## LA RUBRIQUE « POINT DE VUE »:

Un lieu de débat pour les enseignants de Mathématiques

La rubrique « POINT DE VUE » est destinée à être un lieu de débat et un outil de réflexion pour les enseignants de mathématiques sur tous les sujets qui concernent leur profession.

Elle accueille dans ce numéro une réflexion sur l'enseignement et la pédagogie proposée par Raymond Barra, ancien directeur de l'Irem de Poitiers, et par Eric Brauns, professeur agrégé de philosophie à Saint-Maixent

Cette rubrique est ouverte à tous et destinée à recevoir des articles courts, d'environ trois pages...

Nous attendons vos propositions.

Le Comité de Rédaction

# QUELQUES REMARQUES SUR LES NOUVEAUX POSTULATS EN PEDAGOGIE ET LEURS CONSEQUENCES EN MATHEMATIQUES

Raymond BARRA Eric BRAUNS

L Nous ne parlerons pas des réformes successives sinon pour dire notre étonnement : il nous semble que, pour améliorer le fonctionnement d'un système, il faille d'abord l'analyser très finement afin d'en déceler les qualités et les défauts, qualités et défauts jugés par rapport à des objectifs nettement explicités. A notre connaissance ce travail n'est pas fait (à signaler toutefois que les programmes de 1985, en second cycle, sont accompagnés d'un exposé des motifs bien apprécié, mais qui nous semble encore loin de l'analyse demandée).

Au contraire, tout semble se passer comme si les réformes mettaient en application les préjugés ou les théories de tels ou tels; mais l'expérience montre que la réalité ne se laisse pas enfermer dans une théorie, et que les expériences locales, même très réussies, ne peuvent se transformer en recettes pour tous (la passion n'est peut-être pas transmissible).

2. Nous ne parlerons pas des programmes; à notre avis, ils sont trop lourds. Même les nouveaux. Ils le sont moins qu'il y a quelques années, mais ils le sont bien plus qu'il y a quarante ans; il serait facile de démontrer qu'un élève qui sortait de *Première* en 1950, connaissait sensiblement moins de choses qu'un élève actuel; et même si, à l'époque, l'horaire était moindre, l'écart ne se justifie pas; il y a des limites à ce que l'on peut engloutir.

Il est vrai que nous formons maintenant beaucoup plus de bacheliers, et parmi ceux-ci une élite beaucoup plus nombreuse que par le passé, et certainement plus performante. Mais il est vrai aussi qu'une grande majorité de nos élèves souffrent d'une magnifique indigestion de connaissances, qui alors restent à l'état formel et ne peuvent, par manque de temps, se transformer en savoirs. Précisons les différences entre connaissances et savoirs.

Une connaissance ne devient pas nécessairement un savoir. Elle demeure formelle au sens où elle témoigne d'une capacité intellectuelle de rétention (conservation, mémorisation) et de restitution. La connaissance peut être éparse : avoir à sa disposition une quantité plus ou moins grande de recettes disponibles en vue d'une application. La connaissance est quantitative, analytique, elle peut être fragmentaire, séparée, hétérogène.

Un savoir se définit par des propriétés, qualitativement :

a/ n'est savoir que ce qui est ordonné, organisé, structuré selon une norme qui exige que ce qui vient en premier constitue l'ensemble des fondements et ce qui vient en second comprend tout ce qui est déductible des fondements. Un savoir n'est par conséquent jamais un recueil de résultats (privés de la procédure qui y a conduit) ou une nomenclature. Un savoir est synthétique.

b/ Un savoir est conscient de soi, sait pourquoi il est savoir, sait sur quoi il repose (ses conditions de vérité). Il se distingue de l'opinion qui se présente toujours comme indépendante de tout préalable, comme immédiate et absolue. Un savoir est nécessairement critique tandis que l'opinion se donne pour inconditionnée.

c/ Un vrai savoir n'est jamais erratique ou isolé, il indique sa relation aux autres savoirs, son interdépendance. Il répond par sa relativité à l'unité du réel dont la diversité ne signifie pas incohérence.

d'Un savoir s'accompagne d'une méthode, c'est-à-dire explicite le lien logique qui permet de reparcourir les phases du raisonnement, donc de le refaire et de le faire refaire (= de l'enseigner). Il y a une grande différence entre la méthode d'un savoir et une technique de connaissance (par exemple un procédé mnémotechnique, un système d'abréviation, etc.).

Alors que la connaissance se présente plutôt comme un stockage et une classification, le savoir se distingue comme une effectuation, une construction, une démarche de la pensée réitérable à travers une série d'opérations.

