LA RUBRIQUE « POINT DE VUE » :

Un lieu de débat pour les enseignants de Mathématiques

La rubrique « POINT DE VUE » *est destinée à être un lieu de débat et un outil de réflexion pour les enseignants de mathématiques sur tous les sujets qui concernent leur profession.*

Elle accueille dans ce numéro des remarques de Stéphane Berteloot sur l'enseignement de la géométrie élémentaire. Stéphane Berteloot est docteur en philosophie et enseigne à l'IUFM de Limoges.

Cette rubrique est ouverte à tous et destinée à recevoir des articles courts, d'environ trois pages...

Nous attendons vos propositions.

Le Comité de Rédaction

Point de vue

LES MESAVENTURES DU PARALLELOGRAMME

Stéphane BERTELOOT

Les propos qui suivent sembleront peut-être incongrus ou malvenus. Ils n'émanent pas d'un mathématicien de métier mais d'un ancien et toujours parent d'élèves, qui passa son bac dans les années 60 et qui vécut par l'entremise de quatre enfants successifs, les désarrois d'un élève de 4ème puis de seconde etc., en 72–76–80 et 91... !

Les vivifiants propos de M. R. Bkouche, ainsi que d'autres articles du premier numéro de Repères, m'ont inspiré ce petit essai qui n'a aucune prétention didactique mais voudrait éclairer les professionnels de l'enseignement des mathématiques sur la manière dont sont reçues, méconnues ou incomprises leurs intentions et leurs pratiques à l'autre bout de la chaîne... quand un élève, qui a plus ou moins bien suivi ou compris le cours de son professeur, se retrouve seul et perplexe à sa table de travail à tenter de comprendre, à vouloir apprendre (oui mais quoi, comment, pourquoi ?)... interrogeant ses parents... Pour les besoins de la cause, et afin de ne pas sombrer dans le "patho", j'ai repris cette histoire de façon elliptique et impersonnelle sur un exemple particulier : le parallélogramme.

Chacun sait aisément reconnaître un parallélogramme et le distinguer de tout autre quadrilatère. Bien davantage, la majorité des élèves sortant de l'école élémentaire savent identifier les principaux quadrilatères et sont capables d'énoncer les propriétés remarquables du parallélogramme : *"Les côtés opposés sont parallèles et de même longueur ; les diagonales se coupent en leur milieu"* [1](*). Naguère, cet élémentaire savoir géométrique était présenté à l'aide d'une logique néo-scolastique, laquelle définissait un certain nombre d'êtres géométriques à l'aide du genre prochain et de la différence spécifique. On passait ainsi en revue selon un ordre intangible la famille des quadrilatères convexes, *trapèze*, *parallèlogramme*, *losange*, *rectangle* et *carré*. Il s'agissait d'emboîtements où la logique ne trouvait pas entièrement son content en raison de quelques hybrides, trapèze-rectangle ou losange par exemple, pour qui la différence spécifique ne devenait pas le genre prochain d'une nouvelle classe de figures, sauf à omettre le parallélogramme ou le rectangle[2]. Néanmoins, nos devanciers ont ainsi acquis un certain nombre de certitudes dont ils se sont rarement départis leur vie durant et qui leur auraient permis de résoudre de façon acceptable un grand choix de problèmes géométriques offerts aujourd'hui en classe de seconde. A condition toutefois qu'ils en comprennent l'énoncé rendu souvent abscons par l'emploi dispendieux d'une langue symbolique ! Comment se fait-il qu'un contenu d'ensei-

(*) Les notes sont renvoyées en fin d'article gnement pratiquement constant depuis 1947 ait pu donner naissance à une telle multiplicité d'expressions langagières que les êtres mathématiques et les raisonnements qu'ils induisent en perdent clarté et consistance ?

I — L'occultation du géométrique

I.1. *Trente ans de tergiversations*

Dès les années 60, on vit poindre un gigantesque remaniement des contenus d'enseignement et des procédures d'apprentissage. Le domaine mathématique fut le premier touché, les élèves virent vaciller les faibles repères qu'ils avaient acquis concernant le nombre, la figure, le calcul et la démonstration. Qu'on y parlât de termes connus, diagonales ou proportions, ou qu'on y introduisit de nouveaux termes, équipollence ou bipoint, la langue même leur devint étrangère. Les didacticiens pensèrent alors lui redonner sens en accentuant ses aspects formels ou symboliques de sorte qu'il n'était point rare de voir en 1975 un élève de quatrième lisant fort correctement un texte de littérature ânonner une page d'un manuel ordinaire de mathématiques : il butait sur les symboles, ne les comprenait pas et devenait souvent incapable de les oraliser. On tira vers 1980 les conséquences d'un tel état de fait en réduisant considérablement les conventions d'écriture et la part du formalisme sans provoquer de notables progrès parmi les élèves (3). Il eût d'ailleurs été étonnant que ces aménagements modifiassent le cours des choses en raison du passé scolaire des élèves qui les connurent.

