A PROPOS D'EVALUATION ET DE REMEDIATION EN CE2 - SIXIEME

Philippe LOMBARD
Irem de Lorraine

Le texte qui suit n'est pas à proprement parler un article mais la retranscription d'une conférence destinée à introduire un stage de "remédiation" pour les instituteurs de CE2 et les professeurs de Sixième, à la suite des tests d'évaluation de septembre 1992.

Nous lui avons conservé sa forme "orale".

Depuis quatre ans déjà, vous avez pris l'habitude d'effectuer dans vos classes de CE2 ou de sixième les tests d'évaluation proposés par le Ministère. Leur dépouillement a d'ailleurs sans doute remplacé, pour beaucoup d'entre vous, les sondages que vous effectuiez en début d'année pour connaître le niveau approximatif de vos élèves. Mais cette année, vous vous êtes trouvés conviés à un "stage de formation" auquel vous vous êtes rendus avec enthousiasme..., d'autant que vous avez certainement entendu dire qu'il y serait question de vous apprendre à "remédier" aux difficultés des élèves manifestées par les tests !

Vous êtes donc venus, je suppose, bien décidés à "voir ce que vous alliez voir...". Et voilà pourquoi vous êtes ici aujourd'hui.

Il y a quatre ans en effet, une opération d'évaluation CE 2 / 6ème a été lancée par le Ministre de l'Education Nationale, à grand renfort de radio, de télévision et de médias. Voyant que cela était bien, le Recteur de l'époque jugea souhaitable d'organiser une formation en conséquence, il décrocha son téléphone pour appeler le Directeur de l'Irem de l'époque et lui dire : « écoutez, les choses sont simples : si les animateurs de l'Irem ne sont pas f...s d'assurer une formation *à la remédiation à partir de la théorie didactique de l'erreur*, je vous garantis qu'il n'y aura plus d'Irem dans deux jours ! ».

Et voilà pourquoi nous sommes ici aujourd'hui.

Personnellement, à l'époque, je n'avais pas encore fait de stage Mafpen et je comprenais mal l'expression : "faire une formation à la remédiation à partir de la théorie didactique de l'erreur". Je pouvais cependant me formuler le raisonnement par récurrence suivant : « nous n'avons pas de formateurs pour faire une pareille formation, mais il suffit de trouver une seule personne capable d'apprendre à remédier à partir d'une telle théorie ; elle formerait de façon parfaite (puisque nécessairement "auto-remédiante") un autre formateur,... qui formerait à son tour d'autres formateurs,... et ainsi de suite.»

Bien entendu, nous nous sommes vite rendu compte que les mots n'ont pas toujours le sens que l'on voudrait leur donner, et en guise d'introduction à ce stage, je vous propose de nous pencher sur les problèmes qui sont liés à cette question de l'évaluation et de la remédiation et qu'il faut malheureusement traiter de façon globale ; c'est-à-dire dans le domaine de l'apprentissage des mathématiques, dans le domaine de la réflexion pédagogique sur l'apprentissage, ainsi que dans le domaine de la formation des maîtres, autrement dit de la "formation continue". Et comme depuis je pense avoir fait quelques progrès en matière de vocabulaire, je vous propose donc de partager cet exposé en trois parties qui pourraient avoir pour titres : le "champ de l'apprentissage", le "champ de la didactique" et le "champ de la formation".

I — Le champ de l'apprentissage

Il faut poser la question au départ : qu'est-ce qu'apprendre des mathématiques et qu'est-ce qu'apprendre les mathématiques à des élèves ? Ce sujet n'est pas facile et je n'ai rencontré personne jusqu'à présent qui m'explique vraiment ce que sont les mathématiques. Un collègue qui avait fait de la coopération en Tunisie avait rencontré un jour une vieille dame à qui il avait expliqué qu'il faisait des mathématiques. Celle-ci lui avait alors répondu : "ah bon ! alors vous savez compter jusqu'à 1000 !" Vous imaginez sans doute que cette définition des mathématiques a pu lui paraître quelque peu réductrice. Mais paradoxalement, je me souviens d'avoir rencontré pour ma part un ingénieur de la vieille école à qui j'avais dit "faire des mathématiques", qui m'avait répondu : "alors vous connaissez le calcul intégral et différentiel",... et cette façon de voir les choses m'avait paru à l'époque tout aussi inadéquate que celle de la vieille dame qui rêvait de compter ! Faire des mathématiques me semblait autre chose et je vais essayer de prendre un exemple pour vous faire comprendre ce que sont les préoccupations des mathématiciens avant que nous puissions nous demander si on peut transmettre ces préoccupations.

Au programme de 4ème, il y a une formule que l'on apprend aux élèves sans démonstration, c'est celle qui donne le volume d'une boule de rayon R : $V = (4\pi/3) R^3$. Comme vous le savez, cette formule est très utilisée dans le vie courante, notamment par les marchands de glace et les joueurs de pétanque, mais elle est aussi assez importante pour les physiciens et pour les mathématiciens... Le physicien en retiendra surtout son côté élémentaire : avec un coefficient numérique simple, qui vaut environ 4,2 ou 4,1887 selon la précision désirée, et un terme en R^3 qui indique parfaitement l'homogénéité requise pour exprimer un volume "de dimension trois".

Il fera même la comparaison avec la formule $S = \pi R^2$ donnant la surface d'un disque de rayon R, où le terme en R^2 correspond au fait qu'il s'agit d'une boule "de dimension deux". Il pourra même se laisser aller à penser que le terme en R, dans la formule $L = 2R$ qui donne la longueur d'un segment de demi-longueur R, ne représente rien d'autre, au fond, que l'homogénéité nécessaire pour considérer qu'il s'agit là d'une boule "de dimension un".

Naturellement, pour le mathématicien, ces considérations sont tout justes bonnes pour satisfaire un marchand de glaces ou un joueur de pétanque ! Ce qui l'intéresse, lui, c'est d'abord le coefficient numérique : ce nombre π pour lequel il serait impensable de ne pas trouver une valeur exacte, c'est-à-dire de découvrir des règles permettant de calculer toutes les décimales, ... à moins que, dans le cas contraire, on puisse véritablement se convaincre qu'il n'y a indubitablement pas de telle loi possible. Et ce qui pourra l'intéresser ensuite ce ne sont bien évidemment pas ces malheureuses "boules de physiciens" de dimensions un, deux ou trois ! Il va se construire pour commencer une boule "de dimension quatre" (celle du fameux espace-temps dont vous avez entendu parler), et calculer son volume. Ce volume c'est $(\pi^2/2)\ R^4$. Le terme en R^4 ne devrait pas trop vous étonner, puisqu'il exprime le fait que nous sommes désormais en dimension 4 ; alors que $\pi^2/2$ c'est déjà plus étonnant... Mais le mathématicien ne s'arrête pas là, il continue et s'invente un espace "de dimension cinq" (il trouve $(8\pi^2/15)\ R^5$), il s'invente une boule de dimension six (il trouve $(\pi^3/6)\ R^6$), etc. ; et ne s'arrête que lorsqu'il a trouvé par avance le volume des boules de toutes les dimensions qu'il est possible d'imaginer !

Vous penserez sans doute qu'il y a du mystère dans ces formules-là ? Alors vous êtes sur la voie du mathématicien : il y a un mystère dans ces formules, et *c'est ce qui intéresse le mathématicien.* Pendant 2000 ans le mathématicien s'est posé la question de savoir comment on pouvait démontrer de telles formules de façon satisfaisante (c'est-à-dire convaincante pour l'esprit), et comment on pouvait construire ce fameux nombre π à la règle et au compas. Et il a fallu 2000 ans pour s'apercevoir qu'on ne pouvait pas construire π à la règle et au compas ! Aujourd'hui les problèmes de la démonstration de ces formules sont clos, comme ceux qui tournent autour de la question de la quadrature du cercle, mais ce sont eux qui sont à la base des mathématiques actuelles. Et aujourd'hui encore on pourrait se poser des questions comme celle-ci : "voilà de belles formes, qu'on peut inventer en dimension quelconque, et on trouve de belles formules un peu bizarres,... ne peut-on alors trouver des parallèles, des analogies, entre l'univers des formes et l'univers des nombres qui expliqueraient de telles *correspondances esthétiques*. C'est cela qui fait marcher les mathématiques : percer les secrets de l'univers des formes et des nombres. Certains vous diront que "cela sert à la physique", (la preuve, c'est que la physique s'est toujours servi *a posteriori* de ce que les mathématiciens avaient inventé dans leur désir d'abstraction), d'autres vous diront que cela n'a aucune importance que cela serve ou pas, "que c'est pour l'honneur de l'esprit humain"... Mais cela donne une idée assez exacte de ce que l'on peut appeler *la névrose du mathématicien.*

Depuis deux siècles environ, il s'est progressivement établi une espèce de contrat social, une sorte de *consensus sociologique* qui fait que la société a chargé les professeurs de mathématiques d'apprendre les mathématiques à ses enfants.

Il y aurait sans doute beaucoup à méditer sur la question si l'on s'en tenait à ce que je viens de dire à propos de la névrose, mais ce n'est pas ici notre sujet... disons simplement que la société en tire, au mieux une transmission de la culture, au pire un simple système d'élimination destiné à sélectionner ses élites ; et que sans doute, de façon plus hypocrite, elle doit se dire que l'on ne fait pas de radars ni de bombes atomiques sans connaître le calcul différentiel et intégral ! Quant aux professeurs de mathématiques, il ont en la matière des intérêts immenses, comme par exemple de pouvoir donner à leurs élèves des petits problèmes "de derrière les fagots" en géométrie ou en algèbre, ou de se faire plaisir en prenant l'exercice qui les a le plus marqués dans leur préparation du CAPES et en le transformant en problème de terminale pour le jour de leur épreuve pratique de titularisation, etc., etc. Et vous savez comme moi que la plupart des professeurs de mathématiques font des cours d'un intérêt capital,... d'autant plus capital, semble-t-il, que leur contenu s'adresse à un plus petit nombre d'élèves et ne pourra guère servir qu'à ceux qui se destinent au professorat de mathématiques !

Présenté sous forme humoristique ou non, il est clair qu'un tel "contrat social" n'est rien d'autre qu'un redoutable défi ; et particulièrement pour chacun d'entre nous...

