

---

## MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES : TRANSLATIONS ET ROTATIONS

---

Jean-Luc GASSER  
Irem de Strasbourg

Le groupe *Mathématiques-Sciences Physiques* <sup>(1)</sup> est né de la volonté d'enseignants (nous-mêmes !) de ces matières d'améliorer leur enseignement et la compréhension qu'en ont les élèves. Dans notre perspective, il ne s'agit pas d'imposer un point de vue à l'un ou à l'autre, mais de créer un dialogue entre Mathématiciens et Physiciens qui s'est presque complètement rompu au niveau des enseignants (et à bien d'autres niveaux !). Lequel d'entre nous n'a jamais abordé (en tant qu'enseignant ou élève) un cours de physique par des "rappels mathématiques", qui sont en fait des notions dont le physicien a besoin et

que les élèves ne connaissent pas ? Qui n'a pas entendu son professeur de physique dire que son collègue de mathématiques développera plus tard cette notion <sup>(2)</sup> ? Chacun d'entre nous aura également certainement constaté que des notions vues en mathématiques ne sont pas utilisées correctement, voire pas reconnues par les élèves en Physique.

Notre premier but était donc de créer des activités [1] utilisables directement par les enseignants pour illustrer soit une notion mathématique en utilisant une

---

(1) Le groupe *Mathématiques-Sciences Physiques* est composé des membres suivants : *Mathématiques* : Frédéric DOUE, Jean-Luc GASSER, Suzy HAEGEL ; *Sciences Physiques* : Jean-Yves CABEL, Patrick DELOURME, Norbert FLEURY.

---

(2) Nous avons cependant noté que l'utilisation en physique de notions mathématiques non vue par les élèves n'a quasiment plus de raison d'avoir lieu avec la mise en place des nouveaux programmes de Physique : voilà une bonne nouvelle (du moins dans le secondaire...).

notion physique réellement vue par les élèves (3), et réciproquement, soit de mettre en évidence les similitudes et les différences entre des notions mathématiques et physiques qui mettent en jeu des mots identiques. C'est à cette occasion qu'est devenu évident un fait qui est à la base de notre travail actuel : la terminologie utilisée par les mathématiciens et les physiciens est souvent commune, mais les contenus peuvent être voisins, différents, voire interférer négativement pour leur compréhension ! Le contexte dans lequel on utilise un mot et étudie un concept devrait certes permettre de lever toute ambiguïté, mais l'expérience montre qu'il n'en est souvent rien et qu'une discussion bien plus approfondie est nécessaire pour éclaircir les points de vue des uns et des autres.

Nous nous sommes alors attelés à la rédaction d'un dictionnaire Mathématiques-Sciences Physiques [2] qui reprend les mots qui nous semblent importants utilisés dans les deux matières en en redonnant une définition qui soit lisible sans ennui (!) par les collègues des deux matières. Nous y soulignons les points sensibles et mettons l'accent sur les simi-

tudes ou les différences de point de vue. Nous avons recensé plus d'une cinquantaine de mots intéressants à ce jour, et il semble que pour bien saisir certaines différences de points de vue il faille plus qu'un simple dictionnaire...

Les problèmes de terminologie entre ces matières sont bien réels, mais nous avons de plus constaté que nous avons perdu une certaine culture scientifique. Historiquement, un problème posé par la Physique a souvent permis le développement d'une nouvelle notion Mathématique, et réciproquement l'émergence d'un concept Mathématique a pu trouver une application intéressante en Physique. Dans l'enseignement actuel, et dans la plupart des ouvrages de notre époque, aucun lien n'est plus évoqué entre les notions mathématiques et physiques qui se sont développées conjointement de cette manière. Les concepts sont exposés en se basant sur la théorie achevée, sans que l'on sache réellement ce qui a pu motiver leur élaboration. C'est seulement en lisant des articles d'épistémologie ou d'histoire des sciences, ou des ouvrages des grands scientifiques des siècles passés, que nous pouvons retrouver ces liens. Il en est ainsi en particulier de l'enseignement des transformations du plan tel qu'il est pratiqué aujourd'hui, en particulier les translations et les rotations. En fait, le terme de *déplacement* est bien mieux adapté pour ces notions, puisqu'elles ne transforment en réalité pas grand chose, et qu'elles déplacent bien les figures ! (on peut se rapporter à ce propos à [4] et [5]). On étudie l'effet de ces transformations sur des configurations, ce qui permet de résoudre toute une gamme de beaux problèmes géométriques. Mais la vision qu'on crée ainsi chez les enseignés est complètement statique, elle ne comporte aucun aspect

---

(3) Les programmes officiels recommandent d'illustrer certaines notions à l'aide d'exemples issus d'autres disciplines, dont les Sciences Physiques, mais les rares exemples que nous avons trouvés dans les manuels de Mathématiques ne se réfèrent pas du tout aux notions vues en classe par les élèves à un niveau donné et n'ont donc aucune signification pour lui. On trouve par exemple des calculs utilisant les formules de la relativité comme prétexte à l'utilisation des puissances de dix, alors que cette notion a disparu de l'enseignement secondaire, ou l'utilisation de la racine carrée dans la formule donnant la fréquence d'une corde vibrante que beaucoup d'entre nous n'ont certainement jamais vue...

