
FICHE "METHODE" : UNE ALERTE

Robert NOIRFALISE

Irem de Clermont-Ferrand

"Plus l'élève sera assuré de la réussite par des effets indépendants de son investissement personnel et plus il échouera".

Ce texte est un **document de travail** écrit à l'occasion d'une séance de réflexion sur la mise en place des modules en seconde. Le système éducatif produit des réformes aux intentions généreuses; les injonctions faites aux enseignants de faire réussir leurs élèves peuvent entraîner la mise en oeuvre de méthodes a priori faites pour aider les élèves, mais à vouloir trop les aider on risque de les faire échouer !

Beaucoup de manuels proposent aujourd'hui des fiches "méthodes". Elles sont des produits du système d'enseignement: elles apparaissent comme des "outils" supplémentaires, des méthodes que l'on met à la disposition de l'élève pour l'aider à réussir. Signe des temps modernes, riches d'outillages technologiques nous déchargeant de multiples tâches, qu'en est-il dans le domaine des apprentissages ? La modernité du principe des méthodes, du conseil méthodologique ne saurait garantir à elle seule de leur efficacité. Peut-on imaginer

une machinerie didactique qui prendrait à sa charge une partie des apprentissages que l'on demande aux élèves ? L'apprentissage ne peut se déléguer ! ou alors suivant une formule inspirée de Guy Brousseau "Plus l'élève sera assuré de la réussite par des effets indépendants de son investissement plus il échouera !".

Pour illustrer ce qui précède, il convient de se demander quelles positions un élève peut adopter relativement aux fiches "méthodes" et leurs usages.

Une première position peut-être celle de l'élève que l'on qualifie souvent de laborieux, qui apprend son cours mais qui réussit peu dans les exercices ; la fiche méthode est à apprendre, comme le cours, de façon à pouvoir la réciter si le professeur le demande. Cet élève n'a pas compris ce qu'on attend de lui en mathématiques, et les fiches méthodes ne modifieront pas son rapport au savoir mathématique.

D'autres positions peuvent se développer, apparemment plus conformes à ce qu'on peut attendre d'un élève : les fiches "méthodes" sont à utiliser pour résoudre des problèmes où il est question de faire une démonstration. Mais, et c'est là que se situe une difficulté, l'élève peut interpréter, comme nous allons le développer ci-dessous, l'usage des fiches et en cela il peut être conforme à ce qu'attend un enseignant.

Prenons pour montrer ce que nous voulons dire, un exemple extrait du manuel de seconde dans la collection "Fractals" (1).

Dans le premier chapitre, on trouve un exercice commenté (cf. annexe 1) : dans celui-ci on demande de démontrer que deux droites sont parallèles. Cohérence du manuel, il se trouve que, à la page précédente, on y trouve une fiche "méthode intitulée "Comment démontrer que deux droites sont parallèles ?" Que peut faire un élève qui aurait à résoudre ce problème. Il sort la fiche méthode ; elle lui propose d'examiner si l'on peut mettre en évidence un certain nombre de propriétés. Prenons les dans l'ordre (la lecture de la fiche induit cela), et examinons ce que cela donne. Les trois premiers cas évoqués par la fiche ne semble pas s'appliquer au problème, du moins cela ne saute pas au yeux. L'élève arrive alors au quatrième cas, celui où l'on peut mettre en évidence deux points milieux des deux côtés d'un triangle. Ici cela semble pouvoir s'appliquer : O est le milieu du segment AB , et M semble bien être le milieu de AM' .

Un élève qui n'a pas clairement compris le rôle du statut des énoncés dans une démonstration peut ici considérer, par lecture de la figure (c'est ce geste qui a suggéré qu'il était pertinent d'examiner cette propriété) que M

est effectivement le milieu de AM' et alors en déduire le résultat demandé.

Mais imaginons ce que peut faire un élève qui a compris avec plus de pertinence ce qu'est une démonstration : il peut alors se demander s'il ne pourrait pas montrer que M est bien le milieu de AM' . A-t-il une fiche méthode concernant ce cas relativement standard : "comment montrer qu'un point est le milieu d'un segment ?"

Oui, il peut alors examiner les différents cas proposés les uns après les autres...

On voit apparaître dans cette façon de faire, une méthode algorithmisée pour faire une démonstration. L'élève qui l'applique peut alors penser que le suivi de la méthode l'assure de réussir : n'applique-t-il pas ce qu'on lui demande de faire !... (s'il ne réussit pas, c'est alors que les fiches méthodes ne sont pas bien faites ; la responsabilité en incombe alors au professeur ou à l'auteur de manuel qui n'a pas bien fait son travail).

