LA RUBRIQUE « POINT DE VUE » :

Un lieu de débat pour les enseignants de Mathématiques

Une géométrie est-elle exacte ? Une théorie est-elle juste ? Un programme est-il bon ?

Tel est le niveau où se situent spontanément nos interrogations épistémologiques et nos discussions pédagogiques. Or, malheureusement, ce niveau absolu "bon, mauvais, juste ou faux" ne nous permet pas de comprendre nos errements et de construire à partir de leur analyse ; il n'est pas adapté pour traiter de la pertinence et de l'adéquation d'un modèle à une réalité.

La réflexion que nous propose ici Jean-Claude Duperret est précisément un essai de mise à distance des jugements un peu trop rapides que nous avons tous tendance à effectuer quand nous confrontons les théories à nos pratiques.

Cet essai pourrait initialiser une suite de réflexions dans lesquelles chacun tenterait de présenter les problèmes épistémologiques et didactiques qui le préoccupent, davantage en termes d'adéquation, de cohérence et de pertinence par rapport à des pratiques qu'en termes de jugements absolus sur des théories que l'on voudrait "abusivement" considérer comme intrinsèquement "bonnes" ou "mauvaises" !

Marc LEGRAND
Pour le comité de rédaction

REPERES - IREM . n°13 - octobre 1993

Point de vue

OBJET SANS AME OUTIL SANS VIE

Jean-Claude DUPERRET
Irem de Reims

Au nom du tableau, de la formule et du graphique, je te baptise :
"application linéaire".

Je viens de rendre à mes élèves de quatrième leur contrôle sur "application linéaire".

Des notes très moyennes ...

Une réussite plus forte dans les passages " tableau ←→ graphique" que dans l'argumentation me renvoyant les habituels : "Les deux nombres sont proportionnels", "Le point passe par l'origine", "Le point est aligné", "Le point est aligné avec l'origine", "C'est la formule droite" ...

Un grand sentiment de malaise ...

Visiblement, ils n'ont rien compris !

Tant pis, fuyons ... vers des eaux moins troubles : le théorème de Pythagore nous attend avec ses certitudes éprouvées, ses figures bien carrées, ses justifications aisées, ses corrections assurées.

C'était reculer pour mieux sauter : en effet, quelque temps plus tard, je donne en classe des situations non linéaires. Et me revoilà confronté au problème. A travers un questionnement oral, j'essaie de "re"caractériser l'application linéaire.

Devant l'étrangeté des réponses des élèves, je me décide à entrer dans le cœur du sujet et leur propose de me donner sous forme écrite, en trois minutes, ce que représente pour eux l'expression "application linéaire".

Voici les réponses, non déformées, si ce n'est du point de vue de la correction grammaticale :

"C'est une droite dont les points sont alignés et qui passe par l'origine du repère. De plus, cette droite est proportionnelle."

"C'est un graphique."

"C'est une courbe continue sur du papier millimétré passant par O."

"C'est l'ensemble des graphiques faits par des tableaux proportionnels."

"C'est un point sur une droite passant par l'origine dans un graphique."

"C'est une multiplication à l'aide d'un graphique linéaire."

"C'est des nombres proportionnels avec le même coefficient de proportionnalité et sur un graphique ça passe par zéro."

"C'est un graphique où l'on a pu mettre des points."

"Ce sont des chiffres proportionnels et des points alignés passant par l'origine."

"Si la suite est proportionnelle, la ligne doit passer par tous les points, même par le point O."

Une réponse plus marginale, certainement étroitement liée à la situation proposée :

"Une application linéaire est un ensemble d'exercices d'application sur une tension alternative."

Quelques unes plus directes :

"Je ne sais pas."

"C'est compliqué à expliquer."

"Je sais le faire, mais pas le dire."

Mais où est donc l'application linéaire là-dedans ? Je ne retrouve ni la notion d'*application* (aucun élève ne me parle de relation entre deux grandeurs), ni la notion de *linéaire* (pas un seul mot sur les propriétés de linéarité). Toutes les réponses font référence, souvent de façon très maladroite, aux outils tableau et graphique. Peut-on raisonnablement dire, à partir de telles représentations chez les élèves, que l'on a "abordé" le concept d'application linéaire. Autant de points qui m'ont conduit à une réflexion à trois niveaux.