Les connaissances ne peuvent pas se transformer en savoirs car les élèves reçoivent un grand nombre d'outils dont on veut qu'ils se servent presque aussitôt avec intelligence. Finalement pour beaucoup, les notions générales ne sont pas bien comprises, la technique est mal assurée, et le raisonnement mal formé. L'affirmation est vérifiable. Voir, par exemple, les enquêtes individuelles faites ici où là, l'évaluation faite par le Ministère en fin de classe de seconde sur 11000 élèves, etc. [Certains, pensent que manier trop peu d'outils conduit à la sclérose. C'est généreux mais déraisonnable. Contrairement à ce que l'on semble croire, il ne faut pas beaucoup de connaissances pour entamer des études supérieures, mais il faut surtout une tête bien faite (et pour le futur citoyen, aussi). En ce moment, on fabrique surtout des têtes trop pleines ; et la sclérose s'installe, parce que, ne pouvant pas comprendre et faire tout ce qu'on voudrait qu'ils comprennent et fassent, les élèves se réfugient dans les "recettes" de type algorithmiques et "oublient" de réfléchir. Il y a sclérose par submersion. On peut faire valablement des mathématiques avec beaucoup moins d'outils et arriver ainsi, avec plus de temps d'apprentissage à dispenser une bonne formation de base en mathématiques. Il

semble même que d'augmenter les temps d'apprentissage soit pour l'instant la seule façon d'y arriver. Et il n'y a pas lieu d'être inquiet : une tête bien faite comblera vite plus tard un manque de connaissances].

3. Nous ne parlerons pas des conditions matérielles, pourtant si importantes : on reçoit 30 à 40 élèves, (dans la littérature, on ne parle que de l'élève), on les reçoit à heures fixes, (un petit nombre d'heures) 30 semaines par an ; on les reçoit pour leur faire apprendre un programme fixé, etc. Il nous semble qu'une théorie qui n'intègre pas ces contraintes réelles comporte toujours une bonne part de poésie et reste quelque peu spéculative.

# 4. Disons quelques mots sur l'idée de pédagogie.

Il nous semble que le statut de la pédagogie pose la même question, à peu de choses près, que celle du formalisme logique. Faut-il étudier la logique avant les savoirs où ils sont mis en œuvre ou après? Si on l'étudie avant, la logique n'a pas de contenu et si on l'aborde après les sciences, elle est inutile puisqu'elle n'ajoute rien à sa mise en œuvre dans un domaine précis. La pensée peut-elle se prendre elle-même comme objet pour saisir ses lois de fonctionnement sans s'appliquer à des réalités particulières, donc à un domaine du savoir?

Si la pédagogie répond à son projet, prétend construire une théorie de l'apprentissage et de la communication des savoirs, elle est obligée de répondre à des questions préalables. Parmi ces questions, on peut envisager celles-ci: — Qu'est-ce que penser? D'où viennent les idées, comment se forment-elles, quelles sont les étapes de constitution des idées, depuis l'expérience sensible jusqu'au concept, en passant par l'image, la représentation? Qu'est-ce qu'on appelle "abstraire"? Quelle différence entre abstrait et concret?

Faute de s'entendre sur la distinction abstrait/concret, on ne peut que multiplier les équivoques.

— L'intelligence (ce qu'on appelle raison) est-elle une ou multiple ? Y a-t-il une typologie possible de l'intelligence qui ruinerait l'idée d'une raison universelle ? La critique du caractère pseudo-scientifique de la détermination du Q.I. par Albert Jacquard par exemple dans "Eloge de la différence" (Chap.7)(1) fait douter de l'affirmation de différences d'intelligence. Quelle est la réalité de la diversité, sa pertinence ? L'unité de la raison n'est en revanche pas tout à fait un postulat, même si ce n'est pas une vérité expérimentale.

— Y a-t-il une procédure naturelle de l'esprit humain? ou bien, tout ce qui est humain relevant de la culture, la façon dont travaille l'esprit est-elle toujours artificielle, liée à un temps, à un lieu, à des mentalités? Autrement dit, quelle est la permanence, la stabilité de l'ordre logique? L'ordre logique est-il un décalque de la structure même du cerveau humain (base organique) ou est-ce un mode de fonctionnement purement créé et muable, un comportement acquis et donc parfaitement modifiable?

— Qu'est-ce qu'enseigner ? Cette question ne relève pas de la seule psychologie au sens où l'idée que l'on se fait de l'enseigne-

<sup>(1)</sup> Seuil Points Sciences n°27.

ment, de la relation enseignante, est relative au modèle de société que l'on défend. Cette question touche à la sociologie et à la politique, c'est évident. Faire croire que la définition de la fonction enseignante (de la relation enseignante) est une tâche appartenant à la seule psychologie ou à une science de la communication (comme la publicité!) est un procédé pour dissimuler l'enjeu social et politique. C'est l'équivalent dans les sciences de l'éducation de la technocratie en politique (les rapports sociaux ne relèveraient que d'une science de la gestion en l'absence de tout rapport à une fin, un modèle, un dessein). Inculquer des connaissances, dresser, rendre apte à penser par soi : autant de manières d'enseigner que de formations sociales. Qui nierait que l'enjeu dépasse de loin l'idée de savoir pour toucher à cette liberté?

