
LA PERSPECTIVE EN PREMIERE SCIENTIFIQUE : UNE CERTAINE SUITE DANS LES IDEES ...

Jean-Pierre LE GOFF
Irem de Caen (*)

... ou l'exemple d'une manière particulière d'entre-croiser la trame d'une histoire de la perspective et les chaînes de la géométrie dans l'espace, de la géométrie analytique plane et des suites numériques, précédé d'un plaidoyer pour l'introduction de la géométrie perspective et de son histoire dans le second cycle des lycées ; ensemble le moyen de travailler en bonne intelligence avec un professeur de lettres classiques.

1. Prologue.

Où l'on plaide pour du contenu au nom d'un peu de vécu, une fois n'est pas coutume.

L'enseignement de la géométrie en France ne laisse quasiment plus aucune place à la géométrie projective ; y compris dans sa nouvelle formule, avec retour aux configurations, un temps refoulées, et aux transformations naguère algébrisées. On peut se satisfaire ou s'étonner qu'elle ait par exemple disparu vers le début des années 70 du programme des classes de mathématiques spéciales : il me souvient pour ma part d'avoir manipulé les coordonnées homogènes et les points cycliques, et d'avoir étudié les propriétés projectives des coniques ; j'avais, il est vrai, un fameux géomètre comme professeur : sa

marotte l'amenait peut-être au-delà des limites du programme, mais elle nous maintenait ainsi dans les délices d'un bain que certains pensent aujourd'hui refroidi. C'est peut-être à cette liberté-là que l'on reconnaît un enseignement magistral. Cependant, il est certain aussi que cette leçon fut pour moi presque aussi abstraite que celle qu'on me dispensa en maîtrise sur les espaces projectifs : la raison en est, je crois, que personne ne s'était jamais avisé de m'enseigner les règles de la perspective linéaire⁽¹⁾, pas plus en cours de dessin qu'en cours de géométrie. Je manquais donc d'images mentales et de pra-

(*) Cet article rend compte d'une tentative d'enseignement en première scientifique fondé, pour une bonne partie du programme et donc de l'année, sur l'histoire de la perspective linéaire et de ses développements théoriques, pendant l'année scolaire 1988-89. Il présente le contenu

développé lors d'un atelier de l'Université d'été de Lille (7-13 juillet 1990), organisée par la Commission inter-IREM d'Épistémologie et d'Histoire des Mathématiques.

Les notes (...) renvoient à la fin du texte.

 LA PERSPECTIVE EN PREMIERE SCIENTIFIQUE
 UNE CERTAINE SUITE DANS LES IDEES ...

tiques qui auraient pu sous-tendre la théorie. Autant dire que la découverte que je fis plus tard de ces règles m'ouvrit des horizons quasi-insoupçonnés⁽²⁾.

Encore faut-il préciser que dans le second cycle, le professeur qui affûta mon goût "naturel" pour les mathématiques, avait pris soin d'explicitier règles et conventions de la perspective cavalière⁽³⁾ tout en dessinant les figures de géométrie dans l'espace sur lesquelles nous exercions notre sagacité. J'en avais gardé le sentiment confus d'un nécessaire apprentissage de conventions pour toute représentation de l'espace, laquelle est tout sauf naturelle.

Rétrospectivement, après quelques années d'enseignement dans le second cycle, ce n'est pas seulement la disparition de la géométrie projective dans les programmes des classes préparatoires que je déplore, c'est l'absence de tout enseignement de la perspective dans quelque endroit que ce soit de notre système éducatif : comme si était autosuffisante la vague d'images "3D"⁽⁴⁾ que nous vaut le triomphe de la vidéographie optique ou numérisée. Là encore, on assiste au retour du refoulé : la perspective dont les artistes pensaient s'être débarrassés depuis le début de ce siècle semble envahir nos écrans et nos images fixes ; et le vieux cheval se donne pour l'expression d'un naturel qui reviendrait au galop : or, répétons-le, la perspective n'a rien de naturel, sauf à parler de seconde nature. Est-ce justement parce qu'elle nécessite un apprentissage, et que le plaisir qu'elle procure est différé, comme souvent pour une spéculation qui fait sens, qu'elle fait toujours figures, d'ailleurs contradictoires, de vieille lune parce que révolue, ou d'accusée parce que trop contraignante ?

