UN OUTIL PERSONNEL PUISSANT QUI NÉCESSITE UN APPRENTISSAGE ET NE DISPENSE TOUJOURS PAS DE RÉFLÉCHIR !

J.-F. CANET,
J. DELGOULET,
D. GUIN,
L. TROUCHE,
Irem de Montpellier

L'IREM de Montpellier développe depuis plusieurs années des recherches concernant l'intégration des calculatrices dans l'enseignement des Mathématiques [Irem de Montpellier 93, 94, 95 ; Nouazé 95, Trouche 92, 94, 95], il s'est donc intéressé tout naturellement à la nouvelle calculatrice TI 92 de Texas Instruments disponible depuis Novembre 95. Nous vous présentons, tout d'abord, très succinctement ses possibilités, la documentation sur ce produit étant dès maintenant abondante, nous évoquerons ensuite certains aspects qui pourraient déconcerter un enseignant lors d'une première prise en main (1). Enfin, nous nous interrogerons sur le rôle que peut avoir l'enseignant dans l'appropriation d'un tel produit, premier représentant d'une nouvelle génération d'outils.

(1) Cet article a été proposé en Novembre 1995.

1. Un outil personnel puissant

Cette nouvelle calculatrice possède la puissance d'un ordinateur et la mobilité d'une calculatrice. Elle dispose d'une diversité étonnante d'applications :

* l'application initiale qui est une adaptation de DERIVE, système de calcul symbolique, où l'on peut faire du calcul numérique exact et approché, du calcul algébrique (développement, factorisation, résolution d'équations...), et du calcul différentiel et intégral,
* l'éditeur de fonctions,
* la gestion de la fenêtre graphique,
* la gestion des représentations graphiques en 2D et 3D,
* l'éditeur de tableaux de valeurs d'une fonction,
* l'éditeur de données qui permet l'édition de données, listes et matrices, le calcul sur ces objets et dispose égale-

ment de fonctions statistiques,
* l'application géométrie qui est une adaptation de CABRI II développé par l'équipe de J.-M. Laborde au sein de l'équipe LSD2 de l'IMAG de Grenoble,
* l'éditeur de programmes dans un langage fonctionnel,
* l'éditeur de textes dans lequel on peut inclure des commandes exécutables.

Cette calculatrice peut, en outre, être connectée :

* à une autre calculatrice du même type pour échanger données et programmes (câble fourni avec la machine),
* à un ordinateur (PC ou Mac) pour échanger données et programmes (câble et utilitaire en option),
* à une tablette rétroprojetable (pour la version rétroprojetable de la machine).

Enfin, il est possible de visualiser en même temps deux applications, et, remarque importante pour les enseignants, les menus de l'application initiale peuvent être reconfigurés.

A titre d'exemple [Kutzler 95], la première activité du stage d'initiation destiné aux professeurs de mathématiques illustre la diversité des applications :

* l'application géométrie où, après avoir affiché les axes (pour faciliter ensuite l'étude analytique), sont construits foyer (sur l'axe des ordonnées), puis directrice. Après avoir animé un point H sur la directrice, on obtient la parabole comme lieu d'un certain point M construit en fonction de H. Il est possible également d'observer que la médiatrice de [H F] est tangente à la courbe au point M,
* l'éditeur de données où les coordonnées du point animé sont transférées, dans lequel on peut demander un ajustement par un polynôme de degré 2 (par exemple) et également construire une représentation graphique à partir des données recueillies,
* l'application initiale dans laquelle peut être ensuite menée l'étude analytique formelle : on calcule à partir de la longueur du vecteur $\overrightarrow{MH}$ l'équation de la parabole, puis l'équation réduite,
* l'application graphique où l'on peut, à titre de vérification, faire tracer le courbe à partir de l'équation réduite $y = \frac{x^2}{2d}$ obtenue après avoir déterminé dans l'application géométrique la valeur de d correspondante,
* l'éditeur de programmes où l'on peut définir deux fonctions permettant de déterminer l'équation de la médiatrice d'un segment à partir de ses extrémités et celle de la tangente à une courbe (afin de vérifier que la médiatrice de [H F] est tangente à la courbe au point M).

L'activité se termine sur la réalisation d'un programme déterminant l'équation d'une conique quelconque à partir de la saisie dans une boîte de dialogue des éléments de définition de celle-ci.

Des exemples d'activités mathématiques illustrés de nombreuses copies d'écran [Bouteiller et Duperier 95, Hypothèses 95, Kutzler 95, mode d'emploi] sont déjà actuellement disponibles. Grâce aux diverses recherches qui ont été réalisées auparavant sur l'intégration des logiciel DERIVE et CABRI dont nous ne pouvons mentionner que quelques références [Aldon 95, Artigue 95, Canet 94, Caen 94, CII Informatique et Mathématique 94, Hirlimann 93, Grenoble 93], des situations pourront être rapidement expérimentées en classe. Nous nous centrerons dans ce qui suit plutôt sur quelques aspects qui nous paraissent d'autant plus importants que cet outil sera désormais un outil personnel pour l'élève.

2. L'accès à de multiples représentations d'un objet mathématique

La TI 92, comme du reste tous les outils de calcul symbolique, permet d'accéder rapidement à diverses représentations d'un objet mathématique. Par exemple, l'on obtiendra très facilement diverses écritures d'une expression algébrique, l'on pourra choisir de construire une figure de géométrie avec ou sans utilisation d'un système de coordonnées (que l'on peut lui-même choisir entre rectangulaire et polaire). Cet outil facilite le passage entre des représentations faisant appel à des registres différents. En particulier, l'application géométrie comporte des nouveautés importantes par rapport à CABRI [Capponi 95] : "elle permet de relier les aspects numériques et géométriques et de représenter graphiquement, de manière rapide, des phénomènes à base géométrique". De tels exemples nécessitent pour la compréhension des photocopies d'écran dès qu'intervient l'application géométrique. Vous trouverez en annexe un premier exemple de J. Delgoulet et J.-F. Canet mettant en évidence les nouvelles possibilités de l'application géométrie (représentation graphique rapide d'un phénomène géométrique que l'on peut désormais combiner avec une résolution formelle).