En bref, ces quatre questions (il y en a sûrement d'autres) ne peuvent pas être considérées comme des questions fermées, résolues. Ce sont des questions largement ouvertes et aucune science ne peut soutenir qu'elle y a répondu définitivement. Donc, on est dans le domaine des postulats, des demandes jusqu'à plus ample information. Or parmi les psychopédagogues, on a ceux qui simulent que ces questions sont scientifiquement résolues : le postulat se donne pour une vérité (scientisme). Et il y a ceux, dans le monde anglo-saxon surtout, qui tournent la difficulté en déniant à ces questions le statut de questions : leur argument est que le langage naturel dans lequel ces questions sont énoncées et débattues est tellement équivoque que ce ne sont que de faux problèmes, des questions de mots. Par conséquent, il n'y a plus de postulats, on peut les garder implicites, ne pas les produire et les soumettre à discussion. Les hypothèses, les a priori sur lesquels repose

la pédagogie sont débarrassés de leur caractère hypothétique (donc exposés à la critique). Comment on transforme l'hypothèse en certitude... Cette seconde attitude est argumentée par les héritiers de L. Wittgenstein, la philosophie analytique, la réduction du langage naturel, etc. (voir un petit livre suggestif: Jean Lacoste "La philosophie au XXè siècle" Hatier chap. 4 et 5).

Nous pouvons donc nous entendre sur un point au moins, c'est qu'il n'y a pas de vérité universelle en pédagogie (hormis deux ou trois truismes), il y a des convictions, ou si l'on veut mieux, des postulats. C'est pour cela que les débats en la matière sont si passionnés, à défaut d'être passionnants.

#### 5. Anciens et nouveaux postulats

Jusque dans les années 60 - 70, les pratiques pédagogiques sont régies essentiellement par deux postulats. Le premier dit que les savoirs sont transmissibles, et que tous, le savoir faire, le savoir dire, le savoir penser, se conservent et se transmettent de la même façon, qui est l'explication dans la langue maternelle, la monstration de l'acte, et le passage à l'acte. Le second dit que l'on apprend en allant du simple au compliqué, c'est le cartésianisme. Citons Descartes : "diviser les difficultés en autant de parcelles qu'il se pourrait et serait requis pour les mieux résoudre"; postulat approuvé par les rationalistes, et de nos jours encore par Popper, par Bachelard. [Dans "le nouvel esprit scientifique" (1934) Bachelard intitule son dernier chapitre (VI) "l'épistémologie non cartésienne". Mais en réalité le noncartésianisme de Bachelard vise essentiellement la physique et non les mathématiques dont il ne parle pas. Il ne traite pas non plus dans ce chapitre de la façon

d'enseigner. Pour Bachelard aussi on ne va pas du complexe au simple mais du simple au complexe. Le désaccord avec Descartes porte seulement sur la signification du simple et du compliqué].

Depuis les années 60 - 70, d'autres postulats sont nés, presque à l'opposé. Il est vrai que les applications rigoureusement excessives des précédents conduisent à de graves perversions, le dogmatisme par exemple.

Le hic est que beaucoup de gens pensent que ces postulats sont des vérités, et qu'en conséquence il faut les imposer à tous, au besoin autoritairement. L'intolérance n'est pas loin. Et nous voudrions montrer aujourd'hui, même si ce doit être très rapidement, que ces postulats ne sont que des postulats; et donc que, si comme tels, il est légitime que certains y adhèrent, il est non moins légitime que d'autres les refusent. Nous voudrions montrer aussi combien ils peuvent être nocifs lorsqu'ils sont poussés à l'excès.

Voici les postulats nouveaux qui sont arrivés:

Postulat 1: La connaissance ne peut pas et ne doit pas être imposée de l'extérieur, tout doit se passer à l'intérieur de l'apprenant. Voici quelques citations de promoteurs: "l'enfant doit intérioriser ses connaissances". "Il ne s'agit pas d'apprendre des connaissances de l'extérieur mais de donner à l'enfant une méthode qui lui permette de construire lui-même ses connaissances".

Quelques remarques sur ce Postulat 1 : D'abord c'est un truisme : il est évident que l'on ne peut pas penser à la place de quelqu'un à moins de lui dénier la pensée (ce qui réduirait à l'absurde la fonction enseignante puisque l'élève est censé a priori capable de penser).

Ensuite, c'est un pléonasme : on ne voit pas ce que serait une pensée qui fonctionnerait à l'extérieur de l'apprenant. Pour qu'une pensée s'immisce dans une autre pensée, il faut que celle qui subit soit complice ou participe car on ne voit pas comment une pensée pourrait se mettre à penser quelque chose qu'elle ne voudrait pas penser.

Enfin, si l'on pousse ce principe un rien, comment rendre compte, non plus de l'apprentissage, mais de la communication tout court ? Si rien ne doit "être imposé de l'extérieur" (hantise de l'aliénation, de la sujétion), comment comprendre la relation, la culture? Le langage est le tout premier acquis de l'être humain et avec lui vient l'identité (je, tu, il...), la constitution du rapport au monde, à autrui, à soi. Si l'homme devient homme par le langage, c'est-à-dire par acquisition, vouloir lui transmettre des connaissances autrement que de l'extérieur, c'est chercher à établir un rapport avec lui comme s'il était un nonhomme. Cela voudrait dire qu'enseigner, c'est nier radicalement la réalité des relations qui ont fait de l'élève un homme jusque là. Comment communiquer quelque chose autrement que d'une extériorité, c'est-à-dire sur fond d'altérité?