Mais est-il nécessaire de vous faire remarquer que l'enseignement des mathématiques est en crise depuis plus de trente 30 ans ? La réforme "des maths modernes" a été inventée il y a déjà 20 ans pour répondre a l'insatisfaction provoquée par des programmes désuets. Les mathématiciens ont alors fait croire à la société que les maths concernaient tellement de choses, que la théorie des ensembles était un langage tellement universel, qu'il fallait absolument que toute culture passe par là. On a recyclé les enseignants qui n'avaient jamais appris cela dans leurs études, on a fait croire aux professeurs de collèges qu'il fallait faire des relations d'équivalence, des relations d'ordre, des bijections, des injections... Il fallait que leurs élèves aient vu un maximum "d'ensembles de nombres" (nombres entiers, nombres naturels, nombres décimaux, nombres non décimaux, nombres négatifs, nombres positifs, nombres rationnels, nombres non rationnels) et surtout que c'était une des finalités essentielles du collège qu'un élève voie un maximum d'ensembles de nombres. Je passe sur tous les détails, mais on a fait croire aux professeurs qu'il fallait faire de la géométrie sans figure, que l'on pouvait passer du temps à faire des plans à quatre points,... à neuf points,... etc. Il en va de même pour les instituteurs : on leur a fait croire qu'il fallait enseigner les "bases quatre ou cinq" avant la numération décimale, on a cherché à les persuader qu'il fallait faire au CP des "ordinaux" à la place des "cardinaux", en donnant comme raison : "bien sûr, cela ne sert à rien au niveau des ensembles finis mais plus tard, à l'université, il faut des ensembles infinis et, à ce moment-là, il y aura une différence entre les cardinaux et les ordinaux, donc il faut que les élèves aient vu les ordinaux qui sont plus importants que les cardinaux" ! Et je passe tous les tableaux à double entrée, tous les diagrammes, tous les "patatoïdes",... Bref, tous les objectifs se focalisaient sur la transcendance... du nombre π !

Beaucoup de monde y a cru. Mais je vous fais remarquer que depuis un certain temps, même si cela n'a pas fait de bruit, il y a eu une "contre-révolution" totale.

Prenez les tests d'évaluation de 6ème ou de CE2, imaginez-les il y a 15 ans : pas une seule question n'aurait été la même ! Entre temps, il s'est passé un changement plus grand encore que celui des maths modernes, on est revenu à tout autre chose. Et le résultat le plus important de ces tests d'évaluation CE2 / 6ème, c'est d'abord d'ancrer dans tous les esprits que les maths qui doivent être enseignées ont changé, que l'on est revenu à plus concret.

Ainsi, une formule comme $(4\pi/3)\ R^3$, ne cherche plus à préparer l'élève à apprendre qu'un jour π sera un nombre irrationnel, voire un nombre non algébrique, mais on est bien content que l'élève puisse effectivement l'utiliser, tout bêtement parce qu'il y a des lettres à remplacer par des nombres et qu'il y a des calculs à faire. C'est sans aucun doute le premier point tangible des évaluations qui nous occupent aujourd'hui.

Et je suggère au passage aux professeurs de collège de regarder les tests d'évaluation de seconde s'ils veulent savoir ce que l'on demande désormais aux élèves du collège.

Cette révolution silencieuse a mis en particulier au rancart une logique "maths modernes" qui était une logique d'apprentissage linéaire. Les élèves parcouraient, "de la Maternelle à l'Université", un enseignement des mathématiques qui se voulait rigoureux et cohérent, bien tissé dans une progression rationnelle. Tout ceci a été remplacé par une autre logique sur laquelle on est en train de se stabiliser actuellement (ou plutôt sur laquelle l'institution est en train d'essayer de stabiliser les programmes), c'est la *logique des cycles*. Il faut dire un mot de cette logique là, non pas pour dire aux instituteurs de mettre en place les cycles assez vite, que c'est facile à faire, mais pour tenter de l'éclairer en termes d'enseignement des mathématiques.

Chaque "cycle" : "maternelle-CP-CE1", "CE2-CM1-CM2", "collège", "lycée", induit en effet énormément de difficultés de mise en œuvre lorsqu'on le regarde "de l'intérieur", mais vus de l'extérieur, ces "cycles" n'en présentent pas moins des aspects logiques intéressants. On peut dire que les enseignants du cycle concerné ont à remplir une sorte de "cahier des charges" très important pour le cycle suivant, mais avec une certaine liberté dans la façon de satisfaire ce contrat... Prenons par exemple le cycle "maternelle-CP-CE1" au niveau du calcul ; bien évidemment l'enfant doit y apprendre *à compter*, mais en fait on s'aperçoit vite que les maîtres de CE2 ont besoin que les élèves aient non seulement appris à compter mais qu'ils aient surtout appris *le sens du calcul* : un maître de CE2 a besoin qu'un élève qui arrive dans se classe *ne compte plus sur ses doigts*.

Pour lui 10 + 11 ce doit être 21 parce que c'est 10 + 10 + 1 ; et il a besoin que 15 + 6 ce soit 21 parce que c'est 10 + 5 + 6 = 10 + 11 = 10 + 10 + 1 ... Il ne faut pas que l'élève sache que c'est 21 parce qu'il y est arrivé en disant "10" puis en comptant sur ses doigts jusqu'à ce qu'il arrive à "21" ! Franchir ce "stade du calcul" est indispensable à l'entrée du cycle "CE2-CM1-CM2", c'est très important, et ceci relativise au passage l'aspect quelque peu contradictoire qui a conduit à situer le changement de cycle entre le CE1 et le CE2, alors qu'avant les programmes de CE1 et de CE2 étaient globalisés : qu'importe au fond ce qui se passe en CE1, qu'importent les tables d'addition et de multiplication qui ont été vues en CE1, l'important c'est que l'élève qui entre en CE2 puisse gérer le calcul et commence à ne plus compter sur ses doigts. C'est la *rupture essentielle* entre le cycle du CP et le cycle du cours moyen. Et on retrouve un phénomène analogue entre l'école élémentaire et le collège. Quel est au fond la finalité du cycle "CE2-CM1-CM2" ? C'est l'introduction des *nombres à virgule*. Il faut que les élèves aient acquis un mécanisme du calcul au cycle du CP avant d'encaisser les nombres à virgule au cycle du CM, et peu importe pour le collège la façon dont ils y arrivent... Mais prenons un problème simple comme :

Exercice : un piéton parcourt 15 km en 2 h 30. Combien parcourt-il en 6 h ?

Il est difficile d'imaginer plus démuni qu'un professeur de collège face à un élève de sixième qui ne veut pas comprendre qu'il faut diviser par 2,5 aussi bien que si l'on divisait par 2 dans le cas où on aurait affaire à un nombre entier d'unités de temps ! Alors qu'un instituteur va apprendre à l'élève qu'il faut diviser par 2,5 en lui expliquant que finalement il suffit de compter en demi-heures et que cela revient au même que de diviser directement par 2,5. Seulement, pour pouvoir surmonter le cycle du collège, (6ème, 5ème etc.), il faut que l'enfant ait acquis une règle du jeu sur les calculs qui est un stade supérieur à celui qui suit le CE1, il faut qu'il puisse accepter de mettre des chiffres à virgule dans ses opérations sans en changer le sens. Car le maître de collège va être obligé de faire admettre des utilisations du nombre encore plus abstraites que ce 2,5 : Il y aura d'abord du 2,33... , du (–2,33..) , du $\sqrt{3}$, etc. Il ne peut pas, dans cette globalisation du cycle collège, réexpliquer pourquoi on divise par 2,5 et pourquoi l'on ne fait pas plus de difficultés que si on divisait par 2.

Bien sûr je simplifie énormément (et je ne parle pas de géométrie !) mais c'est cela la logique des stades à atteindre, des contrats et des cahiers des charges pour chaque cycle. Ils n'ont pas tellement d'importance dans le détail mais ils ont une importance énorme d'un point de vue global, notamment en termes de "ruptures" et aussi de recoupements au niveau de la jonction des cycles. Ce n'est pas grave qu'un maître de CE2 fasse à peu près la même chose que celui de CE1, pourvu que l'élève qu'il a en CE2 ne compte plus sur ses doigts : la plupart des multiplications faites au CE1 ne sont rien d'autre qu'une façon d'induire le passage au stade du calcul et même les bons élèves ont besoin de réapprendre les tables au CE2. Ce n'est pas grave que les élèves qui entrent en 6ème aient vu un peu tout et n'importe quoi au niveau du CM1/CM2 : en matière de nombres, par exemple, il y en a qui ont déjà vu des négatifs, des fractions, des racines carrées ; quand les professeurs de sixième les reprend, il s'arrache souvent les cheveux devant une telle hétérogénéité, mais l'important c'est que les élèves soient prêts à accepter la règle du jeu sur les nombres qui est indispensable au collège : si l'élève est resté sur une définition vraiment bancale du –2, du –1, du 1/2 ou du $\sqrt{2}$, c'est grave ; mais si cela l'aide à accepter une règle du jeu plus abstraite, ce n'est pas grave. En deux mots, il vaudrait mieux que les élèves se croient malins, non pas parce qu'ils savent trouver une racine carrée, mais parce qu'ils ont parfaitement compris comment on arrivait à diviser par 2,5 et qu'ils sont capables de le taper sur leur calculatrice de façon correcte...

C'est là, en gros, la "logique des cycles" et on peut donc trouver assez raisonnable d'introduire des "évaluations" permettant de voir où en sont les élèves à la fin de chaque cycle. La question qui se pose de façon précise est de savoir si cette évaluation est pertinente : est-ce que les "cahiers des charges" sont pertinents ? est-ce que l'évaluation mesure bien la réalisation de ces "cahiers des charges" chez les élèves ? C'est un problème très difficile sur lequel il n'est pas interdit de réfléchir... au cours de ce stage ou ailleurs ! La deuxième question qui se pose est celle de la *remédiation* : il est clair que l'une des difficultés essentielles à l'entrée d'un cycle est celle des élèves qui n'ont pas atteint suffisamment d'objectifs du cycle précédent. C'est-à-dire qu'en tant que *besoin* la remédiation est malheureusement une nécessité évidente...

Le sujet qui nous occupe aujourd'hui n'est cependant pas de tomber d'accord ou non sur cette nécessité. Si l'on pose le problème de la remédiation, mais surtout si l'on organise une formation des professeurs sur ce sujet, il semble légitime de posséder des *réponses*... Et je suppose que si quelqu'un vient vous enjoindre de *remédier* vous aurez tendance à lui demander timidement comment il fait pour *remédier*, avec quels élèves il a déjà pratiqué de la *remédiation* et de quelles réussites il peut s'enorgueillir en la matière. Peut-être vous répondra-t-il que la question n'est pas là... Sans doute vous proposera-t-il en échange des "données théoriques" issues de la pédagogie et de la didactique destinées à éclairer le problème... Il m'aura fourni en tout cas une transition vers ma seconde partie, car il me faut dire un mot maintenant de cette "théorie diadactique de l'erreur" dont il était question tout à l'heure.

II — Le champ de la didactique

Pour ne pas jouer trop longtemps avec votre patience, je dois malheureusement commencer par vous dire que, renseignements pris, la "théorie didactique de l'erreur" n'existe pas ! ... et que s'il s'agissait d'en dire quelque chose spontanément, au cours d'une simple discussion de couloir, le tour de la question ne demanderait guère plus de cinq minutes. Je vais évidemment essayer de parler un peu plus longtemps de la didactique de l'erreur en tâchant de montrer les grands axes des réflexions que l'on peut avoir sur la notion d'*erreur* et de *pédagogie autour de l'erreur*.