dynamique, et elle perturbe même la notion de mouvement de translation telle qu'elle est abordée en physique. J'ai remarqué au cours de nombreuses discussions avec des collègues, en particulier suite à une présentation des travaux de notre groupe, que la notion de translation en mathématique et en physique ne posait pas de problèmes particuliers à certaines générations (4), alors que ces notions sont peu claires pour d'autres (voir la note 9). Il serait intéressant de repérer le ou les changements de programme qui ont conduit à cette perte des liens entre translation mathématique et translation physique. Une référence au développement historique de certaines notions peut être intéressante pour (re)donner un sens, ou pour (re)préciser des liens que nous avons parfois oubliés entre les Mathématiques et les Sciences Physiques, ou tout simplement pour illustrer un concept [3], mais nous ne travaillons pas dans cette direction actuellement.

Pour illustrer ces propos, j'ai retranscrit dans cet article la naissance et l'évolution d'une activité qu'on trouvera dans la brochure éditée par le groupe [1]. Dans la dernière partie, je développe les liens que nous avons retissés avec la matière sœur, qui permettent à l'enseignant de mieux cerner les points de vue des Mathématiques et de la Physique.

Cette activité, qui peut être menée en cours de Mathématiques ou de Physique, a pour objectif de mieux faire comprendre aux élèves ce qu'est un mouvement de translation et un mouvement de rotation, en faisant intervenir les outils mathéma-

tiques du même nom, et par là, bien distinguer le sens de ces mots et de ces concepts dans chacune des matières (5). Les outils et les notions mises en œuvre interviennent au niveau de la classe de première scientifique (6).

Je relate sous forme de dialogue fictif la première séance relative à l'élaboration de cette activité, dont le titre " La grande roue et d'autres manèges " sera expliqué dans la suite. Le vocabulaire est celui qui a été utilisé réellement lors des réunions. Toute ressemblance avec des faits réels et des personnages existants est volontaire, et engage pleinement la responsabilité de l'auteur (7).

## I. TRANSLATIONS ?

*Université Louis Pasteur de Strasbourg, salle de réunion des animateurs de l'IREM, Novembre 1992.*

Les Mathématiciens (en abrégé *M.*) et les Physiciens (en abrégé *P.*) en présence lisent les programmes de première scienti-

(4) Génération au sens de personnes ayant suivi un programme d'enseignement donné.

(5) D'autres mots seraient également intéressants à exploiter tel " linéaire ", mais le mot " translation " est plus riche et nous l'avons détecté en premier lors de nos réunions. C'est celui qui a donné lieu aux dialectiques les plus animées !

(6) Dans les programmes actuellement en vigueur, les élèves rencontrent la notion de mouvement de translation et de rotation pour la première fois en physique en classe de 3<sup>e</sup>, puis à nouveau en 1<sup>re</sup>. En mathématiques, la notion de vecteur et de translation apparaît pour la première fois en 4<sup>e</sup>, de façon très naïve, pour être reprise dans toutes les classes ultérieures.

(7) Les faits relatés dans la suite se sont effectivement déroulés de cette façon, les échanges passionnés, les dialectiques virulentes et l'animation qui régnait alors ne sont que partiellement rendues dans le texte. Il ne s'agit pas d'une mise en scène...

fique qui seront tous en vigueur à partir de la rentrée 1994, les nouveaux programmes de physique entrant en vigueur en classe de seconde à la rentrée 1993.

**Extraits choisis du BO n° spécial 2 - 2 mai 1991  
Programme des premières S et E de mathématiques**

**IV. GÉOMÉTRIE**

...2. Transformations et configurations dans le plan

...Pour les transformations, comme dans les classes précédentes, l'objectif est que les élèves connaissent un petit nombre de propriétés essentielles et sachent les mettre en oeuvre sur des configurations simples. L'étude des transformations ne doit donc pas être considérée comme une fin en soi. Sur quelques exemples simples, on montrera aussi leur utilité pour la recherche de lieux géométriques...

...Rotations du plan orienté...

...Image d'une droite, d'un segment, d'un cercle par une réflexion, une rotation, une translation ou une homothétie...

**Extrait choisis du BO hors série du 24.09.1992  
Programme des premières S et E de physique**

**Contenus**

...1. Mouvements

1.1. Exemples de mouvements : systèmes indéformables et systèmes déformables, translation et rotation autour d'un axe...

Activités support

...manège et grande roue...

1.2. Vecteur vitesse

...1.2.2. Solide en translation et vecteur vitesse. Cas du mouvement rectiligne et uniforme.

1.2.3. Solide en rotation autour d'un axe fixe. Vitesse angulaire. Vecteur vitesse des différents points du solide en rotation. Cas du mouvement circulaire uniforme...

**Compétences exigibles  
ou en cours d'apprentissage**

On attend que l'élève sache :

Identifier les translations, les rotations, les translations avec rotation...

Déterminer le vecteur vitesse  $V$  dans différentes situations.

Que  $V$  est le même pour tous les solides en translation...

Que dans le cas d'un mouvement de rotation uniforme, la vitesse angulaire  $\omega$  est constante et que  $V$  varie d'un point à l'autre en module ( $V = R\omega$ ) et en direction...