La proposition est tellement contradictoire (comme si le lien prof-élève devait inverser toutes les autres relations qui instituent un homme) qu'elle cache un autre propos dont elle n'est qu'une dérivation, à savoir l'idéologie de l'individualisme anglosaxon. L'individu autonome est premier,

chacun pour soi et selon son génie. Cette philosophie qui doit un peu à l'idéologie très vulgarisée de l'éthique protestante (mon salut est une affaire qui se règle entre Dieu et moi, sans pape, sans église) est une philosophie de l'indépendance et non de la liberté (qui suppose la dimension collective et universaliste). C'est une pensée de l'atome humain (qui "ne monte peut-être pas bien haut mais tout seul" comme disait Groucho Marx). L'exaltation de l'individu norme de toutes choses a fini par donner son fruit en pédagogie.

Les effets sociaux et politiques de l'individualisme sont bien connus : plus on glorifie l'individu et ses seules ressources personnelles, plus on renforce l'inégalité à la fois naturelle et culturelle. Naturelle parce que le faible sera marginalisé et tout juste assisté ; culturelle parce que ce système ne fait que souligner l'inégalité de l'acquis (les chances sont déjà socialement réparties).

Postulat 2: C'est l'anti-Descartes; on apprend en passant du riche et complexe au simple. Citons Piaget: "... chacun sait combien la notion du simple est relative à certaines mentalités adultes et combien l'enfant débute par le global et l'indifférencié" (Psychologie et pédagogie, Denoël 1969, p. 208).

Citons des disciples: "l'appréhension d'une situation n'est possible que si celle-ci est assez riche et il est souvent plus facile pour l'enfant de maîtriser une situation complexe qu'une situation trop simple ou schématique". (Toraille et alii, "psychopédagogie pratique", Istra, 1975, p. 277).

Piaget et ses disciples laissent bien entendre que ce sont les enfants qui ont besoin de situations riches, et qu'a contrario les adultes ne se trouvent pas mal dans des situations simples. Il faudrait donc sérieusement se demander si nos élèves de collège sont adultes ou enfants. En tout cas, au lycée, ils sont adultes.

**Postulat 3**: L'acquisition des connaissances ne suit pas un chemin linéaire, mais en spirale.

C'est ce dernier postulat qui se rapproche peut-être le plus, d'une vérité. Encore qu'il vaudrait peut-être mieux parler de paliers que de spirales, mais passons.

- 6. Certains *thèmes* reviennent souvent dans les discours des tenants de ces postulats.
- primat de la pratique sur la conceptualisation.
- l'idée que le point de départ de la connaissance est le concret, le vécu,
- simulation de la découverte, de l'invention,
- insistance sur la motivation, le désir, le gain, le truc utile.

Tout ceci dérive d'une invasion de pragmatisme à travers une psychologie expérimentale assez suspecte. Il ne suffit pas que de grands universitaires l'aient dénoncée publiquement. Il se trouve toujours des admirateurs plus ou moins scientistes pour croire tenir la philosophie de l'avenir comme Proudhon tenait la philosophie de la misère...

Pour le pragmatisme, un savoir ne peut prétendre au titre de savoir que s'îl est utile et que si son utilité est vérifiable expérimentalement (pragmatisme et empirisme sont nécessaires l'un à l'autre). Corollaires nécessaires :

— on ne peut pas apprendre quelque chose sans en voir l'efficacité,

- ce dont l'efficacité n'est pas expérimentable n'est pas un savoir mais une rêverie,
- constater, c'est comprendre,
- le sens des objets n'est pas distinct de leur usage (non seulement signification et usage sont déclarés synonymes mais l'usage détermine le sens et non l'inverse).

On pourrait poursuivre l'énumération des conséquences.

Le pragmatisme est essentiellement une éthique de l'intérêt: n'a de réalité et de pertinence que ce qui est utile, ce qui m'est utile (et grâce au moi comme repère, on retourne à l'individualisme). Tout savoir doit mériter d'être appris et cultivé en produisant ses lettres d'utilité. L'idée que le savoir soit (parfois, souvent, presque toujours) un long détour nécessaire loin de l'expérience afin de pouvoir mieux dominer cette expérience (= Platon) est invalidée comme l'idée qu'il peut y avoir un long écart de temps entre la saisie d'un savoir et sa mise en œuvre.

Ce pragmatisme – et cela résume bien sa courte portée intellectuelle – ramène la science à la technique.

7. Voyons si ces nouveaux postulats ont modifié la pédagogie et avec quelles conséquences.

Ce qui frappe d'abord dans la nouvelle pédagogie c'est la volonté de faire de l'élève ce qu'il n'est pas, ce qu'il ne peut pas être, à savoir un spécialiste. On voudrait qu'il soit lecteur avant de lui apprendre à lire, historien avant de lui apprendre l'histoire événementielle, mathématicien avant de lui apprendre des mathématiques. Prenons l'exemple de la lecture. Pourquoi a-t-on abandonné la méthode analytique qui pouvait se prévaloir d'un bon pourcentage de réussite, au profit d'autres méthodes (globale, semi, par hypothèse,...) dont l'efficacité ne semble pas meilleure? Ce qui est reproché à la méthode analytique, c'est "de partir du célèbre principe cartésien" (Repusseau, Pédagogie de la langue maternelle, PUF) qui "amène à faire de l'enfant un déchiffreur", et non "un lecteur découvreur".

