
QUELQUES OUTILS POUR L'APPRENTISSAGE DE LA DEMONSTRATION

à travers quelques activités au collège...

Annick MASSOT et Michel JAFFROT
Irem des Pays de Loire

Dans nos classes, nous constatons que "faire une démonstration", c'est difficile pour un nombre important d'élèves.

Et pourtant "on leur en fait faire des démonstrations" ! Et même avec des aides méthodologiques :

- pour bien chercher des hypothèses...
- comment démontrer que...
- pour bien justifier...
- pour bien rédiger...
- ...

Et assorties de toutes sortes de conseils (souvent seulement oraux) comme : "attention aux figures particulières...", "as-tu bien les hypothèses pour utiliser cette propriété ?"...

Mais cela ne suffit pas !

Quels sont donc les obstacles que rencontrent nos élèves ?

Notre point de vue sur la démonstration a évolué et évolue encore. Aussi pour essayer de répondre à cette question, nous en sommes arrivés à dire que :

La démonstration, par elle-même, est un objet d'enseignement qui nécessite un véritable apprentissage.

Cet apprentissage est long et complexe. Il met en œuvre des éléments très divers, complémentaires, enchevêtrés qui semblent parfois assez éloignés de la démonstration elle-même.

Aussi, à partir d'une recherche-action sur *raisonnement, preuve et démonstration* d'un groupe d'animateurs de l'Irem des Pays de Loire, (qui fonctionne depuis

QUELQUES OUTILS POUR L'APPRENTISSAGE DE LA DEMONSTRATION

quelques années à Nantes avec S. Faes) nous avons lancé "*un chantier*" sur l'apprentissage de la démonstration dans des stages que nous animons dans le cadre du P.A.F.. En parallèle, une autre partie du groupe anime des stages sur résolution de problèmes.

Pendant ces stages, nous nous sommes appuyés, entre autres :

— sur des textes parus dans les suivis scientifiques 5ème et 4ème, par exemple :

- l'initiation au raisonnement déductif de M. Mante (suivi 5ème p.259)

- propos sur la démonstration de l'Irem de Poitiers (suivi 4ème p. 365)

— et sur des articles de Repères, par exemple :

- "Démontrer ou ne pas démontrer" de J. Houdebine (Repères n°1)

- "Enseigner par activités, est-ce bien raisonnable ?" de M. Mathiaud (Repères n°8)

En stage, nous avons commencé la liste des difficultés, des obstacles de nos élèves (liste qui se prolonge toujours !). Ceux-ci sont de natures différentes, ils sont liés :

— au vocabulaire spécifique des mathématiques, parfois éloigné du langage courant.

— au décalage entre le langage utilisé par les élèves et celui du professeur.

— à la lecture de textes, de figures.

— à l'écriture d'un texte.

— à la recherche de solution.

— à l'argumentation pour convaincre, pour se convaincre.

Puis nous avons cherché des propositions pour les surmonter et nous nous

sommes attaqués à la fabrication d'activités dont l'objectif principal est de permettre à nos élèves d'avoir un temps d'arrêt et de réflexion sur les points considérés.

Dans cet article nous présentons trois activités prenant appui dans la liste d'obstacles et des propositions correspondantes (grille donnée en annexe).

Elles ont été créées en stage, expérimentées dans des classes, puis critiquées, débattues, modifiées, ré-expérimentées... Elles sont présentées dans leur état actuel.

Ces activités ont été conçues pour être plutôt "en amont" de la démonstration. En effet, elles permettent un travail sur le langage, les mots utilisés... Elles préparent à l'écriture de texte mathématique appelée démonstration "correcte" comme dit J. Houdebine.

Elles ont pour objectif essentiel de faire produire par les élèves des argumentations, des preuves, des explications, des textes mathématiques variés, et même des démonstrations, ... à l'écrit et/ou à l'oral.

Le travail de groupe y joue un rôle important. Il permet à chaque élève de s'exprimer plus facilement qu'en classe entière, de développer ses arguments avec son langage, de confronter ses résultats puis de poursuivre, de suivre de nouvelles pistes... Mais un groupe peut rejeter ou abandonner des pistes justes, suivre une fausse piste, démarrer sans aboutir... Aussi chaque groupe présente sa production à la classe entière, oralement ou sur transparent ou sur affiche... (où une sélection des productions a été effectuée par le professeur). Ensuite, un débat est instauré par le professeur pour permettre les

confrontations, afin de faire émerger les erreurs, les différentes pistes... et faire "avancer collectivement" vers l'objectif visé.