Le premier axe de réflexion date approximativement du début du siècle, époque à laquelle on a vraiment commencé à s'intéresser aux erreurs en tant que telles, notamment à propos des divers tests "d'intelligence" ou de "capacités". On peut dire grosso modo que c'est à ce moment-là que les spécialistes se sont dit : "on pose un ensemble de questions, les candidats répondent juste à celles qui relèvent d'un certain domaine et ils font éventuellement des erreurs sur celles qui relèvent d'un autre domaine... La question serait donc d'analyser et de comprendre toutes ces erreurs, afin de voir s'il est possible de mieux cerner le profil des gens qui sont testés". Dès le début de la théorie des tests donc, on s'est vite rendu compte qu'il y avait des questions qui forment des domaines, par exemple l'intelligence, l'intelligence pratique, la sensibilité, ou bien telle ou telle capacité à réussir telle ou telle chose, lorsqu'il s'agit de tests plus spécialisés. Dès lors, si vous considérez un champ de 150 questions dans un test composé d'items, vous pourrez chercher à schématiser cet ensemble de 150 éléments en dessinant divers sous-ensembles affectés chacun à une "zone de l'intelligence" : chaque question particulière appartiendra à un de ces sous-ensembles, ou même à plusieurs en même temps si elle semble relever simultanément de plusieurs types de compétences. En d'autres termes cette approche devrait permettre de donner lieu à des interprétations plus fines des résultats : on cherche à ne pas se contenter de comptabiliser les erreurs, mais on se met à les interpréter, à les analyser.

Dire que l'outil statistique censé conduire à l'établissement de semblables grilles de lecture ait toujours été parfaitement convaincant serait aller un peu loin ! Et les lacunes d'interprétation n'ont jamais manqué... Ainsi, on en est même arrivé à considérer un jour que l'éventail des sous-ensembles ne permettait pas de discriminer complétement tous les items, qu'il restait une espèce de "noyau dur" dans les tests et que ce "noyau dur" pourrait bien, en dernière analyse, correspondre à la notion même "d'intelligence"... On venait d'inventer "le facteur G", que beaucoup voulaient donc regarder comme le but profond de l'évaluation en matière de "Q.I." ; et que de nombreux autres, sans doute plus raisonnables, se contentèrent d'interpréter comme une simple "capacité à passer des tests" ! Malgré ses limites, cette apparition de l'interprétation a une énorme conséquence : il y a désormais *prise en compte des erreurs*, c'est-à-dire prise de conscience d'une possibilité de *diagnostic*. Cela dit, le niveau "statistique" reste un peu illusoire, car les outils statistiques nécessaires pour aboutir à des discriminations satisfaisantes sont beaucoup plus difficiles à mettre en œuvre qu'on ne le pense au premier abord ; et ceci même dans des champs d'items très spécialisés comme peuvent l'être la plupart des domaines scientifiques.

Cela ne fait en réalité qu'une quinzaine d'années que les premiers tests sérieux en didactique des mathématiques ont vu le jour. Les premiers ont concerné la soustraction : cela consistait à regarder des problèmes de soustraction que l'on avait l'habitude de donner aux élèves aux CE1 (par exemple) et à chercher parmi ceux-ci lesquels étaient plus faciles ou plus difficiles (c'est-à-dire plus ou moins bien réussis). On s'est ainsi rendu compte qu'un problème comme : "Jean à 15 billes, il en perd 5, combien lui en reste-t-il ?" était plus facile, pour un enfant en cours de découverte de la soustraction, qu'une question du type : "J'ai 15 billes dans mes deux mains, j'en ai 5 dans la main droite, combien en ai-je dans la main gauche ?"... Ce qui est au fond un peu surprenant et peut même guider la conduite de l'apprentissage (l'explication de la différence de nature réside probablement dans la présence ou l'absence du facteur temps, car le premier énoncé induit l'idée d'une "action"). De la même façon, le problème : "Jean a des billes, il en perd 5 et il lui en reste 10, combien en avait-il ?" apparaît comme nettement plus difficile que les deux autres, ce qui pourrait sembler paradoxal, puisque c'est un problème d'addition...

Cela dit, il y a quatre ou cinq ans, un excellent spécialiste du calcul à l'école élémentaire est venu à l'Irem en nous disant : "je voudrais que vous m'aidiez à programmer un chronomètre qui indique les millièmes de seconde. Je fais des études sur le calcul et j'ai besoin d'un programme sur nano-réseau qui contienne un tel chronomètre interne..." Nous avons finalement trouvé quelqu'un qui était capable de lui faire la programmation, il l'a insérée dans son logiciel, puis il a commencé son expérimentation. Il faisait défiler des opérations des quatre types, assez vite, devant des élèves de CM2 et de Sixième et, pendant que les enfants répondaient aux exercices, l'ordinateur mettait en mémoire leurs temps de réaction sur chaque opération : le fameux chronomètre se déclenchait lorsque l'énoncé s'affichait et s'arrêtait quand l'élève tapait sur une touche. Cela a fourni une quantité substancielle de résultats classés au millième de seconde près... Deux ou trois ans après, je l'ai rencontré par hasard et je lui ai demandé si cela marchait et s'il était content de son expérimentation. Il avait fait passer des centaines de tests dont il était en train de dépouiller les résultats. Alors il ajouta : "On va peut-être réussir à démontrer que la soustraction et la division sont... plus difficiles que la multiplication et l'addition !". Il y est effectivement parvenu depuis et cet exemple montre bien, je l'espère, les limites de l'outil statistique : l'étude d'un sujet est toujours intéressante, mais on n'obtient rarement à la sortie beaucoup plus que ce que l'on peut mettre à l'entrée.

Au niveau des tests qui nous occupent, il est clair que la question des "diagnostics" peut être considérée comme primordiale. D'une part au niveau global : vous savez que les items ont déjà été conçus et classés suivant de grandes rubriques qui devraient permettre (si elles sont bien faites) de donner les grandes lignes d'une interprétation en termes de sous-ensembles tels que ceux que j'évoquais précédemment. D'autre part à un niveau beaucoup plus "local" : chaque question et chaque erreur peuvent donner lieu à une exégèse qui cherche à pousser l'analyse le plus loin possible. Je ne vais pas entamer ici ce genre de travail qui pourrait légitimement occuper une partie du stage qui vous attend, j'évoquerai simplement deux erreurs à titre d'exemple...

Ainsi, dans les cahiers du CE2, on donnait aux élèves un hexagone régulier avec ses trois diagonales et la consigne était : "colorie en rouge un segment parallèle à tel côté, colorie en vert un segment parallèle à telle diagonale"... J'ai rencontré un très grand nombre de réponses où tous *les côtés étaient coloriés en rouge* et *toutes les diagonales en vert* ! Quel pourrait être le diagnostic ? C'est tout simple : les élèves n'ont pas compris – car ils n'ont sans doute pas appris – le mot "parallèle", ils n'ont cependant pas fait n'importe quoi car ils ont colorié d'une part les diagonales et d'autre part les côtés. On peut donc penser que, pour eux le mot "parallèle" a pris le sens de "quelque chose de *pareil*", si bien que la "structure diagonale" et la "structure côté" leur semblaient répondre à la question. Inutile de vous dire, en tout cas, qu'il y a fort à parier que les maîtres du CE1 introduiront la notion de parallélisme dans les années à venir ! La deuxième erreur que j'aimerais citer relativisera la portée des diagnostics, car c'est une erreur *qui n'a pas eu lieu* ; je connais en effet une élève de CE2 qui est rentrée chez elle après les tests de lecture en disant : « c'est dommage qu'on ne pouvait pas revenir en arrière dans le cahier de français, parce que sur la question où il fallait trouver les phrases qui étaient au présent, au passé et au futur, j'ai laissé une faute que je n'ai vue que plus tard ! Dans les phrases au présent, j'ai oublié de cocher la phrase "il était une fois"... ». Je vous laisse méditer sur le diagnostic à faire car il me semble qu'il s'agit là d'une erreur assez révélatrice au CE1-CE2.

Voilà donc pour l'aspect "diagnostic" de la théorie de l'erreur ; si on peut appeler cela une "théorie de l'erreur". Un deuxième aspect de la question est nettement plus récent et plus à la mode : il touche à ce que l'on a pris l'habitude d'appeler dans les Mafpen la "dynamique de l'erreur". L'idée de base remonterait à Bachelard, aurait été reprise par les didacticiens des mathématiques et concernerait la notion "d'obstacle épistémologique"... En simplifiant : l'erreur marque un *obstacle*, le franchissement de cet obstacle est donc nécessairement porteur ; par conséquent l'erreur est en elle-même constructive, dans la mesure où elle témoigne d'un stade de "franchissement de l'obstacle". De là à conclure que l'erreur est "nécessaire" en tant que "déstabilisation" pour aider à surmonter l'obstacle, il n'y a qu'un pas : il "faut donc utiliser l'erreur" dans une dynamique d'apprentissage...

Ce discours séduisant a ensuite donné lieu en particulier à toute une "typologie de l'enseignement" que vous ne manquerez pas de rencontrer un jour dans les ouvrages ou dans les stages spécialisés. Les tenants de la "dynamique de l'erreur" n'ont pas craints de classer les méthodes professorales en trois catégories :

1°) il existe un premier type d'enseignant (un peu "réac" entre nous !) : il croit que l'élève a une *tête vide* et que l'enseignement consiste dans le remplissage dogmatique qui verra l'élève sortir avec une *tête pleine.*

2°) un deuxième type d'enseignant est celui qui cherche à graduer au maximum les difficultés pour ses élèves... : son enseignement pourrait être symbolisé par une sorte d'escalier, dans l'ascension duquel il s'efforce de mener ses élèves au savoir, marche après marche. Le maître mène l'élève par la main en lui gommant au mieux chaque obstacle ; vous avez sans doute reconnu dans cette description la désormais classique "pédagogie par objectifs" !

3°) Enfin il y a l'enseignant qui fait attention aux erreurs de ses élèves. Il cherche même parfois à provoquer des erreurs "porteuses" car seul compte le franchissement de l'obstacle. Bref, il prend ses élèves dans un "état initial", il gère une phase de "déstabilisation" qui de toutes façons est inévitable, puis les élèves aboutissent à un "état final" qui correspond au but de l'apprentissage... Vous avez peut-être déjà rencontré la schématisation emblématique d'une telle pédagogie (elle fait irrésistiblement penser au pictogramme qui s'allume pour signaler le "bourrage" dans une photocopieuse), de toutes façons, vous avez compris qu'il s'agit là du "top niveau" de la réflexion didactique !

Evidemment c'est intéressant, et cela pourrait même donner naissance à des tests pour savoir si votre pratique se rapporte à telle ou telle de ces trois catégories ; un peu comme dans les tests saisonniers du "Nouvel Obs" ou du "Figaro Magazine" destinés à vous apprendre votre profil en matière de séduction amoureuse ou vos prédispositions génétiques à devenir riche et bien portant plutôt que pauvre et malade... C'est malheureusement très simpliste dans la mesure ou un peu de réflexion montre facilement que tout acte pédagogique participe foncièrement *des trois catégories précédentes en même temps* : apport artificiel du maître, parcellisation des difficultés (ne serait-ce qu'au travers d'une progression globale) et récupération des erreurs diverses qui n'ont pas besoin d'être programmées pour émerger. Cela dit toute cette "théorie" n'ajoute pas grand chose à une certaine évidence : celle de remarquer que tout apprentissage est fait de "déstabilisations". Elle véhicule cependant des naïvetés qui, à force d'illusions, pourraient devenir dangereuses...

