

---

## GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE, MON CHER WATSON !

---

René MULET-MARQUIS  
Irem de Lyon

*Dans le T.G.V. me conduisant à une commission Inter-Irem j'ai eu la chance de rencontrer le professeur J.H. Watson, arrière petit fils du célèbre docteur Watson. Voici le récit qu'il a bien voulu me confier :*

*Lyon, gare de la Part Dieu, 7 h du matin*

Plus de cent ans se sont écoulés depuis la parution d'*Etude en rouge* <sup>(1)</sup> et pourtant nous avons Stéphane Holmes et moi-même, Joan Henry Watson, le sentiment de poursuivre le dialogue engagé par nos bis-aïeux. Si j'ai délaissé la médecine, que pratiquait John H. Watson, pour l'enseignement des mathématiques, S. Holmes est resté fidèle à la profession de détective-conseil popularisée par son arrière grand-père en élargissant son activité aux problèmes de ce temps, sans toutefois dédaigner quelque affaire criminelle lorsqu'elle se présente.

Quand je pénétrai au vingt et un (Stéphane avait poussé la coquetterie jusqu'à choisir un numéro qui évoquait bien des souvenirs) en ce jour froid d'octobre, Holmes me reçut sans effusions, les effusions n'étant pas son fort. Toutefois, un regard amical me désigna un fauteuil et je fus bientôt nanti d'un vieil alcool et d'un cigare aussitôt allumé au feu qui crépitait dans la cheminée.

« Vous sortez de votre collègue Watson

– En effet » répondis-je en jetant un coup d'œil sur les traces de craie qui ornaient mon veston (pour une fois Holmes ne me semblait pas faire preuve d'une grande perspicacité, se contentant d'une déduction banale).

« Vous n'avez pas fait votre cours habi-

(1) "Etude en rouge", publiée en 1887 dans *Beeton's Christmas Annual*.

GEOMETRIE ELEMENTAIRE,  
MON CHER WATSON

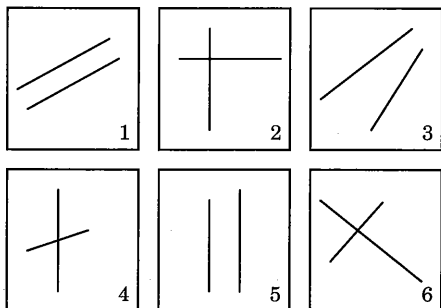
tuel et vous êtes préoccupé par votre activité du jour » poursuivit-il.

« Comment diable le savez-vous ? »

« Je le vois, je le déduis, vous n'avez pas votre cartable et vous portez dans un méchant sac un paquet de brochures bleues à en-tête du Ministère de l'Education Nationale. Vous avez jeté à plusieurs reprises un regard insistant sur ce paquet ce qui montre votre préoccupation. De quoi s'agit-il Watson ?

– Mon cher Holmes tout ceci est exact. J'ai fait passer à mes élèves de sixième les évaluations qui leur sont destinées. Je transporte dans un sac les cahiers, le paquet est trop épais pour mon cartable. En venant chez vous, j'ai profité du trajet en métro pour feuilleter ces cahiers. Une question a retenu mon attention. »

Je montrai à Holmes une page des cahiers d'évaluation <sup>(2)</sup>.



1. Dans certains cadres, on a tracé deux droites parallèles. Donne les numéros de ces cadres.

2. Dans certains cadres, on a tracé deux droites perpendiculaires. Donne les numéros de ces cadres.

« Elémentaire mon cher Watson, un enfant de six ans répondrait sans peine.

– Détrompez-vous Holmes, voici les ré-

ponses des élèves de ma classe à la question deux. Près de la moitié comportent des erreurs ! »

Réponses

2, 6	→	13 élèves (c'est la réponse juste)
2, 4, 6	→	4 élèves
4, 6	→	1 élève
4	→	1 élève
3	→	1 élève
5	→	1 élève
1, 5	→	1 élève
1, 3, 4, 5, 6	→	1 élève

**10 élèves sur les 23 de la classe (43%) font des erreurs (c'est le même pourcentage que les résultats nationaux).**

Holmes médita quelques minutes, entouré par un nuage de fumée de plus en plus épaisse.

« Au fait Watson, comment vous y prenez-vous pour reconnaître des perpendiculaires ?

– Eh bien je... »

Le passage de trois générations n'avait pas entamé la capacité des Holmes à poser d'emblée la question déroutante, pertinente, celle qui obligeait à prendre un point de vue inhabituel.

« ...je ne sais pas »

Un rond de fumée particulièrement réussi punctua ma réponse montrant la satisfaction de mon vieil ami.

« Et que savez-vous quand vous ne savez pas ? »

Holmes me renvoyait sur un ton ou per-

(2) Evaluation 6<sup>e</sup>, 1993, Exercice 27.

çait l'humour à une précédente conversation où je l'avait entretenu d'une méthode de questionnement (3). Il ne me laissa pas le temps de répliquer, montrant qu'il ne maîtrisait pas cette technique, ou plutôt qu'il n'attendait pas de réponse.