Elles font travailler sur le rôle de la figure qui change quand on aborde la démonstration. La figure peut être partie intégrante de la preuve, appui pour le raisonnement, exemple générique, support de l'abstraction... et aussi une figure particulière avec ses spécificités.

Nous avons choisi de présenter ces activités suivant le même plan :

L'activité proposée aux élèves :

L'énoncé dans l'état actuel ;

Des objectifs de deux ordres :

— les objectifs "principaux" qui sont visés et qui seront institutionnalisés,

— des objectifs secondaires ;

(ces objectifs sont référencés dans la grille située en annexe)

Des prérequis possibles :

Les différentes pistes suivies par les élèves pendant les expérimentations (parfois différentes de celles imaginées lors de la préparation de l'activité) ont permis de lister les prérequis présentés. L'activité est l'occasion de s'appuyer, de réinvestir, de consolider ces prérequis.

Le niveau de la classe.

Le déroulement actuel :

• *avec ses différentes phases* (les durées indiquées sont données à titre indicatif)

— travail individuel en classe ou à la maison

— travail de groupe / travail en classe entière,

— phases de débat en groupes ou en plénière à partir d'erreurs, de confusions d'élèves...

— phases d'exposition de pistes, de méthodes...

— ...

• *et avec l'institutionnalisation*, phase importante et indispensable, *après l'activité*, qui permet :

— de faire le point quant aux objectifs visés,

— d'essayer de faire décontextualiser de l'activité,

— et de faire noter :

- des règles, des non règles, des contre-exemples ...

- des conseils méthodologiques à retenir... élaborés par la communauté classe.

Un bilan rapide de nos expérimentations :

Avec parfois des remarques sur l'activité, des propositions...

Présentation de ces trois activités

Première activité "Losange" : se méfier des apparences.

L'intérêt particulier de cette activité est de mettre en évidence qu'il faut se méfier d'une lecture rapide d'une figure donnée au tableau ou au rétroprojecteur..., en deman-

QUELQUES OUTILS POUR L'APPRENTISSAGE DE LA DEMONSTRATION

dant de la reconstruire. La figure proposée ressemble à un losange.

Un blocage individuel lors de la recherche de la construction de la figure crée la nécessité d'un travail en groupes pour une construction raisonnée, puis d'une justification (orale, ou écrite, ou orale, puis écrite).

Cette activité peut être proposée en classe de 5ème ou de 4ème.

Deuxième activité :
“Reconnaître parmi plusieurs figures, les figures particulières qui conviennent à l'énoncé”

L'intérêt particulier de cette activité est de faire prendre conscience que les figures particulières ont des propriétés spécifiques.

Des figures obtenues dans la classe à partir d'un même texte sont triées, analysées, débattues. A l'aide d'un tableau, les cas particuliers sont mis en évidence par leur propriétés particulières. L'idée de ce tableau peut être utilisée en correction de devoir.

Cette activité peut être proposée en classe de 5ème ou de 4ème.

Troisième activité :
“Une figure peut correspondre à plusieurs énoncés”

L'intérêt particulier de cette activité est de faire raisonner sur des textes et des figures donnés en demandant de les associer, ceci sans la difficulté de l'écriture ou du dessin. Des réponses individuelles différentes sont ensuite débattues en groupes.

Le choix des textes et des figures permet de faire constater qu'une figure peut correspondre à plusieurs énoncés et aussi que plusieurs figures peuvent correspondre à un même énoncé.

Cette activité peut être proposée en classe de 6ème.

Ce type d'activités, facilement transformables en fonction des points étudiés dans la classe, s'insère dans la progression choisie, en fonction d'erreurs répétées de nos élèves. Elles leur permettent d'en voir les conséquences et nous pensons ainsi, pouvoir gagner du temps, à long terme.

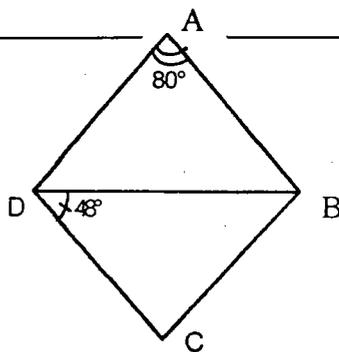
ACTIVITE “LOSANGE” : Se méfier des apparences .

