

---

## UNE PREUVE POUR CONSTRUIRE EN CINQUIÈME

---

Claude FRELET  
Irem de Besançon

L'apprentissage du raisonnement déductif a une place importante dans l'enseignement des mathématiques au collège. Nous avons bien des difficultés pour que nos élèves de collège acceptent les règles du débat scientifique, comprennent la nécessité de prouver et rédigent des démonstrations qui nous satisfassent.

Bien que les programmes actuellement en vigueur recommandent de "mettre en œuvre de brèves séquences déductives" dès la classe de sixième, les exercices proposés aux jeunes élèves de collège semblent trop souvent se limiter à des constatations, des mesures effectuées sur des dessins plus ou moins maladroits. Par contre, en quatrième, il n'est plus question de mesurer sur le dessin, il s'agit de prouver le résultat par un

raisonnement. Cette rupture de contrat est très mal vécue par les élèves qui ne comprennent pas pourquoi ce qui était jugé comme correct en sixième et cinquième ne serait plus en quatrième. De plus de nombreux exercices de quatrième demandent de produire une démonstration d'une propriété non seulement vraie sur les dessins des élèves mais pour laquelle ils ne peuvent pas imaginer qu'il puisse en être autrement. On peut comprendre leur trouble.

Nous faisons l'hypothèse que cette rupture du début de quatrième peut être évitée si nous proposons à nos élèves de sixième et cinquième des situations adaptées. Notre enseignement de la géométrie dans ces classes ne saurait se limiter à des réalisations de dessins à partir de programmes de

construction (par ailleurs nécessaires et fort intéressantes) et à des constats sur ces dessins. Il nous semble important, avant d'entraîner nos élèves à produire des démonstrations, de donner un sens au raisonnement.

Pour ce faire, plusieurs pistes sont possibles. On peut travailler sur le passage dessin/figure en géométrie. Par exemple, on peut demander à des élèves de sixième ou cinquième de produire plusieurs dessins non superposables à partir du même énoncé. Dans un premier temps cette tâche déstabilise certains élèves qui ont peine à concevoir que l'enseignant puisse attendre plusieurs réponses différentes à une même question, et notamment que deux dessins non identiques puissent convenir. Mais une fois qu'ils ont devant eux des dessins de taille et de forme très différentes, ils comprennent mieux le rôle partiel des hypothèses (ou données) du problème, prennent conscience, par exemple, de l'insuffisance d'une mesure pour justifier une propriété. Les questions relatives au statut de la figure, des hypothèses en géométrie ont fait l'objet d'autres études [1].

Dans cet article, nous avons choisi de présenter une situation correspondant à une autre piste. Il s'agit pour les élèves de réaliser une construction pour laquelle les informations données sont insuffisantes et où seul un raisonnement faisant intervenir des propriétés générales permet d'en obtenir de nouvelles, indispensables pour la réalisation de la tâche.

Après avoir expliqué nos choix et proposé une analyse a priori de l'activité, nous décrirons les conditions dans lesquelles nous avons pu observer des élèves dans différentes classes de l'académie de Besançon. Enfin nous tenterons de dégager quelques points forts de cette activité.

## I — Présentation de l'activité

### 1 - *Choix de l'activité*

Les activités de tracés et de construction ont une place importante dans l'enseignement de la géométrie en classe de sixième et cinquième. Elles donnent aux élèves l'occasion d'utiliser le vocabulaire géométrique par la lecture ou la rédaction de programmes de tracés et de construction et les instruments de dessins. Par "constructions" dans cette activité, nous n'entendons pas limiter les tracés des élèves à l'usage de la règle et du compas. Le contrat didactique explicite autorise tous les instruments de dessin, y compris le rapporteur (cf annexe). Ces activités contribuent à faire évoluer les conceptions des élèves sur les objets géométriques et leur lecture des propriétés de configurations. Elles peuvent aussi fournir des cadres privilégiés pour amener les élèves à produire des raisonnements.

La situation proposée aux élèves est reproduire en haut de la page ci-contre (fiche distribuée à chaque élève).

Ici, les données brutes de l'énoncé ne permettent pas de réaliser une construction correcte tant que la position du point N n'a pas été précisée. Pour cela, l'élève doit faire un raisonnement. La production de celui-ci ne lui est pas imposée directement par le professeur mais elle est nécessaire pour réaliser la construction. En effet, la consigne ne demande pas explicitement de recourir à une argumentation. L'élève est amené à la produire de par la contrainte de la situation elle-même. N'étant pas une simple réponse à l'attente du professeur, elle prend tout son sens pour lui.