Mais lorsqu'on lit les nouveaux pédagogues en la matière, on a vite fait de constater que leurs explications ne sont que des actes de foi. En réalité, ils n'ont que des postulats. Et discutables. On prétend que le sens est premier par rapport aux combinaisons des éléments sémantiques, que le mot écrit n'est pas un assemblage de lettres, que la phrase n'est pas un assemblage de mots; "lorsqu'on lit, on lit globalement", et donc il faut faire apprendre globalement (méthode globale). C'est vrai que celui qui sait lire, lit globalement (au moins en apparence), mais n'est-ce-pas justement parce qu'il fut d'abord déchiffreur? En tout cas, on retrouve là une caractéristique de la pédagogie moderne : vouloir transformer l'élève en spécialiste ; sous prétexte que celui qui sait opère d'une certaine façon, on veut que dès le début l'élève opère de la même facon ; on semble vivre dans l'illusion que les démarches du spécialiste sont naturelles à l'apprenant.

Il en va de même en Histoire: on invite constamment l'élève à se livrer à des critiques historiques de textes, à des critiques esthétiques de tableaux, comme si tout un chacun pouvait d'emblée parvenir à ce genre d'exercice, suffisamment pour en tirer profit. [Peut-on sans de solides

connaissances historiques se livrer avec profit à de telles activités, et doit-on s'étonner alors qu'en général les élèves ne puissent en tirer que des platitudes ?] Quant aux faits historiques, l'élève devra plus ou moins les apprendre tout seul. Ainsi dans le livre de J. Brignon (4ème), pour la période révolutionnaire, l'élève doit chercher tout seul le sens des mots comme "législative", "constituante", "convention", "girondins", "montagnards".

Et bien entendu, cela gagne les mathématiques. Comme si cela n'était pas suffisamment difficile d'apprendre à démontrer, voilà que de plus en plus de voix s'élèvent pour dire qu'il faut apprendre aussi et simultanément, à conjecturer, à mathématiser des situations, à trouver des contre-exemples, à résoudre des problèmes ouverts, etc. sous prétexte que c'est cela faire des mathématiques.

Admettons qu'il soit souhaitable d'apprendre le métier de mathématicien, mais est-ce possible ? ou plus précisément, peut-on faire apprendre simultanément toutes les démarches du mathématicien professionnel ? N'est-il pas préférable de les apprendre successivement ? Nous répondons oui à la deuxième question parce que ce choix est celui du moindre risque pour nos élèves.

Nous sommes convaincus qu'il existe pour l'apprenant des "passages obligés" et qu'il est plus rentable pour lui de les parcourir les uns après les autres, sauf rarissimes exceptions. Il existe des apprentissages qui sans être le reflet de ce que fait le savant sont néanmoins déterminants pour conduire à la compréhension, et aussi au savoir-faire du spécialiste. Il est des exercices qui présentent un minimum de difficultés et qui pourtant conduisent à la maîtrise.

Pourquoi sommes-nous si pressés? Oublions-nous les élèves que nous avons été? Admettons qu'un élève sorte du collège en sachant résoudre (ou du moins en sachant comment s'y prendre) un problème fermé ordinaire; c'est-à-dire qu'il saura, en géométrie, faire la figure, dégager hypothèses et conclusions, trouver une piste, justifier.

Pouvons-nous dire qu'un tel élève aura perdu son temps? Ne lui restera-t-il pas encore un souffle de vie pour apprendre plus tard, à conjecturer (autre chose que de fausses conjectures) à explorer, etc. ? (Et si déjà aussi "il sortait" du collège en possession d'un vocabulaire juste!).

Après tout nous sommes aussi hommes d'expérience, et nous pouvons dire ceci sans risque d'être démenti : celui qui ne sait pas faire des problèmes fermés ne sait pas pour autant faire un problème ouvert. Pour celui qui en cherche la clé, un problème fermé est un problème ouvert. [Note : on nous dit que ce disant, nous occultons le problème de la motivation. Voir plus loin].

Bref, ce qui frappe d'abord dans la nouvelle pédagogie, c'est la volonté de faire, d'emblée, agir l'élève en spécialiste comme si les démarches du spécialiste étaient innées, indépendantes du savoir accumulé.

Ce qui frappe ensuite, c'est le fait que l'on voit beaucoup de "choses" et de plus en plus tôt, c'est l'apparition d'une tendance à mépriser les exercices techniques, à vouloir privilégier la créativité.

Pourquoi en est-on arrivé là ? Parce qu'on semble de plus en plus séduit par l'idée suivante : on commence tôt une

notion réputée difficile, d'abord sans trop y toucher, puis on y revient l'année d'après en approfondissant légèrement plus, puis davantage l'année suivante, etc., et ainsi, à force de déposer des sédiments, on en arrive insensiblement à la couche complète. Quant au mépris qui perce çà et là, plus ou moins, pour les exercices techniques et leur répétition, cela semble venir de la croyance qu'il y a en mathématiques deux sortes d'activités, les nobles (découverte, créativité,...) et les moins nobles (techniques), avec l'idée consciente ou non, que la créativité est naturellement latente en chacun, qu'il suffit seulement de la stimuler pour la voir éclore et se développer.