Présentation de l'activité :

Enoncé :

On donne : $DB = 8 \text{ cm}$; $CD = CB$ et $AD = AB$.

- 1) Construis la figure donnée.
- 2) Justifie ta construction.
- 3) Peux-tu préciser la nature de ABCD ?



La figure est projetée au rétroprojecteur ou dessinée au tableau, à main levée. Les questions ne sont données que l'une après l'autre.

Objectifs :

- faire se méfier des apparences d'une figure. Lf.7.
- faire rechercher des arguments. Ar.3.
- instaurer le débat. Ar.2.

Cette activité est aussi l'occasion de :

- faire faire une construction après raisonnement. Ar.11.
- d'expliquer des mots à risque (justifier, décrire). Vo.1.
- de faire trier les données. Le1.
- de faire passer du langage "élève" au langage "prof". Ec.5.
- de travailler la forme des écrits. Ec.14.
- de faire ordonner des arguments. Ar4.

Prérequis : Pour permettre aux élèves plusieurs méthodes de résolution, il est préférable de proposer cette activité quand ils ont à leur disposition les outils suivants :

- somme des angles d'un triangle.
- angles alternes-internes.
- propriétés des angles ou des côtés du parallélogramme et/ou du losange.

Niveau : en fin de 5ème ou en début de 4ème.

Déroulement de l'activité (en classe de 5ème) ; sur une séquence :

- recherche individuelle de la construction (10 min).

— présentation à la classe par quelques élèves de leur méthode (oralement) pour réaliser la construction (5 min).

— réalisation de la figure et recherche d'une justification de la construction individuellement (15 min).

— recherche individuelle, puis par deux, de la justification de la nature du quadrilatère (10 min).

— débat dans la classe pour faire le point sur la nature du quadrilatère (10 min).

— puis institutionnalisation (10 min).

Bilan de l'activité :

Pendant ce déroulement les élèves ont rencontré *deux types de difficultés* :

— *la première*, lors de la recherche de la construction raisonnée, la majorité des élèves reste bloquée car :

- d'une part, en observant la figure, ils disent soit que les angles BDC et DBA mesurent 48° (angles alternes-internes égaux), soit que les angles BDC et ADB mesurent 48° (par symétrie par rapport à (DB)).

- d'autre part, en utilisant la somme des angles d'un triangle :

- ils trouvent que ABD ou ADB mesurent 52° ($180 - 48 - 80$) et que ABD ne peut pas être isocèle,

- ou que ABD étant égal à ADB cela donne $A = 84^\circ$ ($180 - 2 \times 48$), ce qui est en contradiction avec l'hypothèse.

QUELQUES OUTILS POUR L'APPRENTISSAGE DE LA DÉMONSTRATION

Il y a conflit, entre l'observation de la figure et le calcul.

— la deuxième, lors de la recherche de la nature de ABCD. Même si, après déblocage en classe entière, la construction et la justification ont été correctement réalisées par la plupart.

- 60% disent encore : **oui, c'est un losange car :**

- les diagonales sont perpendiculaires
- ou les côtés opposés sont parallèles
- ou il y a quatre côtés égaux
- ou les côtés sont égaux et les diagonales perpendiculaires
- ...

- 40% disent : **non, ce n'est pas un losange car :**

- les angles A et C ne sont pas égaux
- ou CDB et DBA ne sont pas égaux
- ou CDB et BDA ne sont pas égaux
- ou $DC \neq DA$ (par mesurage)
- ...

Il y a encore conflit, entre l'observation de la figure et les données.

Après l'activité, en faisant le point, les élèves ont proposé de noter que :

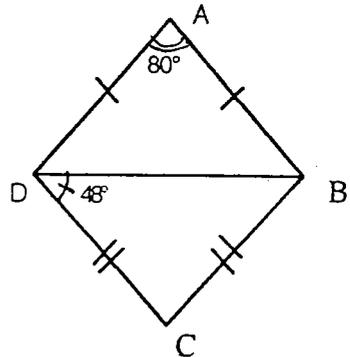
1. Il faut se méfier des apparences.
2. Il faut se méfier des mesurages.
3. Il faut faire attention aux données du texte et ne pas en inventer.

Remarques :

Lors d'une précédente expérimentation, l'énoncé était :

On donne $DB = 8$ cm

- a) reproduire la figure en respectant les mesures données,
- b) donner les étapes de la construction.
- c) ABCD est-il un losange ?