C'est seulement en 1985, qu'après examen de ce semi-échec, on entreprit de redéfinir savoir et exigences scolaires en fonction des objectifs qu'on voulait atteindre. Encore est-il bon de noter que cette réforme des programmes de l'élémentaire et des collèges fut sans efficace sur le terrain, les enseignants ne voulant abandonner les procédures qu'ils mirent tant de temps à dominer, les chercheurs et les inspecteurs ne voulant point se déjuger et s'engageant à continuer comme par le passé. Les éditeurs scolaires se contentèrent souvent aussi de remanier quelques chapitres de leurs manuels et n'en modifièrent pas l'esprit général.

Il fallut encore cinq ans pour qu'à l'occasion d'une vaste opération médiatique, le Ministère décidât une refonte globale des contenus et des programmes d'enseignement dans les lycées et les collèges. Pourtant, il y a gros à parier, au vu de quelques manuels récemment parus, que ces innovations ne rendront pas l'accès aux mathématiques plus aisé aux générations futures. Nous nous proposons de le montrer à la lumière d'un exemple : la présentation et la définition du parallélogramme dans divers manuels très répandus des années 60 à la période actuelle. Cette recension voudrait avoir valeur de paradigme pédagogique tout en illustrant avec quelque précision les inquiétantes métamorphoses subies par le concept de parallélogramme alors que l'objet mental et sa représentation empirique demeuraient relativement stables chez les élèves (4).

1.2. *Le parallélogramme allusif*

Interrogeons d'abord le très classique et peu enclin à la modernité manuel de géo-

Encadré 1.

2. Vecteurs égaux (ou équipollents). — ***Deux vecteurs égaux sont deux vecteurs de même direction, de même sens et de même module.***

Si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux (fig. 4 et 5) on écrit : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lorsque $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ n'ont pas même support (fig. 4), le quadrilatère ABDC est un parallélogramme, donc : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. Réciproquement, si $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$, le quadrilatère ABDC est un parallélogramme et : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

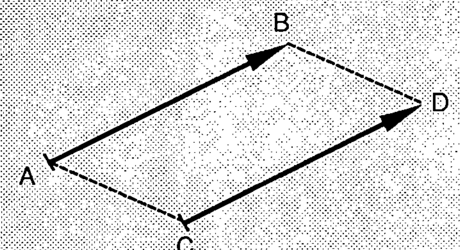


Fig. 4

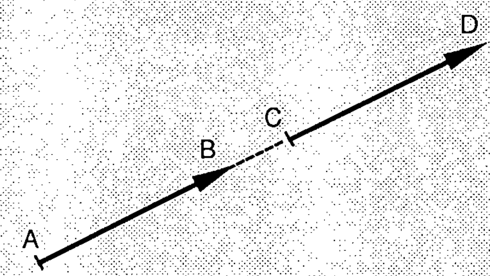


Fig. 5

métrie de Lebossé & Hémery, classe de seconde. Après un rappel des nouveaux programmes de 1961, on y expédie vivement des notions générales sur les ensembles. La géométrie débute abruptement par l'examen des vecteurs et on note, à l'occasion de la définition de l'égalité de deux vecteurs, l'existence du parallélogramme (cf. encadré ci-dessus)(5).

Nanti de cette intéressante précision, l'élève aura à résoudre des exercices supposant une connaissance plus fournie des propriétés du parallélogramme ; mais pour les auteurs, ce détail n'a aucune importance puisque de telles propriétés, examinées maintes fois dans les classes antérieures, sont supposées parfaitement assimilées par un élève de seconde.

1.3. *La bande des quatre.*

Dix ans plus tard environ, la géométrie vectorielle constitue le fer de lance du programme de seconde. Le parallélogramme, encore présent chez Monge & Hée, n'y est abordé qu'après de longs détours concernant la direction des droites, l'isométrie et la notion de bande (cf. encadré 2 page suivante)(6).

Il s'agit d'un des rares passages où quelques figures illustrent un texte habituellement fort dense et très nourri de notations symboliques dont le lecteur ne peut triompher que par une familiarité constante. Les mathématiques sont alors devenues une langue étrangère, distincte de toute langue vernaculaire, dont il faut

Encadré 2.

Théorème : Toute ligne polygonale fermée à quatre côtés £ (A, B, C, D, A) dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles est “convexe”.

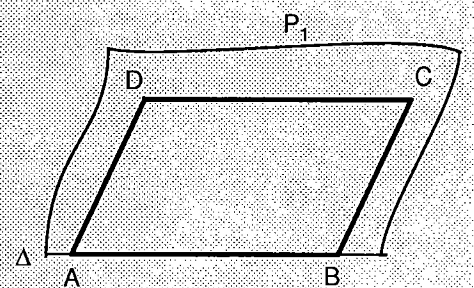


Fig. 18

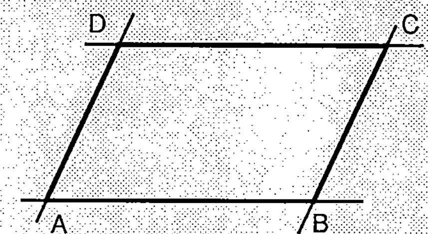


Fig. 19

Définition : On appelle parallélogramme le quadrilatère convexe ABCD défini par une ligne polygonale fermée à quatre côtés £ (A, B, C, D, A) dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles (fig. 19).

apprendre le vocabulaire, la transcription graphique et les règles de syntaxe. La géométrie entend ne point déroger au nouvel ordre établi et limite, autant que faire se peut, le recours à l’intuition et aux figures. Au reste, la présentation du parallélogramme n’advient dans ce manuel que pour introduire aux leçons concernant les bipoints équipollents et l’addition de vecteurs (voir ci-dessous)(7).