#### Quelques remarques.

L'idée d'approfondir un peu plus chaque année est effectivement séduisante. Mais, il faut lors du premier contact avec la notion ou l'outil nouveau, aller suffisamment profond pour laisser trace; c'est dire qu'il faut consacrer suffisamment de temps au premier contact et donc déjà utiliser pour résoudre, et même résoudre plusieurs fois, des cas de même espèce. Ensuite, il ne faut pas attendre de laisser passer un an avant une nouvelle utilisation. Sinon, on repart de zéro chaque année.

Chacun peut vérifier cela et d'abord sur soi-même.

Or actuellement, du fait des contenus des programmes où il faut voir trop d'objets et utiliser trop d'outils, les temps d'apprentissage sont trop réduits.

En outre, cette pratique d'imprégnation par couches successives qu'il faut commencer à passer tôt, repose sur une idée, qui nous semble-t-il est fausse; c'est l'idée que

la difficulté d'une notion est intrinsèque à la notion. Les linguistes savent bien, que dans un groupe de langues voisines, lorsqu'on en sait deux, on apprend la troisième bien plus facilement et rapidement. Il en est de même en mathématiques, un esprit dégourdi apprend de plus en plus vite. Alors, au lieu de mettre horizontalement un grand nombre de notions et d'outils, et de les approfondir toutes et tous au fur et à mesure, on pourrait travailler avec moins. et avec le temps gagné, dispenser une meilleure formation en techniques et en méthodes; les suppressions de départ seraient vite reconquises par la suite, et peut-être mieux.

Quant aux mépris pour les exercices techniques et leur répétition, rien ne le justifie ; qu'on le veuille ou non, répétition et mémorisation sont des activités nécessaires et essentielles. Qu'importe si cela se nomme dressage, mimétisme ? Qu'importent les mots face à la réalité ? Pourquoi nier cette réalité que faire preuve d'intelligence c'est d'abord savoir refaire ? (D'ailleurs savoir refaire avec intelligence n'est pas mimer, la preuve en est que n'importe qui n'en est pas capable). Il n'y a pas génération spontanée de l'intelligence et de la créativité, être intelligent et créatif cela s'apprend, avec beaucoup de temps et dans cet apprentissage, technique et concept ne s'opposent pas mais sont dans un processus dialectique.

8. Mais revenons au premier postulat, celui qui dit que la "connaissance doit venir de l'intérieur", pour voir comment il est appliqué en pratique.

On dira alors que "les mathématiques doivent être découvertes par des expériences

effectivement réalisées (Toraille et alii, op. cité p. 273 - 274). [Toraille et alii, préconisent les méthodes actives bien sûr, et concluent "qu'il convient de laisser jouer librement l'invention des enfants et que, pour le maître cela signifie avant tout se résoudre à ne pas enseigner" (op. cité ibidem).]

Voici ce qu'on lit dans la circulaire ministérielle pour le Primaire du 2 janvier 1970 : permettre à *l'enfant*, "à partir de l'observation et de l'analyse de situations qui lui sont familières, de dégager des concepts mathématiques, de les reconnaître, et de les utiliser dans des situations variées".

Voici des propos souvent entendus :

"Il faut mettre l'élève en situation d'agir, de voir, d'observer, donc de découvrir". En outre les psychopédagogues n'ont pas été longs à s'apercevoir que les mathématiques sont par nature abstraites, ce qui les rend difficiles, d'où nécessité de les rendre concrètes par des manipulations, des activités expérimentales, ...

"Il faut supprimer le cours magistral, car il est dogmatique, par des activités".

"Il faut proposer aux élèves des situations dans lesquelles ils doivent inventer du nouveau" (souligné par nous).

Après la rigueur étouffante de l'enseignement bourbakiste, voici venir le règne de l'empirisme, du tâtonnement expérimental. Ainsi dit Chevallard: "la pulsion empiriste, dont nous avions souligné la prégnance remarquable, déjà mortelle en géométrie, se traduit, dans le reste du cursus du collège, [...] par l'insistance naïve sur le concret, et par le concours constamment réaffirmé à des "activités" dont l'enseignement cherchera, à bon droit, mais fréquemment en vain, la substance" (Petit x n° 19 p. 43).

Qu'est-ce qui se cache derrière la hantise du concret, du vécu, du quotidien? Cette méfiance à l'égard de l'abstraction, de la théorie, des concepts, de ce qu'on bannit sous la caricature d'idéalisme, est en réalité un combat contre la raison. On laisse croire que la connaissance doit tout à la perception et que la raison n'est tout au plus qu'une généralisation des messages des sens: la raison classe et compare.

L'idée que la raison est productive, que l'homme crée du rationnel qu'il réalise et que, somme toute, la raison est infiniment plus riche d'inventions que le réel dans son inextricable banalité, cette idée rationaliste est combattue par l'inféodation au soi-disant réel. Bachelard, dans cette ligne, écrivait que "la science n'est pas rationalisation du réel mais réalisation du rationnel".