**M.** Il serait intéressant de construire une activité sur les thèmes des translations et des rotations qui apparaissent dans les deux programmes. Mais rappe-

lez-nous ce que c'est exactement qu'une translation et qu'une rotation !

**P.** En ce qui concerne la rotation, l'exemple de la platine du tourne disque

illustre parfaitement cette notion.

**M.** Cela semble en effet très clair.

**P.** Je pense également que le cas du solide en mouvement de translation rectiligne uniforme, qui est au programme, ne nécessite pas de longs commentaires !

**M.** Je me rappelle bien des cours de terminale, c'est simple.

**P.** L'exemple de la grande roue des fêtes foraines évoqué dans les programmes de physique semble intéressant pour mieux cerner la notion de mouvement de translation chez les élèves, car il fait référence à leur expérience.

Un doute s'installe chez les mathématiciens...

Les différents acteurs en présence relisent alors le paragraphe correspondant des commentaires :

**Extraits choisis du BO hors série  
du 24.09.1992**

**Programme des premières  
scientifiques de physique**

**COMMENTAIRES**

**1. MOUVEMENTS**

...Il s'agit d'abord de faire en sorte que les élèves sachent distinguer "à vue" un mouvement de translation d'un solide d'un mouvement de rotation. En particulier, il importe que les élèves réalisent qu'une trajectoire fermée, circulaire de surcroît, ne correspond pas nécessairement à une rotation (ex. de la grande roue foraine)...

Après une lecture silencieuse, un physicien mime alors le mouvement et trace un

cercle fictif<sup>(8)</sup> en l'air, les autres physiciens en présence hochent la tête d'un air entendu.

Les mathématiciens restent perplexes devant l'évocation d'une trajectoire circulaire pour une translation<sup>(9)</sup>... (le cercle de la trajectoire fait penser à la rotation ponctuelle, lorsqu'on imagine les positions intermédiaires d'une figure).

**M.** Vous êtes en train de parler de rotation !

**P.** Mais non. Regardez le mouvement d'une nacelle : (le physicien s'empare d'un livre censé représenter une nacelle de grande roue, et montre son mouvement) elle est bien en translation puisqu'elle reste toujours parallèle à elle-même.

**M.** Mais ceci n'a rien à voir avec une translation !

Un physicien s'empare alors brusque-

(8) A aucun moment n'avait été dessinée une figure. Le mathématicien ne disposait donc d'aucun support géométrique (dessin de nacelles à deux instants donnés) pour reconnaître la translation mathématique, et la vision dynamique du physicien était pour le moins perturbante !

(9) Tous les mathématiciens en présence ont réagi de cette façon, et il est certainement inquiétant qu'ils aient oublié cette notion en physique. Moi-même, qui ait pourtant suivi des études bien plus orientées vers la physique, n'ai pas compris l'évocation faite par le physicien. C'est dire le peu de sens qu'il restait à ce moment là du cours de mécanique des classes préparatoires, qui était notre bête noire... La présentation que j'ai faite de notre travail sur ce thème à la fin de cette année là m'a d'ailleurs persuadé que cette notion n'était pas vraiment claire pour nombre de mes collègues, sauf pour certaines générations (voir pages précédentes). Les stagiaires que j'accueille dans mes classes et auxquels je soumet ce problème réagissent de la même façon que nous : il y a donc une réelle perte de savoirs.

ment d'une chaise, la brandit en l'air... pour compléter son explication.

**P.** Voici ce que j'explique toujours à mes élèves : je déplace la chaise, et j'observe ses arêtes; quelle que soit la position de la chaise pendant le mouvement, une arête donnée reste toujours parallèle à elle-même. C'est ceci, un mouvement de translation.

**M.** (*en cœur*) Aahhh !

**M.** Mais alors, dans le cas de la grande roue, il s'agit d'une translation circulaire !

(*gros éclats de rire*)

**P.** Si vous voulez, mais nous évitons quand même d'utiliser cette expression...

Suivent alors des exemples et des commentaires de la part des mathématiciens pour vérifier qu'ils ont compris la notion de translation et de rotation en physique. En particulier :

**M.** Si j'ai bien compris, lorsqu'un solide est en mouvement de translation, à chaque instant, il existe une translation mathématique qui permet de passer de sa position initiale à sa position à l'instant  $t$ . Si un solide est en mouvement de rotation, à chaque instant, il existe une rotation mathématique qui permet de passer de sa position initiale à sa position à un instant quelconque d'observation.

**P.** Effectivement !

Sur ce, beaucoup de temps s'étant déjà écoulé et les membres du groupe devant se séparer, un des mathématiciens a une idée qui permettrait d'illustrer ces notions et se propose de rédiger une activité pour les élèves, à examiner lors de la réunion suivante. Mais comme le lecteur va s'en

apercevoir dans la suite, tous les problèmes étaient loin d'être réglés, car le fondement de la notion physique n'était pas encore pleinement compris par les mathématiciens : l'essentiel reste à comprendre.

La suite de l'article se présente désormais sous une forme plus classique, la première approche ayant été la plus vive, et la plus riche en dialectiques ! Cette dernière illustre également les représentations que se font les enseignants d'une matière qu'ils n'enseignent pas, en se référant à des (lointains) souvenirs de lycéen.