Il en ira de même, et il ne pouvait en être autrement, dans la plupart des manuels de seconde des années 70. On rappelle la définition simple, connue des élèves de collège et on est bien vite contraint de lui en substituer une autre plus abstruse pour introduire à l’addition des vecteurs comme on est obligé de passer du parallèlogramme, dit “propre”, au parallélogramme “aplati”.

Or, si les points A, B, B’, A’ sont les sommets consécutifs d’un parallélogramme, les milieux respectifs M et M’ des diagonales [A, B’] et [B, A’] sont confondus (fig. 4).

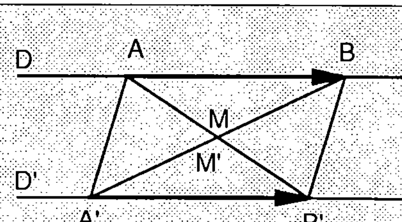


Fig. 4

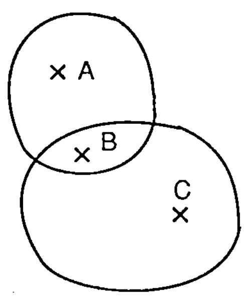
Réciproquement, si les segments [A, B’] et [B, A’] se coupent en leur milieu, les points non alignés A, B, B’, A’ sont les sommets consécutifs d’un parallélogramme.

Nous avons donc l’équivalence :

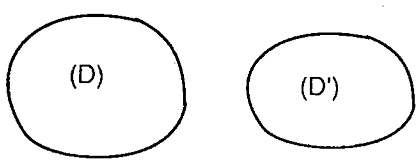
(A, B, B’, A’ sont les sommets consécutifs d’un parallélogramme) $\Longleftrightarrow$ (M = M’). (2)

1.4. *Le parallélogramme mutan*

C'est selon le schéma précédent que procède le manuel de Queysanne & Revuz après avoir imaginé de façon un peu incongrue les droites concourantes et parallèles par des diagrammes de Venn[8] :



droites concourantes



parallélisme strict

L'équipollence des bipoints du plan conduit à la définition suivante :

Quels que soient les bi-points (A, B) et (C, D) d'un plan on dit que :

(A, B) est équipollent à (C, D)

et on écrit (A, B) ~ (C, D)

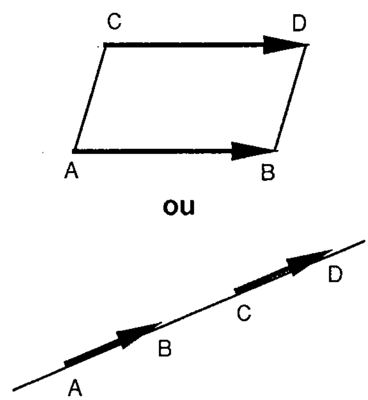
si et seulement si

ABDC est un parallélogramme

ou

A, B, C, D sont alignés et $\overline{AB} = \overline{CD}$ sur un axe porté par (AB).

Suivent deux figures où apparaissent des vecteurs co-linéaires et co-planaires qui ont dû rendre perplexe plus d'un élève[9] :



Conséquence : le lecteur vérifiera la propriété suivante

(A, B) ~ (C, D) $\Longleftrightarrow$ (A, C) ~ (B, D)

Il est assez piquant de constater que la même leçon présentée à des élèves de 2ème CT, supposés plus compétents en mathématiques, ignore les subtilités précédentes. Elle se soucie peu des diagrammes de Venn et expose très classiquement les propriétés du parallélogramme qui serviront dans la géométrie vectorielle[10] :

Théorème et définition : Quels que soient les points A, B, C, D de A_2 , les propositions suivantes sont équivalentes :

(A, C) et (B, D) ont même milieu ; $\overline{AB} = \overline{DC}$

(A, B) et (D, C) sont équipollents.

Tout quadruplet (A, B, C, D) pour lequel l'une des propositions précédentes est vraie est appelé parallélogramme.

N'étaient-ce le suffisant quadruplet et l'énigmatique A_2 , mis pour plan affine, chacun peut reconnaître le parallélogramme qui est d'ailleurs représenté de la façon la plus ordinaire à la page suivante. Mais, sans doute, n'avait-on pu donner libre cours à l'inventivité pédagogique, obligé qu'on était, de prendre en considération l'itinéraire antérieur des élèves ? Aussi est-il bon de mesurer le chemin accompli, en conformité avec les directives ministérielles, à l'aune d'un manuel de la même collection, paru en 1971 et destiné aux élèves de quatrième. La présentation et la définition du parallélogramme n'adviennent ici qu'en fin d'année lorsque, dit la préface, "la géométrie née de l'expérience apparaît comme une véritable théorie mathématique". Les auteurs insistent sur la nécessité de faire précéder de nombreuses manipulations la présentation de cette théorie. Il faut entendre par là que, dans des séances préliminaires, les élèves manieront hardiment les ciseaux et la colle, découperont de nombreuses bandes de papier qu'ils plieront et déplieront selon les directives de l'enseignant afin de s'imprégner perceptivement de propriétés que le cours, art de rédiger et modèle démonstratif, exposera selon un formalisme strict([11]).