Voici un autre exemple tiré du manuel de la machine qui offre des explications claires et des exemples : il est aisé de passer d'une suite définie par récurrence à une représentation graphique de quelques termes, ou au calcul (exact ou approché) de ces mêmes termes comme le montre l'exemple suivant. Pour obtenir les valeurs exactes de la suite définie par $u_n = \dfrac{1-u_{n-1}}{9}$ et $u_0 = 5$ on est conduit à définir celle-ci dans l'application initiale (fig. 1).

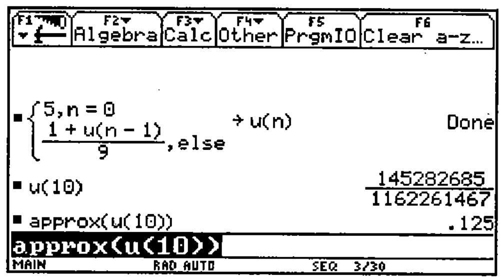


Fig. 1

L'éditeur de données nous offre ensuite la possibilité de visualiser simultanément valeurs exactes et approchées des premiers termes de la suite (fig. 2).

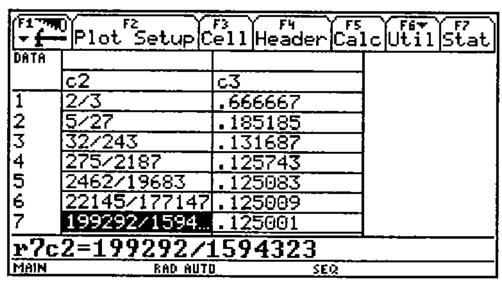


Fig. 2

Si seules les valeurs approchées et une représentation graphique nous intéressent il suffit (après avoir choisi le mode suite) d'utiliser l'éditeur de fonctions

(Y = *Editor*) (fig. 3) [2] et obtenir la représentation graphique correspondante (*Graph*) (fig. 4) [3].

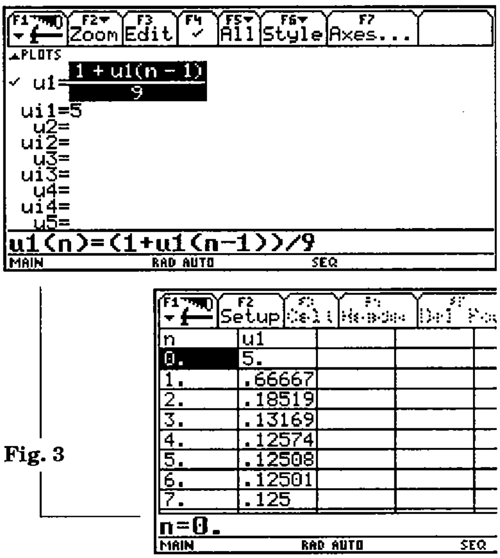


Fig. 3

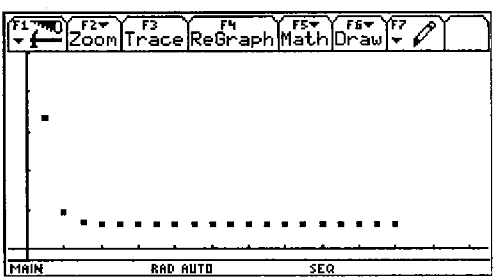


Fig. 4

Le travail mathématique qui consiste à choisir, dans un problème donné, parmi les diverses représentations, celle qui est la plus adaptée à la question que l'on se pose est bien évidemment laissé à l'initiative de l'utilisateur de l'outil !

3. Des choix qui peuvent paraître surprenants

P. Fortin, dans un document d'accompagnement de la calculatrice [Fortin 95], décrit fort bien la surprise que peut produire un système de calcul symbolique : il suffit de taper, par exemple, $\sum_{p=0}^{n} x^p$. L'on pourrait espérer raisonnablement comme résultat $\dfrac{x^{n+1}-1}{x-1}$, mais l'on obtient $\dfrac{x\,.\,x^n-1}{x-1}$ (même après avoir demandé une simplification). L'on retrouve une situation identique pour $x\,.\,x^n$, $\dfrac{x^n}{x}$, ou encore $n\,!\,(n+1)$. Pourtant $x.x^n - x^{n+1}$ donne comme résultat 0 et $x^n.\,x^m$ donne x^{m+n} !

La calculatrice connaît donc bien les règles de calcul, mais le choix effectué pour le processus de simplification automatique est différent du nôtre, et il nous paraît surprenant. Quand nous faisons un calcul à la main, nos choix sont guidés par le type de calcul que nous faisons, et ce n'est pas toujours la forme la plus concise qui est la mieux adaptée au problème. Est-il préférable d'écrire $\cos^2 x$ ou $\dfrac{\cos 2x+1}{2}$, $\dfrac{x+1}{x}$ ou $1+\dfrac{1}{x}$, ln (4) ou 2 ln (2) ? Bien entendu, tout cela dépend du contexte... La calculatrice fait un choix pour la simplification automatique, mais l'utilisateur peut avoir la possibilité d'obtenir des formes équivalentes d'une expression en utilisant des

(2) L'affichage dans l'éditeur en mode suite pourrait poser problème à certains élèves.

(3) Dans l'application *Graph*, le calcul est évidemment approché, mais l'affichage du mode utilisé n'est pas modifié dans la ligne d'état (au bas de l'écran).

fonctions spécifiques, bien sûr cela demande un certain apprentissage. Les choix effectués par la machine peuvent d'ailleurs aboutir à des contradictions : par exemple, l'expression $\frac{x^2-4}{x-2}$ est simplifiée en $x + 2$, mais la valeur de la première expression pour $x = 2$ n'existe pas.

De même de nombreuses réponses s'expliquent par le fait que l'application est conçue pour travailler par défaut dans l'ensemble des nombres complexes. Cependant, il est possible de préciser le mode (réel ou complexe) et d'ajouter des conditions telles que ($x > 0$). Mais en mode réel, le calcul s'effectue encore dans l'ensemble des nombres complexes, le test s'effectue uniquement sur le résultat, là encore des contradictions peuvent apparaître (fig. 5).