La première de ces naïvetés est de se dire qu'un élève apprend à partir du moment où il fait des erreurs. Peut-être que vous, qui étiez de bons élèves, vous avez des souvenirs assez cuisants d'échecs personnels sur tel ou tel problème, et que ces souvenirs vous ont "marqués pour la vie". C'est peut-être à de telles vexations que vous rattachez dans votre mémoire le moment où vous avez enfin compris ceci ou cela, mais statistiquement, cela n'est pas ce qui se passe. Le postulat qui consisterait à dire : "c'est important qu'un élève s'arrête à un moment donné et se dise : « je me suis trompé, qu'est-ce que cela va m'apporter ? » ne marche pas. On a par exemple constaté dans un grand nombre de situations des phénomènes comme celui-ci : un élève confronté à une suite de questions, dans un énoncé où la réponse à la deuxième question figure explicitement dans la troisième, peut très bien s'apercevoir qu'il s'est trompé et ne strictement pas en tenir compte pour la suite, alors qu'il sait pertinemment que ses résultats faux induiront des erreurs dans les questions suivantes ! Très souvent l'élève donne l'impression de s'en moquer, et c'est là un phénomène que vous avez dû souvent observé, redoutable pour l'enseignement. Face à des constatations de cette sorte, on est arrivé à se demander ce qu'il y a dans la tête d'un élève quand il vit le "système scolaire", et c'est un peu l'origine des recherches qui tournent autour de ce que l'on appelle aujourd'hui le "contrat didactique".

La deuxième idée dangereuse c'est bien entendu de se contenter de croire au miracle en matière de franchissement d'un obstacle ; on se dit : « voilà, il y a un "bourrage", évidemment que cela coince, mais il va y avoir un éclair de génie et la difficulté sera surmontée... » Or la plupart des erreurs qui sont intéressantes à regarder pour essayer d'en tirer quelque chose montrent que les choses ne sont jamais aussi simples. Contrairement à ce que l'on voudrait nous faire croire, il s'agit rarement d'un conflit où un "état initial" de connaissances s'opposerait tout bonnement à un "état final" constitué par le nouveau savoir.

Considérez par exemple une erreur très fréquente aussi bien à l'école élémentaire qu'au collège (en 6ème ou 5ème), et qui apparaît dans un exercice comme le suivant : un segment AB est donné sur un quadrillage et vous demandez à l'élève de reproduire ce segment sur un autre quadrillage. Si le segment est "oblique" par rapport aux lignes du quadrillage initial, de nombreux élèves ont des difficultés : ils compte généralement le nombre des carreaux traversés par AB et ils reportent le même nombre de carreaux à partir du nouveau point A, mais *ils comptent leurs carreaux dans n'importe quel sens*, un peu au petit bonheur... C'est-à-dire que l'élève pense à compter les carreaux mais qu'il n'arrive pas à prendre en compte la direction, disons que son choix est guidé par sa sensibilité ou son inspiration au moment où il fait l'exercice : plutôt horizontale ou plutôt verticale ! En fait il est piégé dans un conflit entre l'horizontal et le vertical du quadrillage, et sortir de ce conflit consiste à trouver une porte de sortie qui n'est pas naturelle. En l'occurence, il faut qu'il admette qu'il doit prendre en compte *à la fois* les lignes horizontales et les lignes verticales ; qu'il doit greffer sur la figure un triangle rectangle matérialisant les composantes du segment et que c'est ce triangle qui doit en fait être reconstruit sur le deuxième quadrillage. Il ne se sortira pas du conflit dans lequel il est coincé par un coup de baguette magique ; il lui faut, à un moment donné, accéder à une démarche spécifique, et ce ne sont pas ses anciennes connaissances qui font blocage, c'est la situation qui contient des "attracteurs" auxquels il doit échapper.

De la même façon, si vous êtes en collège et si vous donnez aux élèves une figure géométrique simple dessinée en perspective avec comme consigne de la reproduire "en vraie grandeur" sur leur feuille, vous verrez énormément d'élèves qui prendront leur rapporteur ou leur double-décimètre pour aller mesurer sur la figure en perspective. Et si vous leur faites remarquer qu'aucune des informations métriques n'est conservée, vous les verrez dessiner à plaisir une figure vraiment quelconque dans laquelle ne subsistera plus aucune des informations qui devaient être utilisées. Ils seront cette fois pris dans un conflit entre le "droit" et le "penché", mais ils ne faut pas se leurrer : ils ne trouveront pas la solution s'ils ne la connaissent pas déjà. Ils ne la trouveront pas plus que vous ne la trouveriez, vous, si je vous donnais un exercice de perspective fuyante (avec un point de fuite) et si je vous demandais de transférer ainsi le dessin d'une parabole ou d'une ellipse... Ils ne la trouveront pas plus aisément que ne l'ont trouvée les peintres de la Renaissance au moment où furent dégagées les règles de la perspective... Une fois coincé dans un conflit, la difficulté est de trouver la sortie et toute la difficulté de l'apprentissage est précisément d'en fournir les moyens ! La "théorie didactique de l'erreur" n'éclaire pas vraiment la question.

Il ne reste plus guère qu'à revenir au simple bon sens et à s'arrêter sur un des derniers aspects de la réflexion à propos de l'erreur : celui qui touche à ce que l'on pourrait appeler "la classification philosophique des erreurs" et que tout un chacun met en œuvre dans sa pratique. Chaque enseignant, en effet, a tendance à classer les erreurs de ses élèves selon une certaine *hiérarchie*, et c'est sur ce type de classification que je vais insister maintenant en distinguant trois catégories...

La première des catégories communément admises est celle des "bavures". Une des meilleures illustrations que je pourrais en donner se rapporte aux tests de sixième d'il y a quatre ans. Il y avait une division à effectuer suivant l'algorithme de division et certains élèves obtenaient un résultat juste (quotient et reste), mais tous n'avaient pas mis le reste exactement comme il aurait fallu (dans toutes les rigueurs de l'algorithme) ; c'est-à-dire qu'ils n'avaient pas tous "descendu un zéro" dans la dernière soustraction... Eh bien,certains professeurs se posaient la question au moment de la correction : "est-ce que l'on compte juste ou pas ?". C'est ce que j'appellerai une "bavure", et j'ajouterai même que certains professeurs semblent trouver un plaisir obsessionnel à traquer ce genre d'erreur, mais on doit pouvoir convenir que certaines fautes méritent effectivement qu'on ne leur accorde qu'une importance anecdotique.

Il y a parfois des bavures porteuses : l'élève de CE1 qui fait une faute de calcul du type 7 + 7 = 18 commet une "bavure positive", car si l'on revient à la notion de *stade du calcul* que j'évoquais tout à l'heure, il est clair qu'il s'est trompé dans l'opération parce qu'il s'est *trompé dans la table* et précisément parce qu'il *n'a pas compté sur ses doigts* ; sinon il n'aurait pas fait une telle faute. C'est la même chose en 6ème sur certaines opérations un peu compliquées qui mettent en jeu les nombres à virgule. En général la plupart des professeurs comptent les fautes de calcul au niveau des bavures. Je connais même des instituteurs qui ont vu des élèves transformer une soustraction en addition dans les tests de CE2 et qui ont interprété cela comme une bavure, ils ont dit : « c'est un bon élève qui a fait une étourderie », ils n'ont pas dit "c'est un élève qui aime mieux l'addition que la soustraction, il n'apprendra jamais la soustraction".

Les bavures sont donc essentiellement les erreurs auxquelles le contexte permet de ne pas attacher d'importance excessive. Eventuellement il peut s'agir de n'importe quelle erreur, même "grave", car en réalité toute faute est, au même titre qu'une autre, un "péché vis-à-vis de la vérité", mais c'est une erreur qui ne "mérite pas une analyse sérieuse"... J'ai connu par exemple un agrégatif qui s'est laissé aller un jour à dire que le nombre π (dont j'ai essayé d'expliquer qu'il n'était pas une fraction) était... un nombre rationnel ! Cela ne l'a pas empêché de réussir l'agrégation un peu plus tard. Et tous les gens qui ont eu le bac, la licence, le DEUG, la maîtrise, le CAPES ou l'agrégation, ont obtenu leurs peaux d'ânes en faisant des erreurs, ils n'ont jamais eu 20/20 à toutes les épreuves ! On fait toujours des erreurs, cela s'appelle le plus souvent des "bêtises", et cela n'interdit pas d'avoir un certain niveau. En réalité tout est question de "masse critique" : tant que les erreurs ne dépassent pas certaines quantités, ou qu'elles ne présentent pas d'intérêt particulier, la "remédiation" est affaire de routine et ne nécessiterait un investissement extraordinaire que dans le cadre d'une institution réservée à une petite élite...

Car à côté de cette première catégorie des bavures, il y en a malheureusement une autre qu'il faut bien regarder comme celle des "fiascos" du système scolaire. Elle se rapporte à tous les domaines où l'ambition de l'école est de fabriquer des bons élèves et de leur apprendre des quantités de choses et où les meilleures volontés semblent se heurter à des obstacles insurmontables. C'est-à-dire qu'en certains domaines, et pas seulement en mathématiques, le système ne marche pas.

Un de ces premiers domaines, sur lequel je ne resterai pas longtemps mais qu'il faut signaler tout de même, pourrait être ce fameux "facteur G" dont je parlais tout à l'heure. Ici, le facteur G c'est ce que l'on appelle souvent "la bosse des maths", la "subtilité", la "finesse", ou si l'on préfère encore "la capacité à résoudre des problèmes qui requièrent un peu d'astuce",... On est en face d'un fiasco du système car je ne pense pas que le système ait jamais réussi à transformer un "mauvais" élève en "bon" élève, un "non matheux" en "matheux". D'énormes efforts sont faits, mais il y a tout de même échec à ce niveau-là, cela ne veut pas dire qu'il n'y a pas d'espoir mais on est obligé de constater que le système n'arrive pas à la hauteur de ses ambitions. Certes, si l'on regarde l'état de la France d'il y a 200 ans, il est clair que l'inculture généralisée a été remplacée par une culture bien mieux partagée, mais ce qui est sûr aussi, c'est que si vous considérez une société où 40 % des parents sont bacheliers, vous n'aurez pas les mêmes scores au niveau du bac que si vous prenez une société ou seulement 20 % des parents sont bacheliers ! C'est en ce sens que l'on peut parler de fiasco du système : l'école n'a pas véritablement le pouvoir de récupérer les injustices de la société. C'est une constatation ; et c'est un leurre de dire que, d'un coup de baguette magique, on va transformer 80 % d'élèves en bacheliers. Si on y arrive c'est en changeant les règles du jeu, mais on ne fabrique pas pour autant de "bons" élèves avec les "mauvais" élèves : il y en a qui réussissent et d'autres qui ne réussissent pas... L'objectif de l'école aurait sans doute plus de chances d'être géré de façon constructive si on ne le masquait pas derrière un épais nuage de fumée : les points faibles ne manquent pas, ni les améliorations à y apporter, ni les ambitions raisonnables sur lesquelles faire porter nos efforts ; encore faudrait-il ne pas se gargariser de slogans à usage médiatique qui n'aboutissent qu'à un découragement général...