Pour réduire la nouvelle difficulté qui apparaît avec cette méthode, l'explosion combinatoire du choix de fiches et de cas dans chaque fiche, pour permettre alors à l'élève de s'y retrouver dans le maquis des fiches, pourquoi ne pas imaginer une fiche-méthode du second ordre : "Comment se servir des fiches méthodes ?"...

On voit ici apparaître, en terme de contrat, un GLISSEMENT METHODOLOGIQUE.

On peut décrire le processus qui génère ce type de glissement de la manière suivante : la réussite du contrat initial, à savoir résoudre des problèmes mathématiques nécessitant des heuristiques spécifiques, est difficile pour certains élèves : on tente de réduire la difficulté en leur délivrant des

(1) Ce manuel, qui a de nombreuses qualités par ailleurs, n'est pas en cause ; nous aurions pu tout aussi bien trouver des exemples dans d'autres manuels.

algorithmes de résolution ; le contrat peut devenir alors pour certains élèves, non pas ce qu'il était à l'origine, mais de savoir appliquer ces algorithmes, ce qui engendre de nouvelles difficultés que l'on peut tenter de régler, à nouveau, par une nouvelle algorithmisation. Ce type de glissement contractuel à coup d'aides algorithmisées est donc un risque inhérent au système d'enseignement.

Ce type de glissement peut s'actualiser de deux manières ; celle que nous venons de décrire peut opérer à l'échelle de classes : le contrat initial demeure et s'y superpose un autre contrat méthodologique dont nous venons de voir l'inadéquation. Une autre façon plus massive peut atteindre le système tout entier et alors le contrat initial disparaît, fait place au contrat auxiliaire qui devient prépondérant. On peut alors imaginer des transformations de tâches, d'exercices pour les rendre plus cohérents avec le nouveau contrat. On a alors des exercices accessibles avec les algorithmisations découlant du nouveau contrat. On peut trouver des tentatives relevant quelque peu de ce processus dans certaines sections techniques réputées peu douées pour les mathématiques ou encore avec des référentiels d'objectifs.

Les heuristiques restent à la charge des élèves mais c'est de la responsabilité de l'enseignant que d'assurer cette prise en charge :

Dans le problème évoqué en annexe, on demande aux élèves de démontrer que deux droites sont parallèles. Un expert de ce type de problème, ne va pas avoir nécessairement dès la lecture du texte la solution, mais il y a des schèmes de résolution qu'il va mobiliser, d'autres non, il va opérer des essais, les pousser plus ou moins, abandonner une piste, en rechercher une autre... Les procédures de mobilisation, de tris de schèmes, d'heuris-

tiques ne sont pas nécessairement pilotées en conscience.

Ce regard sur la manière de fonctionner de l'expert nous renseigne sur ce que l'on peut attendre comme gestes "professionnels" de la part d'élèves en mathématiques dans une classe de lycée aujourd'hui, sur le contrat qui devrait se tisser de manière interactive dans la classe: les heuristiques ne sauraient se réduire aux contenus de fiches méthodes, même si ces contenus sont probablement intégrés dans des heuristiques ; ces dernières permettent, chez le sujet qui en est doté, de discriminer plus finement que ne le font les fiches méthodes les situations où l'on peut appliquer telle procédure de résolution et aussi elles assurent leur combinaison. Ainsi, dans le problème évoqué en annexe, les auteurs proposent une solution mais il en est aussi une autre : la figure donne des informations à voir qui vont intervenir dans le choix et la combinaison de procédures... C'est ainsi que l'on peut voir deux triangles isocèles AOM et ABM' et en déduire l'égalité des angles \widehat{AOM} et \widehat{ABM}' , ce qui va assurer du parallélisme des droites (OM) et (BM') .

Il y a donc nécessité, requise par le contrat fonctionnant effectivement dans ce type de classes puisque l'on demande à l'élève de savoir résoudre ce type de problèmes, que l'élève apprenne de telles heuristiques. Ces apprentissages ne peuvent se donner à voir en dehors de leur champ d'application ; si l'on peut contrôler un travail de l'élève sur les théorèmes du cours en lui demandant de les énoncer, on ne peut utiliser une procédure analogue pour contrôler un apprentissage qui échappe à la conscience pour une bonne part.

Le risque évoqué ci-dessus avec les fiches "méthodes" est donc d'entraîner des gestes, ceux d'une certaine algorithmisation, qui vont occuper le champ qui devrait être celui des

heuristiques. Ce risque sera d'autant plus fort que le recours aux fiches "méthodes" sera perçu comme un passage nécessaire.