Voici les lignes directrices de la première ébauche d'une activité qui devait permettre d'illustrer les notions précédentes :

## II. PREMIÈRE ÉBAUCHE : LA GRANDE ROUE

L'idée de base est de faire observer la position d'une nacelle de grande roue de fête foraine en mouvement à différents instants, dans chacun des cas suivants :

- les liaisons en T et P sont articulées (ce qui correspond au cas réel ; voir figure 1, page suivante)
- les liaisons en T et P sont rigides (ce qui poserait des problèmes vu la vitesse de rotation de la grande roue ! voir figure 2, page suivante).

La position initiale est celle qui permet de rentrer dans la cabine, les autres positions d'observation sont choisies de façon arbitraire, ou sont imposées par l'énoncé. On peut se limiter à l'observation de deux positions de la nacelle pour

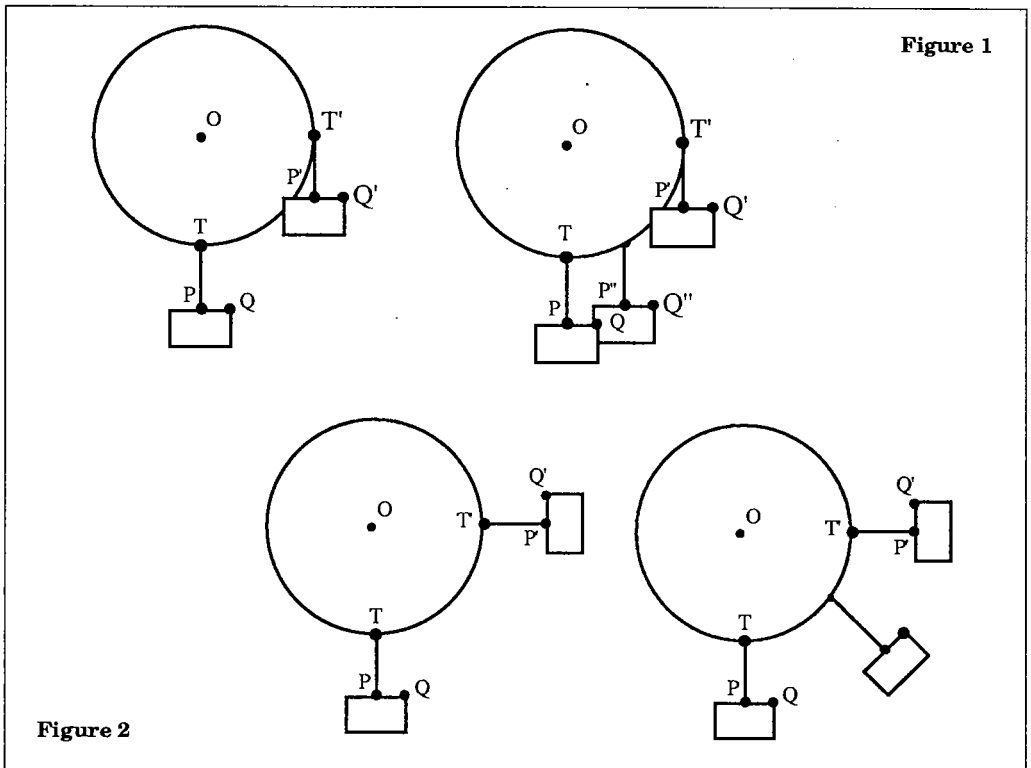


Figure 1

Figure 2

distinguer et évoquer les propriétés des mouvements de translation et de rotation, mais des confusions subsistent. En considérant une suite d'instantants d'observation judicieusement choisis, on a évoqué la possibilité de faire intervenir des polygones réguliers (triangle équilatéral, carré, hexagone, etc.).

Mais des difficultés sont apparues :

1. Il apparaît autant de translations mathématiques différentes qui permettent de passer de la position de départ à une position quelconque que d'instantants d'observation de la nacelle, et on en arrive à considérer une suite infinie de

translations dont la signification est floue, et même troublante. Le physicien ne parle que de la translation de l'objet. Un phénomène analogue au précédent avec les rotations apparaît. De plus, si on observe qu'un seul point de la nacelle, par exemple le point T, on peut être amené à croire qu'une rotation mathématique peut être obtenue comme suite de translations mathématiques, ce qui est évidemment faux.

2. Les trajectoires décrites par les points lors de ces mouvements sont circulaires, et sont donc des cas trop particuliers pour appréhender pleinement les phénomènes étudiés.

Les discussions animées qui ont à nouveau été provoquées par cette ébauche d'activité nous ont également prouvé que les notions en jeu étaient encore loin d'être totalement claires pour tout le monde, et le lecteur ressent peut-être une certaine gêne... En fait, il faut être très précis dans le vocabulaire que l'on emploie, ainsi que le contexte dans lequel on l'utilise. Les propositions suivantes ont été apportées pour améliorer cette activité :

- Étudier dans un premier temps une trajectoire quelconque, et faire des observations de positions intermédiaires de la nacelle à des instants quelconques.
- Considérer deux points distincts de la nacelle, et observer leur position relative. En fait, c'est ce point qui a été oublié par le mathématicien ! En effet, le physicien ne parle de mouvement de translation ou de rotation que pour un solide, ce qui nécessite l'observation d'au moins deux points.