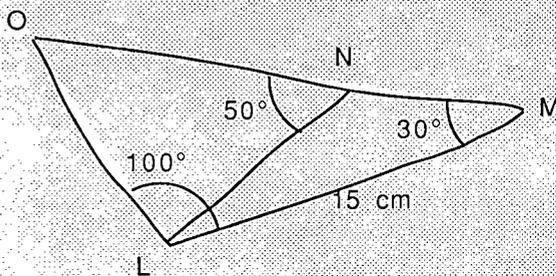
OLM est un triangle. Le point N appartient au segment [OM].

De plus,  $\widehat{ONL} = 50^\circ$  ;  $\widehat{OLM} = 100^\circ$  ;  $\widehat{OML} = 30^\circ$  et  $LM = 15 \text{ cm}$ .

La figure ci-contre est mal construite ; elle ne correspond pas aux données.

Construis une figure respectant cet énoncé.

Explique ta méthode.



Par ailleurs, la situation proposée repose sur la propriété de la somme des angles d'un triangle. En cinquième, les activités qui font intervenir des calculs d'angles ou d'aires semblent ne pas poser trop de difficultés aux élèves. Le passage du cadre géométrique (angles ou quadrilatères ou triangles) au cadre numérique (calculs de mesures d'angles ou d'aires) semble favoriser l'émergence de raisonnements chez ces jeunes élèves.

## 2 - Analyse a priori de la situation proposée

**Objectifs :** amener les élèves à comprendre la nécessité d'une preuve.

**Tâche :** réaliser une construction nécessitant l'usage de propriétés pour calculer les données manquantes et indispensables à la construction du triangle..

**Prérequis :** savoir :

- tracer un angle ou un segment de mesure donnée
- construire un triangle connaissant la mesure d'un côté et celle des deux angles adjacents à ce côté.
- utiliser la propriété de la somme des angles d'un triangle

**Nos choix :**

- $LM = 15 \text{ cm}$  : en choisissant une longueur relativement grande, nous espérons éliminer les procédures par tâtonnement pour placer N.
- L'absence de questions intermédiaires devrait permettre :
  - la découverte par les élèves eux-mêmes de la nécessité d'un raisonnement pour placer correctement le point N, donc de donner un sens à un raisonnement.

UNE PREUVE POUR CONSTRUIRE EN CINQUIÈME

— l'émergence de plusieurs démarches différentes facilitera, lors de la synthèse, l'instauration d'un débat au cours duquel les élèves discuteront la validité de chaque démarche, pourront analyser les différentes stratégies et comparer leur rapidité. Les problèmes de rédaction de la démonstration pourront aussi être abordés.

*Différentes stratégies pour placer le point N*

Après avoir construit le triangle OLM, apparaît le problème de la position du point N. Plusieurs stratégies peuvent être envisagées :

- Calcul de l'angle  $\widehat{L\hat{O}M}$  puis  $\widehat{L\hat{O}M} = \widehat{O\hat{N}L}$  donc le triangle OLN est isocèle,

donc  $OL = LN$

puis le cercle de centre L et de rayon LO recoupe la droite (OM) en N

- Calcul de l'angle  $\widehat{L\hat{N}M}$  (supplémentaire de l'angle  $\widehat{O\hat{N}L}$  )

puis calcul de l'angle  $\widehat{L\hat{N}M}$  dans le triangle LNM.

- Calcul de l'angle  $\widehat{L\hat{O}M}$

puis calcul de l'angle  $\widehat{O\hat{L}N}$  dans le triangle OLN.

**II — Les observations de classes**

Après avoir construit une situation, nous souhaitons aller l'observer dans des classes de différents niveaux. Pour des rai-

sons de commodités d'organisation, nous allons plus souvent dans celles de membres du groupe de travail bien que nous soyons conscients qu'il serait intéressant de proposer ces situations dans des classes de collègues non impliqués.

Ces observations de classe nous semblent essentielles pour connaître et essayer de comprendre les démarches entreprises par nos élèves. Quand on n'a pas la responsabilité de la gestion de la classe, on peut suivre l'activité d'un élève ou d'un groupe d'élèves du début jusqu'à la fin sans interruptions. Les hésitations, les abandons de pistes, les retours en arrière.... sont révélateurs des conceptions des élèves, de leur rapport aux mathématiques, de leur interprétation du contrat didactique et de leur façon de percevoir les attentes du professeur.

Vous trouverez en annexe 1 les consignes de passation de cette situation lors de ces observations de classe.

*1 - Gestion de la classe*

Après un temps de recherche individuel, qui permet à chacun de s'approprier le problème et d'envisager au moins un début de solution, nous demandons à nos élèves de travailler par groupes de trois ou quatre. Les consignes données aux élèves sont claires.