1.5. *Le parallélogramme introuvable*

Il y a beau temps que les ciseaux et la colle ont été rangés lorsqu'on parvient au parallélogramme après avoir exposé dans un formalisme glacé, la droite et le plan, les axiomes d'incidence, la projection, le barycentre, la symétrie et bien d'autres notions. Advient alors la définition suivante, accompagnée d'une illustration qui doit bien sûr figurer le parallélogramme puisque la définition l'affirme (fig. ci-dessus)([12]) ...

Définition : On dit qu'un quadruplet (A, B, C, D) de points du plan, est un parallélogramme, quand les bipoints (A, C) et (B, D) ont même milieu (fig. 1).

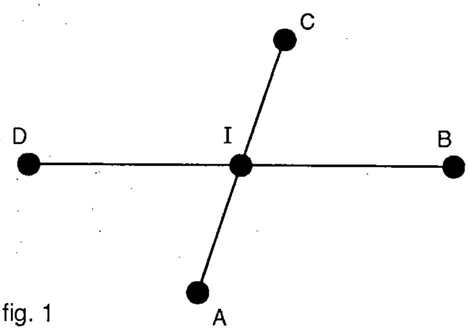


fig. 1

Par bonheur, la figuration traditionnelle du parallélogramme réapparaît dès la page suivante pour illustrer la démonstration d'un premier théorème encadré de rose que beaucoup d'élèves ont dû mémoriser au prix d'un effort intense :

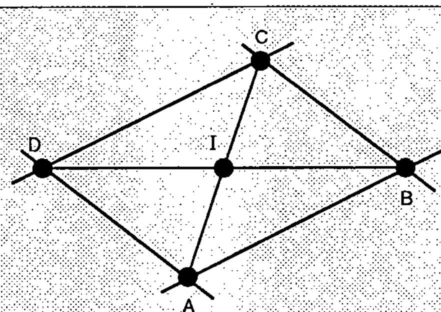
Théorème :

Si A, B, C et D sont quatre points du plan, pour que (A, B, C, D) soit un parallélogramme il faut et il suffit que deux points occupant dans le quadruplet des places de même parité, soient homologues dans la symétrie centrale qui échange les deux autres.

Cette présence rassurante est d'ailleurs de courte durée puisque l'élève doit immédiatement s'interroger sur l'existence du "parallélogramme aplati" (cf. encadré 3 de la page suivante).

Encadré 3.

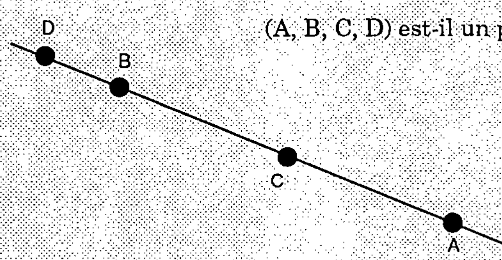
fig. 3



Soient maintenant A, B et C trois points alignés, choisissons sur la droite qui porte ces points, un point D distinct du symétrique de B par rapport au milieu de (A, C) est-ce que (A, B) // (CD) et (AD) // (BC) ? (fig. 4).

(A, B, C, D) est-il un parallélogramme ?

fig. 4



Beaucoup en tireront l'idée confuse que deux droites concourantes peuvent se représenter par une seule et même droite, utilisant les leçons précédentes du même manuel, seront à même de montrer que puisqu'une droite est parallèle à elle-même et qu'elle peut représenter deux droites concourantes, alors deux droites concourantes peuvent être utilement considérées comme deux droites strictement parallèles...

II — Les images d'Epinal

On s'avisa un peu tard que les abstractions géométriques proposées aux élèves de seconde ou de quatrième ne correspondaient ni à l'histoire effective de la découverte en géométrie, ni aux intentions véritables de sa reconstruction axiomatique, ni aux possibilités de représentation et d'abstraction des élèves. On voulut alors partir du concret, des images familières pour asseoir le raisonnement géométrique. C'était, en quelque sorte retrouver les "deux grandes problématiques qui permirent à la géométrie de se constituer comme domaine autonome, d'une part la mesure des grandeurs géométriques (longueurs, angles, aires...), d'autre part la représentation plane des situations spatiales (la perspective ou les projections)" ([13]). Mais il fallait encore rendre l'enseignement géométrique attractif, (motiver les élèves dit le jargon pédagogique), c'est pourquoi les manuels s'enrichirent de diverses "activités préparatoires" ou de "travaux pratiques" destinés à ancrer le géométrique dans un ludique quotidien.

