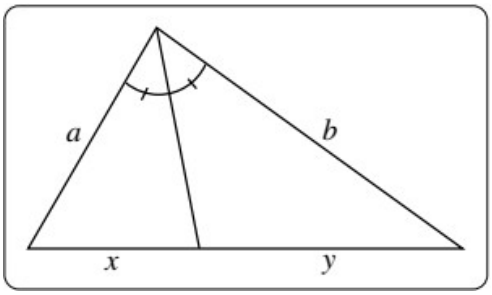
Proposition III.

Le périmètre de tout cercle vaut le triple du diamètre augmenté de moins de la septième partie, mais de plus des dix soixante et onzième parties du diamètre.

***

Soit un cercle, un diamètre AG, le centre E, une tangente GLZ et l'angle sous ZE, EG tiers d'un angle droit. Dès lors, le rapport de EZ à GZ est celui de 306 à 153, tandis que le rapport de EG à GZ est celui de 265 à 153.

Partageons l'angle ZEG en deux parties égales par la droite EH ; dès lors, ZE est à EG comme ZH est à HG.



Par conséquent, la somme de ZE, EG est à ZG comme EG est à GH ; de manière que le rapport de GE à GH est plus grand que celui de 571 à 153. Dès lors, le rapport du carré de EH au carré de HG est égal à celui de 349450 à 23409 ; donc, le rapport des racines est égal à celui de 591 1/8 à 153.

Que l'angle HEG soit de nouveau divisé en deux parties égales par la droite EU. Dès lors, de même, le rapport de EG à GU sera plus grand que celui de 1162 1/8 à 153 ; par conséquent, le rapport de UE à UG sera plus grand que celui de 1172 1/8 à 153.

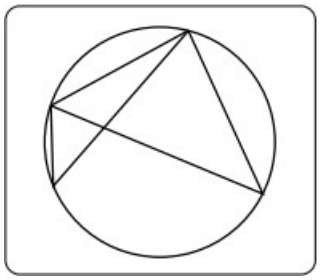
Que l'angle UEG soit encore divisé en deux parties égales par la droite EK. Dès lors, le rapport de EG à GK sera plus grand que celui de 2334 1/4 à 153 ; par conséquent, le rapport de EK à GK est plus grand que celui de 2339 1/4 à 153.

Que l'angle KEG soit encore divisé en deux parties égales par la droite LE. Dès lors, le rapport de EG à LG sera sera plus grand que celui de 4673 1/2 à 153 ; par conséquent, puisque l'angle ZEG, qui est le tiers de l'angle droit, a été divisé quatre fois en deux parties égales, l'angle LEG sera la quarante-huitième partie de l'angle droit. Faisons donc au point E un angle GEM égal à ce dernier angle. Dès lors, l'angle LEM est la vingt-quatrième partie de l'angle droit, et, par conséquent, la droite LM est le côté du polygone de 96 côtés circonscrit au cercle. Donc, puisqu'il a été démontré que le rapport de EG à GL est plus grand que celui de 4673 1/2 à 153, tandis que AG est le double de EG et que LM est le double de GL, il en résulte que le rapport de AG au périmètre du polygone de 96 côtés est aussi plus grand que celui de 4673 1/2 à 14688. De plus, ce dernier nombre est le triple du premier avec un excédent de 667 1/2 qui est moindre que la septième partie de 4673 1/2; de manière que le polygone circonscrit au cercle est plus petit que le triple augmenté de plus d'un septième du diamètre. En conséquence, la circonférence du cercle est à fortiori plus petite que le triple augmenté de plus d'un septième du diamètre.

***

Soit un cercle de diamètre AG et un angle BAG qui soit le tiers de l'angle droit. Dès lors, le rapport de AB à BG est moindre que celui de 1351 à 780, tandis que le rapport de AG à GB est celui de 1560 à 780.

Divisons l'angle BAG en deux parties égales par la droite AH. Dès lors, puisque l'angle BAH est égal à l'angle HGB ainsi qu'à l'angle HAG, l'angle HGB sera aussi égal à l'angle HAG. De plus, l'angle droit AHG est commun ; par conséquent, le troisième angle HZG sera égal au troisième angle AGH. Il en résulte que les triangles AHG, GHZ sont équiangles. Dès lors, AH est à HG comme GH est à HZ et comme AG est à GZ.



Or, AG est à GZ comme la somme des droites GA, AB est à BG ; par conséquent, la somme de GA, AB est aussi à BG comme AH est à HG. Il résulte de là que le rapport de AH à HG est moindre que celui de 2911 à 780, et que le rapport de AG à GH est moindre que celui de 3013 3/4 à 780. Divisons l'angle GAH en deux parties égales par la droite AU ; le rapport de AU à UG sera, pour les mêmes motifs, plus petit que celui de 5924 3/4 à 780, ou que celui de 1823 à 240, car ces nombres sont respectivement les 4/13 des nombres précédents. Par conséquent, le rapport de AG à GU est moindre que celui de 1838 9/11 à 240.

Divisons encore l'angle UAG par la droite KA ; dès lors, le rapport de AK à KG est moindre que celui de 1007 à 66, car ces nombres sont respectivement les 11/40 d'autres nombres. Par conséquent, le rapport de AG à GK est moindre que celui de 1009 1/6 à 66.

Divisons encore l'angle KAG en deux parties égales par la droite LA ; dès lors, le rapport de AL à LG sera moindre que celui de 2016 1/6 à 66, tandis que le rapport de AG à GL sera moindre que celui de 2017 1/4 à 66.

Il en résulte que, par inversion, le rapport du périmètre du polygone au diamètre est plus grand que celui de 6336 à 2017 1/4. Or, le premier de ces nombres est trois et 10/71 fois plus grand que 2017 1/4 ; par conséquent, le périmètre du polygone de 96 côtés inscrit dans un cercle est aussi grand que le triple plus 10/71 du diamètre ; de manière que le cercle est aussi, à fortiori, plus grand que le triple plus 10/71 du diamètre. Dès lors, la circonférence du cercle vaut trois fois le diamètre plus une partie inférieure au septième, mais supérieure aux 10/71 du diamètre.