Chaque groupe doit choisir une solution, la rédiger sur une affiche. Lors de la synthèse, les affiches seront discutées dans la classe.

La rédaction d'une seule affiche par groupe permet des confrontations entre ses membres. Il est nécessaire d'argumenter

pour convaincre les autres que sa démarche est correcte et en cas de doute de se convaincre soi-même.

Par ailleurs, le professeur n'intervient pas dans le travail des groupes. S'il est appelé dans un groupe pour arbitrer un conflit entre ses membres, il se garde bien de donner raison ou tort à l'un ou à l'autre. Il renvoie la question au groupe. De ce fait, les élèves ont l'entière responsabilité de leur production.

## 2 - *Le rôle des observateurs*

La venue de plusieurs personnes, souvent étrangères à l'établissement, n'est pas neutre. Très souvent les élèves s'inquiètent de savoir si l'observateur est professeur ou psychologue, ce qu'il note et pourquoi. Il est donc nécessaire de prévenir les élèves auparavant et de leur expliquer son rôle.

La situation est idéale si les observateurs sont en nombre suffisant pour que chaque groupe soit observé. Dans tous les cas, l'observateur essaie d'adopter l'attitude la plus neutre possible pour ne pas influencer le travail du groupe. Il essaie de ne pas montrer de réactions à telle ou telle intervention, il ne répond pas aux questions, mais les renvoie au groupe. Si nécessaire il demande l'intervention du professeur de la classe.

En début de séance, les élèves ont parfois une attitude de méfiance qui disparaît très rapidement.

## 3 - *Les différentes classes observées*

Pour des facilités d'organisation, toutes les classes observées sont situées dans des

collèges de ZEP où travaillent plusieurs membres de notre groupe. Toutefois ces classes sont très différentes les unes des autres.

La classe A est considérée comme une bonne classe qui compte 30 élèves plutôt jeunes. Un travail important de rédaction de programmes de construction et de formulation a déjà été effectué depuis le début de l'année scolaire. Par ailleurs, ces élèves se montrent autonomes et sont bien habitués au travail de groupe. Lors de la séance d'observation, les collègues présents ont été frappés par le niveau de langage de ces jeunes et leur facilité à s'exprimer. Ne rencontrant pas de difficultés pour manipuler la langue, leurs efforts peuvent se concentrer sur le raisonnement.

La majorité des 22 élèves de la classe B sont jeunes et ne rencontrent pas de difficultés particulières. Toutefois aucun travail spécifique relatif à la formulation et la rédaction de programmes de construction n'a été entrepris. La rédaction des affiches demandées sera d'un moins bon niveau que dans la classe A.

Les classes C et D ont un tout autre profil. Constituées d'une forte proportion d'élèves d'origine étrangère, les problèmes de langage sont un obstacle aux apprentissages mathématiques. Un travail important a été mené dans ces classes pour obtenir que les élèves ne s'expriment pas par des phrases incomplètes et qu'ils utilisent un vocabulaire précis. Lors de la séance observée, certains sont passés à côté de l'activité de raisonnement, mais tous se sont montrés soucieux d'employer un vocabulaire approprié.

### III — Analyse a posteriori

Comme prévu, tous les élèves ont commencé par la construction du triangle LMO. Très vite, les élèves prennent conscience qu'il est nécessaire de trouver la position du point N sur le segment [OM].

Dans la classe A, après quinze minutes de recherche personnelle, tous les élèves ont trouvé une méthode de construction, certains d'entre eux ayant eu le temps de rédiger correctement un programme argumenté. Le travail des groupes est essentiellement centré sur la rédaction de l'affiche et parfois, quand les membres n'ont pas utilisé la même méthode, des discussions ont été engagées.

#### Exemple 1 :

Lætitia se propose de rédiger l'affiche. Elle construit le triangle OLM.

Elodie s'adressant à ses trois camarades :

*"J'ai calculé l'angle  $\widehat{MNL}$ , puis l'angle  $\widehat{MLN}$ ."*

Les trois autres suivent ses explications et les approuvent. Lætitia dit : "Moi, j'ai

*fait autrement. J'ai calculé l'angle  $\widehat{L\hat{O}M}$  et déduit que le triangle OLN est isocèle, donc  $LO = LN$ ."*

Les autres : "C'est bon également."

Quelle méthode va-t-on choisir ? Lætitia : "peu importe, elles sont "bonnes" toutes les deux !" Lætitia qui domine le groupe mais qui ne veut pas s'imposer dit : "on choisit la méthode d'Elodie."

La construction est terminée rapidement et la rédaction ne pose aucun problème.