Parmi les fiascos regrettables, il y en a un qui s'appelle aujourd'hui *la proportionnalité*, qui s'appelait hier "la règle de trois". C'est un fiasco du système ; pourquoi ? Eh bien tout simplement parce que, au niveau du collège, quand on compare les élèves qui rentrent en sixième et ceux qui sortent de troisième, on a le sentiment que ceux qui ont compris la proportionnalité à la sortie sont exactement les mêmes que ceux qui l'avait comprise à l'entrée. C'est une constatation que vous pouvez faire. J'exagère un peu, mais sur la proportionnalité qui est une grosse part de l'apprentissage des mathématiques, on est bien obligé de convenir que l'enseignement ne réussit pas ! Tout est pourtant mis en œuvre pour faire comprendre la proportionnalité : depuis les fractions, les pourcentages, les échelles en 6ème et en 5ème, jusqu'au équations de droites en 4ème, en passant par les "tableaux de proportionnalité" de formes diverses. En fin de compte, cela ne passe pas. Et cela n'est peut-être pas si étonnant : si vous discutez avec les professeurs de 6ème/5ème qui sont censés enseigner la proportionnalité sous forme de tableaux, et si vous leur dites : "qu'est-ce que vous enseignez ? comment introduisez-vous la proportionnalité avec vos élèves ?" Ils vous répondront presque tous : "je leur fais des tableaux, c'est cela qui marche encore le mieux !" Mais si vous leur donnez ensuite, à eux, un problème de proportionnalité à résoudre, ils feront... une règle de trois. En d'autres termes, nous touchons là un des énormes hyatus entre le "comment a-t-on compris soi-même" et le "comment faire comprendre à un élève", et le problème de la proportionnalité est une illustration frappante d'un domaine où l'on n'arrive pas vraiment à progresser, c'est-à-dire à trouver un langage pour les élèves qui ne comprennent pas.

Parmi tous les exemples que l'on pourrait choisir, je m'arrêterai à un dernier qui me paraît important et qui constitue lui aussi un fiasco : c'est celui de la "lecture" et de la "gestion" des données. Il est d'ailleurs assez révélateur, car suivant les collèges auxquels on s'intéresse, il apparaît ou non comme un fiasco important dans les résultats des tests d'évaluation...

Il y a quatre ans, dans les premiers stages que nous étions amenés à faire, on constatait que la lecture des données était systématiquement ratée ; depuis on s'aperçoit qu'il y a une assez sensible amélioration à ce niveau, que ce n'est pas ce à quoi on pouvait s'attendre, et même que c'est souvent plutôt bien réussi. Je vous laisse trouver l'explication : cela peut venir du fait qu'entre temps, les instituteurs ont fait des progrès et que les élèves sont plus entraînés à faire de la lecture de données..., ou cela peut tenir au fait que l'on a commencé ces stages par les ZEP et que l'on termine par les "bons" collèges qui sont des "collèges de centre ville"... Pour ma part, j'aurais tendance à pencher pour la seconde explication ! En tout cas, la "lecture de données" est sans doute un des meilleurs critères pour voir si l'on a affaire à un "bon" élève, dans ces tests où chacun aura remarqué que les items se sont ingéniés à éliminer ce qui apparaît d'habitude comme relevant du "facteur G".

Or qu'observe-t-on dans la plupart des cas ? Que si l'on donne, par exemple, un horaire de train à déchiffrer, les élèves y arrivent beaucoup moins bien que si on leur demande de se débrouiller avec un programme de télévision ! La conclusion est malheureusement simple : malgré les efforts de l'école qui, dès la maternelle, investit une grande énergie sur le traitement des données — pensez par exemple au temps passé sur le remplissage ou la lecture des "tableaux à double entrée" —, ce domaine reste essentiellement en prise avec la vie courante et, là encore, le système est largement impuissant à gommer les dfférences qui proviennent du milieu ambiant et du niveau social des enfants.

Pour ceux qui ne seraient pourtant pas complètement convaincus de l'importance de ce domaine en corrélation avec la sélection, permettez-moi d'attirer votre attention sur une question des tests de lecture du CE2 qui se situe parfaitement dans ce même champ du "traitement des données". Il s'agit de la question portant sur l'utilisation du dictionnaire : on donnait une phrase aux élèves et, à propos du sens d'un mot, on reproduisait un article du dictionnaire où ce mot pouvait présenter un grand nombre de sens ; l'élève devait choisir celui qui se rapportait au contexte. Cela n'est rien d'autre que de la "lecture de données"... Je connais une école où il y a 58 élèves en CE2 et où l'on a eu la possibilité d'ouvrir deux classes de 25 et une classe de 8 car les 8 élèves restants allaient en fait dans un CE2/CM1. Il n'est pas difficile d'imaginer que le maître du CE2/CM1 a dit en substance : je veux bien cette classe double, mais pour le CE2 je suggère que l'on mette les meilleurs enfants du CE1... Et on a mis les meilleurs dans sa classe de CE2. Sur la question du dictionnaire il s'est passé la chose suivante : il a eu 100% de réussite dans sa classe, et sur les 50 autres élèves de l'école il y a eu *deux* réussites !

Je m'arrêterai là sur les fiascos.

La troisième catégorie d'erreurs est heureusement moins désespérante, ce sont celles que l'on a tendance à rapporter assez naturellement à la "rapidité d'apprentissage" (ou plus exactement à tel ou tel "stade d'apprentissage"), et que j'appellerai les "erreurs de nature épistémologique", en voulant évoquer par là des erreurs "normales", "obligées" en quelque sorte, à un niveau donné de l'apprentissage.

Ainsi, j'étais un jour au restaurant à côté d'une petite fille et son grand-père... Au moment de l'addition, ils ont imaginé (je n'ai pas su pourquoi) de *diviser* la note par 0,1 ! La petite fille devait être au Cours moyen, le grand-père était quant à lui manifestement de la vieille école, ils ont posé la division de leur total par 0,1 ... et ils ne sont jamais arrivés au bout ! C'est ce que j'appellerai une erreur "de nature épistémologique", car au fond, à la sortie de l'école, un élève ne peut que par miracle être capable de diviser par un nombre comme 0,1 : une division par 0,1 avec les matériaux de l'école, c'est-à-dire par l'algorithme ou par des raisonnements de découpage en petits morceaux, ne permet pas de ne pas se tromper ! Réfléchissez en effet à l'algorithme pour diviser par 0,1 ; il n'y a rien à faire, il n'y a qu'à gérer convenablement les décalages de virgule et c'est précisément le plus difficile, c'est quelque chose qui ne s'explique pas et dans lequel on n'entre pas *par* la division. On n'y entre en réalité qu'à partir de la 6ème, quand on apprend à diviser systématiquement par des nombres qui sont en fait des puissances de 10, et que l'on prend l'habitude de voir que "diviser par 0,1" c'est lié à la fraction 1/10 et que pour diviser ou multiplier par 1/10 il n'y a que des décalages de virgule. C'est typiquement une erreur de nature épistémologique : pour expliquer l'algorithme de la division, un instituteur est obligé d'expliquer les décalages de virgule mais il ne peut pas le faire en termes généraux, donc l'élève est pris dans une espèce de cercle vicieux ; il ne peut pas comprendre ce que c'est que diviser pas 0,1, il faut qu'il apprenne l'algorithme de la division et c'est l'algorithme qui le fera échouer dans la division par 0,1 ! En réalité de telles opérations commencent à relever *d'une autre conception du nombre,* d'une conception différente, plus abstraite, où le domaine numérique doit s'enrichir en accueillant des nombres nouveaux comme les fractions, les racines carrées ou les nombres négatifs,tout en conservant les "combinatoires" associées aux opérations élémentaires. Cela relève du cycle du collège et les erreurs qui touchent aux manipulations sophistiquées sur les décimaux sont donc "normales" entre le CM2 et la sixième...

Un autre domaine intéressant est celui de la *lecture d'énoncés*. A discuter avec les maîtres du CM1 ou du CM2, on constate les efforts fantastiques qui sont faits à l'école élémentaire pour aider les élèves à lire correctement un énoncé de problème et à lui associer les "bonnes opérations". Il n'en reste pas moins que la lecture d'énoncés est une source d'erreurs immense chez les élèves au niveau des tests de sixième. Ils se trompent presque une fois sur deux sur des problèmes comme : "Pierre a 5 billes de plus que Paul qui a 30 billes de moins que Jean et qui a lui-même...". Et au fond, il est assez compréhensible que, sur de tels énoncés, on ne puisse guère se raccrocher qu'à des faux réflexes du genre : « il y a le mot "plus", donc je vais faire une addition ; il ya le mot "moins", je vais faire une soustraction », et c'est précisément ce qui se passe ! Un élève est pourtant bien obligé un jour de résoudre un problème comme ceux-là, mais il ne faut sans doute pas attendre la réussite effective au niveau de l'école : il faut espérer qu'elle viendra des techniques plus sophistiquées de "décorticage" d'énoncés qui devraient accompagner l'apprentissage de l'algébrisation au collège.

Concluons : il y a les bavures, les fiascos et les erreurs de nature épistémologique, c'est le principe de toute philosophie de classification des erreurs. Ajoutons cependant qu'une philosophie n'est jamais innocente, surtout lorsque l'on regarde de près de quoi il s'agit... Il en va ainsi de la classification des erreurs et cela relève toujours d'un *choix* de considérer telle ou telle erreur dans une catégorie plutôt que dans une autre. Reprenons l'exemple du "il était une fois" : dire « il était une fois », c'est mettre un auditeur dans une certaine ambiance, il va être *au présent* ; et c'est la difficulté essentielle de l'imparfait de narration, on ne l'utilise que pour *faire semblant* d'être au présent, pour se déplacer dans le passé afin d'écouter une histoire. La forme est donc au passé au sens grammatical du terme, mais au niveau du sens, pour l'auditeur qui est "bon public", c'est le présent. C'est par conséquent une erreur intéressante d'un point de vue épistémologique car elle montre que l'élève qui entre au CE2 n'a pas encore acquis la règle du jeu fondamentale de la grammaire.