Mon premier axe de réflexion est didactique :

L'illusion est de croire que par un changement de cadre habile, le concept "application linéaire" va se créer, comme par une espèce de miracle. La réalité est que l'on fait tourner l'élève autour de la difficulté, en l'évitant soigneusement. On remplace la rencontre avec l'objet par une technicité de l'outil. Cette illusion est d'autant plus forte qu'elle pourrait se sentir confortée par certaines théories didactiques : on ne peut en effet utiliser les mots "cadre", "outil", "objet" sans penser aux travaux de Régine Douady. "L'application linéaire" illustre alors parfaitement le dévoiement, que peuvent créer les programmes, de telles théories didactiques.

Qu'on ne se méprenne pas sur mon propos ; ce n'est ni les concepteurs de programme, ni la théorie didactique évoquée ci-dessus que je mets en cause, mais les effets pervers produits, en induisant certaines "pratiques d'apprentissage", pratiques auxquelles j'ai succombé avec enthousiasme il y a quelques années, mais qui me paraissent mériter davantage de précautions aujourd'hui.

Mon second axe de réflexion est mathématique et porte sur trois points :

— Est-il besoin d'introduire à la fois les mots "application" et "linéaire" ? Ne serait-il pas plus judicieux de revenir à un premier apprentissage du concept d'application ? Certes, dès les classes de 6ème et de

5ème, les programmes nous proposent une première approche de la notion de "variation" d'une grandeur "en fonction" d'une autre. Mais sans retomber dans les excès d'antan, il me semble possible de compléter cette approche avec des notions comme image d'un nombre par une application, image d'un point par une transformation. Ceci permettrait de tabler sur un langage minimum et par là, de corriger avec davantage de pertinence les argumentations défectueuses.

— Est-ce le meilleur endroit pour introduire la notion d'application linéaire ? Viendrait-il à l'esprit, en 1ère et terminale d'introduire la notion de différentielle à propos de celle de dérivée ? Je précise mon propos : le concept d'application linéaire repose sur la notion de conservation de la structure d'espace vectoriel ; mais n'y a-t-il pas plus mauvais exemple d'espace vectoriel sur $\mathbb{R}$ que $\mathbb{R}$! Les propriétés de linéarité n'apparaissent ainsi aux élèves que comme des propriétés de calcul algébrique (osons le dire : associativité et distributivité) et se réduisent très vite à des "trucs" permettant de compléter de façon astucieuse des tableaux.

— N'est-il pas dangereux de proposer comme première étude d'application l'application linéaire ? N'est-ce pas consacrer dans la tête de nos élèves le royaume du tout linéaire, le règne du polygone, le tracé de toute courbe à la règle ? N'est-ce pas figer de façon définitive le couple proportionnalité-linéarité, ceci ayant l'écueil d'être extrêmement réducteur pour la notion de linéarité et ne présentant pas de façon sensible l'avantage de mieux maîtriser la proportionnalité.

Mon troisième axe de réflexion est institutionnel :

J'entends souvent dire que ces programmes de collège sont bons. J'en ai moi-même été un ardent défenseur et je me suis beaucoup investi dans les suivis scientifiques, illustrant en particulier la notion d'application linéaire à l'époque comme je commence à la critiquer actuellement.

Je reste convaincu qu'ils constituent un réel progrès par rapport aux précédents. Mais les déclarer bons, c'est les figer et donc les condamner. Je pense qu'ils sont perfectibles et par là même vivants.

Le temps me semble venu de mener à leur sujet une véritable réflexion ; j'en ai commencé une à propos de l'application linéaire ; si elle est très marginale, cela me renvoie à mon enseignement ; si elle est partagée par un grand nombre, il serait vraiment dommage qu'elle s'arrête à ce papier.

Cette démarche ne peut se faire que si elle peut se structurer à travers deux types d'organes :

— des organes de réflexion,

— des organes de communication.

Je n'ai aucunement la prétention de définir ces deux types d'organes, mais cela me semble un rôle des Irem.

Une telle initiative pourrait atténuer les deux grands défauts qui président à la conception des programmes :

— le phénomène de balancier,

— la précipitation dans laquelle ils sont souvent rédigés, l'urgence l'emportant sur la réflexion.