### III. DEUXIÈME ÉBAUCHE : LA GRANDE ROUE ET UN AUTRE MANÈGE

Avant de considérer le modèle de la grande roue, on se proposait alors d'étudier un manège fantaisiste (voir figure 3). Pour la nacelle inférieure, les liaisons en t et p

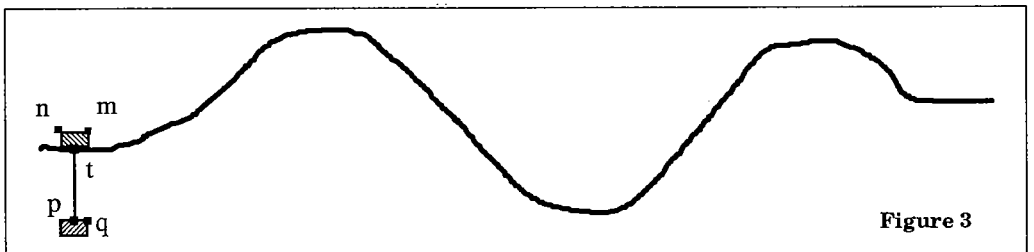
sont articulées : quelle que soit la position de la nacelle, le segment [tp] reste toujours vertical, et le segment [pq] reste toujours horizontal. Ce n'est pas le cas dans la réalité, puisque la nacelle en mouvement aurait tendance à se pencher légèrement : c'est un modèle idéal. La nacelle supérieure est toujours tangente à la trajectoire en t.

Les questions étaient les suivantes :

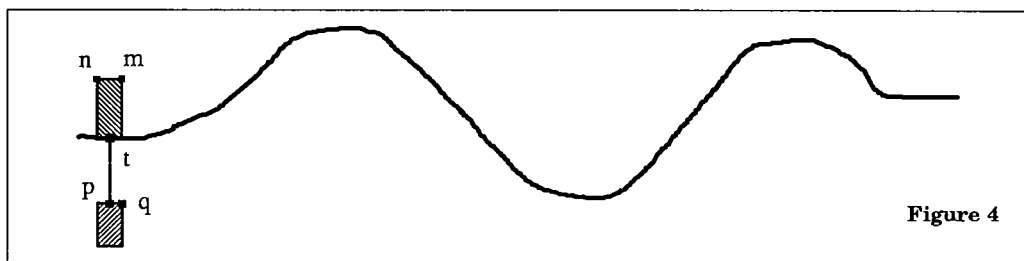
1. Dessiner les trajectoires décrites par les points p et m. Sont-elles superposables à celle décrite par le point t ?
2. Observer les vecteurs  $\vec{pq}$  et  $\vec{mn}$  pendant le mouvement.

Une idée nouvelle est apparue : observer la trajectoire décrite par les points. Il est clair que la trajectoire décrite par le point p s'obtient à partir de celle du point t par la translation de vecteur  $\vec{tp}$ . Par contre, le procédé de construction de celle du point m est différent, et un doute subsiste quant à sa superposabilité à celle du point t... Cette remarque nous a amené à augmenter la hauteur de la cabine supérieure pour s'en convaincre (voir figure 4, page suivante).

En faisant le tracé, il est alors clair que ces deux trajectoires ne sont pas superposables.







L'activité est à ce stade presque mûre : lors de la présentation de nos travaux à des collègues de l'IREM, l'un d'entre eux a suggéré de faire dessiner des trajectoires circulaires, le mouvement restant " quelconque ". Une expérimentation auprès d'élèves de première S nous a révélé que le manège de la figure 4 est bien trop long : ils s'appliquaient à dessiner minutieusement point par point les trajectoires demandées, y prenaient beaucoup trop de temps, et n'avaient plus envie de recommencer par la suite !

Nous voici donc en mesure de présenter l'activité complète, dont le titre a donc encore été remanié :

#### IV. TROISIEME PROPOSITION : LA GRANDE ROUE ET D'AUTRES MANÈGES

Le texte complet de la version finale (?) <sup>(10)</sup> de l'activité est présenté dans l'annexe 1. Il est extrait de la brochure [1], sans son corrigé. Le lecteur est invité à la traiter réellement et

(10) Après quelques expérimentations, il semble que chacun d'entre nous utilise une version différente de cette activité. En particulier, les physiciens la simplifient et l'abrègent. Le problème des notations (points fixes sur la nacelle, points de la trajectoire...) n'est pas résolu de façon satisfaisante non plus.

complètement pour bien s'imprégner des notions mises en jeu ! La partie concernant la grande roue peut-être facilement présentée à l'aide du logiciel *LE GEOMETRE*. On visualise alors plus concrètement le mouvement de translation, le mouvement de rotation, et les trajectoires des différents points (lieux géométriques).

#### V. PRÉCISONS LES LIENS ENTRE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

Je tiens à préciser que toute cette partie présente en fait les liens que nous avons *reconstruits* entre les deux matières en ce qui concerne les notions de translation et de rotation, et qu'elles sembleront peut-être pauvres ou réductrices à certains lecteurs. Il s'agit d'un savoir que nous avons (re)découvert, et qui permet de résoudre les problèmes posés par son enseignement.

A ce stade, nous pouvons clarifier les sources des malentendus entre enseignants de mathématiques et enseignants de physique, et préciser les liens entre les concepts de " translation " et de " rotation " dans les deux matières.