Personne ni aucun moyen extérieur ne peut se substituer à l'élève pour opérer les apprentissages requis. Cela ne veut pas dire que cela décharge l'enseignant de toute responsabilité, au contraire car le professeur reste responsable des prises en charge par l'élève de ce qu'il lui appartient de faire pour remplir son rôle de façon efficace. Notons, à l'inverse, que la production de fiches-méthodes peut tendre à déresponsabiliser l'enseignant : il a rempli son rôle, il a fait ce qu'on attend de lui ordinairement et en plus il a délivré des aides supposées faciliter la réussite des élèves.

Que faire ?

Il est certes difficile de répondre à cette question surtout si l'on attend une réponse en terme de production d'une technologie didactique qui résoudrait à coup sûr les difficultés. Le problème posé ici est celui de l'apprentissage par les élèves d'heuristiques spécifiques aux problèmes mathématiques qu'ils ont à résoudre. Nous avons vu, ci-dessus, UN emploi de fiches "méthodes" par les élèves dont on peut pronostiquer qu'il engendrera des échecs (et ce d'autant plus que l'élève pensera que cela lui garantit le succès). Mais ceci ne signifie pas qu'il n'y a pas d'autres usages plus pertinents de ce type de fiches.

Par exemple, un autre genre d'usages qui peut être fait des fiches méthodes est le suivant :

— il y a tout d'abord le travail d'élaboration des fiches : comme une fiche-synthèse de théorèmes, une fiche méthode comme celle étudiée ici, peut attirer l'attention sur des types de problèmes et sur des modes de résolution : cela peut ainsi guider le travail mais celui-ci, de fait, devrait déborder largement

ce qui va apparaître en conscience. Pour cela, mais ceci est à travailler, on peut faire l'hypothèse qu'il importe que ce type de fiches conserve un statut d'aide éventuelle, facultative que l'élève peut élaborer pour pouvoir en disposer dans un rapport privé au mathématique. Dans un rapport public, on lui demande de produire explicitement des démonstrations élaborées selon des règles précises, mais on ne lui demande pas d'expliquer ses heuristiques (même s'il doit en user pour réussir). C'est le jeu intellectuel des mathématiques qui est ainsi fait !

— si l'élève est bloqué dans un problème, c'est à dire s'il a épuisé le jeu de mobilisation spontanée d'heuristiques alors il peut recourir, comme on peut le faire classiquement avec le cours, aux fiches méthodes pour essayer de trouver une nouvelle idée salvatrice. Mais ici, on peut percevoir que la distinction entre ce type d'attitude qui fait des fiches le recours quand on a épuisé un jeu de possibles, et l'attitude qui fait de l'usage des fiches la solution algorithmisée au problème est subtile : un élève en difficulté aura peut-être tendance à aller vers l'usage algorithmisé des fiches et ainsi il sortira du jeu mathématique fondé sur des heuristiques.

Ce type de réflexion, fait pour engager le travail, peut expliquer notre prudence, voir parfois notre méfiance par rapport à des outils de remédiations ou d'aides. Il convient de regarder assez précisément quels types de rapport aux mathématiques ils engendrent.

N.B. : l'idée essentielle de cet article, illustrée avec les fiches-méthodes, qui est celle de *glissement méthodologique* est de G. BROUSSEAU.

Cf. BROUSSEAU G. (1987) : "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques", *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7.2., pp. 33-115.

Parallélogramme et parallélisme

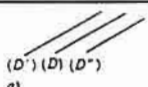
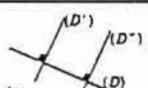
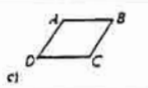
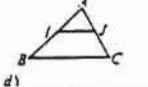
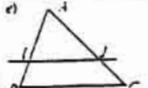
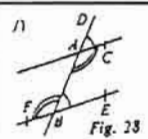


**FICHE
METHODE**

1 Comment reconnaître qu'un quadrilatère est un parallélogramme

- Un quadrilatère est un parallélogramme :
- si les diagonales se coupent en leur milieu ;
 - si un point O est centre de symétrie du quadrilatère ;
 - si les côtés opposés sont strictement parallèles.