Que retenir de tout ce qui précède? Il faut noter le caractère généreux et même progressiste du postulat. Qui pourrait soutenir qu'il est préférable qu'un élève apprenne passivement? Qui pourrait soutenir qu'il est nuisible qu'un élève construise lui-même ses connaissances? Mais il faut distinguer entre le souhaitable et le possible; il faut même se demander si en poussant "le bouchon trop loin" certains ne proposent pas des remèdes pires que le mal, qui en pratique aboutissent à des caricatures d'enseignement scientifique où finalement on n'apprend pas grand chose.

### Voici quelques remarques sur lesquelles on peut s'accorder peut-être.

— Il est indéniable que l'on apprend en faisant et d'ailleurs personne ne le nie. Mais il est vrai que l'on apprend aussi en regardant faire, surtout si celui qui fait explique à celui qui regarde, le pourquoi et le comment

de ce qu'il fait. Dans quelque domaine que ce soit tout apprenant a besoin d'un modèle.

- Il ne peut y avoir d'expérience scientifique sans théorie ; l'observation scientifique n'est pas contemplative.
- L'observation et l'expérimentation immédiates ne mènent pas à la connaissance ; l'évidence trompeuse des apparences conduit à dire que le soleil tourne autour de la terre, ou que les carottes "c'est bon pour la vue car on n'a jamais vu de lapins porter des lunettes". Même si quelques notions, en petit nombre, peuvent laisser croire qu'elles ont été dégagées de l'expérience, il faut rappeler qu'il a fallu du temps pour les extraire et surtout qu'il a fallu percevoir la nécessité de les obtenir ; ce ne sont pas les bibliothécaires qui ont fondé les relations d'équivalence, et pourtant ils en "font" très souvent.

En mathématiques, rares sont les concepts directement perceptibles.

Les concepts sont du domaine de la pensée et du langage et ne peuvent être inférés directement des actions.

On semble croire maintenant que l'assimilation entre tables numériques et fonction, ou entre touches de la calculatrice et fonctions, est immédiate. Mais c'est parce que d'avance nous le savons. Sinon, pourquoi les mathématiciens qui, dans le passé ont établi des tables de correspondance sont-ils restés si éloignés de l'idée de fonction ? (Les historiens disent que même chez Descartes n'apparaît pas l'idée d'une variation de y en fonction de x).

— Un concept mathématique a été créé pour intervenir dans une infinité de situations. Cela suppose que l'on ait réussi à faire abstraction de tous les paramètres parasites liés à la particularité de chaque situation pour ne garder que leur commun fondamental.

(Nul d'entre nous, ne serait capable en temps très limité de créer du nouveau, de tirer un concept de l'étude de deux ou trois situations particulières nouvelles ; et le bref exposé magistral de synthèse ne nous semblerait pas autre chose qu'une "mathématisation foudroyante").

- Le travail de l'enseignant qui consiste à donner un "sens" aux termes et aux objets mathématiques pour créer des images mentales efficaces et indispensables, est d'une importance capitale (et curieusement me semble-t-il quelque peu oublié par la recherche). Car on ne peut travailler en mathématiques qu'avec des outils dont on sait le "sens". Par exemple, les définitions élaborées de la suite tendant vers +∞, ou de la translation, sont indispensables; mais elles ne sont d'aucune utilité à celui qui n'en a pas le "sens"; à celui qui ne sait pas traduire en disant, par exemple, "la suite a pour limite +∞, signifie que ses termes finisent par dépasser définitivement n'importe quel réel aussi grand soit-il"; ou qui n'a pas senti que "translater c'est faire glisser d'une longueur donnée selon une direction donnée", etc. etc. "Dans la pratique la pensée du mathématicien n'est jamais une pensée formalisée" (R. Thom).

Enseigner les mathématiques c'est pour une bonne part travailler à la construction du "sens" des termes et des objets, de dire *explicitement* le pourquoi et le comment.

- Le dogmatisme est intolérable.

Mais qu'on prenne garde d'itentifier "cours dogmatique" et "cours magistral" et d'en déduire qu'il est nécessaire et suffisant pour éviter le dogmatisme de substituer des "activités" au "cours magistral" (on a vu des cours magistraux dogmatiques et d'autres qui ne l'étaient pas, et

on a vu des activités dogmatiques et d'autres qui ne l'étaient pas).

Un cours magistral est un cours fait par le maître. Un cours dogmatique est un cours où le maître, du haut de sa chaire, expose tout uniment les connaissances sans prendre la peine de leur donner un sens. Ainsi, cours magistral et cours dogmatique ne sont pas nécessairement identiques. Un cours magistral peut très bien prendre l'auditoire par la main et lui raconter une histoire intéressante à laquelle il participe.

Dire que des conjonctions d'activités suivies de brèves synthèses magistrales suffisent à l'élève pour accéder au savoir est naïf. (comme les choses seraient simples si c'était vrai).