– Dans le cas du mouvement de *TRANSLATION*, le physicien veut reconnaître la nature du mouvement, et il observe deux points quelconques de ce solide, c'est-à-

MATHÉMATIQUES ET  
SCIENCES PHYSIQUES

dire le vecteur représenté par ces deux points qui doit rester constant pendant le mouvement. La trajectoire suivie par un point du solide peut être quelconque, et son étude ne peut en aucun cas nous renseigner sur la nature du mouvement. C'est l'étude des trajectoires de deux points quelconques qui est pertinente, et on passe de l'une à l'autre par une translation mathématique dont le vecteur est celui qui est représenté par les deux points étudiés (c'est dans cet esprit qu'est conçue l'activité proposée). C'est à ce niveau que réside le lien le plus pertinent entre les concepts des deux matières.

L'une des origines de l'incompréhension du mathématicien, qui a tendance à ne raisonner que statiquement lorsqu'il évoque l'outil des transformations, est due à cette étude dynamique. Pour lui, en fait, il n'existe pas de position intermédiaire d'une figure si on lui applique une translation : elle est en quelque sorte instantanément "téléportée" sur son image. Et s'il imagine un cheminement intermédiaire, spontanément il évoque celui matérialisé par le vecteur de la translation (mathématique) qui permet de passer d'une position à une autre. J'en ai eu encore la preuve récemment : pendant que j'étais en train de rédiger cet article, j'accueillais des stagiaires IUFM de première année en classe de troisième, et l'un d'eux a choisi d'animer une séquence sur les vecteurs et la translation. Après discussion sur l'organisation de la séquence prévue par le stagiaire, je lui suggérais de faire agir des translations sur une figure simple, afin d'observer leur effet. Lors de la première séance, les élèves observaient donc des figures translattées d'un navire, et quelle ne fut pas ma surprise d'entendre évoquer le mouvement de translation du bateau d'une position à une autre ! Des pointil-

lés matérialisaient sur une même figure le vecteur de la translation, et il semblait clair que le bateau se déplaçait forcément suivant ces lignes droites. Un rapide questionnement des autres stagiaires qui étaient au fond de la classe avec moi m'a convaincu qu'ils avaient oublié ce qu'était un mouvement de translation dans sa généralité. En fait, cette idée d'introduire le mouvement de translation en cours avait été suggérée par la lecture d'un manuel de troisième de mathématiques, qui ne se plaçait pas dans le cadre général du mouvement de translation en physique.

En mathématiques, on ne s'intéresse qu'à l'effet d'une transformation sur des points ou des ensembles de points. Dans le cas de la translation, on n'imagine pas un parcours qui permettrait de passer d'une figure à son image, ni des positions intermédiaires de cette figure. On perd alors la notion de géométrie de mouvement, mais c'est un cas de figure où elle risque de créer une image mentale faussée pour comprendre la notion physique correspondante si elle est mal présentée. L'idée que pour caractériser un mouvement de translation en physique, il existe à chaque instant une translation mathématique qui permet de passer d'une position à une autre du solide étudié est donc fondamentalement mauvaise et source de confusions pour l'enseignement de cette notion, même si elle est parfaitement correcte et peut être utile pour son approfondissement. Seule l'étude d'un bipoint (le vecteur constant du physicien) est pertinente (ou – mieux encore au niveau du secondaire – l'étude des trajectoires d'un bipoint) pour refaire le lien avec les mathématiques.

Remarquons enfin que la transformation vectorielle associée à une transla-

tion affine est l'identité vectorielle, et on retrouve la caractérisation du mouvement de translation par le fait que pendant le mouvement le vecteur représenté par deux points quelconques est constant. A tout vecteur (du solide) on associe le même vecteur : un lien d'une autre nature entre les deux matières est ainsi mis en évidence.

– Le concept de ROTATION est plus simple à faire comprendre dans les deux matières. Le mathématicien parle de la rotation en tant que transformation ponctuelle, et évoque pour l'expliquer l'image d'une figure qui tourne autour d'un point (le centre de la rotation)<sup>(11)</sup>. Le centre (ou l'axe) de la rotation étant choisi, la variation de la valeur de l'angle de rotation permet de visualiser clairement le mouvement de rotation du physicien et la vision dynamique des mathématiques en renforce la perception.

On peut noter que si on étudie un solide en mouvement de rotation (autour d'un axe fixe), à chaque position de ce solide on peut faire correspondre une rotation (mathématique) qui permet d'y arriver à partir de sa position initiale, et cette idée ne porte aucun préjudice à la compréhension des deux concepts (bien au contraire !), contrairement au cas de la translation.

Par contre, l'étude des trajectoires telle qu'elle est proposée dans le cas du mouvement de translation ne permet pas de consolider le lien entre les deux notions de " rotation ", puisque la transformation

mathématique qui permet de passer d'une trajectoire d'un point à celle d'un autre point est une homothétie ! Le physicien qui disposait d'une définition simple et concise pour définir un mouvement de translation (le vecteur constant), donne une définition bien plus complexe du mouvement de rotation qui les fait justement intervenir : si les trajectoires de tous les points d'un solide en mouvement sont circulaires, et si tous les centres de ces cercles sont alignés sur une droite  $\Delta$ , alors ce solide est en mouvement de rotation autour de l'axe  $\Delta$ .