II.1. *Cocottes en papier, pantographe et diabolos ...*

Dans un manuel de seconde publié en 1990, la confection de cocottes en papier devient une activité préliminaire à l'étude des homothéties ([14]). Dans un autre, c'est la réalisation d'un pantographe qui doit préparer à l'examen des homothéties alors que la construction d'un diabolo illustrera l'orthogonalité dans l'espace. Un mystère subsiste cependant : comment se fait-il que des générations d'élèves qui, par désœuvrement ou provocation, ont confectionné des cocottes en papier à l'insu de pédagogues moins enclins aux bagatelles, n'aient pas vu, par la maîtrise d'un tel savoir-faire, leur compétence en géométrie s'accroître sensiblement ? La médiation magistrale donnerait-elle aux divines cocottes une vertu heuristique qu'elles perdraient si elles n'étaient que la production anarchique de quelques trublions ?

Il faut rapidement admettre que les cocottes en papier ne sont que prétexte ou temps perdu et qu'il faudra bien passer par une étude abstraite de la symétrie centrale, du parallélogramme et de l'énoncé de Thalès pour que cocotte et pantographe deviennent l'occasion de la naissance d'un savoir géométrique.

II.2. *Une accalmie de courte durée*

Pourtant, on avait assisté, avec les programmes de 1981, à une décrue notable de ce qu'il est convenu d'appeler "les mathématiques modernes", ou peut-être plus humblement la présentation moderne des mathématiques, et l'on avait pu voir un grand nombre de manuels se soucier de présenter méthodiquement les notions fondamentales en les illustrant par des figures non ambigües. C'est le cas, par exemple, d'Audirac & Richelme ([15]) qui commentent un manuel lisible respectant la fameuse règle cartésienne : "conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objets les plus simples et les plus aisés à connaître, pour monter peu à peu, comme par degrés, jusqu'à la connaissance des plus composés ; et supposant même de l'ordre entre ceux qui ne se précèdent point naturellement les uns les autres". On n'y demande point, comme dans de nombreux manuels parus en 1990 de découvrir la "droite d'Euler", on propose aux élèves une démonstration réglée presqu'entièrement rédigée ([16]). Il s'agit le plus souvent d'un usuel que l'élève peut consulter, auquel il peut se référer, voire se raccrocher quand il a le sentiment d'avoir perdu pied. Certes, il ne trouvera ici ni "boîtes à méthodes", ni "fiche", permettant de faire l'économie d'une lecture attentive, le crayon à la main, pour résoudre un exercice mais il pourra lire un texte austère qui ne fait jamais appel à de supposées intuitions anticipatrices ou à d'étranges facultés de divination mobilisées par certains manuels présentés lors de la rentrée scolaire de 1990. Cet humble cheminement oblige Audirac & Richelme à reprendre l'examen du parallélogramme à chaque fois que ce dernier se présente dans un contexte nouveau, par exemple lorsque l'on passe du simple examen du parallélisme aux débuts de la géométrie vectorielle ou de celle-ci à la géométrie analytique, ou encore à revenir sur le parallélogramme et les vecteurs lorsqu'on aborde la géométrie vectorielle de l'espace. Démarche parfaitement légitime puisque l'on sait qu'un élève ne reconnaît plus une notion familière lorsqu'elle advient dans un contexte inconnu ou peu fréquenté.

II.3. *Le bric-à-brac pédagogique*

Dix ans plus tard, on a renoncé à une certaine préciosité verbale encore sensible dans le manuel précédent. Plus de bipoints équipollents, de barycentre ou de produit scalaire... mais c'est pour retrouver une autre emphase concernant, non les notions elles-mêmes, mais les procédures à suivre pour les acquérir. L'abandon de la séduction symbolique et formaliste ne laisse point la place vide ; nos zélés pédagogues ont déjà découvert dans l'apprentissage spiralaire, la pédagogie par objectifs et l'enseignement procédurier qu'elle instaure, un nouveau champ d'application. Etrange chassé-croisé où les perceptions se conceptualisent et où les concepts n'appellent plus un acte d'intellection. Ils doivent seulement être mémorisés et l'application d'une règle remplacera l'énonciation démonstrative.

Les manuels d'aujourd'hui ressemblent à des "puzzles" qui présentent en vrac *des activités préparatoires, des informations* (sic), *des fiches de cours, des travaux pratiques, des Q.C.M., des exercices pour savoir, savoir-faire* ou *aller plus loin,* des boîtes ou des fiches de méthodes, le tout selon un enchaînement des chapitres pour le moins obscur.

On voit, par exemple chez Dimathème, Seconde, 1990 ([17]) des "activités préparatoires" à l'étude des vecteurs supposant la connaissance des définitions et des règles qu'elles ont pour mission d'introduire. Relevons pour mémoire l'exercice suivant :

ABCD est un parallélogramme. On appelle E et F les points tels que B soit le milieu de [AE] et D le milieu de [AF].

1°) Faire une figure

2°) Montrer que C est le milieu de [EF].

L'objectif figure dans un bel encadré bleu face à l'énoncé : *Réviser l'égalité vectorielle et sa caractérisation à l'aide d'un parallélogramme. Caractériser vectoriellement le milieu d'un segment.*

Ce travail doit être effectué p. 216 alors que l'égalité vectorielle est définie p. 217 et la symétrie centrale p. 281. L'élève curieux pourrait encore s'aider de la boîte à méthodes encadrée d'un joli vert (p. 223).