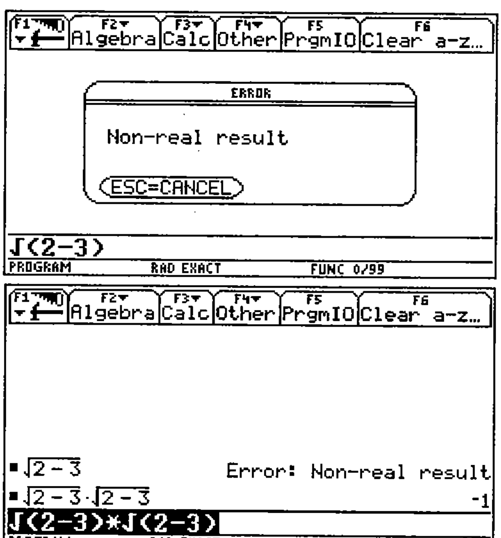


Fig. 5

Considérons maintenant plus spécifiquement l'application initiale de la calculatrice, les choix sont encore différents de ceux de DERIVE : le fait de taper ENTER, après avoir entré une expression, déclenche automatiquement une simplification qui peut être éventuellement une factorisation, un développement, une décomposition en éléments simples, comme le montrent les écrans de la figure 6.

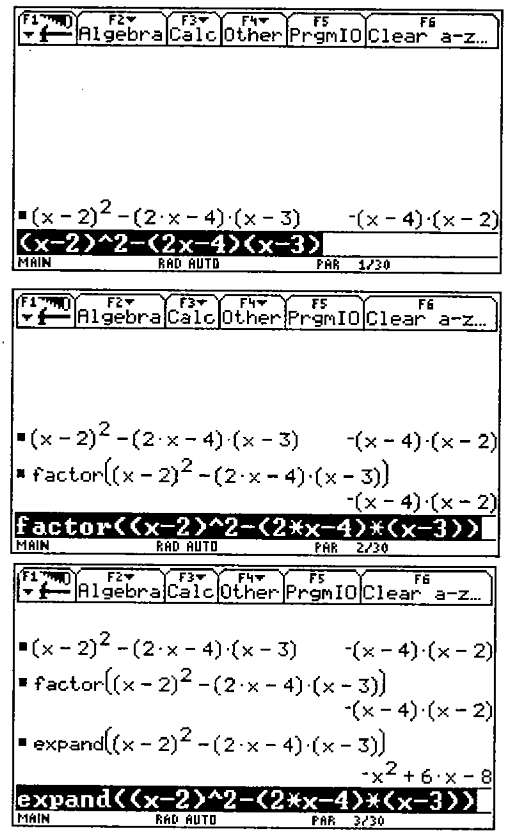


Fig. 6
Frappe de ENTER uniquement

Par conséquent, il sera difficile de prévoir le résultat produit par la machine, qui sera souvent non conforme à nos critères d'écriture d'une expression qui dépendent du calcul ultérieur à effectuer. Cet état de fait peut cependant être utilisé de manière positive pour organiser des activités de reconnaissance d'un même objet mathématique sous différentes écritures et la recherche de méthodes papier / crayon et (ou) machine pour comparer et identifier deux écritures différentes.

Une demande de résolution d'une équation telle que $e^x = x^{100}$ (mode "auto") incitera également les élèves à un regard critique : en effet, contrairement à ce qui se passe pour la résolution de l'équation x = 100 ln (x), la deuxième racine positive n'est pas donnée (x ≈ 647.278).

Par contre, nous l'obtiendrons en ajoutant la condition x > 500 qui "forcera" la résolution sur un intervalle plus large. Cette prise de conscience que le résultat affiché n'est pas nécessairement la "totalité" de la réponse est indispensable, mais ne peut être envisagée sans l'aide de l'enseignant. Elle demande une connaissance minimum du fonctionnement de la machine qui doit faire l'objet d'un apprentissage.

Une autre surprise : l'infini est accessible directement par une touche, au même titre que le "i" des complexes, et gagne ainsi un statut de nombre à part entière ! Ainsi, alors que l'infini n'est en principe accessible qu'au terme d'une opération de limite, il est ici en quelque sorte banalisé. Un exemple : si l'on demande à la calculatrice la valeur de e^{3000}, que répond-elle ?

Mode calcul exact	Mode calcul approché
e^{3000}	∞

Il est vrai que l'on peut lire, en mode calcul approché, au bas de l'écran, la phrase suivante : *"Warning, overflow replaced by ∞ or −∞"*. Mais cela ne rend pas les choses nécessairement plus claires pour les élèves qui, si l'enseignant ne les confronte pas à ce problème, risquent d'en déduire que l'infini, c'est un très grand nombre et le passage à la limite, une sorte d'"arrondi"...

Autre exemple : la machine renvoie pour $\frac{e^x}{\infty}$ la réponse 0 (aussi bien en calcul exact qu'en calcul approché !). Elle semble donc fonctionner sur la base de tables d'opérations du type : "n'importe quoi divisé par ∞ donne 0". L'enseignant peut d'ailleurs également s'attendre, s'il n'a professé aucune mise en garde, à des procédures "raccourci" des élèves cherchant la limite en +∞ de la fonction $\frac{1}{x} + \sin x$ qui, pour éviter un certain nombre de manipulations vont taper des expressions n'ayant aucun sens comme $\sin \infty + \frac{1}{\infty}$ (la machine répond sin ∞)... L'on peut alors craindre qu'une utilisation "sauvage" par les élèves, sans intervention de l'enseignant, puisse induire des conceptions erronées sur des objets mathématiques.

Dans une expérimentation, L. Trouche observait que des élèves de Terminales ou DEUG hésitent pour répondre à une question telle que "quelle est la limite en +∞ de la fonction $\frac{e^x}{x^{50}}$?" malgré le théorème à leur disposition, du fait des résultats affichés sur leurs calculatrices : ils devaient concilier le résultat théorique et les résultats de leur machine [Trouche 95]. Avec cette calculatrice, le problème de conciliation est déplacé, et non supprimé, la conciliation doit se faire entre différents résultats issus de la même machine : ainsi pour la fonction $\frac{e^x}{x^{5000}}$, la calculatrice annonce

x	Calcul exact de $\frac{e^x}{x^{5000}}$	Calcul approché de $\frac{e^x}{x^{5000}}$	Calcul "auto" de $\frac{e^x}{x^{5000}}$
1000	Overflow	0	0
2000	Overflow	0	0
2500	Overflow	undef	0

Tableau 2

bien comme limite ∞ quand x tend vers $+\infty$. Si l'on veut "voir" l'allure de la fonction, le graphique donne obstinément 0. Si l'on veut avoir les valeurs prises par la fonction pour x grand, on trouve, suivant le mode de calcul choisi, les résultats du tableau 2.