Une autre erreur intéressante est celle qui touche aux confusions entre "périmètre" et "aire" dans les tests de 6ème. Il y a quatre ans, je pensais qu'il ne s'agissait là que d'une "bavure", en me disant que les étudiants qui sont à la fac et qui ont fait deux ans de DEUG, une année de licence et terminent leur préparation au CAPES s'aperçoivent souvent qu'ils ne savent plus ce que c'est que *l'orthocentre* et le confondent avec *le centre de gravité* d'un triangle, ou qu'ils confondent de la même façon *hauteur*, *médiane*, *bissectrice*, et ne savent plus très bien de quoi il s'agit ! Je pensais donc qu'un élève entrant en 6ème pouvait très bien mélanger les sens des deux mots. Aujourd'hui, je ne pense plus que cela soit vraiment de l'ordre des "bavures" et je crois même que c'est beaucoup plus profond que cela. Quand sur un quadrillage vous donnez un rectangle et que vous dites aux élèves de "compter" pour obtenir le périmètre de ce rectangle, très souvent vous observerez l'erreur suivante : l'élève compte *les carreaux qui bordent la frontière*, à l'intérieur de la figure ! Ce faisant, ils ne comptent d'ailleurs qu'une seule fois le carreau de chaque coin... et ne donnent pas le résultat exact ! Or l'explication est simple : quand on dit aux élèves de compter les carreaux, ce n'est pas clair du tout dans leur tête, car on leur demande souvent de comprendre tout seuls s'il s'agit de carreaux comme *unités de longueur* ou de carreaux comme *unités de surface*... Ainsi le maître passe sa vie à obliger des élèves, tous les matins, à tirer un trait "à cinq carreaux de la marge" pour séparer le travail de la veille de celui du lendemain, et peut tout aussi bien parler d'un rectangle qui a "cinq carreaux de surface". La langue courante introduit d'elle-même une impossibilité de communication. Essayez après cela de dire à un enfant de CE1 s'il s'agit de carreaux "trait" ou carreaux "surface" et vous verrez que la confusion n'est pas anormale entre "longueur" pour le périmètre et "aire" pour les surfaces ! C'est une "bavure" qui cache donc des choses plus intéressantes au point de vue de l'apprentissage et il convient sans doute de ce fait d'y voir plutôt une "erreur de type épistémologique". Il y en a une autre, très classique, sur laquelle je voudrais insister : c'est l'erreur qui consiste à écrire (par exemple) que $3,2 \times 3,2 = 9,4$. Certains aiment y voir une "erreur de type épistémologique" au non de la remarque suivante : "l'élève qui se trompe de cette façon se comporte comme celui qui écrirait que $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ ... ". Dès lors si vous voulez considérer que c'est une erreur de nature épistémologique, cela signifiera qu'il faut attendre que l'élève ait vraiment compris que $3,2^2$ n'est autre $(3 + 0,2)^2$ — et que $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ — pour pouvoir effectuer ce genre de calcul !... Il ne faut pas s'y tromper malgré le caractère un peu schématique de l'exemple : on retrouve là toute la différence entre le point de vue des "maths modernes" (c'est-à-dire des programmes de 1970) et le point de vue des programmes actuels...

Voilà, j'ai fait je crois le tour de ce que je voulais dire sur les erreurs sous un angle théorique ; il nous reste à envisager le problème en termes de "remédiation", et donc à nous pencher de plus près sur la "formation" qui nous occupe aujourd'hui.

III — Le champ de la formation des maîtres

J'ai rencontré récemment un ami qui est professeur à l'IUFM et qui m'a dit : «connais-tu l'histoire du Français et du Suisse à la libération ?» Je ne la connaissais pas, il poursuivit : « Je vais écrire un article sur les IUFM et je vais me servir de cette histoire pour faire mon introduction ! » Puis il me raconta l'histoire en question et, bien entendu, l'essentiel de son introduction, et même tout son article ! Et c'est vrai que tout se tenait... Mais vous voulez sans doute connaître l'histoire ? C'est un français qui rencontre un Suisse à la libération et lui demande : « que fais-tu dans la vie ? ». Le Suisse lui répond qu'il travaille au Ministère de la Marine... Le Français s'esclaffe et dit : « c'est impossible en Suisse vous n'avez pas la mer, vous ne pouvez pas avoir un Ministère de la marine ! ». Alors le Suisse du tac au tac : "vous avez bien un Ministère du ravitaillement alors que vous n'avez rien à manger ! »

L'introduction de mon ami à son article était quelque peu subversive : « je vais citer l'histoire au début de mon article et je vais dire : "en France on a bien des IUFM alors que l'on n'a toujours pas de formation des maîtres"... Et vous devez bien vous douter que si je viens de lui "voler" son entrée en matière, c'est que je pense que cela n'est pas complètement faux ! Je veux dire par là qu'en sortant du cadre de la formation scientifique proprement dite ou de l'expérience acquise par les enseignants "sur le terrain", la formation des maîtres a des discours qui sont malheureusement fort peu convaincants ; ils sont axés en général sur deux directions qui recouvrent ce qu'il faut bien considérer à l'heure actuelle comme deux utopies : l'une est l'utopie "pédagogique", l'autre l'utopie "du contenu". Ce n'est pas du tout la vieille dichotomie entre "pédagogie" et "savoir" telle qu'on l'utilisait en disant : l'instituteur doit avoir de la pédagogie puisque de toute façon il ne peut pas tout savoir, alors que le professeur agrégé n'a pas besoin de pédagogie puisqu'il sait tellement de choses que ce savoir lui tient lieu de viatique. Il me faut donc commencer par clarifier ces deux axes possibles de la formation des maîtres...

Le premier axe recouvre tout ce que vous avez rencontré sous le nom de "sciences de l'éducation" depuis votre CPR ou votre école normale, depuis vos premiers cours de "psychopédagogie", de "psychologie" ou autre "didactique"... Il englobe tout ce qui est connu, en formation initiale, sous le nom général de "pédagogie" et tout ce qui est proposé, en formation continue sous des formes variées : travail en groupes, aide au travail personnel, pédagogie par objectifs, évaluation, etc., etc. Je n'aurais *a priori* pas grand chose à en dire en introduction à ce stage, car il n'y aura pas du tout de discours qui puisse ressembler à un cours de pédagogie théorique, et à vrai dire il y aura très peu de temps accordé à la réflexion sur la méthodologie proprement dite, si ce n'est que l'animatrice responsable du stage pour les professeurs de collège sera sans doute amenée à faire une démonstration dans une classe, afin d'expliquer le "mode d'emploi" de certains fichiers d'activités.

Vous bénéficierez donc au passage d'une illustration de séquence gérée sous forme de travail de groupes avec les élèves, bien que ce ne soit pas à proprement parler le sujet de ce stage. Mais cela dit, l'expérience que nous ont apportée nos précédentes rencontres avec les maîtres ou les professeurs convoqués à des stages comme celui d'aujourd'hui m'incite à dire quelques mots à propos d'un malentendu qui pourrait avoir cours sur ce type de formation...

Il y a en effet depuis quelques années une tendance de certains (au niveau de la formation) à utiliser un pléonasme et à parler de façon insistante et non dénuée de sous-entendus de "pédagogie différenciée"... C'est, à mon sens, un pléonasme car on voit mal comment la pédagogie pourrait, *a priori*, ne pas être automatiquement "différenciée" ! Si on dit pédagogie, on dit "art de parler aux élèves", art de s'adresser à eux pour faire passer un message ; il doit donc y avoir "différenciation" quelque part, puisqu'il faut bien tenir compte du récepteur si l'on veut faire passer un message... En bonne logique le mot "différenciée" est donc déjà à l'intérieur du mot "pédagogie". Mais depuis quelques temps, la "pédagogie différenciée" est devenue une expression toute faite, une locution qui forme un tout, qui ne recouvre pas vraiment un discours pédagogique proprement dit, mais qui demande à être traduite par les initiés sous la forme suivante : "tous les élèves pourraient réussir *si les maîtres étaient capables de trouver* le bon discours adapté à chacun des enfants". A partir de là tout enseignant est suffisamment sensé pour tirer lui-même toutes les conséquences des postulats...

Si donc tous les professeurs étaient capables de faire de la "pédagogie différenciée", tous les élèves réussiraient ! Malheureusement pour soutenir de telles directives, il faut faire l'impasse sur toutes les difficultés du système, or la réalité ne se laisse pas souvent oublier. La première de ces "impasses" consiste par exemple à simplifier outrageusement les problèmes de différenciation en posant que tous les élèves sont, soit "auditifs", soit "visuels"... et qu'il suffit d'adapter sa pédagogie de façon à prendre en compte simultanément ces deux catégories. C'est évidemment oublier l'immense hétérogénéité des élèves.

Il n'est pas besoin de regarder une classe bien longtemps pour s'apercevoir qu'il y a notamment les enfants qui sont tombés tout petits dans "l'Ilyade et l'Odyssée", et les enfants qui ont l'air d'avoir fixé définitivement leur destinée scolaire dans la quête d'un crayon à tailler par les deux bouts ou d'une gomme à machouiller : ceux qui n'ont jamais leurs affaires et auxquels leurs camarades ont renoncé à confier les leurs de peur de les voir disparaître... L'oubli de cet énorme "gradient de niveau" entre les élèves rend caduque et irréaliste les tentatives sophistiquées de "groupes de besoins" et les transforment inéluctablement en banales mises en place de "groupes de niveaux". C'est-à-dire qu'il est rarissime, dans la pratique quotidienne, de réussir une véritable différenciation qui ne soit pas en réalité une différenciation *portant sur les contenus*. L'hétérogénéité des élèves est telle qu'il serait trop facile de faire porter toute la responsabilité sur l'inaptitude du discours à se personnaliser en fonction des élèves.

La deuxième impasse que l'on se permet le plus souvent c'est de s'affranchir allègrement d'une particularité pourtant bien connue : l'apprentissage des mathématiques est un apprentissage *difficile* et les divers "fiascos" que l'on peut sans peine y recenser soulèvent de si épineux problèmes pédagogiques qu'on voit mal quelle politique des "y a qu'à..." peut permettre de les supprimer ! Pour avoir une idée des difficultés à satisfaire le "cahier des charges" d'un cycle quelconque, il suffit au professeur de 6ème d'allez jeter un coup d'œil sur les manuels ou sur les fichiers du CM2. Et si vous êtes maître de CE2, allez jeter un coup d'œil sur les programmes de CE1, vous vous demanderez comment on peut avoir l'ambition de faire ingurgiter autant de choses à un élève "de la classe d'avant" ! Et vous resterez songeurs quand, en plus, vous aurez constaté que ces manuels ou ces fichiers donnent la très forte impression de ne pas voir les difficultés qui, tous les jours encore, arrêtent la plupart de vos élèves... c'est-à-dire ceux "de la classe d'après" ! En deux mots : pour des capacités qui ne sont en définitive rien d'autre que celles qui sont testées par les tests d'évaluation — et qui se ramènent relativement facilement à une dizaine de thèmes —, vous vous apercevrez *qu'en amont*, il ne suffit pas de dire "je vais enseigner la gestion des données, la lecture d'énoncés, etc." ; mais qu'en réalité le programme fait obligatoirement passer tous ces champs par un magma énorme de connaissances . Dès lors, si un élève sort d'un cycle en n'ayant pas appris ou pas compris ce qu'il aurait dû apprendre ou comprendre, vous ne savez plus comment prendre les choses ni par "quel bout recommencer"... L'idéal, bien sûr, serait qu'il n'y ait pas à *refaire le cursus* mais qu'à chaque fois, quand on doit faire de la "remédiation", il y ait un moyen de trouver une solution qui consiste à dire : "tel élève a appris 50 %, 60 % ou 35 % du programme, il lui manque des choses que je vais essayer de lui faire apprendre à l'aide de ce qu'il a déjà assimilé correctement". Malheureusement, cela c'est le côté idéal : encore faudrait-il *que l'on sache le faire*, que l'on ne fasse pas seulement semblant de croire que la "remédiation" n'est, après tout que de la "re-médiation", c'est-à-dire un simple acte de répétition, et encore faudrait-il que les élèves qui ont besoin de "remédiation"... ne soient pas, en même temps, les élèves sur lesquels on constate le plus (statistiquement) l'inefficacité des retours en arrière !