La transformation vectorielle associée à une rotation affine est une rotation vectorielle, et on peut refaire l'étude d'un bipoint comme dans le cas de la translation, mais cette vision des choses n'apporte rien ici.

– Pour améliorer l'enseignement de ces notions, je suggérerai les points suivants :

– Nous devrions toujours employer un vocabulaire précis, sans faire le raccourci usuel de parler de translation et de rotation :

Le physicien parle du *mouvement* de translation ou de rotation *d'un solide*.

Le mathématicien parle de la translation en tant que *transformation ponctuelle*, dont il précise le vecteur, et de la rotation en tant que transformation ponctuelle, dont il précise le centre (ou l'axe) et l'angle orienté.

– Nous devrions clairement présenter aux élèves les attentes de chacun :

Le physicien étudie le *déplacement d'un solide au cours du temps* et est amené à étudier (au moins) deux points quelconques de ce solide.

Le mathématicien étudie *l'effet d'une*

(11) La vision plane évoquée ici n'est pas du tout gênante, puisqu'on peut envisager l'étude du solide dans un plan perpendiculaire à l'axe de la rotation. La restriction d'une rotation de l'espace à un tel plan est bien une rotation plane.

*transformation sur une figure*, et ne regarde que son résultat qui est obtenu instantanément.

## VI. CONCLUSION

Après des mois d'âpres discussions, les passions se sont calmées, et les physiciens et les mathématiciens du groupe ont enfin compris les notions de translation et de rotation telles que les enseignent leurs collègues. Nous évoquons encore souvent cette période, tant elle a été féconde en enseignements de toutes sortes, car une des difficultés majeures est de comprendre le point de vue, les attentes de l'autre, et d'arriver à harmoniser ces points de vue en mettant en évidence les convergences et les divergences des différents concepts. Souvent, nos élèves ne peuvent pas entretenir de telles dialectiques avec leurs professeurs concernés (mais peut-être cela serait-il intéressant).

L'évolution de l'activité en elle-même est également intéressante, car tous les détails qui peuvent paraître insignifiants au premier abord ont leur importance comme a pu le constater le lecteur. Certaines activités que l'on trouve dans les publications de tous bords informent l'utilisateur potentiel des raisons des choix effectués, et l'avertit que certains changements mineurs peuvent perturber complètement le déroulement et/ou les objectifs d'une séquence d'enseignement. A mon avis ce point qui est parfois négligé dans les publications est fondamental.

Une autre remarque concerne l'utilisation des activités interdisciplinaires mises au point par des groupes de recherche. La lecture d'un manuel, aussi

bien rédigé soit-il, ne permet pas de vraiment saisir tous les aspects des concepts mis en jeu. Le cheminement intellectuel qui a conduit les auteurs à sa rédaction est occulté et est souvent difficilement perceptible. Une part importante de sa substance vitale risque de disparaître. Je pense par exemple que l'utilisation de l'activité proposée dans la grande roue ne prendrait pas toute sa dimension si une discussion n'a pas été menée avec son collègue de physique pour une classe donnée, et si on ne connaît pas certaines étapes de son élaboration. On retrouve à ce niveau le fait que les savoirs se construisent pour nous aussi... Seule une discussion approfondie avec des enseignants des matières concernées, ou une formation appropriée, permet d'aborder des activités réellement interdisciplinaires mettant en jeu des notions que les élèves voient effectivement durant l'année scolaire.

Enfin, on peut s'interroger sur la manière dont on enseigne ces notions actuellement : Il semblerait que la coupure qui existe entre l'enseignement des Mathématiques et de la Physique entraîne des conséquences sensibles dans la compréhension de certaines notions (compréhension immédiate et à plus long terme). Elle explique en grande partie les difficultés que l'on rencontre pour bien comprendre la notion de translation, tant au niveau des enseignants (de certaines générations...) que des élèves ou des étudiants. Nous y perdons certainement une compréhension en profondeur de certains concepts. N'oublions pas que les grands Mathématiciens des siècles passés étaient également Physiciens, Philosophes... et que l'interdisciplinarité était un mot chargé de sens, ou qui n'avait même pas de raison d'être !

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Mathématiques et Sciences Physiques. Brochure S158 de l'IREM de Strasbourg (Juin 1994).
- [2] Dictionnaire Mathématiques et Sciences Physiques. Brochure S169 de l'IREM de Strasbourg (Juin 1996).
- [3] " La cycloïde " André STOLL dans *L'OUVERT* n° 79, revue de l'APMEP d'Alsace et de l'IREM de STRASBOURG.
- [4] " De la géométrie et des transformations " Rudolf BKOUCHE, *Repères IREM* n° 4, juillet 1991.
- [5] " Pour une transformation de la didactique des transformations " Claude SLOWICK, *Repères IREM* n° 4, juillet 1991.

**ANNEXE : l'activité dans sa version finale (?)**

**LA GRANDE ROUE ET D'AUTRES MANÈGES**

**PARTIE A**

Un nouveau manège a fait son apparition à la fête foraine (Figure 1). Il est possible de choisir de monter dans une des deux cabines représentées sur la figure.