Si l'on écrit la fonction dans l'éditeur de fonctions, et si l'on regarde les valeurs prises par la fonction dans un tableau, celui-ci affiche tout le temps 0, et undef à partir de 2400 (à peu près). L'élève a alors à sa charge de retrouver une cohérence dans l'ensemble de ces résultats, il n'est heureusement toujours pas dispensé de réfléchir...

4. Premières réflexions sur le rôle de l'enseignant

Bien que nous nous soyons restreints à l'application initiale, les quelques problèmes soulevés dans le paragraphe précédent viennent évidemment s'ajouter à une part importante des difficultés identifiées auparavant sur les calculatrices [Kuntz 93, Trouche 94, Irem de Limoges 95]. Il nous faut donc répéter que la manipulation d'une calculatrice n'a rien de naturel, qu'elle nécessite un apprentissage spécifique et que son utilisation non maîtrisée peut peser lourdement sur la construction des connaissances mathématiques : elle doit être donc prise en compte par l'enseignant, nous renvoyons aux activités décrites dans [Irem de Montpellier 93, 94, 95 ; Kuntz 93, Trouche 94, Irem de Limoges 95, Trouche 95] qui ont pour but de développer un regard critique des élèves vis à vis des résultats produits par leur calculatrice et une prise de conscience des limites de la modélisation du continu par le discret.

Ce nouvel outil peut aussi provoquer d'autres questions que nous avons parfois tendance à écarter. Par exemple la différence entre valeur approchée et valeur exacte se pose immédiatement (*cf.* tableau 3).

Tableau 3

Calcul à effectuer	TI 92 en mode exact	en mode approché	en mode "auto"
$\sin(\frac{\pi}{3})$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	.866025	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
sin (1)	sin (1)	.841471	sin (1)
sin (0.4)	sin (2/5)	.389418	.389418

Mais l'exemple suivant, découvert par hasard au cours d'une activité en classe, montre bien que tout n'est pas simple.

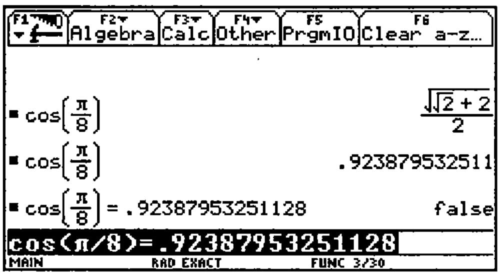


Fig. 7

La machine donne la valeur exacte de cos $\frac{\pi}{8}$.
Elle peut aussi en donner une valeur approchée.
Si on lui demande : "la valeur exacte et la valeur approchée coïncident-elles ?", elle répond "False", c'est à dire "Faux" (fig. 7).

La machine opère donc une distinction salutaire entre calcul exact et calcul approché.

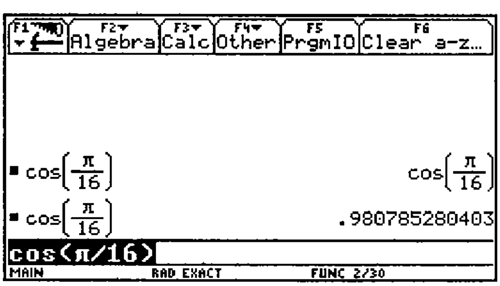


Fig. 8

Par contre, la machine ne connaît pas cos $\frac{\pi}{16}$ en valeur exacte.

Elle n'en connaît qu'une valeur approchée. Le calcul de la valeur exacte de cos $\frac{\pi}{16}$ ne présente cependant pas de difficulté (fig. 8).

De l'identité cos $(2x) = 2\cos^2 x - 1$, on peut déduire que

$$\cos\frac{\pi}{16} = \sqrt{\frac{\cos(\frac{\pi}{8}) + 1}{2}}.$$

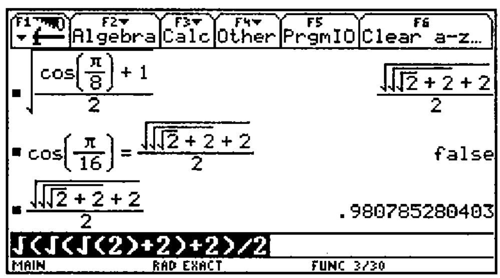


Fig. 9

On obtient bien ainsi la valeur exacte de cos $\frac{\pi}{16}$. Cependant, stupeur, si on demande à la machine : "est-ce que le nombre trouvé est bien cos $\frac{\pi}{16}$?", elle répond "faux"... Ce résultat est en fait naturel (une fois passée la première surprise) (fig. 9).

La calculatrice ne peut se prononcer que sur l'égalité de deux expressions qu'elle peut évaluer. Or, elle ne connaît pas la valeur exacte de cos $\frac{\pi}{16}$ ... Que vont faire alors les élèves pour vérifier la correction de leur calcul ? Il vont comparer les valeurs approchées de cos $\frac{\pi}{16}$ et du nombre trouvé.

Hélas, trois fois hélas, les valeurs approchées ne coïncident pas ! (fig. 10)
Qu'en conclure ?

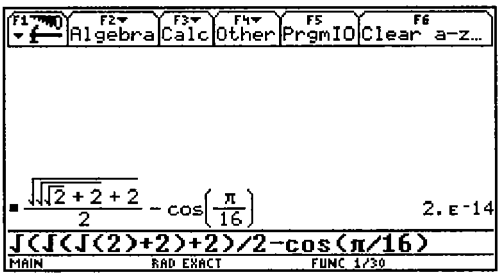


Fig. 10

On est là au cœur du problème (4). Bien entendu si des valeurs approchées de a et b sont différentes, on ne peut pas en conclure que a et b sont différents (si l'on ne connaît pas la qualité de l'approximation). De la même façon, si des valeurs approchées de a et b sont égales, on ne peut jamais en conclure que a et b sont égaux. Mais le déclarer aux élèves ne suffit pas, en général, à les convaincre. Organiser un travail de recherche, ou une discussion, autour du petit drame ci-dessus peut être plus efficace...