Dans la classe B (cf. exemple 2), après les quinze minutes de travail personnel, tous les élèves ont tracé le triangle OLM, certains ont placé le point N bien que dans la majorité des cas, on ne voit aucune trace de calculs ou d'explications. De ce fait de nombreux échanges ont lieu dans les groupes.

Cependant, dans les classes A et B, la propriété de la somme des mesures des angles d'un triangle est utilisée plus ou moins rapidement dans les groupes pour cal-

culer la mesure des angles  $\widehat{ONL}$  ou  $\widehat{NLM}$ . Pour ces élèves le dessin est encore une source d'information. En effet, certains n'hésitent

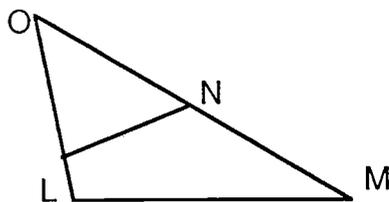
pas à mesurer l'angle  $\hat{O}$  sur le dessin, ne mettant pas en cause la précision de la construction ou de la mesure. Ce comportement montre que pour eux le dessin a encore le statut d'objet. Par contre ils utilisent ensuite la propriété de la somme des mesures des angles d'un triangle pour calculer la

mesure de l'angle  $\widehat{ONL}$ , démarche qui place le dessin dans un statut de représentant d'une figure porteuse de propriétés générales.

#### Exemple 2 :

Myriam, troublée par le terme "mal construit" dit :

*"la figure est fautive donc elle peut être comme ça."*



Elle soutient à ses camarades que le point N est le milieu du segment [OM].

Céline méfiante dit :

*"On va commencer par tracer le triangle OML."*

Sophia : *"maintenant, il faut construire le point N."*

Myriam toujours sur sa position : *" $\hat{N}$  ne passe pas par L."*

Céline non convaincue par les dires de Myriam se met à chercher seule. Elle calcule

l'angle  $\hat{N}$ , puis l'angle  $\hat{OLN}$ , explique à

ses camarades et trace l'angle  $\hat{OLN}$ .

On pourrait croire que la construction convient aux quatre élèves, cependant Myriam ajoute : *"vous êtes sûres que ça tombe là-dessus ?"* en montrant le point L.

Céline pour convaincre Myriam mesure

l'angle  $\hat{ONL}$ .

*"Tu vois bien que c'est juste !"*

Après cette vérification, Myriam accepte, mais ne semble pas convaincue. La rédaction des explications est très laborieuse.

Par ailleurs, un groupe qui avait produit un raisonnement correct pour construire le point N a le souci de vérifier que le dessin obtenu a bien les dimensions demandées. Les constructions réalisées manquant de précision, il semble que

l'angle  $\hat{ONL}$  ne mesure pas  $50^\circ$  sur leur dessin. Cette constatation est très perturbatrice. Le groupe ne met pas en cause sa construction mais doute de la méthode utilisée pour construire. On peut se demander, si, pour des élèves de 5ème, la mesure sur

le dessin ne reste pas une meilleure preuve que le raisonnement utilisant les propriétés de la leçon. En témoignent les échanges qui suivent, pris sur le vif dans la classe B.

*Exemple 3 :*

Noémie : *"Trace le segment [LM] puis*

*l'angle  $\hat{L}$  de 100 degrés."*

Laure dictant à Vanessa : *"je trace un segment [LM] de 15 cm."*

Noémie : *"trace l'angle  $\hat{M}$  de 30 degrés."*

Laure à Vanessa : *"je trace l'angle  $\hat{L}$  de 100 degrés."*

Johny mesure l'angle  $\hat{O}$  avec le rapporteur (il n'utilise pas la propriété des angles dans un triangle). Noémie et Johny butent sur la construction du point N. Johny déplace son rapporteur sur la figure puis arrive à construire N ; ses mains cachant une grande partie de la figure, personne ne voit comment il s'y prend (y compris l'observateur !). Vanessa s'adresse à Johny : *"Comment tu construis N ?"*

Johny : *"Je ne sais pas... Comment que j'ai fait ?"*

Vanessa s'adresse à Johny : *"Je ne comprends pas comment tu as fait N."*

Johny ne répond pas puis s'adresse au groupe : *"C'est peut-être un triangle isocèle ?"* (sans préciser de quel triangle il s'agit).

Noémie : *"C'est pas isocèle."*

Laure : *"on fait :  $180^\circ - 100^\circ$ ."*

Vanessa arrive à déduire que l'angle  $\hat{O}$  mesure  $50^\circ$ .

UNE PREUVE POUR CONSTRUIRE EN CINQUIEME

Vanessa à Noémie : "D'où  $\widehat{OLN} = 80^\circ$ ."