Comment démontrer que ABCD est un parallélogramme.

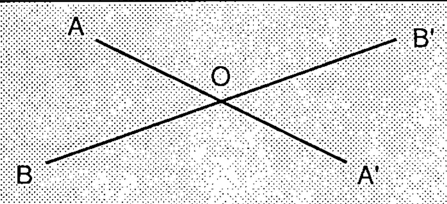
Montrer que (AB) est parallèle à (CD) et que (AD) est parallèle à (BC).

Montrer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (ou $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$).

Montrer que [AC] et [BD] ont même milieu.

Qu'il lui prenne l'envie de résoudre ce problème selon les normes de la simple géométrie euclidienne et voici nos objectifs bien compromis ! Seront-ils mieux cernés s'il se réfère à cette fameuse boîte à méthodes ? Ne conviendrait-il pas qu'un tel problème canonique soit entièrement traité dans un manuel qui a la prétention d'éclairer l'élève et de l'aider à "savoir faire" ?

Un problème voisin occupe les "activités préparatoires" aux transformations et projections dans la collection Fractale (seconde 1990) ([18]). On a pris soin de le faire précéder d'un énigmatique rappel du parallélogramme :



Nous rappelons que, ABCD étant un quadrilatère, les trois propriétés :

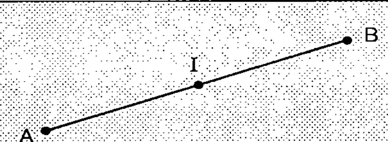
– le quadrilatère ABCD est un parallélogramme,

– les segments [AC] et [BD] ont le même milieu,

– les vecteurs AB et DC sont égaux,

sont telles que : si l'une est vraie, alors les deux autres sont vraies.

On y a ajouté, pour faire bonne mesure des considérations sur la propriété du milieu d'un segment et le fameux quadrilatère aplati, réduit à sa plus simple expression :



1 ■ Propriété du milieu d'un segment :

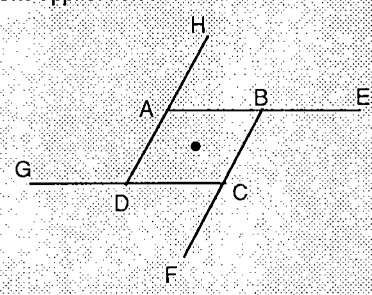
a) Etude directe : Soit A et B deux points distincts et I le milieu du segment [AB]. Comparez, dans cet ordre, les directions, sens et longueurs des vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$. Qu'en déduisez-vous pour les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$?

Conclusion : Si trois points A, B, I sont tels que I est le milieu du segment [AB], alors : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.

Nous dirons, dans ce cas, que le quadrilatère AIBI est un parallélogramme aplati.

Vient alors le très classique problème qu'on peut également résoudre par la géométrie euclidienne, le théorème de Thalès dit "du milieu" ou par l'appel à la symétrie centrale et à la notion de transformation :

2 ■ Une application :



Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme. Appelons 0 le centre du parallélogramme, E le symétrique de A par rapport à B, F le symétrique de B par rapport à C, G le symétrique de C par rapport à D, H le symétrique de D par rapport à A.

1° - Déterminez le milieu du segment [EG].

2° - Démontrez que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.

Notre élève se conformera-t-il aux objectifs prévus par les auteurs selon la solution qu'il choisit ? Sera-t-il, en outre illuminé par la "fiche-méthode" qu'on lui recommande de consulter ? ...

Comment reconnaître qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Un quadrilatère est un parallélogramme :

– si les diagonales se coupent en leur milieu ;

– si un point O est centre de symétrie du quadrilatère ;

– si les côtés opposés sont strictement parallèles.

De toutes façons, il n'en saura pas davantage car les auteurs ont jugé qu'avec les éléments précédents, il en savait assez pour rédiger une démonstration et ils ne voudraient aucunement l'influencer dans ses fécondes démarches. C'est pourquoi ils prendront garde de ne jamais rédiger entièrement une démonstration et laisseront à l'élève le soin de découvrir ce qu'il fallait y mettre !

En outre, ces derniers manuels richement illustrés ont un poids, un volume et un prix trois ou quatre fois supérieurs à leurs aînés des années 60. Ils en disent moins en plus de pages et réalisent la gageure de ne point expliciter le contenu mathématique qu'ils sont censés transmettre. Ils se jugent d'ailleurs insuffisants puisqu'ils invitent les élèves à se procurer en supplément les cahiers d'exercices destinés à améliorer leur savoir-faire.