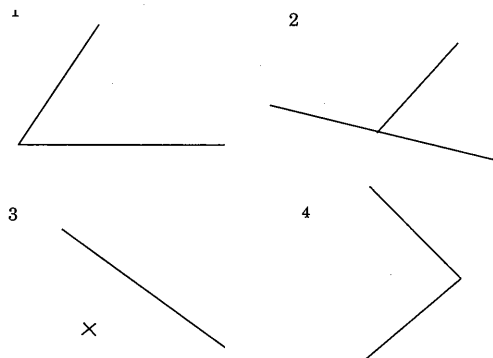
« Peut-être est-ce un point crucial, si vous saviez comment vous faites, vos élèves pourraient sans doute en profiter ».

Quelques semaines plus tard, un fois le rituel présidant à nos rencontres accompli, Holmes me montra qu'il n'avait pas oublié nos derniers échanges.

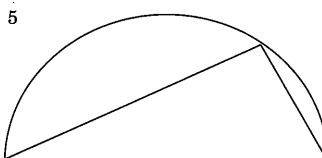
« Alors Watson, comment vous-y prenez-vous ? »

Je ne fis même pas mine de ne pas comprendre la question.

« Mon cas personnel est de peu d'intérêt, mais j'ai interrogé plusieurs groupes : des professeurs de collège, des professeurs d'école. Plus précisément, je leur ai projeté successivement à l'aide d'un rétroprojecteur les figures suivantes. »



(3) WERMERSH P. : "Questionner l'action : l'entretien d'explicitation", *Psychologie française*, 35, 3, pp. 227-235.



« En préambule je leur avais demandé de noter quelle image, quelle phrase, quelle action, leur venaient à l'esprit pour établir la réponse aux questions suivantes :

«- Y-a-t il des droites perpendiculaires sur cette figure ?» (Cette question accompagnait les projections 1, 2, 4 et 5).

«- Imaginer une droite passant pas le point et perpendiculaire à la droite déjà tracée» (Projection n°3).

Voici les réponses recueillies : »

Je sais que deux droites sont perpendiculaires :

- Par comparaison de deux angles
- Par recherche de la plus courte distance
- Par "projection" d'une équerre "physique" que j'ai en tête
- Par "essais erreurs"
- Par rotation de la tête ou dans la tête pour placer l'objet en position verticale/horizontale
- Par reconnaissance d'une configuration
- En plaçant mentalement un "petit carré" dans le coin
- Lorsque les droites sont verticales ou horizontales
- C'est instantané, je ne sais pas
- etc.

GEOMETRIE ELEMENTAIRE,  
MON CHER WATSON

Holmes se plongea dans la lecture

« Surprenant » murmura-t-il.

« Peut-on associer certaines réponses à des figures précises ? », questionna Holmes.

« Ce lien est loin d'être strict. je peux au contraire affirmer une chose :

“LE MODE DE RECONNAISSANCE DÉPEND DE L'INDIVIDU ET DU CONTEXTE” ».

Pour un individu donné les modes de reconnaissance varient d'une figure à l'autre, suivant les caractéristiques de la figure.

Pour une figure donnée les modes de reconnaissance varient d'un individu à l'autre.

« Les réponses des enseignants sont variées. Toutefois il me semble que l'on peut les regrouper en trois grandes catégories : »

1) Reconnaissance par mise en correspondance mentalement avec une figure type, abstraite (Par exemple une verticale croisée par une horizontale) ou concrète ( Par exemple une équerre) présente dans notre mémoire.

2) Reconnaissance par vérification d'une propriété de l'orthogonalité (Angles égaux, plus courte distance).

3) Reconnaissance d'une configuration type (Cercle circonscrit au triangle rectangle etc.)

« Il me semble Watson que vous avez déjà bien travaillé, nous avons là une idée assez précise, même si elle n'est pas exhaustive, des modes de reconnaissance experts. Je connais votre grande culture et votre goût pour l'histoire. Que disaient vos prédécesseurs à ce sujet ?

– Je peux citer au moins deux définitions : »

Euclide

Lorsqu'une droite tombant sur une autre droite fait deux angles de suite égaux, chacun des deux angles est droit.

Clairaut

Il faut prendre la plus courte des lignes DA, DB, DC... c'est cette ligne à laquelle on a donné le nom de perpendiculaire.

« Il apparaît donc que dans l'histoire, plusieurs conceptions de l'angle droit se sont succédées (ou plutôt ont cohabité).

– Je ne doutais pas de vos connaissances » persifla Holmes.

« On peut reconnaître dans ces définitions certains modes encore utilisés par vos collègues me semble t-il.

– En effet, les experts font appel pour reconnaître des perpendiculaires à des CONNAISSANCES, les mécanismes mis en œuvre ne sont pas seulement de l'ordre de la confrontation à des figures prototypes (4) même si cela peut être aussi le cas.

– Ces connaissances sont-elles enseignées aux élèves ?

(4) NOIRFALISE Robert : “Figures Prénantes en Géométrie ?”, *Repères IREM*, n° II.