- Faire en sorte que les élèves soient actifs en classe (lorsqu'îls écoutent, car on n'écoute pas que passivement, ou lorsqu'îls travaillent) doit être le souci constant de chaque enseignant. La question n'est donc pas de débattre si on est pour ou contre les activités, mais de s'interroger : quelles activités ? A quels moments ? Pour quelle efficacité ?
- L'enseignant doit avoir le point de vue du jardinier : seul le résultat compte. La question "que doit-on faire apprendre?" reste plus importante que la question : "comment faire apprendre?". Pourrait être déclarée "convenable" toute pratique pédagogique centrée (peu importe comment) sur la construction du sens, l'explicitation du pourquoi et du comment, la structuration des connaissances, de la pensée,...
- 9. Revenons sur le deuxième postulat nouveau, celui qui dit qu'il faut partir de situations riches (et on a vu que Toraille ajoutait complexes), car les situations simples ne

peuvent faire sens. Implicitement, il affirme l'existence de situations simples. Mais il n'en existe pas pour qui commence l'étude d'une question en mathématique. Il n'est rien de trivial pour un débutant, TOUT est déjà riche et difficile (ce ne sont pas les mathématiques qui sont difficiles, c'est l'accès aux mathématiques qui l'est). L'expérience fait dire que lorsqu'un élève est en échec, c'est bien souvent parce qu'il n'a pas compris "l'élémentaire"; l'étude de situations riches ne l'aide pas, elles introduisent des parasites, il faut l'amener au contraire à voir la situation dans sa plus grande simplicité, le concentrer sur ce que les physiciens pourraient appeler, la particule élémentaire de difficulté.

Admettons néanmoins l'existence de situations simples, ce qui est une vue de l'esprit et de l'esprit de celui qui sait déjà ; alors, il est faux de dire que les situations simples ne peuvent pas faire sens. L'équation 3x = 4 est quelquefois citée comme un exemple de trop simple qui ne peut pas faire sens. Mais pour un débutant cette équation n'est pas simple, il faut déjà connaître le sens de la notation 3x, et comprendre le problème posé : trouver un nombre qui multiplié par 3 donne 4. Ce problème a un sens, et doit faire sens. Comment peut-on dire que l'élève accèdera mieux au sens de 3x + 5y = 1, si déjà le sens de 3x = 4 lui échappe?

Inutile d'aller chercher des situations riches si nous sous-estimons les obstacles de début qu'on trouve dans les situations soi-disant "simples" ou "inintéressantes", et si nous ne recherchons pas des stratégies de franchissement. Croire qu'on apprend le plus facile en travaillant sur du riche et du plus complexe est un contresens naïf qui nous coûte cher.

10. Quelques mots sur la motivation des élèves.

La motivation des élèves est un problème considéré aujourd'hui comme important. La solution apportée consiste à proposer des situations riches, motivantes et suscitant la curiosité. Est-ce un bon remède?

#### Quelques remarques:

- Si le "remède" peut s'avérer bon pour des classes de Terminale C, rien ne prouve qu'il puisse avoir le même effet pour d'autres.
- Il n'existe pas de situations qui soient intrinsèquement motivantes. Il n'existe pas d'exercices qui soient intrinsèquement rébarbatifs. Ce qui motive c'est de penser qu'on peut réussir ; ce qui rebute c'est de penser qu'on va échouer.
- En pratique la présentation de telles situations contribue à l'inflation ; voir par exemple les situations proposées parfois à des premières sur la convergence des suites  $u_{n+1} = f(u_n)$ , ou sur les problèmes de Fagnano, de Napoléon, de recherches de trajets minimaux de rayons lumineux dans l'espace, etc. (j'ai vu pas mal de candidats au CAPES peiner sur des cas simples de suites du type  $u_{n+1} = f(u_n)$ ; alors, des débutants qui viennent juste de découvrir les suites...) Et lorsque les contrôles suivent et qu'ils ne sont pas bien réussis, l'élève a tendance à dire que finalement ces situations ne sont pas tellement motivantes, ou à dire qu'il n'est pas fait pour les mathématiques. (Ce qui n'est pas sûr, car ce type de situations

nécessitent pour être reproduites des qualités techniques qu'il est prématuré d'exiger des élèves, et qu'ils pourraient acquérir si on leur en laissait le temps; on peut très bien comprendre les "idées autour" et être bloqué techniquement). Il y a d'autres exemples, malheureusement.

- Ne va-t-on pas chercher trop loin ce que l'on a sous la main ? (N'est-ce-pas un fait surprenant, capable de susciter la curiosité, que dans n'importe quel triangle la somme des angles fasse toujours  $\pi$ ? Ou que les médianes soient toujours concourantes ? Le théorème de Pythagore serait-il si banal ? etc.)
- Que sait-on vraiment de la motivation des élèves? Est-elle la même pour tous? Une seule chose paraît sûre: ce qui ne motive pas un élève c'est de ne pas comprendre et d'échouer. Lorsque un élève a l'impression de réussir tout en progressant, il est motivé. La réussite est un facteur puissant de motivation. Il faut la favoriser et pour cela revoir certainement notre système d'évaluation (voir "suggestions pour combattre la constante macabre" d'André ANTIBI, IREM de TOULOUSE).
- Il existe des mentalités étrangères à toute forme de mathématiques, du moins à un instant donné de leur vie, et qui pourtant peuvent jouer, et joueront, un rôle nécessaire et intéressant pour la société. Plutôt que de les pousser à aimer les maths malgré elles, ne pourrait-on trouver un moyen de faire cesser l'exclusion implicite dont elles sont victimes de la part de beaucoup d'entre nous ?