III — L'abandon de la démonstration

Les auteurs des manuels précédents trouveraient assez facilement des justifications dans les dernières **Instructions Officielles** ou dans la recherche pédagogique quant à l'abandon relatif de la démonstration. R. Noirfalise & J. Porte ne distinguent-ils pas dans une récente livraison de **Repères-Irem, "Les savoirs déclaratifs des savoirs procéduraux destinés à initialiser une procédure de résolution d'un problème en second cycle"** ? J. Houdebine ne bouleverse-t-il pas une tradition séculaire par le titre de son article : **"Démontrer ou ne pas démontrer, voilà la question "** ? [19] Puisque les enseignants constatent que les élèves sont rarement convaincus par les démonstrations qui leur sont offertes, ne suffit-il pas, pour le problème d'application proposé ci-dessus, que les élèves répondent qu'il doit "y avoir une symétrie de centre O" ou encore que "les transformations conservant le milieu, transforment un parallélogramme en un parallélogramme" ? [20] Partisan d'activités multiples, J. Houdebine réaffirme toutefois qu'il faut encore aujourd'hui **"enseigner la démonstration"** et que "d'une manière générale, l'apprentissage du raisonnement ne peut se dispenser de l'écriture de textes". [21]

Beaucoup plus circonspect R. Bkouche signale très clairement les deux écueils sur lesquels se brise l'enseignement contemporain des mathématiques **"l'illusion langagière** qui produisit les délires langagiers des mathématiques modernes dont il n'est pas sûr qu'ils aient disparu de l'enseignement" ... et **"l'activisme pédagogique** qui réduit l'enseignement à une activité de tous ordres avec le vague espoir que le théorique (puisqu'il en faut) naîtra d'un tel fatras". [22]

Conclusion

Que sait-on au juste du parallélogramme en entrant en seconde ? On a appris à le construire, à le caractériser et à calculer son aire en 6ème et 5ème. L'étude des projections, de la propriété de Pythagore et les transformations de figure par rotation ou translation induisent en 4ème de nouvelles propriétés du parallélogramme. En 3ème, l'énoncé de Thalès, la construction de transformées de figures par composition de deux translations, de deux symétries centrales, etc., l'égalité vectorielle et l'addition de vecteurs font que les élèves sortant du collège ont en principe abordé tout ce qui fera la matière de l'enseignement géométrique en Seconde.

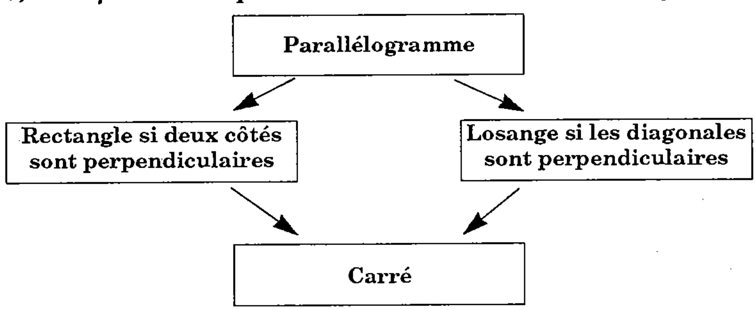
Cependant, il ne faut pas espérer qu'ils maîtrisent l'ensemble de ce bagage, aussi admet-on l'intérêt d'une reconstruction systématique de l'édifice en seconde. Encore convient-il de partir d'énoncés simples qui ne se présupposent pas mutuellement et qui ne doivent pas être non plus une propédeutique cachée à des énoncés qui seront ultérieurement définis ou démontrés. A supposer que je définisse le parallélogramme (**"côtés opposés deux à deux strictement parallèles"**), je dois alors trouver ses propriétés fondamentales et les démontrer. Je puis, en principe, partir d'une autre définition et changer du même coup l'ordre et le contenu des premières démonstrations. Mais je ne puis sans détruire toute exigence rhétorique chez l'élève proposer **des fiches ou des boîtes à méthodes,** des **théorèmes-définitions** dans lesquels toute démonstration a été expurgée au profit de la seule utilisation d'une procédure mécanique basée sur l'acquisition d'une trace mnésique obtenue par la répétition mécanique de **Q.C.M.** Enfin, le moindre respect pour l'élève exige qu'à l'occasion de chaque extension du champ de connaissance je réexamine les propriétés des figures qui me permettent d'illustrer cette extension. Ne point expliciter obstinément le contenu d'une leçon, se contenter d'allusions, proposer à titre de travaux pratiques que les élèves démontrent eux-mêmes les théorèmes, ne point rédiger exhaustivement démonstration ou corrigé d'exercices et se contenter de renvoyer à des cas semblables ou à d'étranges "boîtes à méthodes", c'est se payer de mots ou vouloir absolument que nos élèves continuent à être ces "automates", dénoncés par Stella Baruk, lesquels pourront à loisir programmer les ordinateurs recommandés par les **Instructions Officielles**, à moins que par cet autre tour de dérision ils n'en deviennent les zélés serviteurs ([23]).

NOTE S

(1) Evaluation nationale à l'entrée en 6ème. **Mathématiques, cachier de l'élève** (séquence 1) M.E.N., sept. 1990.

(2) Quel que soit l'artifice de présentation on retombe sur le schéma suivant :

a) classification des quadrilatères admettant un centre de symétrie.



(3) R. BROUCHE a signalé à maintes reprises que "le concept mathématique d'ensemble ne relève pas, quoi qu'on en ait dit, des mathématiques élémentaires (au sens pédagogique du terme) ; quant au terme d'ensemble, pris dans son acception naïve, il n'a pas besoin d'être théorisé pour être employé." **REPERES-IREM**, n° 1, octobre 1990, p. 97, **Enseigner la géométrie, pourquoi** ? On a pu alléger le formalisme sans réintroduire des notions utiles en physique ou en géométrie et favorisant la compréhension, telle la notion de "lieu géométrique".