Un autre problème, qui prête aussi à réflexion, est celui des choix fait par les auteurs du logiciel pour l'écriture (par défaut) des expressions. Ces derniers ne correspondent pas toujours à nos "habitudes", mais ceci peut souvent être l'occasion d'expliciter, dans la classe, les raisons qui nous font préférer telle écriture à telle autre et de montrer aux élèves que dans bien des cas on est guidé pour faire ces choix par le "contexte" de la question que l'on se pose (on factorise un polynôme parce que l'on souhaite, par exemple, étudier son signe). Répétons-le : certains de ces choix, sans doute guidés par un souci d'efficacité dans les calculs, peuvent même, s'ils ne sont pas expliqués, conforter des interprétations dangereuses (le statut de "nombre" du symbole "∞").

Face aux problèmes signalés, le réflexe des enseignants peut être de bannir ces outils de leur enseignement, mais ce n'est sûrement pas une solution au problème puisque, de toutes façons, les élèves les utilisent et leur accordent le plus souvent une confiance totale, développant par conséquent des conceptions erronées ! Il est donc impossible d'imaginer que la maîtrise d'un tel outil soit laissée à la seule initiative de l'élève, le temps d'enseignement doit par conséquent prendre en compte l'existence de tels outils et certains mécanismes mis en œuvre par ces outils. La prise de conscience des limites d'un instrument scientifique fait partie de l'apprentissage de son usage.

Reprenons la question posée dans [Robert 93] : quel "bénéfice" peut-on espérer pour l'apprentissage des élèves ? pousser les élèves à un questionnement réel en les confrontant aux contradictions (résultats internes à la machine ou avec le résultat théorique), développer les activités jeux de cadres que l'on pourra étendre, en particulier grâce à l'application géométrie dont nous n'avons pas pu présenter ici

(4) Signalons, toutefois, que la calculatrice "sait" reconnaître à peu près la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{16}$ si on lui "simplifie la vie" en calculant $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}+2}{4} - \cos^2\left(\frac{\pi}{16}\right)$, en effet la machine retourne bien zéro comme évaluation de *tCollect*
$$\left(\left(\frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}+2}+2}}{2} - \cos\left(\frac{\pi}{16}\right)\right)\left(\frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}+2}+2}}{2} + \cos\left(\frac{\pi}{16}\right)\right)\right)$$

les nouvelles possibilités. Dans notre enseignement, sa présence peut permettre de consacrer plus de temps à la question du choix de la représentation, puisque l'on est, partiellement, dégagé de la tâche de production. L'on peut, par exemple, envisager une utilisation en fin de collège pour faire comprendre à travers des exemples les raisons qui poussent à choisir telle ou telle écriture dans une situation donnée, faire reconnaître un objet mathématique sous différents déguisements [Canet 95]. Ce sont en effet des compétences que les enseignants cherchent à développer chez les élèves. Rappelons cependant [Artigue 95] qu'en phase de conceptualisation les niveaux conceptuels et techniques ne sont pas indépendants : les situations ne doivent donc pas prendre en charge la totalité du travail technique.

Nous pensons que tels outils peuvent nous permettre de construire des situations où les mathématiques que nous enseignons prendront réalité scientifique chez les élèves [Legrand 95]. Celles-ci d'une part remettront en question leur confiance souvent inconditionnelle en leur calculatrice et d'autre part les amèneront à une réflexion personnelle. L'objectif de l'enseignant ne peut pas être de protéger les élèves de toute confrontation avec les Mathématiques [Bkouche 95]. Essayons de provoquer chez eux un véritable questionnement scientifique grâce à des changements de cadre déstabilisants [Kuntz 96].

L'usage "intelligent" d'un tel outil, qui nécessite un minimum de compréhension de ses mécanismes, relève de compétences que nous cherchons à faire acquérir aux élèves. Au professeur de susciter la réflexion sur les représentations produites par l'outil et d'organiser le va-et-vient entre les différentes représentations des objets mathématiques, issues de la calculatrice ou d'un travail papier/crayon : nous devons poursuivre nos expérimentations afin de trouver les moyens d'une intégration efficace de ces outils. Ce n'est qu'à ce prix que les outils technologiques pourront apporter une aide réelle à la conceptualisation en Mathématiques.

Mise à jour Avril 1996

Comme nous l'avons déjà signalé, cet article a été proposé en Novembre 1995. Nous pourrions à cette date proposer d'autres nombreux exemples d'activités illustrées de copies d'écran. Nous avons choisi de garder l'essentiel du texte initial tout en essayant de prendre en compte les remarques (appréciées) du comité de rédaction. En Septembre 96, date de parution annoncée pour cet article, certains comptes-rendus des différentes expérimentations 95/96 seront déjà disponibles comme, par exemple, "Enseigner les mathématiques en TS avec des calculatrices graphiques et formelles " [Irem de Montpellier 96]. De plus, l'Université d'été à Rennes (fin Août 96) dont le thème est "Des outils informatiques dans la classe aux calculatrices symboliques et géométriques : quelles perspectives pour l'enseignement des mathématiques ?" devrait être l'occasion de faire le point sur les différentes expérimentations 95/96. Les actes qui suivront fourniront sans doute également une documentation plus complète sur le sujet. Cet article avait pour objectif de soulever quelques premières questions, certains éléments de réponse ne devraient pas tarder...

RÉFÉRENCES

ALDON G, 1995 : "Une voiture à la DERIVE", *Repères-IREM*, n° 21.

ARTIGUE M., 1995 : "Un regard didactique sur l'utilisation des outils de calcul formel", *Repères-IREM*, n° 19.

BKOUCHE R., 1995 : "L'achèvement de l'enseignement des mathématiques", *Repères-IREM*, n° 21.

BOUTEILLER Y., DUPERIER M., IREM d'Orléans-Tours, 1995 : "Aide à la résolution de problèmes", documents d'accompagnement de la TI 92, Texas Instruments.

CAEN 1994 : *Actes de l'université d'été : les outils de calcul formel dans l'enseignement des Mathématiques*, Ministère de l'Education Nationale, DITEN B2, Commission Inter-IREM Mathématiques et Informatique.

CANET J.-F., 1994 : *Exemple d'utilisation d'un système de mathématique symbolique*, DEA de Didactique des disciplines scientifiques, Université Montpellier 2.

CANET J.-F., 1995 : "Outil de calcul symbolique et enseignement des mathématiques", *Hypothèses, bulletin scientifique du secondaire de Texas Instruments*, n° 8.

CAPPONI B., 1995 : " De CABRI I à CABRI II : une collaboration entre un laboratoire d'une université française et Texas Instruments", *Hypothèses, bulletin scientifique du secondaire de Texas Instruments*, n° 8.