Toujours est-il qu'un beau jour de septembre 1988, esquissant, comme à mon habitude, les grandes lignes du programme de première devant une classe de trente-huit élèves, j'abordai la géométrie dans l'espace et posai quelques questions autour de quelques dess(e)ins hâtivement mais soigneusement projetés : j'eus tout à coup le sentiment de parler, du fond des âges, de mes souvenirs éblouis, devant l'incompréhension quasi-générale. Après un instant de flottement, ma ligne de conduite était tracée : ne m'étais-je point formé à l'histoire des mathématiques ? N'avais-je point là l'occasion d'investir mes années de patientes et délectables recherches sur l'histoire de la perspective ? Certes, il me fallait abandonner la ferme résolution que j'avais prise de privilégier la mise en place de formations initiale et continue en histoire des sciences, plutôt que son introduction dans mon enseignement, introduction intempestive à mon sens si elle n'est pas maîtrisée. Mais n'affirmais-je pas dans le même temps qu'un enseignant en situation de recherche, délibérément choisie, ne peut qu'en laisser transpirer les bienfaits dans son enseignement : le plaisir du magistère ne passerait-il pas par le magistère du plaisir, l'effort n'étant alors qu'un médiateur, un point de passage obligé pour l'aventure intellectuelle ? Vaste programme...

Qu'on ne s'attende pourtant pas à trouver ici le moindre commencement du quart d'un brouillon-projet d'exemple de réalisation d'un programme : je ne souhaite à personne d'avoir à soutenir les élucubrations d'un autre, de même que je n'aime guère prêter les pantoufles que j'ai patiemment déformées à ma pointure. Si je me résous à parler de ce travail, ce n'est pas pour l'exemple, mais plutôt pour communiquer un virus innocent, pour soulever un lièvre

que chacun accommodera à son mode : chasseur de fiches, retourne d'où tu viens.

J'en vois qui vont me parler d'évaluation ; s'ils me poussent dans mes derniers retranchements, je répondrai par l'anecdotique : j'ai parfois vu des étincelles dans les yeux d'au moins l'un de mes auditeurs ; allons, pas de demi-mesure : disons même de quelques-uns, pour faire bon poids. A question oiseuse, réponse dilatoire ; vous l'avez bien cherchée. Et pour les incorrigibles, sachez que j'ai même été jusqu'à corriger des copies : c'est encore ce que j'ai trouvé de mieux pour calmer ma folie des grandeurs ; mais pas mon ardeur à instruire. Cent fois sur le métier...

Quant au plaidoyer promis, embouchons notre *saquebute*(6).

Dans le même temps que l'enfant mesure et compare, il observe à tout va : propriétés métriques, projectives et affines sont intimement mêlées dans son appropriation de l'espace physique. Pourquoi se priver alors du mode de représentation privilégié que constitue la perspective linéaire ? Ce n'est qu'un ensemble de conventions certes, mais qui produit des images donnant une impression proche de la vision que l'on a des choses ; à moins d'ailleurs que ce ne soit le contraire : tout un chacun baigne dans ce mode de représentation dès l'enfance, voire depuis le 15^{ème} siècle par atavisme, au point de voir en toute vue perspective une seconde nature. Couplet sur l'utilité de la chose...

Ajoutez à cela que l'émergence de la perspective linéaire, c'est-à-dire d'une perspective géométrique artificielle, est l'exemple type de ce que l'histoire des mathématiques est indissociable de l'histoi-

re de l'art et de celle des idées : pour qui rêve d'une culture scientifique intégrée et non d'un patchwork de connaissances, peut-on trouver plus bel objet ? Quatrain sur l'interdisciplinarité et le décloisonnement...