La cabine supérieure est fixée au rail au point  $t$  de telle sorte que son plancher soit toujours tangent à la courbe décrite par le point  $t$ . La cabine inférieure est reliée au rail par l'intermédiaire d'une tige métallique  $top$ , de telle sorte que cette tige reste toujours verticale quelle que soit la vitesse de la cabine.

Observer la trajectoire décrite par chacune des cabines et leur mouvement, en répondant aux questions suivantes :

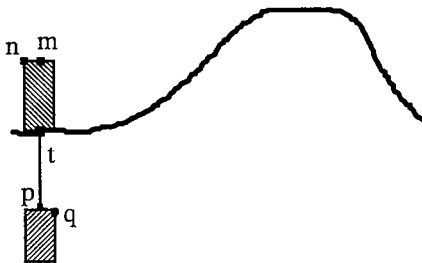


Figure 1

- \* Esquisser la trajectoire décrite par les points  $m$  et  $p$ . Le point  $m$  est tel que le segment  $[mt]$  reste toujours perpendiculaire à la tangente à la trajectoire en  $t$ .
- \* Proposer éventuellement une méthode de construction de ces trajectoires.
- \* Comparer les trajectoires de  $m$ ,  $p$ ,  $t$  (utiliser éventuellement du papier calque).
- \* Observer ce que devient le contenu d'un seau rempli d'eau que l'on met dans chacune des cabines.

Comment qualifie-t-on en physique le mouvement de chacune de ces nacelles ?

**PARTIE B**

Dans cette partie, les propriétés des nacelles sont identiques, seule l'allure de la trajectoire a changé. Reprendre les questions de la partie A en prenant comme support les portions de rails circulaires comme indiqué sur la figure 1 bis (page suivante), dans chacun des cas suivants ( $h$  est la hauteur de la nacelle supérieure) :

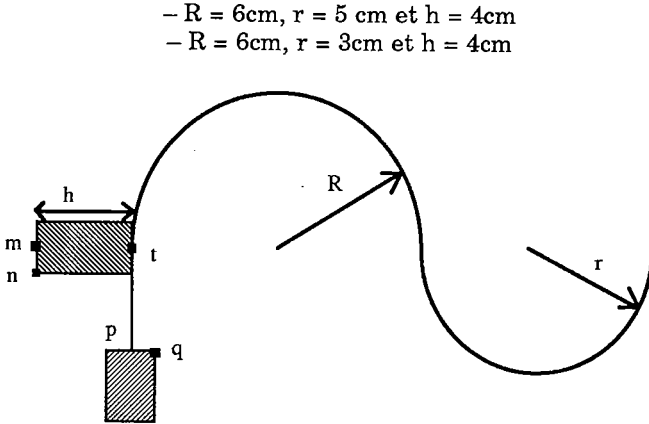


Figure 1 bis

**PARTIE C**

Venons à présent à une activité classique des fêtes foraines : la grande roue. Les points T, P et Q sont les points de départ de la nacelle, et le point O est le centre de la roue. Le segment TP est vertical, le segment PQ est horizontal (Figure 2).

Le point T est le point d'attache de la nacelle à la roue; ce point mobile décrit donc le cercle C lorsque la nacelle effectue un tour complet. Les points P et Q sont les points solidaires de la nacelle, et on s'intéresse à leur trajectoire.

1) On suppose que la grande roue tourne de telle sorte que le segment TP reste toujours vertical, et le segment PQ horizontal (liaisons articulées en T et en P).

Représenter quelques positions intermédiaires de la nacelle lorsque le point T décrit un tour complet sur le cercle C. Préciser en particulier cette position si le point d'attache de la nacelle est en T', image de T par la rotation de centre O et d'angle orienté  $2\pi/3$  (La figure de référence étant la figure 2).

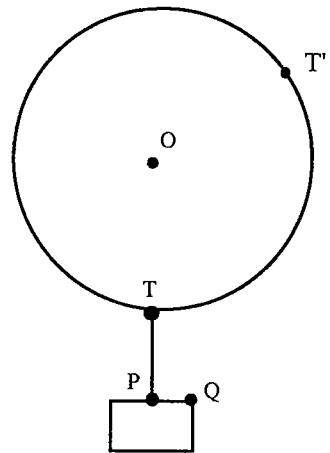


Figure 2

Décrire les trajectoires des points P et Q lorsque la nacelle effectue un tour complet, et répondre aux questions suivantes :

- \* Quelle est la nature de ces trajectoires ?
- \* Comment les obtenir à partir du cercle C ?
- \* Quelle transformation géométrique simple permet de passer des points T, P et Q de la figure 2 aux points correspondants lorsque le point d'attache de la nacelle se trouve en T' ?

2) On suppose dans cette question que la mécanique de la grande roue ayant rouillé, le segment TP de la nacelle ne pivote plus autour de son point d'attache T. Par conséquent pour n'importe quelle position de la nacelle, les points O, T et P sont alignés et les segments PQ et TP sont orthogonaux (liaisons rigides en T et en P).

Représenter quelques positions intermédiaires de la nacelle lorsque le point T décrit un tour complet sur le cercle C. Préciser en particulier cette position si le point d'attache T est en T'. Répondre aux mêmes questions que celles posées dans la question 1).

3) Conclusion : En physique, comment appelle-t-on les mouvements décrits par la nacelle dans chacun des cas précédents, et comment les caractériser ?