Laure au groupe : "Faut ajouter les deux angles et faire  $180^\circ$  moins les deux angles." Vanessa à Noémie : "Je construis  $\widehat{OLN} = 80^\circ$ ." Vanessa se soucie de

"voir si c'est bien juste". Elle mesure  $\widehat{ONL}$  et trouve  $50^\circ$ . Noémie exécute la construction sur l'affiche et confond les angles

$\widehat{ONL}$  et  $\widehat{MLN}$ .

Alors le groupe doute de l'exactitude du triangle OLM obtenu. Moment de perplexité... puis on gomme. La figure sera ensuite refaite par Johny. On procède aux vérifications... et on constate que

l'angle  $\widehat{ONL}$  ne mesure que  $47^\circ$ .

A partir de cet instant, environ un quart d'heure sera "perdu" : le raisonnement correct (quoique explicité d'une façon pas très formelle) est presque oublié car la figure ne donne pas entièrement satisfaction (imprécision dans la construction). Ainsi, jusqu'à la fin de la séance, chacun cherche, seul, en pensant surtout à trouver une autre méthode.

Noémie s'exclame : "J'ai trouvé, N est au milieu de [OM]." Vanessa : "T'es sûre que ça marche à tous les coups ?"

On essaie alors la construction et on

remarque que  $\widehat{ONL}$  ne mesure pas  $50^\circ$ . L'idée est reconnue comme non valide par le groupe. A la fin de la séance, l'enseignante rappelle que l'affiche du groupe devra être présentée à toute la classe durant l'heure suivante et qu'il faut désigner un rapporteur par groupe.

Laure déclare : "Je ne serai pas rapporteur."

Dans les classes C et D, les élèves ont davantage procédé par tâtonnement. Après avoir construit le triangle OML, les élèves

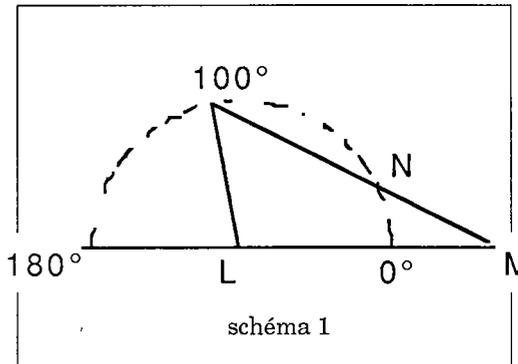
souhaitent tracer l'angle  $\widehat{ONL}$  dont ils connaissent la mesure. Mais pour cela, il faut connaître la position du point N. Après quelques essais plus ou moins au hasard, certains se munissent d'un rapporteur et d'une règle qu'ils déplacent le long du segment [OM] et trouvent ainsi la position du point N. Ils ne sont pas satisfaits de cette solution qui ne leur semble pas répondre à l'attente de leur professeur. On peut remarquer que cette manipulation, en général rejetée comme méthode de construction, utilise en fait implicitement la propriété des angles correspondants. Nous n'avions pas envisagé cette possibilité lors de notre analyse a priori !

Dans cette classe C, on a pu noter l'échange suivant entre quatre élèves :

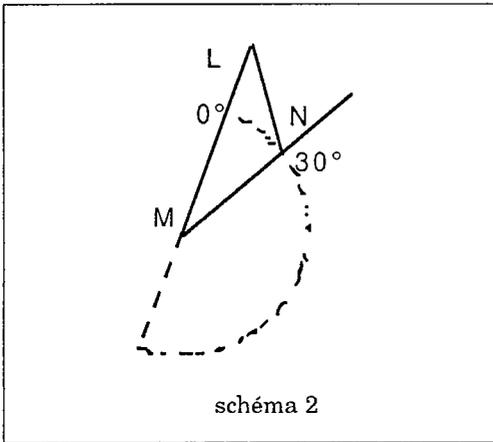
Fatima prend la parole : "j'ai tracé [LM]."

Elle pose le rapporteur comme l'indique

le schéma 1, mesure l'angle  $\widehat{ONL}$  ainsi dessiné et déclare "ça ne va pas."



Céline : "Regardez, on trace [LM], puis l'angle de 30° et l'angle de 100°. Là il y a le point N." (voir schéma 2).



A partir de ce moment, la figure est rapidement terminée, mais aucune trace écrite des calculs ne sera laissée.

On peut faire les remarques suivantes :

- Aucune des quatre élèves n'a trouvé la solution durant la recherche individuelle.
- Les élèves ont des difficultés à utiliser le rapporteur.
- Le concept d'angle n'est pas acquis.

On trouvera en annexes 3 et 4 quelques exemples d'affiches rédigées par les élèves de ces classes.