Vous en faut-il encore ? Il est clair qu'un enseignement supérieur de la géométrie projective trouvera à s'illustrer dans les figures évocatrices de la théorie perspective. Tercet à propos de l'art de rendre les concepts nécessaires...

Dernier argument et non le moindre : l'histoire de la perspective est riche de situations qui font problème dans le cadre strict de la géométrie affine et euclidienne : usage des propriétés d'incidence dans l'espace, parallélismes et alignements dans des configurations planes, etc. Cette dernière raison, comme s'il en fallait, suffirait à mon sens pour contourner l'écueil (ou la bouée qui évite de se mouiller ?) du hors-programme : rappelons néanmoins et à toutes fins utiles que ce dernier ne tue pas comme le hors-piste. Envoi sur le mode : plus dure sera la chute...

Refrain sur l'air des saqueboutiers, paroles de Paolo Uccello(6) :

O che dolce cosa e' questa prospettiva !

J'avais donc constaté que je parlais de géométrie dans l'espace à des élèves qui n'avaient pour la plupart jamais dessiné d'objets tridimensionnels en suivant quelque convention que ce soit, et qui pour ce faire en étaient réduits à une forme d'empirisme qu'on pourrait qualifier de cubisme mal maîtrisé. Je décidai donc derechef de me lancer dans un exposé des différents modes de représentation auxquels pouvait recourir le mathématicien, pour aboutir aux raisons du choix privilégié de la perspective cavalière ;

LA PERSPECTIVE EN PREMIERE SCIENTIFIQUE
UNE CERTAINE SUITE DANS LES IDEES ...

l'improvisation conduisant facilement à la digression, je me laissai aller cependant à un long développement sur l'histoire et les procédés de la perspective linéaire, dont je donnerai quelques éléments pour mémoire dans l'apologue du chapitre n°2. L'exposé devait déboucher sur quelques questions de géométrie d'incidence dans l'espace, mais aussi de géométrie plane que j'exposerai dans le catalogue du chapitre n°3. Puis de fil

en aiguille, je fus amené, par le biais de la géométrie analytique plane, à la construction de suites de nombres réels liées au problème du raccourcissement des grandeurs en profondeur : ce sera l'objet du dialogue du chapitre n°4 ; j'y ferai part de l'énigme historico-mathématique qui m'a conduit, dans mes propres recherches d'histoire des sciences et d'histoire de l'art, à cette construction.

2. Apologue.

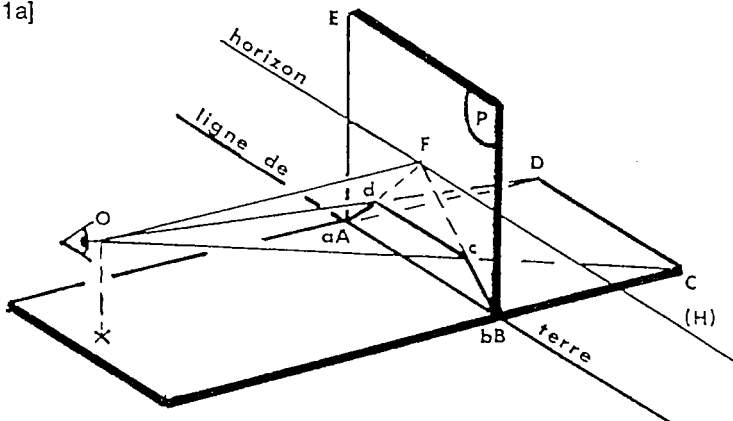
Où l'on expose une suite de quelques idées venues de loin(?).

L'artiste du Quattrocento italien se distingue par sa prise de position face à *une fenêtre ouverte sur le monde*, selon l'expression de l'humaniste florentin

Leon-Battista Alberti (1404-1472), qui définit la peinture dans un ouvrage rédigé en 1435 : *De Pictura*⁽⁶⁾. Voici, en substance, cette définition :

L'artiste albertien face à sa fenêtre ouverte sur le monde, vu de notre balcon.