(4) Cet article a pour ambition de montrer les déracinements auxquels furent (et sont encore) soumis les élèves. Qu'on ne me dise pas, au vu des références aux manuels, que ces usuels sont des indices insuffisants car il y a aussi le cours du professeur, sa prestation magistrale... L'élève qui comprend profite également de son cours manuscrit, du manuel et de sa présence en classe. Celui qui ne comprend plus ne sait plus comment prendre et utiliser un cours. Il n'a plus comme seul recours, pour autant qu'il le désire, que les manuels, les mémentos ou les leçons particulières. Consulter à ce sujet : **Des manuels pour apprendre. Rencontres pédagogiques,** n° 23, 1988, INRP.

(5) p. 166, LEBOSSE & HEMERY, **Algèbre & Géométrie,** 1961, F. Nathan.

(6) p. 83, MONGE & HEE, **Géométrie, 2ème C**, 1970, Belin. Ces auteurs sont pourtant prudents et signalent dans leur avertissement : "nous avons rejeté la solution séduisante qui consistait à reconstruire toute la géométrie à partir de la notion abstraire d'espace vectoriel".

(7) **ibid.** p. 99

(8) p. 240, QUEYSANNE & REVUZ, **Mathématique, 2ème A**, 1970, F. Nathan.

(9) p. 245 et 246, **ibid.**

(10) p. 236, QUEYSANNE & REVUZ, **Mathématique, 2ème CT**, 1ère éd. 1973, rééd. 1977.

(11) Dès 1973, FEUDENHAL dans **"Mathematics as an educational task"**, brocardait ce curieux mélange d'activités pseudo-ludiques (colorier, tracer des flèches) et de débauche axiomatique. Il est sans doute heureux que certains mathématiciens dénoncent aujourd'hui la dérive de l'enseignement mathématique au cours de la précédente décennie en l'assortissant à d'énormes réserves à l'égard des pédagogies de substitution très à la mode aujourd'hui (pédagogie par objectifs, développement des savoir-faire, enseignement procédurier, cf. **"Les mathématiques modernes,** cette pure invention pédagogique, nous avait déjà donné l'exemple (et d'une certaine manière montré la voie) de cette fabrication d'un savoir qui a pour seule finalité d'être enseigné et appris, savoir sans sujet (qui sait ?) et savoir sans objet (que sait-on ?)... R. BKOUCHE, **art. cité** p. 92.

Cela n'empêche que durant plus de dix ans, les mathématiques ont été, de l'école maternelle à la terminale, des moments où, pour la majorité des élèves, on ne savait pas de quoi on parlait ni si ce que l'on disait avait quelque vérité. Et le lecteur curieux pourra s'en convaincre, même s'il n'a pas assisté au triste spectacle d'un C.P. ahanant sur des pseudo-structures de groupes ou d'une quatrième écrasée par les axiomes d'incidence ; il suffit de consulter la panoplie des manuels, guides pédagogiques, brochures de l'IREM ou de l'INRP, qui fleurirent durant cette période. S'il désire observer les ravages produits par un tel enseignement sur des cas particuliers, il pourra consulter n'importe quel ouvrage de STELLA BARUK. Avec toute la célérité qu'on leur connaît parfois, les ministères successifs ont mis en place un gigantesque appareil logomachique qui pourrait s'intituler la **mathanasie,** c'est-à-dire une discipline, LA (ou les) mathématiques, qui se sabordait tout en détruisant ceux qui voulaient l'apprendre, ou qui étaient simplement contraints par obligation scolaire de la connaître.

(12) p. 296, QUEYSANNE & REVUZ, **Mathématique, 4ème,** 1971, F. Nathan.

(13) R. BKOUCHE, **o. c.** (p. 95)

(14) **DIMATHEME, Mathématiques 2ème,** p. 293, Didier 1990 **& Mathématiques, coll. "FRACTALE"**, p. 227 et 351, Bordas 1990.

(15) GEOMETRIE, 2ème par AUDIRAC & RICHELME, Magnard 1981.

(16) **ibid.** p. 33 & 46, à comparer avec **DIMATHEME,** p. 215 & 307 ou **FRACTALE** p. 24.

(17) **o.c.**, p. 216 sq.

(18) **o.c.**, p. 51 sq.

(19) **REPERES-IREM,** éd. Topiques, octobre 1990 n° 1.

(20) ibid. p. 6-7 et **FRACTALE** p. 59-60.

(21) **o.c.**, p. 20.

(22) **o.c.**, p. 22.

(23) **Programmes et Instructions (Collèges)** M.E.N., CNDP 1985, cf. p. 82 **"Un moyen efficace pour faire admettre la nécessité d'un langage précis, en évitant que cette exigence soit ressentie comme arbitraire par les élèves, est le passage du "faire" au "faire-faire".../... lorsqu'il programme un ordinateur pour un traitement voulu, l'obligation de précision doit lui apparaître comme une évidente nécessité".**