La figure était donnée avec le texte complet

- en donnant la dernière question au début de l'activité, on dévoile d'une façon ou d'une autre l'activité,

- le mot "reproduire" et la figure donnée avaient entraîné la réalisation du dessin par tâtonnement,

- l'écriture d'un programme de construction est un exercice long et sans grand intérêt par rapport à l'activité,

- les symboles différents sur les côtés [AB] et [CD] induisaient trop un quadrilatère non losange.

Et en fonction des remarques faites dans le déroulement décrit, une nouvelle expérimentation a été effectuée :

Une plus grande place au travail de groupes a permis à tous les élèves de réaliser la construction, et ce, avec le temps nécessaire pour chacun .

La justification demandée fait apparaître le raisonnement suivi lors de la construction, mais aussi un contournement de l'obstacle. En effet, un groupe a tracé l'axe de symétrie de [DB] et en glissant le rapporteur sur cet axe, a construit l'angle A de 80° . Par contre, la nature du quadrilatère n'a pas été résolue en groupe, d'où la nécessité d'un débat en classe entière.

et actuellement nous proposons :

Les élèves sont prévenus du déroulement de chacune des parties, les consignes sont données séparément et l'une après l'autre :

— première séquence :

“Construis la figure projetée “

- recherche individuelle (5-10 min),
- mise en groupe de 3 ou 4 élèves pour réaliser la figure sur transparent (10 min),
- présentation orale (rapide et sans débat) de quelques transparents (5 min),

- construction individuelle de la figure (10 min). (pour terminer ou améliorer ou faire autrement la figure)

“Justifie la construction “

- recherche individuelle (5 min),
- en groupe, discussion, échange (10 min),
- puis écriture individuelle d'une justification (10 min). (ramassée par le professeur)

— deuxième séquence : bilan rapide de la justification puis :

“Peux-tu préciser la nature de ABCD ?”

Travail individuel écrit sur feuille avec utilisation possible des documents de cours (15 min).

Le professeur ramasse toutes les productions, et après analyse, sélectionne 5 ou 6 textes pertinents pour préparer la troisième séquence (mis sur photocopie distribuée à chaque élève).

— troisième séquence :

**“Pour chaque texte es-tu d'accord ?
Dis pourquoi.”**

- travail individuel (10 min),
- mise en commun en groupes (10 min),
- débat en classe.
- Après l'activité, le point est fait.

DEUXIEME ACTIVITE : reconnaître parmi plusieurs figures les figures particulières qui conviennent à l'énoncé

Présentation de l'activité :

Enoncé de départ :

Construire la figure à partir de l'énoncé suivant :

C est un cercle de centre O ;

A et B sont deux points du cercle.

M est le symétrique de O par rapport à la droite (AB) .

1) quelle est la nature du triangle AOB ?

2) quelle est la nature du quadrilatère $AMBO$?

Objectifs :

— reconnaître parmi plusieurs figures celles qui conviennent à l'énoncé. Lf.2.

Parmi celles qui conviennent, détecter les cas particuliers. Lf.7.

en confrontant plusieurs possibilités.
en repérant les "données supplémentaires".

— instaurer le débat. Ar.2.

Prérequis :

- Construction du symétrique d'un point par rapport à une droite,
- Caractérisation des triangles à partir des côtés
- Caractérisation des quadrilatères à partir des côtés et des angles.

Niveau : en classe de 5ème ou de 4ème.

Déroulement de l'activité :

Travail individuel en plusieurs étapes, sur plusieurs séquences.

1ère étape :

fiche élève A

ENONCE :

C est un cercle de centre O ;

A et B sont deux points du cercle.

M est le symétrique de O par rapport à la droite (AB) .

1) Quelle est la nature du triangle AOB ?

2) Quelle est la nature du quadrilatère $AMBO$?

Construire la figure.

Distribuer l'énoncé et faire construire la figure (10 min).. Ramasser les dessins obtenus.

Pour la séquence suivante : sélectionner des figures fausses et justes (particulières ou non) rencontrées dans la classe pour réaliser deux fiches : la première fiche permet de faire retrouver les figures qui correspondent à l'énoncé, d'éliminer les autres et de faire dire pourquoi.

La deuxième fiche permet à partir de propositions issues des figures sélectionnées de mettre en évidence des propriétés caractéristiques des figures particulières. Si aucun élève n'a fait un *cas particulier*, arrêter l'activité et la repenser avec un autre énoncé.