- J'ai consulté plusieurs ouvrages de l'école primaire. Par rapport aux trois grandes catégories de réponses données par les experts, on peut dire que seule la première est implicitement visée dans l'introduction des angles droits en primaire, c'est à dire la fabrication d'une image mentale. Les manuels procèdent en montrant quelques angles droits (et souvent en situation verticale horizontale). Ils insistent aussi sur l'usage de l'équerre. L'utilisation des propriétés de l'orthogonalité n'est guère envisagée (on peut trouver un ouvrage qui s'inspire de la plus courte distance).

D'autre part les angles droits sont vus comme "coin" d'une figure, rectangle carré ou triangle rectangle. En s'appuyant souvent sur des objets présents dans l'environnement. Ce qui renforce le point de vue verticale / horizontale. »

Holmes hocha la tête et sembla un instant se perdre dans sa rêverie.

« Watson, une question me brûle les lèvres, comment s'y prennent-ils ?

- Si on demande à des élèves de sixième d'explicitier leurs modes de reconnaissance des angles droits on peut recueillir les réponses suivantes : »

- Je tourne la tête,
- Je regarde si cela forme un plus,
- Je regarde si cela forme une vraie croix (*sic*),
- Je regarde si cela fait comme un coin de la feuille,
- etc.

« On rencontre également des réponses proches des modes experts mais d'une manière générale les modes élèves sont plutôt du côté de la mise en correspon-

dance avec une figure mémorisée. Ceci est cohérent avec la présentation de l'angle droit faite à l'école primaire. Si l'on observe les réponses des élèves à l'évaluation les "théorèmes élèves" (5) ci-dessous semblent être utilisés implicitement dans certains cas : »

- Deux lignes qui se coupent forment un angle droit.
- Deux lignes dont l'une est soit verticale, soit horizontale forment un angle droit.
- Une ligne verticale est une perpendiculaire (ce qui peut expliquer que plusieurs élèves reconnaissent deux perpendiculaires dans le dessin 5).

« Les "théorèmes élèves" ne fonctionnent pas de manière systématique mais sont mobilisés en fonction de la situation géométrique proposée à l'élève.

- Qu'entendez-vous, mon cher Watson, par "en fonction de la", cela suppose que la situation géométrique varie, mais quelles sont les variables de cette variation ?

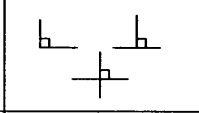
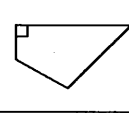
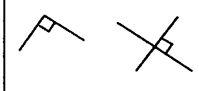
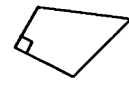

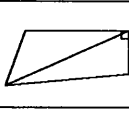


- Il me semble possible d'identifier au moins quatre variables pouvant jouer un rôle dans la reconnaissance d'un angle droit par un élève. »

- 1) L'orientation de l'angle;
- 2) La figure proposée est ouverte ou fermée
- 3) L'angle est isolé ou doit être isolé.
- 4) Le support est blanc ou quadrillé.

(5) BOUVIER Alain : *Bulletin APMEP*, 335, pp. 657-670.

GEOMETRIE ELEMENTAIRE,  
MON CHER WATSON

« Voici quelques exemples de figures pour illustrer les trois premières variables. »

	Figures ouvertes	Figures fermées
<b>L'angle est isolé</b>		
Orientation verticale Horizontale		
Autre orientation		
<b>L'angle doit être isolé</b>		
Orientation verticale Horizontale		
Autre orientation		

« Si l'angle est en situation verticale / horizontale, il est en général reconnu. Une autre orientation crée une difficulté, qui devient très importante si elle est conjuguée avec la nécessité d'isoler l'angle.

– Mon cher Watson, je vous sens particulièrement en verve, vous brûlez de me confier un point important.

– Eh bien Holmes, vos questions m'ont été particulièrement utiles. J'ai conçu des séquences prenant en compte les réponses à ces questions.

Aujourd'hui, en reprenant la même page du cahier d'évaluation, il n'y avait plus qu'un seul élève qui se trompait à la question que nous avons évoquée il y a quelques semaines ».

« Élémentaire mon cher Watson ! »

*Paris Gare de Lyon, 9 h du matin*

*L'arrivée en gare de Lyon ne me permit pas d'en savoir plus sur le travail proposé par Watson à ses élèves. Il me semble toutefois qu'un ensemble de séquences permettant aux élèves de mettre en œuvre leurs conceptions de l'angle droit et de l'explicitier<sup>(6)</sup>, de prendre conscience des insuffisances de ces conceptions dans des situations variées<sup>(7)</sup>, de développer des modes de reconnaissance experts serait de nature à produire des résultats comparables à ceux obtenus par Watson.*

(6) M. BONNET, G. FOURMOND, J. CROZIER, G. GERMAIN, P. WERMERSH : *Pratique de l'Entretien d'Explicitation en milieu scolaire*, IREM de LYON. (A paraître).

(7) B. ANSELMO, M. BONNET, M. PINON, P. PLANCHETTE, J. SIZE : *Pratique de l'évaluation formatrice*, IREM de Lyon.