COMMISSION INTER-IREM MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE, 1994 : *Apports de l'outil informatique à l'enseignement de la géométrie*.

GRENOBLE 1993 : *Actes de l'université d'été apprentissage et enseignement de la géométrie avec Ordinateur : utilisation du logiciel CABRI*-Géomètre en classe, IUFM, IREM de Grenoble et LSD2 (IMAG), Université Joseph Fourier, Grenoble.

HIRLIMANN A. *et alii*, 1993 : *Enseignement des mathématiques et logiciels de calcul formel*, Ministère de l'Education Nationale.

HYPOTHÈSES, 1995 : *Bulletin scientifique du secondaire de Texas Instruments*, n° 8.

IREM DE LIMOGES (ARNAUD R., BLANK E., PAPAIX C), 1995 : "Calculatrices : quelques pièges à éviter (calculs et graphismes au lycée)", *Repères-IREM*, n° 20.

IREM DE MONTPELLIER (FAURE C., NOGUÈS M., NOUAZÉ Y., TROUCHE L), 1993 : *Pour une prise en compte des calculatrices graphiques en lycée.*

IREM DE MONTPELLIER (FAURE C., BERNARD R., NOGUÈS M., NOUAZÉ Y., TROUCHE L), 1994: *Des activités mathématiques en classes scientifiques (1re S et Terminales S).*

IREM DE MONTPELLIER (FAURE C., BERNARD R., NOGUÈS M., NOUAZÉ Y., TROUCHE L), 1995 : *Des fonctions et des graphes.*

IREM DE MONTPELLIER (TROUCHE L), 1996 : *Enseigner les mathématiques en TS avec des calculatrices graphiques et formelles ; pistes pour un renouvellement*, (2 volumes de 280 pages).

KUNTZ G, 1993 : " L'outil informatique ne peut donner que ce qu'il a", *Repères-IREM*, n° 13.

KUNTZ G, 1996 :" Saut d'obstacle", *Repères-IREM*, n° 22.

KUTZLER B., 1995 : " Présentation de la TI 92", documents d'accompagnement de la TI 92, Texas Instruments.

FORTIN P., 1995 : "Calcul formel, mythe ou réalité", documents d'accompagnement de la TI 92, Texas Instruments.

LEGRAND M., 1995 : " Mathématiques, mythe ou réalité ?", *Repères-IREM*, n° 20-21.

NOUAZÉ Y, 1995 : "Mathématiques et calculatrices en DEUG B première année", *Repères-IREM*, n° 21.

ROBERT A., 1993 : "Eléments de réflexion sur l'utilisation des calculatrices programmables en 1re S et en Terminales C et E", *Repères-IREM*, n° 13.

TROUCHE L., 1992 : *Les calculatrices graphiques en lycée : statut pour l'élève, statut pour le maître,* DEA de Didactique des disciplines scientifiques, IREM de Montpellier.

TROUCHE L., 1994 : "Calculatrices graphiques : la grande illusion", *Repères-IREM,* n° 14.

TROUCHE L., 1995 : "Masques", *Actes du séminaire Nouvelles Technologies et Education de l'INRP.*

ANNEXE

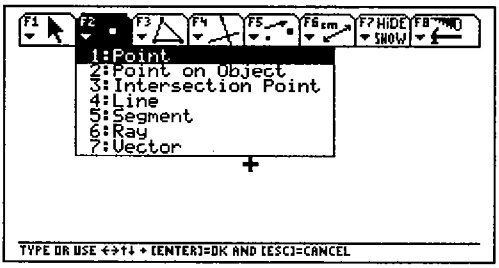
Voici un exemple montrant (rapidement) comment il est possible de traiter une même question en utilisant diverses approches. Cet exemple a été publié dans le numéro 7 de "La lettre des utilisateurs des outils de calcul formel" publiée par la Commission Inter-IREM Mathématiques et Informatique en septembre 1995.

LA SERPENTINE

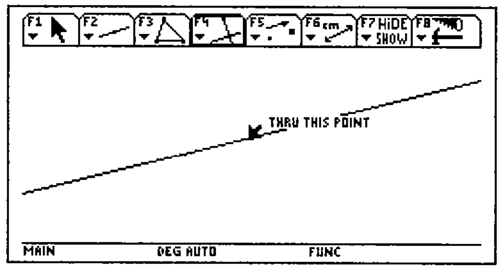
Une future brochure de l'IREM de Montpellier racontera, entre autres, l'histoire de la serpentine dans une classe de première S. Voici, en avant-première, quelques vues d'un roman photo de notre héroïne ; les photos ont été faites avec la future TI 92.

Deux mots pour décrire le décor :

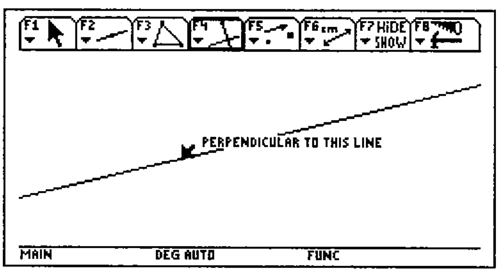
On considère deux droites (D) et (D') perpendiculaires et on note O leur intersection. Le cercle (C) a pour centre O. On note (A) et (A') les points d'intersection de (D) et (C), B *et B' ceux de (D') et (C). Le milieu de [OB] est appelé N, celui de [OA'] N'. Une droite variable (Δ) passant par B coupe (NN') en M_1 et recoupe (C) en M_2. La parallèle à (OB) passant par M_1 recoupe la parallèle à (OA) passant par M_2 en un point M. La serpentine est le lieu de M lorsque (Δ) varie.*



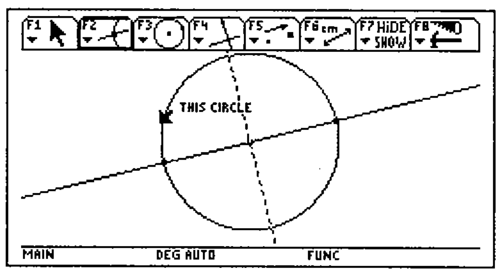
Commençons la construction, pour ceux qui connaissent CABRI II peu de surprises !