2ème étape : Faire remplir le tableau. (15 min). Faire éliminer, par un débat dans la classe les figures qui ne correspondent pas à l'énoncé.

Fiche élève B. Parmi les figures proposées, - cocher d'une croix celles qui semblent correspondre à l'énoncé. - pour celles qui ne semblent pas correspondre, dire pourquoi.

Figure n°	x	pourquoi ?
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

3ème étape : Ecrire les n° des figures qui semblent être des cas particuliers. En ne gardant que les figures qui correspondent à l'énoncé, faire remplir le tableau à double entrée ci-dessous. Collecter les résultats sur transparent, on met en évidence les figures particulières. Débat dans la classe.

fiche élève C. Pour les figures qui correspondent à l'énoncé, cocher d'une croix, les affirmations qui semblent vraies.

Affirmations	Figures n°							
(OA) et (MB) sont parallèles								
OA = OB								
(OM) et (AB) sont perpendiculaires								
AB = OM								
M est sur le cercle C								
(OM) est axe de symétrie de la figure								
O et M sont symétriques par rapport à (AB)								
(AB) est la médiatrice de [OM]								
OAB est un triangle isocèle en O								
OAB est un triangle équilatéral								
OAB est un triangle rectangle en O								
OAMB est un losange								
OAMB est un carré								

QUELQUES OUTILS POUR L'APPRENTISSAGE DE LA DÉMONSTRATION

4ème étape : Institutionnalisation.

Bilan de l'activité :

Pour un groupe de 50 élèves de 4ème, voici quelques résultats :

— à la 1ère étape, 46 élèves ont réalisé une figure juste (dont 7 cas particuliers), et 4 une figure fautive.

— à la suite de cette étape, 8 figures ont été sélectionnées (voir page suivante).

— à la 2ème étape : voici un tableau récapitulatif des réponses des élèves :

fig. n°	1	2	3	4	5	6	7	8
nb fig. justes	49	50	45	49	42	46	47	49

remarque : 34 élèves seulement n'ont fait aucune erreur.

— à la 3ème étape : nombre de figures citées comme cas particulier :

figure n°	2	3	5	6	8
nb de réponses	2	36	6	39	24

remarque : 22 élèves n'ont fait aucune erreur.

Pour une classe de 15 élèves faisant partie des 50 élèves, le bilan est donné ci-dessous. Ce tableau fait apparaître clairement que les figures particulières ont des propriétés "en plus" : Exemple : fig. 3, M est sur le cercle.

On peut remarquer qu'un triangle équilatéral n'est pas un triangle isocèle pour cinq élèves (fig. 8) et qu'un carré n'est pas un losange pour huit élèves (fig. 6). Ce fut évidemment l'occasion de revenir sur ce point, à partir du désaccord dans la classe, mis en évidence dans le tableau.

fiche élève C. Pour les figures qui correspondent à l'énoncé, cocher d'une croix, les affirmations qui semblent vraies.

Affirmations	Figures n°	2	3	5	6	8
(OA) et (MB) sont parallèles		15	15	15	15	15
OA = OB		15	15	15	15	14
(OM) et (AB) sont perpendiculaires		12	12	14	15	12
AB = CM		0	1	0	15	0
M est sur le cercle C		1	14	0	1	1
(OM) est axe de symétrie de la figure		14	14	14	14	14
O et M sont symétriques par rapport à (AB)		15	15	15	14	14
(AB) est la médiatrice de [OM]		13	13	13	13	12
OAB est un triangle isocèle en O		14	14	14	14	8
OAB est un triangle équilatéral		1	1	0	4	13
OAB est un triangle rectangle en O		0	0	0	12	0
OAMB est un losange		14	14	15	6	13
OAMB est un carré		2	4	2	14	4

Après l'activité, en faisant le point, les élèves ont proposé de noter :
*Il faut éviter de construire des figures particulières, elles ont des propriétés particulières.
 Les triangles équilatéraux sont des triangles isocèles particuliers.
 Les carrés sont des losanges particuliers.*