2 Comment démontrer que deux droites sont parallèles (dans un plan)

Si on peut mettre en évidence que :	alors on peut conclure que...	
$(D') \parallel (D)$ et $(D'') \parallel (D)$	$(D') \parallel (D'')$	 a)
$(D') \perp (D)$ et $(D'') \perp (D)$	$(D') \parallel (D'')$	 b)
(AB) et (CD) sont les supports des côtés d'un parallélogramme	$(AB) \parallel (CD)$	 c)
I et J sont les milieux des côtés $[AB]$ et $[AC]$ d'un triangle	$(IJ) \parallel (BC)$	 d)
I et J sont deux points des côtés $[AB]$ et $[AC]$ d'un triangle tels que $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$ (réciproque du théorème de Thalès.)	$(IJ) \parallel (BC)$	 e)
$\widehat{CAD} = \widehat{EBA}$ ou $\widehat{CAB} = \widehat{ABF}$	$(AC) \parallel (BE)$	 f) Fig. 28

EXERCICES COMMENTES

Exercice 1

Énoncé

Deux points A et B étant donnés, appelons (C) le cercle de diamètre $[AB]$, O le centre du cercle et (C') le cercle de centre B et de rayon BA . Une droite (Δ) passant par A et distincte de la droite (AB) recoupe le cercle (C) en un point M et le cercle (C') en un point M' (fig. 29).

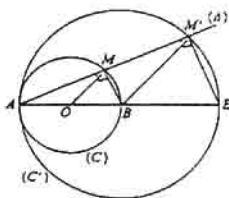


Fig. 29

Démontrez que les droites (OM) et (BM') sont parallèles.

Solution

Le point O est le milieu du segment $[AB]$, si nous parvenons à démontrer que M est le milieu du segment $[AM']$ nous pourrions déduire le parallélisme des droites (OM) et (BM') .

Démontrons donc que le point M est le milieu du segment $[AM']$.

La droite (BM) est perpendiculaire à la droite (AM) puisque le point M est un point du cercle de diamètre $[AB]$.

Appelons E le point diamétralement opposé à A sur le cercle (C') . Le point M' est un point du cercle de diamètre $[AE]$, donc la droite (EM') est perpendiculaire à la droite (AM') .

Les droites (BM) et (EM') , perpendiculaires à la droite (AM') sont donc parallèles.

Dans le triangle $AM'E$, le point B est le milieu du segment $[AE]$ et les droites (EM') et (BM) sont parallèles donc le point M est le milieu du segment $[AM']$.

Nous savons maintenant que, dans le triangle $AM'B$:

- $\left\{ \begin{array}{l} M \text{ est le milieu du segment } [AM'] \\ O \text{ est le milieu du segment } [AB] \end{array} \right.$

Nous en déduisons que la droite (OM) est parallèle à la droite (BM') .

Exercice 2

Énoncé

Soit E le point du segment $[AB]$ tel que : $AE = 2$.

Dans le plan (ABC) la droite passant par E et parallèle à (BC) coupe (AC) en F . Dans le plan (ABD) la droite passant par E et parallèle à (BD) coupe (AD) en G .

1° Calculez les longueurs AF et AG .

2° Démontrez que les droites (FG) et (CD) sont parallèles.

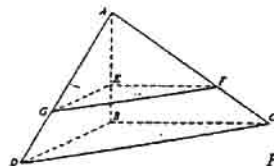


Fig. 30

Solution

1° Dans le plan (ABC) les droites (EF) et (BC) sont parallèles. Le théorème de Thalès appliqué au triangle ABC permet d'écrire :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \quad \text{et } F \in [AC]$$

Nous en déduisons l'égalité $AF = AC \cdot \frac{AE}{AB}$.

Nous connaissons les longueurs AE et AB . Calculons

Le triangle ABC est rectangle en B , donc :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 : \quad AC = 5.$$

$$\text{Nous avons alors } AF = 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}.$$

De même, le triangle ABD est rectangle en B , donc :

$$AD^2 = AB^2 + BD^2$$

$$AD^2 = 3^2 + 5^2 = 34 \quad \text{d'où } AD = \sqrt{34}$$

Dans le plan (ABD) , la droite (EG) est parallèle à la

droite (BD) , donc : $\frac{AG}{AD} = \frac{AE}{AB}$ et $G \in [AD]$.

$$AG = AD \cdot \frac{AE}{AB} \quad AG = \frac{2\sqrt{34}}{3}.$$

2° Dans le plan (ADC) nous avons :

$$\frac{AF}{AC} = \frac{10}{5} \quad \text{donc} \quad \frac{AF}{AC} = \frac{2}{3} \quad \frac{AG}{AD} = \frac{2\sqrt{34}}{3\sqrt{34}} \quad \text{donc}$$

F et G sont deux points des côtés $[AC]$ et $[AD]$