### Conclusion

Fatiha : "Tu es sûre que l'angle  $\hat{N}$  mesure 50° ?"

Elles constatent à nouveau leur erreur et sont complètement "déroutées". Elles sont persuadées que leur construction est bonne. Marlène travaille seule dans un coin de l'affiche et elle a tracé correctement le triangle OLM. Elle s'adresse à Fatiha : "Maintenant, comment vas-tu placer le point N ?"

Cette question n'a pas de réponse.

Céline : "la somme des angles dans un triangle fait 180°, donc l'angle  $\hat{O}$  mesure 50°."

Les autres en cœur : "On le savait." Un silence...

Fatiha : "Oh, j'ai trouvé. Regardez, on peut savoir la mesure de celui-là : 80°"

(elle montre l'angle  $\hat{ONL}$ ).

Il nous a paru intéressant de décrire assez fidèlement le déroulement de cette petite activité de construction géométrique en cinquième. Car elle est de celles qui font franchir aux élèves une étape dans le long chemin qui les amènera, en quatrième et troisième, à la démonstration.

Divers travaux sur les apprentissages en géométrie à ce niveau du cycle d'observation, notamment l'article de R. Noirfalise [1], ont mis en évidence la rupture essentielle dans le statut de la figure que les élèves doivent franchir pour accéder à une démarche déductive.

En sixième et pour une part en cinquième, ils sont placés principalement dans une position de lecture de propriétés sur des dessins géométriques qui n'ont pas encore acquis le statut de signifiants de figures abstraites. Ces dessins ou schémas sont

---

 UNE PREUVE POUR CONSTRUIRE EN CINQUIÈME
 

---

obtenus par constructions à l'aide d'instruments, sur la base de consignes et de données qui n'ont pas encore le statut d'hypothèses abstraites. Cette position de lecture (position P1 de R. Noirfalise) limite la reconnaissance de propriétés de certaines configurations à leur validité sur l'ensemble des dessins obtenus à partir des mêmes consignes. Cette lecture est alors de type matériel, réalisée à l'aide d'instruments.

L'activité décrite ici suppose que les élèves fassent appel à une propriété reconnue maintenant comme générale et surtout applicable en raison des données du problème, qui prennent alors le statut d'hypothèses. Ainsi les élèves sont amenés à aller au-delà de cette position de lecture pour la mêler avec un comportement de type déductif (position P1,C de R. Noirfalise). Il nous semble nécessaire de reproduire ce type d'activité, car une séance unique ne saurait ouvrir à elle seule le passage au monde mathématique dans lequel la démarche de preuve est un des fondements.

Cela nous amène à proposer une piste de travail : rassembler divers problèmes de constructions géométriques impossibles à réaliser sans obtention de nouvelles informations par des déductions de plus en plus complexes.

L'étude du comportement des élèves à la charnière cinquième - quatrième dans de telles situations serait un outil efficace pour les enseignants cherchant à travailler sur l'apprentissage de la démonstration. Nous avons vu dans nos classes, les effets de contrat qui se glissent dans cette activité.

L'utilisation des instruments de dessins a permis à tous les élèves de commen-

cer la construction. Tous les groupes n'ont pas réussi dans leur entreprise d'explication de la construction. Certains élèves en difficulté n'ont pas pu dépasser le stade du glissement d'une règle et d'un rapporteur le long du segment [OM]. Ils n'ont pas réussi à fournir une justification satisfaisante. Cependant leur travail a été le point de départ d'activité de raisonnement lors de la synthèse qui a suivi. Celle-ci a été très riche en raison de la diversité de méthodes possibles de résolution.

D'autres groupes ont utilisé plus ou moins aisément la propriété de la somme des angles d'un triangle et ont été capables de rédiger correctement un raisonnement en utilisant un vocabulaire adapté.

Nous avons été frappés par l'intensité du travail pendant cette séance (sauf pour un groupe d'élèves non motivés par le système scolaire). Les autres se sont montrés très intéressés et se sont investis pour résoudre ce problème de construction, trouver une explication satisfaisante et rédiger avec soin les affiches.

D'autres étapes devront être franchies pour accéder à une position autorisant la démonstration, notamment dans le statut de la figure qui deviendra cet objet mathématique abstrait, déterminé par des hypothèses portant sur d'autres objets abstraits et des propriétés universelles. Le dessin géométrique servira alors de support représentatif de ces objets et propriétés, une aide aux enchaînements logiques de la démonstration. Cette position (P2 pour R. Noirfalise) est en fin de compte celle qui est attendue à l'issue du collège. Elle se construit dans la progressivité des tâches proposées aux élèves.