Encadré 1 : dessins sélectionnés après la deuxième étape

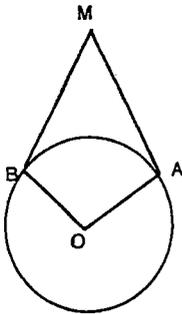


Figure 1

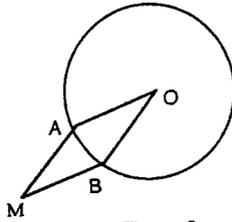


Figure 2

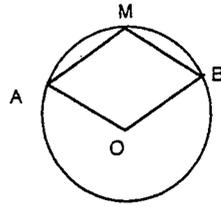


Figure 3

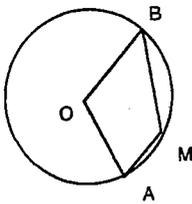


Figure 4

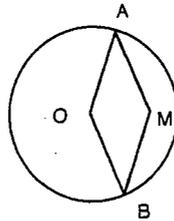


Figure 5

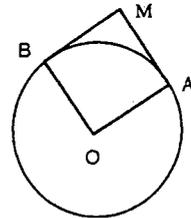


Figure 6

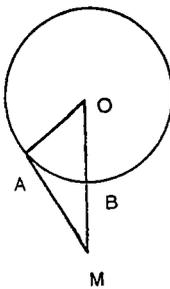


Figure 7

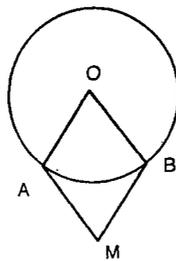


Figure 8

Rappel de l'énoncé : C est un cercle de centre O ; A et B sont deux points du cercle. M est le symétrique de O par rapport à la droite (AB) .

1) Quelle est la nature du triangle AOB ?

2) Quelle est la nature du quadrilatère $AMBO$?

QUELQUES OUTILS POUR L'APPRENTISSAGE DE LA DEMONSTRATION

TROISIEME ACTIVITE : une figure peut correspondre à plusieurs énoncés

Présentation de l'activité

Marions-les...

Voici une liste de 12 énoncés et un ensemble de 12 figures, correspondant ou non à un ou plusieurs énoncés. Il s'agit de "marier", si possible, énoncés et figures.

A - Trace deux cercles qui ont le même centre et des rayons différents.

B - Trace un triangle ABC rectangle en A. Trace la perpendiculaire à (BC) passant par A. Elle coupe (BC) en H.

C - Construis un carré et, à l'intérieur un quart de cercle ayant pour rayon le côté du carré et pour centre l'un des sommets.

D - Construis un triangle équilatéral.

E - Trace un cercle de 2,5 cm de rayon, puis un autre cercle de même centre et de rayon 1,5 cm.

F - Construis deux triangles rectangles ayant un côté de l'angle droit en commun.

G - Trace un carré et ses deux diagonales.

H - Trace un triangle rectangle isocèle.

I - Construis un rectangle et deux demi-cercles ayant pour diamètre les largeurs du rectangle.

J - Construis un carré et, à l'extérieur, un demi-cercle ayant pour diamètre un des côtés.

K - Construis un triangle équilatéral de 3 cm de côté.

L - Construis un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 4 cm et 2 cm. Construis aussi la hauteur issue du sommet de l'angle droit.

Réponses :

seul				par deux			
A	B	C	D	A	B	C	D
E	F	G	H	E	F	G	H
I	J	K	L	I	J	K	L

Objectifs :

— faire constater qu'une figure peut correspondre à plusieurs énoncés. Lf.1.

— faire reconnaître parmi plusieurs figures celle qui convient à l'énoncé. Lf.2.

— instaurer le débat par deux et en classe entière. Ar.2.

Prérequis :

— notions sur les longueurs égales.

— les notations des longueurs égales sur une figure.

Niveau : en classe de 6ème.

Déroulement de l'activité

Matériel : une photocopie du texte par élève.

Déroulement : en une séance.

1er temps : travail individuel (15 min).
Consigne orale :

"Tu as 12 figures de 1 à 12 et 12 textes de A à J, essaie de les marier.

Donne tes réponses sous la forme lettre-numéro, ex : Z.25."

Laisser 8 à 10 min sans aucune aide. Après ce premier temps, on peut dire si nécessaire, ou écrire au tableau :

"Certains textes peuvent ne correspondre à aucune figure et d'autres peuvent correspondre à plusieurs."

Ne donner aucune autre aide.

2ème temps : travail par deux (5 à 8 min).
Consigne orale :

" Vous comparez vos réponses par deux, puis vous essayez de vous mettre d'accord sur une réponse unique. "

Une certaine vigilance est nécessaire pour éviter d'éventuels désaccords durables.

3ème temps : bilan des réponses avec la classe entière. Consigne écrite :

1) entoure en rouge tes mariages manquants et compte-les.