Mais il y a pire : même lorsque l'on relativise honnêtement tous les aspects de l'apprentissage que je viens d'évoquer, on n'évite pas pour autant une troisième impasse qui consiste à perdre de vue le fait que le système est tellement impitoyable que, la plupart du temps, il ne permet même pas à un élève de "rattraper" son retard par des remédiations détournées. Pour vous donner une idée, revenons sur l'un des fiascos que j'ai signalés tout à l'heure en citant les questions de proportionnalité. Il est parfois possible d'aider à comprendre les problèmes de "règle de trois" par une sorte de "remédiation *a posteriori*" qui utiliserait des éléments de savoir dont on n'a pas coutume de disposer au moment même de l'apprentissage, mais qui peuvent constituer un appui pour la compréhension... Il y a notamment un de ces "biais" plus ou moins classiques qui fait des miracles en matière de "règle de trois", et que vous pourrez tester, par exemple, chez vos collègues littéraires qui se vantent de ne jamais rien avoir compris à la proportionnalité. Sur un problème comme : "15 kg de pommes de terre valent 45 F ; combien valent 7 kg ? ", il suffit de dire :

1°) C'est un problème de règle de trois",

2°) Pour trouver le résultat je doit effectuer

une opération du type : $\dfrac{\ldots \times \ldots}{\ldots} = \ldots$,

3°) Cela revient à calculer : $\dfrac{\ldots}{\ldots} \times \ldots = \ldots$,

et comme il s'agit de trouver un prix, cela revient à chercher *une fraction* du prix :

$\dfrac{\ldots}{\ldots} \times 45\text{F} = \ldots$, 4°) Reste à savoir si je dois multiplier par 7/15 ou par 15/7 ; mais je choisis en fonction du résultat que je dois obtenir : puisqu'ici le prix de 7 kg est nécessairement plus petit que celui de 15 kg ...

Vous vérifierez sans peine que cette "remédiation miracle" peut transformer la vie de vos collègues ! Elle se pratiquait d'ailleurs jadis en préparation au certificat d'études. Seulement le système est impitoyable : que pensez-vous qu'il advienne de l'élève qui n'aurait compris la proportionnalité qu'au travers d'une telle explication ? sera-t-il considéré comme "bon" en matière de proportionnalité ? ou le système est-il élitiste au point d'estimer que lorsque l'on demande à un élève de comprendre la proportionnalité, ce n'est pas en ce sens là, et que l'on ne doit pas se contenter de recettes de ce type ?

En vérité ce genre d'explication est, par essence, réservé à des élèves qui sont, pratiquement d'entrée de jeu, sur des "voies de garage"... Et il y a encore plus pervers à constater lorsque l'on s'intéresse à l'autre des "fiascos" dont j'ai parlé : celui qui touche à la gestion des données. Comme chacun sait, ce domaine qui commence par la simple lecture des éléments d'informations contenus dans un texte ou dans un tableau se prolonge au cours des cycles du collège et du lycée par un domaine plus mathématique qui est celui des statistiques : comprendre différents caractères d'une population, mettre ensemble diverses qualités des individus d'une collection donnée, et débouche à un niveau plus scientifique sur des études générales de populations, sur des constructions de diagrammes variés, sur des calculs de moyenne ou de densités de répartition, etc., etc. Mais dans la mesure où nous avons vu tout à l'heure que la gestion des données est un des critères de sélection importants entre "bons" et "mauvais" élèves, qu'il y a "ceux qui savent" et "ceux qui ne savent pas", on peut légitimement se demander ce que prévoit l'enseignement des maths dans le domaine des statistiques, en prolongement des carences frappantes en matière de gestion des données... Eh bien la réponse est simple : *il ne fait pas de statistiques !*

Certes, une telle affirmation risquerait de provoquer des réactions outragées de la part des concepteurs des programmes ou des inspecteurs chargés de les faire respecter, il n'en reste pas moins que les statistiques ne sont pas autre chose que le "parent pauvre" des cours de mathématiques. Quand on lit les programmes ou les instructions officielles, on risque effectivement d'en trouver trace, mais combien de professeurs leur attachent-ils une "importance mathématique" ? combien les rejettent-ils pour la fin de l'année ? combien parviennent-ils à y consacrer le temps nécessaire pour combler les lacunes de leurs élèves en matière de gestion des données ? Pour avoir une idée de la réponse, il suffit pratiquement de chercher le temps passé par la plupart des professeurs de quatrième sur un chapitre qui n'est pourtant pas particulièrement "statistique" mais qui a simplement eu le malheur d'apparaître dans les programmes et les manuels sous la rubrique "gestion des données" ; je veux parler du chapitre sur la linéarité et les droites d'équations $y = ax$ ...

Pourquoi ce désintérêt qu'il ne faut pas regarder nécessairement comme une preuve de mauvaise volonté ? L'explication est à la fois structurelle et conjoncturelle. La première raison en est que les professeurs de maths n'aiment pas les statistiques ! pas plus d'ailleurs qu'ils n'aiment les sciences physiques, la géométrie dans l'espace ou même les probabilités... Les mathématiques sont une activité spéculative, donc abstraite, et les "bons" élèves en sont si persuadés qu'ils n'aiment pas n'ont plus les statistiques et que si vous leur en proposez un exercice, il y a de fortes chances qu'ils vous disent que ce ne sont pas des maths ! Ne leur réserve-t-on pas, en terminale C la seule partie un peu noble de ce domaine que constituent les probabilités ? Pour être (ou paraître ?) intelligent, il faut savoir appliquer des théories générales et abstraites sur des cas concrets, mais en réalité une des caractéristiques fondamentales de l'enseignement des mathématiques est de ne pas vraiment former à cet aspect de la question et de se consacrer au versant abstrait en postulant que les élèves qui franchiront ce cap sauront bien en gérer seuls les applications au moment voulu. De ce fait, c'est dans des sections comme celles de CAP, de Bac F, ou de bac professionnel que les statistiques sont le plus développées.

La deuxième raison tient plus à l'économie générale des programmes actuels. En effet, s'il est encore relativement réalisable pour un professeur de collège d'intégrer les statistiques à ses progressions, il n'en va pas de même au lycée car les études statistiques qui ont été retenues concernent plutôt les moyennes et les écarts dans les populations, et touchent de ce fait plutôt à la *géométrie*. Or l'armature des programmes à partir de la seconde est d'abord fondée sur l'analyse, c'est-à-dire sur l'introduction des *fonctions* ; si bien qu'il devient très difficile pour le professeur de trouver une unité à son cours. Si les statistiques consistaient plus systématiquement à étudier des variations dans le temps de phénomènes comme les taux d'inflation ou des évolutions de paramètres démographiques divers, on serait amené à étudier des fonctions et le domaine des statistiques s'intégrerait sans doute mieux au contexte général. Il semble au contraire que les programmes aient précisément choisi l'aspect qui entraînera le mieux la marginalisation de ce domaine...

Bref : si l'on s'affranchit de l'hétérogénéité des classes, de l'élitisme naturel et du goût de l'abstraction qui sont des constantes de l'enseignement des mathématiques, on peut effectivement prétendre que la solution miracle est de “différencier la pédagogie” ! Rien n'empêche même d'organiser des stages de “formation” où l'on invoquera quelques pères fondateurs de la didactique, où l'on évoquera quelque gourou de la pédagogie actuelle et où l'on délivrera quelques “pistes”,... que l'on se gardera bien de mettre soi-même en œuvre et que l'on chargera les professeurs d'appliquer dans leurs disciplines respectives ! Cela ne mène nulle part, cela déconsidère la “pédagogie différenciée” (ce qui n'est pas très grave), mais cela déconsidère aussi la pédagogie elle-même, c'est-à-dire “l'utopie” que j'évoquais tout à l'heure, qui est pourtant “porteuse” tant qu'elle consiste à se demander s'il y a moyen d'améliorer les discours vis-à-vis des élèves... C'est dommage ; d'autant plus que dans des stages comme celui-ci sur les tests d'évaluation cela revient tout bonnement à court-circuiter la bonne problématique, c'est-à-dire celle qui consiste à réfléchir sur les erreurs. Or c'est une bonne chose de réfléchir sur les erreurs de nos élèves, d'abord de simplement *regarder* les erreurs, puis de chercher en quoi elles consistent, d'où elles viennent et enfin de se poser un certain nombre de questions pour savoir s'il est possible de les prévenir ou d' y remédier. C'est l'un des aspects de ce stage auquel nous espérons que vous prendrez part : prendre un moment pour se mettre à réfléchir sur des erreurs précises et voir si l'on peut concevoir à partir de cette analyse des séquences d'enseignement.

Rassurez-vous il ne s'agit pas d'un quelconque endoctrinement, et vous aurez encore le droit, après le stage, de vous mettre en colère si un élève s'obstine à ne pas comprendre malgré tous vos efforts ! Ce que nous espérons c'est que vous découvriez l'insondable abîme de réflexion sur le fond, auquel on est très vite confronté dès que l'on s'investit un tant soit peu dans ce genre de problématique. Vous glisserez alors petit à petit vers la seconde utopie que j'ai annoncée : celle de "contenu" ; et vous en viendrez forcément à la question : « que faut-il enseigner pour que cela passe ? Y a-t-il moyen de trouver un *contenu d'enseignement* qui serait optimisé, d'une part en fonction des erreurs qui sont faites et d'autre part en fonction des cahiers des charges de chaque cycle d'enseignement ? ». C'est évidemment une question redoutable (vous n'arriverez pas au bout), mais c'est une bonne question et c'est celle qui devrait justifier l'existence de ce stage...

C'est en effet "l'utopie du contenu" qui a sous-tendu depuis un certain nombres d'années le travail de l'Irem. Cela consiste donc dans l'idée qu'il convient avant toute chose de réfléchir sur les programmes et sur les diverses possibilités de "faire passer" tel ou tel domaine de ces programmes. Cela revient en fin de compte à mettre sur pied des séquences plus ou moins longues d'apprentissage destinées aux élèves, et il se trouve qu'au niveau du collège, l'Irem avait entamé un tel travail depuis bientôt quinze ans, c'est-à-dire bien avant les campagnes d'évaluation qui vous ont amenés ici. Ce sont de telles séquences que nous vous proposons d'étudier et de critiquer, en sachant qu'elles n'ont pas été conçues dans une optique précise de "rémédiation", mais qu'elles n'en couvrent pas moins tout le programme de sixième et qu'elles ont l'ambition de ne pas éluder (au contraire) les divers obstacles rencontrés dans la pratique.

Autant dire, s'il en était besoin, que les erreurs qui nous semblent par conséquent les plus intéressantes appartiennent surtout à la catégorie que j'ai appelée tout à l'heure "des erreurs de type épistémologique" ; et pour préciser un peu notre point de vue je reviendrai donc rapidement sur les deux exemples que j'avais alors évoqués.