## REFERENCES

[1] R.NOIRFALISE Contribution à l'étude didactique de la démonstration.  
Bulletin de liaison. Irem de Clermont. N° 46/47 (Janvier à Juin 1992)

G.ARSAC, G.GERMAIN, M.MANTE. Problème ouvert et situation-problème.  
Irem de Lyon (1988).

M. MANTE. L'initiation au raisonnement déductif et le nouveau programme  
de collège, dans Suivi Scientifique 1985-1986

R. DOUADY. Hypothèses sur la construction de séquences d'apprentissage,  
dans Suivi Scientifique 1985-1986

**ANNEXE 1****CONSIGNES****1ère séance.**

Chaque élève reçoit un énoncé et le professeur inscrit les consignes suivantes au tableau :

- vous pouvez utiliser tous les instruments que vous voulez.
- pendant 10 à 15 minutes : une recherche individuelle.
- ensuite constitution de groupes de quatre pour
  - a - mettre vos recherches en commun
  - b - rédiger une affiche sur laquelle il y aura votre construction avec les explications demandées.
- à la fin de la séance, les affiches seront ramassées et chaque groupe désignera un rapporteur.

*Remarque :* le professeur de la classe a toute liberté pour la constitution des groupes.

*Le rôle du professeur*

Il ne répond pas aux questions, sauf en cas de difficultés de compréhension de la tâche à réaliser. Il renvoie les questions

- à la classe pendant la phase de travail individuel
- au groupe pendant la phase de travail par groupe.

*Le rôle des observateurs*

L'observateur n'intervient pas dans les groupes, ni en paroles, ni par des attitudes que les élèves pourraient interpréter. Il reste totalement neutre.

Si les élèves lui posent des questions, il renvoie les questions au groupe.

Si son groupe est "coincé", il demande l'intervention du professeur de la classe.

Les observateurs notent dans chaque groupe :

- ce qui est dit
- par qui
- à quel moment
- l'influence de ce qui est dit sur les autres membres du groupe
- l'ordre des tracés....

*Remarque :* lors de la séance précédant celle d'observation, prévenir les élèves de la venue de personnes extérieures et de leur rôle.

Rappeler en début de séance que les observateurs sont neutres et n'interviendront pas dans les groupes.

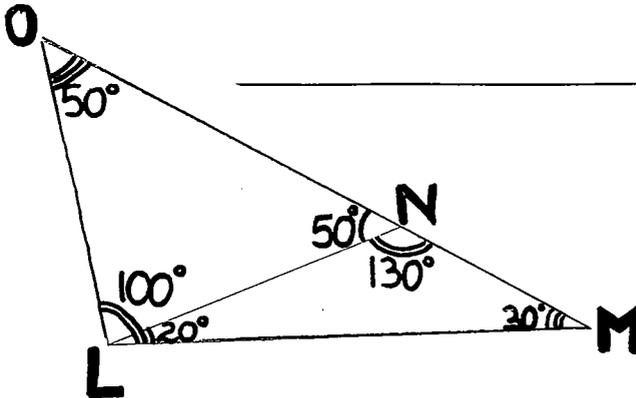
**2ème séance**

Après avoir fait reformuler l'énoncé, le professeur choisit une affiche (de préférence très claire et fautive), demande au rapporteur du groupe auteur de l'affiche de la présenter. Débat dans la classe.

Si nécessaire, une deuxième ou troisième affiche est étudiée (avec débat).

Après comparaison, une formulation de l'explication est inscrite sur le cahier.

ANNEXE 2



Tracer un segment LM de 15 cm.  
 Tracer, à l'aide d'un rapporteur, un angle de  $30^\circ$  de sommet M.  
 Tracer un angle de  $100^\circ$  de sommet L.  
 Les demi-droites M et L se coupent en 1 point nommé O

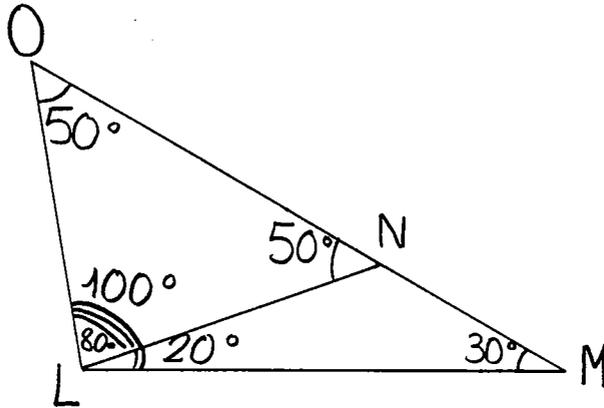
Calculer l'angle  $\widehat{LNM}$ :  
 On sait que  $\widehat{ONM} = 180^\circ$  et que  $\widehat{ONL} = 50^\circ$  donc  
 $\widehat{LNM} = 180 - 50$   
 $= 130^\circ$

Calculer l'angle  $\widehat{NLM}$ :  
 On sait que  $\widehat{LNM} = 130^\circ$  et que  $\widehat{NML} = 30^\circ$  donc  
 $\widehat{NLM} = 180 - (130 + 30)$   
 $= 20^\circ$

Tracer un angle de  $20^\circ$  de sommet L à l'aide d'un rapporteur.  
 Prolonger la demi-droite L jusqu'à ce qu'elle coupe le segment [OM].