2) compte combien il t'en manque.

3) compte combien de mariages ne sont pas entourés et sont des mariages faux.

institutionnalisation : Les élèves ont proposé de noter que :

— *Il faut prendre en compte toutes les données d'un texte, chaque mot est important.*

— *Des textes différents peuvent correspondre à la même figure.*

— *Des figures différentes peuvent correspondre au même texte.*

Bilan de l'activité : Cette activité plaît aux élèves, elle leur paraît facile (malgré beaucoup d'erreurs), tout le monde travaille, en effet, elle ne présente pas la difficulté de l'écrit ou du dessin.

— elle leur révèle que plusieurs textes peuvent correspondre à la même figure.

— elle permet de travailler ou de retravailler sur la lecture de données (en particulier la prise en compte de plusieurs informations)

— elle oblige à vérifier certaines mesures (par exemple : le dessin 6 qui ne correspond pas au texte E).

QUELQUES OUTILS POUR L'APPRENTISSAGE DE LA DEMONSTRATION

En conclusion

Actuellement, "*notre chantier*" sur la démonstration continue, en particulier sur :

- fabrication d'activités sur les points non encore travaillés ou à retravailler,
- améliorer les activités déjà produites (dans leurs consignes, leurs déroulements...),
- continuer à observer des élèves pour repérer les pistes qu'ils suivent en recherche, leurs blocages, leurs vagabondages, les causes d'erreurs...,
- le travail en groupe,
- le débat dans les groupes, en classe entière.

Pour nous, des pistes nouvelles apparaissent :

- essayer de clarifier ce qu'on attend d'un élève quand on lui demande, par exemple, la justification d'une construction raisonnée.
- les mots de liaison (or, comme, mais, donc car...).
- la rédaction d'une justification d'une

construction raisonnée, d'une démonstration dans :

- les différences entre nos exigences,
- les niveaux d'exigence en cours d'apprentissage,
- ...

Les activités présentées prennent appui, entre autre, dans la grille que nous avons constituée (voir en annexe). Celle-ci permet à l'enseignant et pourquoi pas à l'élève de pointer les obstacles à travailler et de voir les passages obligés...

La complexité de l'acte de "démontrer" nous incite à faire de nouvelles combinaisons pour retravailler les obstacles les plus difficiles à surmonter à travers des activités variées.

Notre point de vue sur la démonstration continue à évoluer mais nous sommes certains qu'elle est un objet d'apprentissage qui se fait à travers des activités qui allient méthodologies et contenus mathématiques avec pour objectif essentiel :

"Démontrer doit prendre sens chez l'élève".

Aussi nous continuons et notre "chantier" se poursuit.

Avril 1993

Bibliographie :

- Initiation au raisonnement déductif au collège . Irem de Lyon
- Proving processes and situations for validation . N. Balacheff
- Preuve et démonstration mathématique au collège . N. Balacheff
- La démonstration mathématique : significations épistémologiques et questions didactiques . E. Barbin
- De la démonstration . R. Bkouche
- La démonstration . D. Lehmann
- L'organisation déductive du discours . R. Duval et M. A. Egret
- Comment une classe de quatrième a pris conscience de ce qu'est une démarche de démonstration . M. A. Egret et R. Duval
- Le problème ouvert . Irem de Lyon
- Rationalité et démonstration mathématique, le rapport de la classe à une communauté scientifique . M. Legrand
- Observation des élèves (Les apports d'une observation) . J. Houdebine
- Place d'une observation dans une recherche pédagogique . J. Julo

ANNEXE

**Présentation de la grille-outil :
"Obstacles - Propositions pour aider
à franchir ces obstacles"**

Cette grille a été élaborée à la suite de la lecture de l'article paru dans Repère n°1, dans lequel J. Houdebine nous propose des pistes de travail (pour 10 ans, au moins!)

C'est un outil à l'usage des professeurs.

Il est évolutif, imparfait, incomplet mais il permet :

- "d'avoir sous la main" une liste (certainement incomplète) d'obstacles rencontrés par les élèves.
- de recenser quelques propositions pour essayer de les faire surmonter.
- de pointer et d'organiser ces propositions.
- de repérer les points non travaillés ou inconsciemment laissés de côté.