[Fig. 1a]



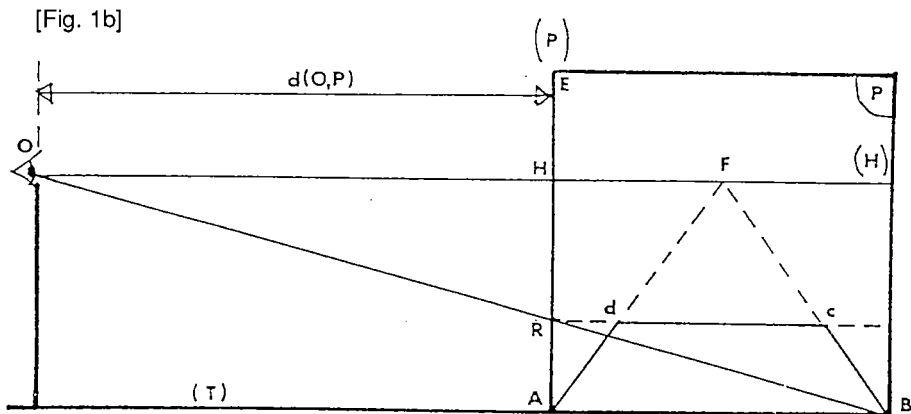
Toute compréhension de la perspective géométrique suppose une perspective "au carré" : il s'agit de voir le voir.

Ainsi donc, une peinture ne sera rien d'autre qu'une intersection de la pyramide visuelle, suivant une distance donnée, une fois posé le centre et déterminées les lumières, représentée dans une certaine surface par l'artifice de lignes et de couleurs.

Et Alberti décrit ensuite la construction d'un carrelage au sol, à maille carrée, disposé derrière l'ouverture que devra

simuler le tableau, parallèlement à la ligne de terre : c'est une version abrégée de la construction dite "légitime", inventée par l'architecte Filippo Brunelleschi (1357-1466), et sans doute fondée sur une double projection, ancêtre de la géométrie descriptive de Gaspard Monge, c'est-à-dire sur le croisement des résultats obtenus par projection au sol (ichnographie) et vue de profil (orthographie). [Cf. figures 1a. 1b. 1c.]

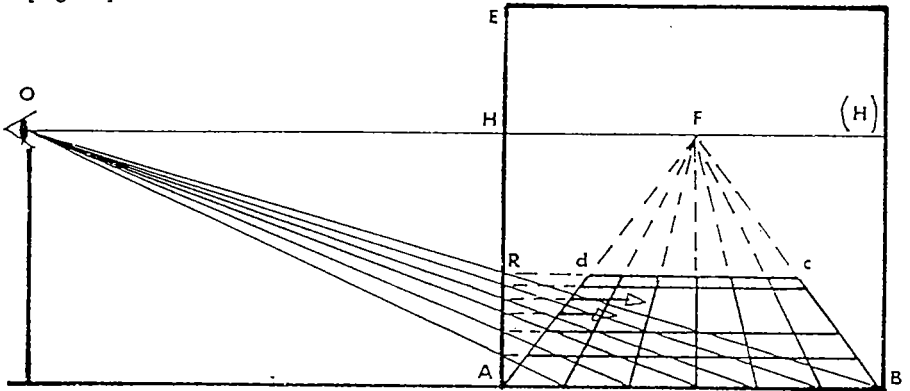
Réduction d'un carré au sol par la construction abrégée d'Alberti (interprétation moderne).



F est le point central qui est appelé aujourd'hui point de fuite principal et qui est le projeté orthogonal du point de vue (ou de l'œil ponctuel) sur le plan du tableau. Un des côtés du cadre du tableau, ici AE, est aussi conçu comme une vue de profil du tableau ; O est le point de l'œil dans cette vue de profil rabattue sur le plan du tableau, la ligne AE faisant charnière ; AB est le côté avant du carré ABCD, côté confondu ici avec la ligne de terre. H est le niveau de la ligne d'horizon passant par F, marqué sur AE : AH est donc la hauteur de l'œil (F ou O) et OH est la distance de l'œil au tableau, donnée par Alberti pour placer le point O. OB est alors perçu comme un rayon visuel vu de profil joignant O et C ou tout autre point de CD, côté arrière du carré. L'intersection R de ce rayon avec le plan AE du tableau indique donc le niveau auquel il faut placer l'image cd de CD dans le tableau : une simple ligne de rappel, parallèle à AB et passant par R, coupera en d et en c les lignes fuyantes FA et FB qui représentent les orthogonales au tableau AD et BC, prolongées indéfiniment. Alberti expose sa méthode sur un carrelage régulateur, mais le principe vaut pour un seul carré : c'est d'ailleurs ainsi que procédera Piero della Francesca quelques années plus tard, l'apparence d'un seul carré déterminant celle de tout autre point de l'espace.