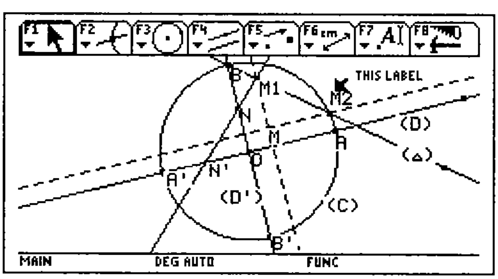
On aura bientôt les deux perpendiculaires.



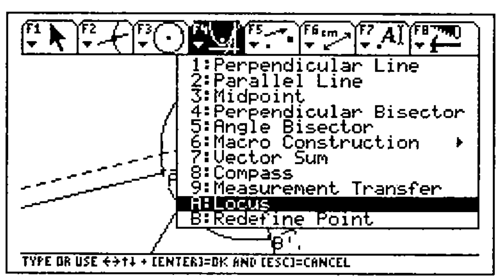
Bien sûr pour l'instant les messages sont en anglais



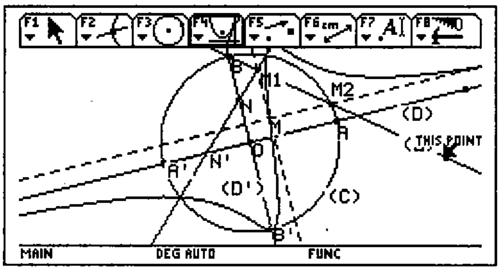
Dans chacun des menus la dernière rubrique choisie reste active (comme le cercle dans F3)



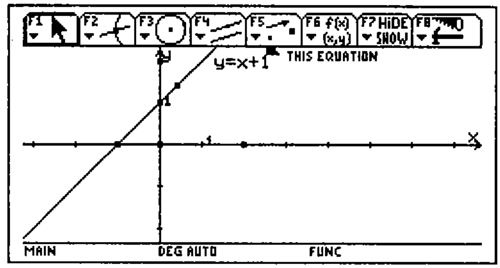
Voici la figure terminée. Notez qu'on utilise aussi bien l'alphabet grec que l'alphabet romain.



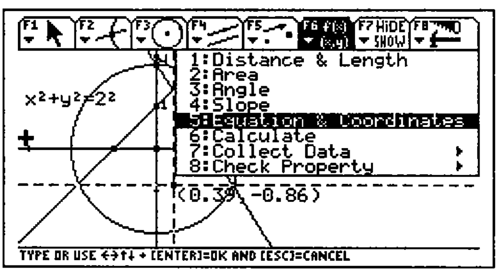
Et maintenant l'héroïne peut faire son entrée.



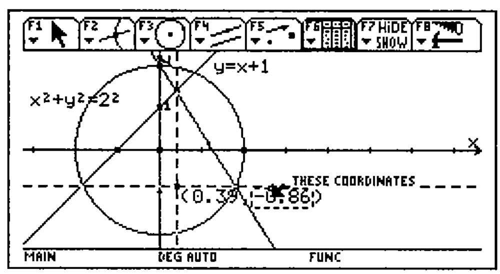
Je vous ai entendu applaudir, ce n'est que justice.



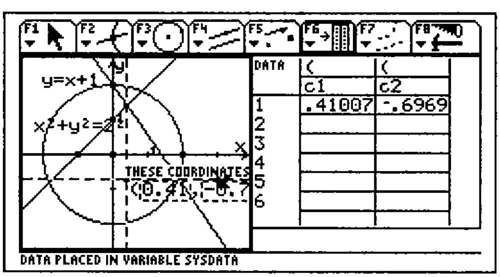
Reprenons la construction dans un repère. Le logiciel donne les équations des droites...



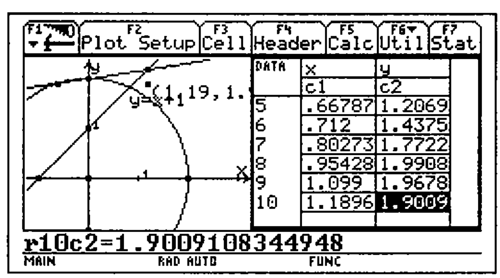
...et de cercles.



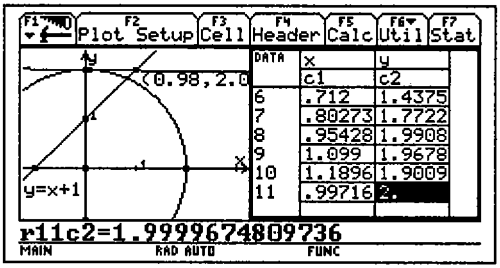
On récupère les coordonnées du point M.



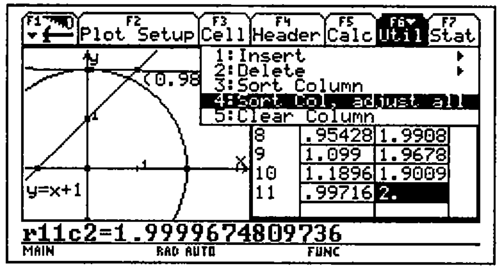
Que l'on peut stocker dans l'éditeur de données. Notez au passage que l'on peut séparer l'écran en deux fenêtres.



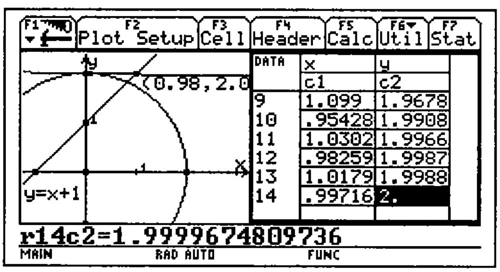
Voici les coordonnées de quelques points M.



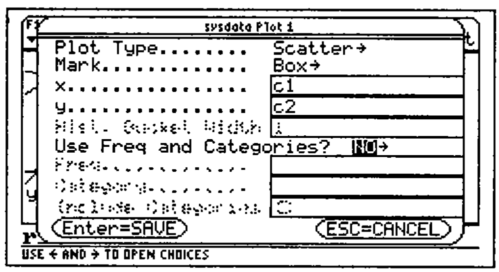
Il semble que le maximum de y soit presque atteint.



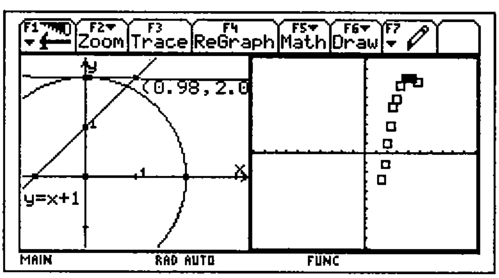
Trions les données.