On obtient le point N.  
 Pour trouver l'angle  $\widehat{LOM}$ :  
 on sait que  $\widehat{LNO} = 50^\circ$  et que  $\widehat{OLN} = 100 - 20 = 80^\circ$  donc  
 $\widehat{LOM} = 180 - (80 + 50) = 50^\circ$

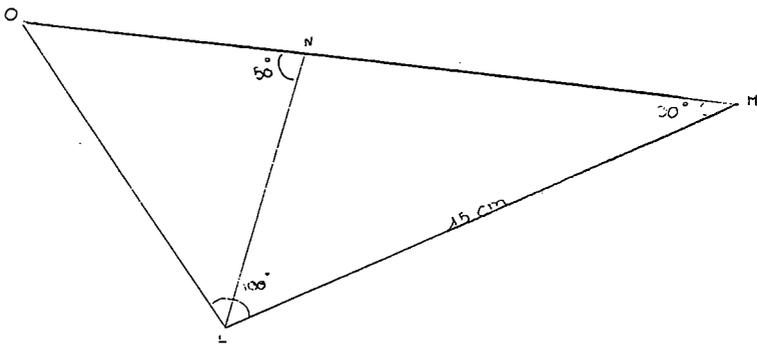
UNE PREUVE POUR CONSTRUIRE EN CINQUIEME



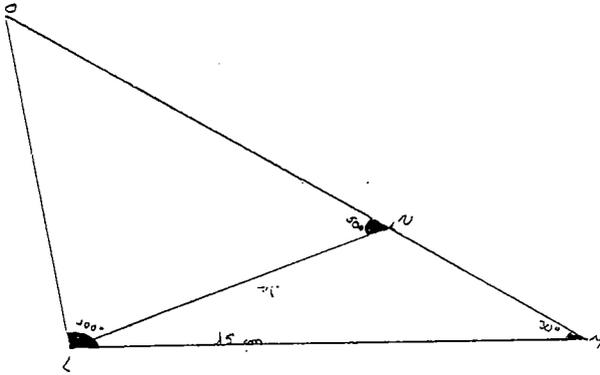
Je construis un segment LM de 15 cm.  
 Je construis un angle de  $30^\circ$  de sommet M. Je construis un angle de  $100^\circ$ , de sommet L. Prolonger les droites.  
 On obtient le triangle LMO. Placer le point O à l'intersection des 2 droites. Mesurer l'angle  $\hat{O}$  et l'angle  $\hat{N}$ .  
 Pour construire le triangle ONL je connais 2 angles :  
 $\widehat{ONM} = 50^\circ$  et  $\widehat{LON} = 50^\circ$  donc, je calcule l'angle  $\widehat{OLN}$  :  
 $180 - (50 + 50) = 80^\circ$  L'angle  $\widehat{OLN}$  est égal à  $80^\circ$  puis je construis l'angle  $\widehat{OLN}$

**ANNEXE 3**

Je trace un segment  $[LM]$  de 15 cm  
 Je trace un angle  $\widehat{OML}$  de  $30^\circ$ . Ensuite, Je  
 trace un angle  $\widehat{OLM}$  de  $100^\circ$ .  
 Je trace l'angle  $\widehat{ONL}$  de  $50^\circ$ .  
 $[N]$  est placé sur le segment  $[OM]$ .  
 Je place le point du rapporteur sur le point  $L$  Je  
 mesure  $50^\circ$  et j'obtiens  $N$ .



UNE PREUVE POUR CONSTRUIRE EN CINQUIEME



Je trace un segment  $[ML]$  15cm.

Je trace l'angle  $\widehat{OLM}$  de  $30^\circ$ .

Je trace l'angle  $\widehat{OML}$  de  $30^\circ$ .

Je trace le segment  $[LM]$

Je place le point  $N$  à 6,5cm du point  $M$  sur le segment  $[LM]$

Je trace l'angle  $\widehat{ONL}$   $50^\circ$ .

Car c'est un triangle isocèle.