**Construction d'un réseau à maille carrée au sol, par la méthode d'Alberti
(interprétation moderne du texte original, sans figure).**

[Fig. 1c]



Le segment AB est équidivisé, ici en six parties, et les rayons issus de O et vus de profil, déterminent sur AE les niveaux successifs de placement des apparences des lignes parallèles à AB.

Alberti justifiait la légitimité de sa construction par le fait que les points d'intersection des lignes orthogonales d'un quadrillage restaient alignés en représentation, ce qui n'était pas le cas dans les tableaux réalisés de façon empirique à l'aide de la règle des deux tiers : les apparences des diagonales du carrelage y forment des sortes de spirales affines par morceaux (Voir figures 2a. et 2.b).

Comme on le concevait pour la vision depuis Euclide, dont l'*Optique* énonçait que l'apparence d'une ligne droite est une ligne droite, la perspective devait conserver, sinon les alignements difficilement perceptibles de points isolés, du moins la rectitude des contours clairement marqués dans la réalité.

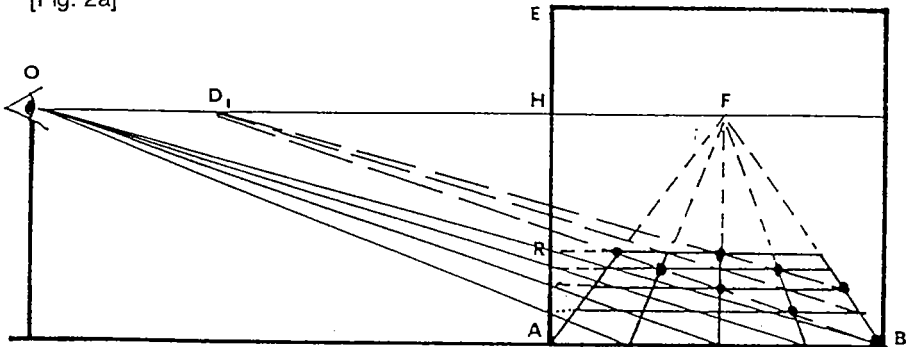
Cette première construction d'Alberti, qui permettait une véritable mise au car-

reau du plan géométral (plan au sol), puis de l'espace par élévation de grandeurs raccourcies suivant la même échelle que celle des grandeurs au sol, devait conduire rapidement à d'autres procédés. Certains seront mis à jour peu de temps après par le peintre et géomètre italien Piero della Francesca (1416?-1492), dans son ouvrage *De Prospectiva Pingendi*⁹, premier traité géométrique connu de perspective, puis par le chanoine Jean Pélerin, dit le Viator (1435?-1524), qui devait publier le premier traité imprimé de perspective, en 1505, à Toul : *De Artificiali Perspectiva*.

Piero della Francesca propose en effet trois modes de construction. Le premier est un mode interne, une fois construite l'image d'un carré de base par la méthode d'Alberti ; il fait appel, en substance, à un système de coordonnées d'un point du carré

Légitimation de la construction d'Alberti (interprétation moderne).