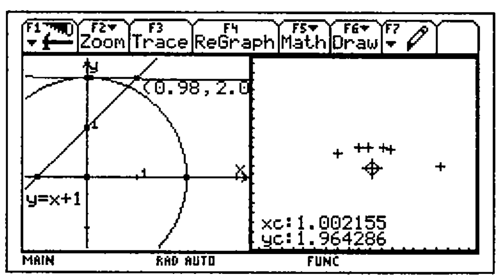
Voila qui est fait.



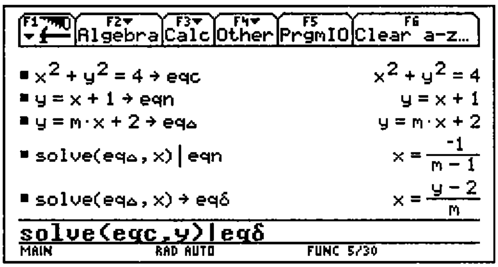
Préparons un affichage de ces points.



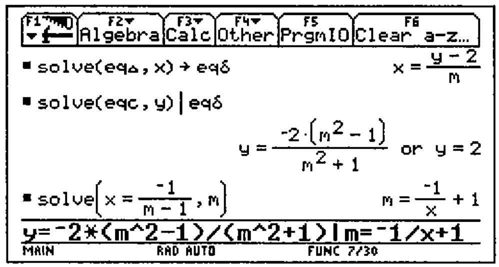
Le voici.



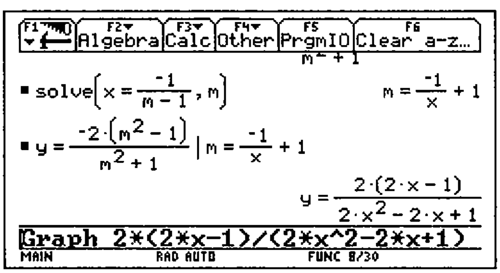
On peut bien sûr faire des "zoom" et choisir divers motifs pour les points (ici des "+").



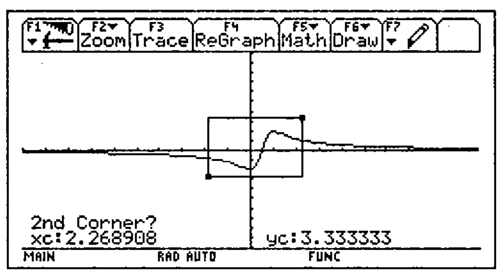
Revenons à la fenêtre principale et accordons lui tout l'écran. Voici le début d'une résolution formelle. Le symbole "with" noté "|", permet d'énoncer une règle de substitution qui sera appliquée avant l'évaluation. Ici y sera remplacé par $x + 1$ dans l'équation eqΔ puis cette nouvelle équation est résolue en x.



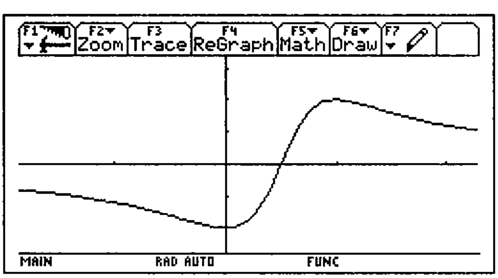
Nous avons trouvé les coordonnées d'un point de la serpentine. Nous pouvons trouver l'équation cartésienne de la courbe.



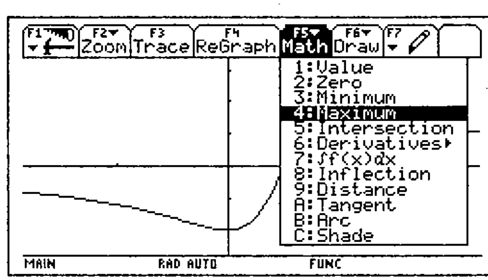
Puis demander son tracé



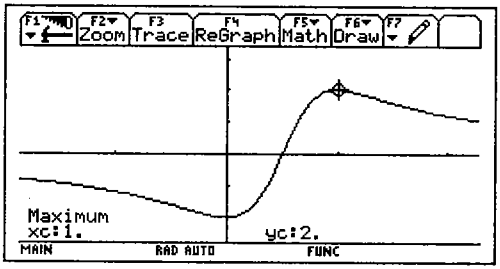
Dans la fenêtre graphique on dispose de nouveaux outils



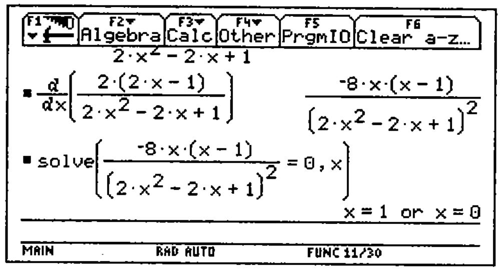
Voici la courbe après un Zoom avant.



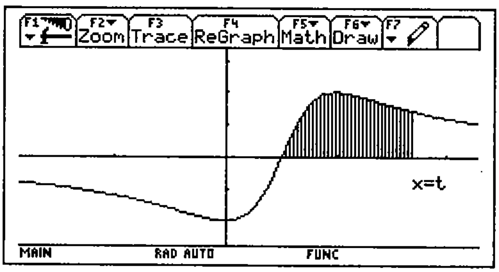
Faisons un peu de calcul numérique, recherche du maximum par exemple.



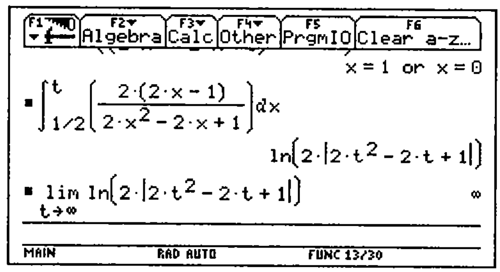
Ceci confirme ce que l'on pensait.



Mais voici l'argument qui emporte la conviction.



Un tel problème ne peut pas se terminer sans un petit calcul d'aire. Au passage remarquez que l'on peut ajouter des commentaires sur l'écran graphique.



Et voila le calcul exact.