En ce qui concerne l'introduction au domaine numérique en début de collège, le problème nous avait semblé tellement vaste, il y a une dizaine d'années, que nous avions suggéré à une trentaine de professeurs de se mettre, chacun de leur côté, à créer des fiches sur tous les sujets de sixième et de cinquième qu'ils rencontraient dans leurs classes... Cette production anarchique s'est peu à peu mise à couvrir tous les points du programme et nous nous sommes retrouvés à la tête de plusieurs centaines de fiches d'exercices, qui pouvaient tout aussi bien constituer des séquences d'apprentissages que des outils d'évaluation. Bien entendu ces fiches touchaient à tous les aspects du numérique : addition, multiplication, division, ordres de grandeurs, etc., etc. Nous avons alors scindé toutes ces fiches en fonction des différents thèmes et nous avons créer des groupes de travail constitués de quatre ou cinq professeurs. Chacun de ces groupes a mis plusieurs années avant d'aboutir à une forme de synthèse qui débouche sur des propositions de séquences pédagogiques.

Le projet de ce stage est d'essayer de vous expliquer à quoi ont abouti les professeurs qui ont réfléchi dans des domaines proches des items constituant les évaluations de sixième. Dès lors vous constaterez par exemple la façon dont les problèmes que j'ai pu évoquer dans la seconde partie de cet exposé autour de l'exemple de la "division par 0,1" peuvent être intégrés dans une séquence très vaste destinée à introduire les fractions. Une telle séquence se propose en effet d'aborder aussi bien les questions d'échelles, de pourcentages, de partages, de multiplication ou de division par des décimaux, afin de structurer du mieux possible l'ordre dans lequel ces notions doivent être abordées. Elle fournit au passage un bon exemple de tentative pédagogique "spiralaire", dans la mesure où les auteurs se sont efforcés de toujours mener de front les divers concepts, en cherchant à ne faire que le minimum de "sauts" dans la progression. C'est aussi, par delà l'apprentissage proprement dit, une approche possible de la remédiation nécessaire au élèves faibles, car il est clair qu'une démarche de ce type est obligée de s'appuyer sur des bases réassurées avant d'aller plus loin, tout en n'éludant pas toutes les questions importantes, comme (par exemple) celles qui portent sur la nécessité ou non de revenir sur les "tables", sur les algorithmes de division, ou sur l'usage des calculettes... Tout ceci fait donc partie d'une réflexion globale ; il ne s'agit nullement de l'imposer, mais de l'exposer et de l'expliquer : ce que nous pouvons vous apporter, c'est simplement une façon de rentrer dans les problèmes, l'état d'une réflexion. A chacun d'en tirer parti en fonction de ses démarches personnelles.

Le deuxième exemple que j'avais donné à propos des erreurs "de type épistémologique" concernait ce qu'il est désormais convenu d'appeler le "sens des opérations". C'est un problème énorme sur lequel l'école élémentaire fait déjà porter un effort conséquent : que cela s'appelle "lecture d'énoncés" ou "sens des opérations", on propose aux élèves quantité d'activités : "je lis l'énoncé, je souligne les chiffres qui sont importants, je cherche les données, je dégage ce que je sais et ce que je dois trouver" ; on essaie au maximum de séparer les difficultés, c'est-à-dire de proposer d'abord des énoncés sous la forme "quels sont les nombres qui vont servir", "quelle opération dois-tu faire ?" ; on essaie même de donner des exercices du type "voici un énoncé, trouve toi-même les questions à poser", etc. Bref les instituteurs de Cours moyen font tellement décortiquer les énoncés qu'ils sont généralement stupéfiés de voir à quel point les élèves de collège ont encore besoin de revenir sur les choses les plus élémentaires ! Il n'empêche que c'est un domaine sur lequel l'Irem a beaucoup réfléchi et sur lequel on ne dispose guère de méthode : on est au fond obligé de toujours recommencer le B-A, BA en l'orientant un peu plus dans l'optique numérique du collège, et surtout en essayant d'anticiper le stade suivant qui amènera les élèves au niveau de la traduction algébrique des énoncés. Il faut bien comprendre en effet que la question de la lecture d'énoncé est *centrale*, et pas seulement à cause des problèmes immédiats posés à certains enfants au simple niveau de la langue. Il y a encore trente ans les élèves qui sortaient du CM2 étaient scindés en trois catégories : la catégorie des élèves qui allaient au collège et qui apprendraient l'algébrisation des problèmes et la catégorie des élèves qui allaient au certificat, qui n'apprendraient pas l'algébrisation des problèmes mais qui apprendraient la "méthode arithmétique" (c'est-à-dire en fait une sorte de "raisonnement à outrance à partir des énoncés"). Il y avait même la catégorie de ceux "qui n'auraient jamais leur certificat" ! Aujourd'hui tous ces élèves vont au collège et tous ces élèves seront confrontés un jour à l'algébrisation. Or quand on regarde de près l'algébrisation d'un problème on s'aperçoit que, sur bien des points, c'est une tout autre démarche que celle de lecture d'énoncés en vue d'une résolution arithmétique du problème. Avant, au niveau du certificat, on posait par exemple des problèmes "de fausses suppositions" ; aujourd'hui les fausses suppositions sont un cas particulier banal de l'algébrisation et de la mise en équations. La démarche de pensée est d'ailleurs à tel point différente que, l'année dernière, au brevet des collège, il y avait un problème qui pouvait se résoudre par "les fausses suppositions"..., et, voyant que certains élèves avaient utilisé cette méthode, des professeurs ont avoué lors de la correction : "je ne sais pas corriger, je ne sais pas ce qu'il veut dire" ! Il ne reste qu'un espoir : que la méthode algébrique apporte réellement une puissance de lecture, de traduction et de résolution telle qu'elle économise des formes trop sophistiquées de raisonnement, et devienne de ce fait un moyen de faire faire des progrès à un plus grand nombre d'enfants. C'est en ce sens qu'il faut que les erreurs constatées au niveau des évaluations soient effectivement des erreurs de nature épistémologique et non pas simplement des fiascos...

Il ne resterait plus alors qu'à savoir gérer didactiquement l'apprentissage des savoir-faire en matière d'algébrisation des énoncés ! C'est là aussi un domaine où l'Irem est susceptible de vous proposer quelques idées, sous forme de séquence longue, étendue à tout le cycle du collège. Disons simplement, pour en résumer le fil conducteur, que les auteurs de cette "séquence" ont tenté d'entrer dans le problème avec l'idée de séparer au maximum les diverses étapes, tout en essayant de proposer pour chacune de ces étapes divers types de préparation spécifique. Pour l'expliquer autrement, je pourrais dire qu'ils se sont fixé comme objectif d'éviter du mieux possible la méthode du "ça passe ou ça casse", un peu comme s'ils avaient cherché à filmer au ralenti les explications classiques qu'un professeur est amené à développer lorsqu'il montre à ses élèves comment on lit un énoncé, comment on choisit les données ou les inconnues, en vue de sa mise en équation. Il est relativement facile d'extraire d'une telle observation des "instantanés", des "flashes" qui, chaque fois font appel à une foule de prémisses et de savoir-faire de la part des élèves. En définitive la séquence à laquelle ils ont abouti n'est rien d'autre qu'un long et lent développement de tels instantanés, sur lesquels ils ont tenu à apporter le maximum d'aide aux élèves. Là encore nous pensons que, même sans vous demander d'adhérer totalement à l'ensemble de la démarche, il y a matière à réfléchir et discuter...

Le but de ce stage est donc essentiellement de vous proposer *une réflexion sur les contenus* ; qu'il s'agisse de problèmes de géométrie, de problèmes numériques, de difficultés entraînées par la lecture d'énoncés, etc., etc. Il ne s'agit pas de présenter des remèdes miracles ou de prétendre disposer de réponses à des questions que nous ne savons pas résoudre à l'heure actuelle. Nous pouvons tout au plus chercher à communiquer "l'état d'une réflexion" qui est menée depuis une dizaine d'années sur tous ces sujets au sein de l'Irem.

En guise de conclusion, je pourrais donc dire que nous ne sommes pas porteur d'une quelconque "bonne nouvelle", mais simplement *d'informations*... D'informations sur certaines méthodes, sur certains documents destinés aux élèves et sur les raisons qui nous ont conduits à les réaliser, ainsi que sur leur mode d'emploi. Cela ne signifie pas pour autant que ce stage soit "neutre" ou "innocent" : il est fait par l'Irem, avec ce que l'on pourrait appeler la "philosophie", la personnalité propre de l'Irem. Et vous avez dû comprendre, après ces analyses, que l'Irem n'est pas vraiment spécialisé dans la pédagogie théorique et qu'il s'est plutôt consacré jusqu'à présent à la réflexion sur le contenu. Pour préciser encore, il faudrait d'ailleurs ajouter qu'il a surtout centré sa réflexion dans le domaine du collège, et qu'il n'a jamais cherché à scinder le collège en deux : faire des "vraies maths" avec les bons élèves et des "maths pas vraies" avec les élèves faibles. C'est-à-dire que sa philosophie a toujours été tournée vers le *collège unique*... Ce qui ne signifie pas vers le *professeur unique* : il y a de nombreux professeurs qui y ont réfléchi ensemble sur les contenus et qui ont cherché à mettre au point des séquences d'apprentissage ! En voyant les choses de l'extérieur, je dirais pour résumer que tous ceux qui sont restés à l'Irem et y ont trouvé de l'intérêt sont simplement des professeurs qui ont compris qu'on pouvait de temps en temps prendre du plaisir à "redescendre sur terre", ce qui ne signifie pas nécessairement qu'il y ait un renoncement à "enseigner des maths"...

Et pour conclure cet exposé, permettez-moi de revenir un instant sur l'injonction du Recteur que j'évoquais au début, et qui "suggérait instamment" à l'Irem d'organiser une "formation à la remédiation à partir de la théorie didactique de l'erreur". Vous avez sans doute compris que c'est moi qui ai reçu cet appel et il se trouve qu'à l'époque j'avais raconté l'anecdote à un collègue qui avait été mon prédécesseur comme directeur de l'Irem. Bien entendu, nous nous indignâmes d'un même élan (comme il convient à deux responsables d'une telle fonction)... et comme nous cherchions les mots qu'il fallait pour fustiger un tel "interventionnisme" du Recteur, mon prédécesseur me dit cette phrase qui m'a donné beaucoup à réfléchir et qui a sans aucun doute très fortement guidé mon discours d'aujourd'hui : « au fond, il n'a toujours pas compris que la remédiation, cela n'existe pas ! ... et qu'il n'y a qu'une seule chose, c'est que *les élèves ne s'ennuient pas* ! »

Je laisse cette idée à votre méditation en espérant vous avoir apporté quelques éléments de réflexion au travers de cet exposé, j'y ajouterai simplement un commentaire : il n'y a pas de raison de ne pas ajouter à cette phrase le raisonnement par récurrence que j'avais appliqué dans mon introduction à l'autre phrase (celle de la formation à la remédiation...) ; c'est-à-dire que l'on devrait pouvoir la vérifier, elle aussi, au niveau de la formation... Donc si vous ne trouvez pas dans ce stage tous les moyens de "remédier" dont il serait souhaitable de disposer avec les élèves, peut-être y trouverez-vous quelques idées supplémentaires pour qu'ils ne "s'ennuient pas" !

En tout état de cause, il n'existe sans doute pas de "remédiation" à cette formation... : nous ne pouvons espérer qu'une seule chose : que vous ne vous ennuyiez pas !

Je souhaite donc que nous ne vous ennuierons pas...