[Fig. 2a]

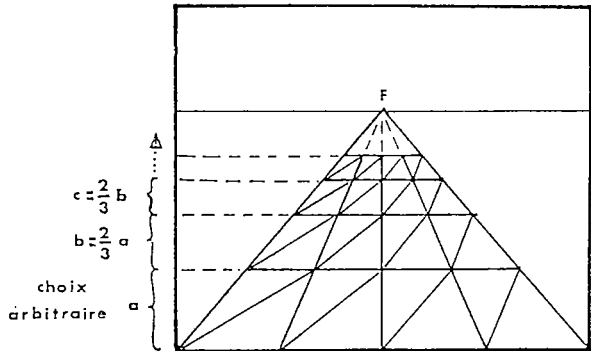


Les diagonales des carrés du pavage se succèdent en se prolongeant de façon rectiligne, dans l'image produite, comme dans la réalité. À noter qu'Alberti ne semble pas avoir perçu la convergence de ces apparences des diagonales en un point de l'horizon (ici D_1), car il ne le signale, ni comme point de fuite, ni comme point d'appui d'une construction alternative.

La règle des deux tiers (interprétation moderne).

[Fig. 2b]

L'un des procédés empiriques de raccourcissement utilisés avant la construction légitime consistait en l'application systématique d'un rapport de réduction (le plus souvent 2/3) pour déterminer les écarts successifs à placer entre les apparences de lignes équidistantes dans la réalité, parallèles à la ligne de terre, et se succédant en profondeur.



Le premier écart (a) est choisi arbitrairement : il ne semble pas en particulier qu'il ait été choisi systématiquement comme égal au tiers de la hauteur de l'œil (hauteur de F au dessus de la ligne de terre), ce qui aurait conduit à un horizon comme position limite des transversales (la somme infinie $a + 2a/3 + 4a/9...$ étant alors égale à $3a$) ; cela s'explique d'une part par le fait que le nombre des transversales tracées est souvent assez limité, et que l'on pouvait remédier au dépassement éventuel de l'horizon théorique (imposé par le choix de F) par le choix d'un premier écart (a) plus faible, et d'autre part qu'une telle conception de la limite est impensée et impensable à cette époque. C'est la non-rectitude globale des diagonales qu'Alberti dénonce chez certains peintres.

LA PERSPECTIVE EN PREMIERE SCIENTIFIQUE
UNE CERTAINE SUITE DANS LES IDEES ...

de base, l'abscisse étant sur la ligne de terre, et l'ordonnée sur la diagonale (Cf. encadré 1, Fig. 3a).

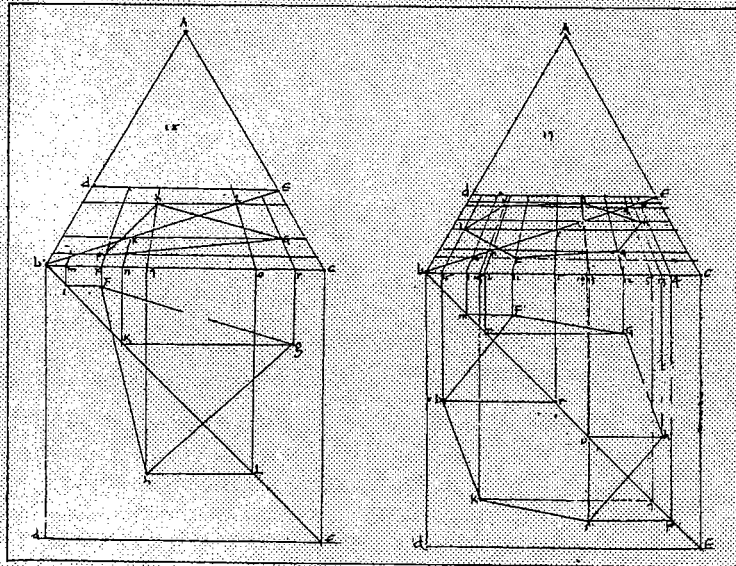
Le second, que Piero della Francesca réserve à la construction point par point des apparences de figures limitées par des contours non rectilignes ou non plans, est fondé sur le principe de la double projection, principe dont on pense généralement, comme je le disais plus haut, qu'il fonde la construction légitime de Brunelleschi (Cf. encadré 1, Fig. 3b).