La grille se présente sous la forme d'un tableau :

1ère colonne	2ème colonne	3ème colonne
les types d'obstacles sont regroupés en 4 parties	des propositions	
Les obstacles sont regroupés par nature. Ils sont liés : <ul style="list-style-type: none"> - au langage, - à la lecture de texte - à la lecture de figure, - au vocabulaire, - à l'écriture, - à la recherche de la solution, - à l'argumentation. 	En regard de ces types d'obstacles : <ul style="list-style-type: none"> - des pistes pour le professeur, - des propositions pour aider à surmonter ces obstacles. Ce sont les objectifs visés par les activités créées ou à créer...	elle permet le pointage, activité par activité des obstacles "attaqués".

remarque : Ces propositions ne sont classées, ni chronologiquement, ni par difficultés croissantes. Elles sont regroupées en parties, évidemment liées entre elles, qui nous semblent être d'importances inégales.

Grille-outil à l'usage du professeur

Types d'Obstacles	PROPOSITIONS pour aider à franchir ces obstacles				
<i>1ère partie</i>	<i>Vocabulaire-langage ; lecture d'un texte ; lecture d'une figure</i>				
Vocabulaire					
Vo1.	expliquer les mots "à risque". (ex: le, un..., tracer, construire, expliquer, démontrer, justifier, décrire...)				
Vo2.	utiliser les mots "à risque"				
Vo3.	réduire l'implicite				
Vo4.	utiliser les différents sens d'un même mot (ex: hauteur, médiane, agrandir, direction, sens...)				
Vo5.	varier et faire varier le vocabulaire				
Vo6.	utiliser le langage des élèves pour le faire évoluer				
Lecture texte					
Le1.	faire trier les données				
Le2.	faire reformuler un texte				
	- refaire des phrases				
	- faire un dessin				
	- réécrire un texte en terme d'action (je fais ceci ; je fais cela)				
Le3.	faire écrire un texte présenté sous forme de puzzle				
Le4.	faire repérer les consignes				
Lect. figures					
Lf1.	faire constater qu'une fig. peut correspondre à plrs énoncés				
Lf2.	faire reconnaître parmi plrs fig. celle qui convient à l'énoncé				
Lf3.	faire reconnaître une config. simple dans une fig. complexe				
Lf4.	faire utiliser les différents statuts de la figure				
Lf5.	faire évoluer le rôle de la figure de la 6ème à la 3ème				
Lf6.	faire se méfier des apparences				
Lf7.	les cas particuliers				
<i>2ème partie</i>					
Ecriture					
Ec1.	faire écrire un texte décrivant les actions à faire				
Ec2.	faire écrire un texte à partir d'un deductogramme				
Ec3.	faire écrire un programme construction				
Ec4.	faire écrire un texte à partir d'un calcul				
Ec5.	faire passer du "langage élève" au "langage prof"				

QUELQUES OUTILS POUR L'APPRENTISSAGE DE LA DEMONSTRATION

Ec6.	faire écrire un texte de problème à partir d'un dessin				
Ec7.	faire écrire un texte expliquant comment on peut trouver				
Ec8.	faire écrire une conjecture				
	une définition				
Ec9.	faire décrire une figure				
Ec10	faire compléter le triplet (données-théorème-résultat) (donner 2 de ces éléments et faire compléter le troisième)				
Ec11	faire extraire une démonstration d'un texte contenant un commentaire heuristique				
Ec12	faire développer ou réduire une démonstration				
Ec13	faire aménager un espace de liberté dans la rédaction d'une démonstration				
Ec14	faire varier la forme des écrits : texte, dessin, tableau				
<i>3ème partie</i>	<i>Recherche</i>				
Recherche					
Re1.	faire faire le balayage des pistes possibles (ex: pour résoudre un problème)				
Re2.	faire faire le balayage des connaissances utilisables (ex : boîte à outil, fichier)				
<i>4ème partie</i>	<i>Argumentation</i>				
Argumentation					
Ar1.	clarifier les concepts : preuve et vérité (ex : le rôle du contre-exemple)				
Ar2.	instaurer le débat				
Ar3.	faire rechercher des arguments dans un texte				
Ar4.	faire ordonner des arguments				
Ar5.	faire débattre à partir : - d'une conjecture, - d'une description, - d'une définition.				
Ar6.	faire faire une construction raisonnée				
Ar7.	faire compléter le triplet données-théorème-résultat (en donnant deux de ces éléments)				
Ar8.	clarifier les notions de cause- conséquence (énoncé direct et réciproque, hypothèse et conclusion, mots de liaison)				

N.B.: La construction des concepts par l'élève est un point central qui se fait avec le temps.