Le troisième, que Piero della Francesca expose dans la XXIIIème proposition du Livre premier de son traité pour un cas particulier, mais qu'il ne réutilisera plus dans la suite de l'ouvrage, met en scène ce que nous appelons aujourd'hui un point de distance (Cf. encadré 1, Fig. 3c).

Piero della Francesca a sans doute imaginé cette méthode en constatant que le mode de légitimation d'Alberti conduisait à la construction d'un point de l'horizon où se rencontrent les apparences des diagonales du carrelage (D_1 dans la Fig. 2a) ; ce qui n'est chez le peintre italien qu'un expédient alternatif, devient chez le français Viator une règle constructive systématique : les deux points que ce dernier appelle des tiers-points, sont donnés comme des points situés de part et d'autre du point de fuite central et à égale distance ; cependant ils ne sont pas encore clairement reconnus comme des points de distance, c'est-à-dire éloignés du point central d'une distance qui serait exactement celle de l'œil au tableau ; leur placement est simplement fonction du plus ou moins grand éloignement de l'œil. Il a probablement inventé cette construction de

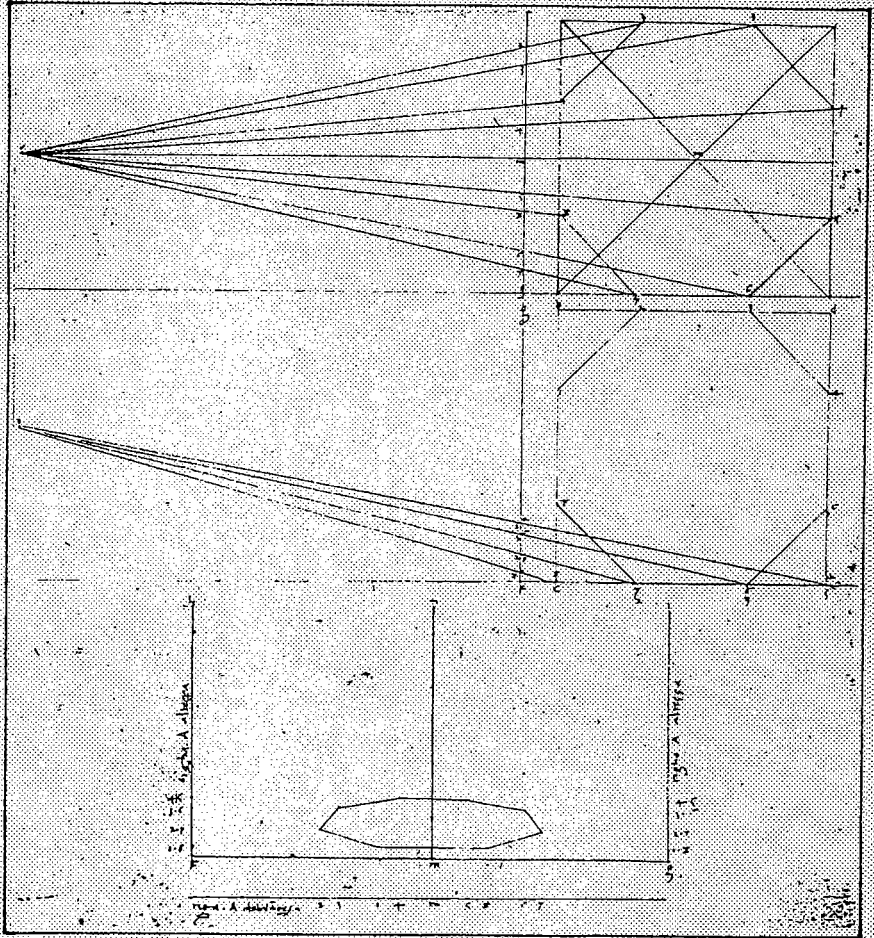
Piero della Francesca : constructions de l'image d'un triangle et de celle d'un hexagone régulier par une méthode que l'on peut appeler "des coordonnées".

[Fig. 3a]



(figures originales XVIII et XIX du Livre I, issues de l'un des manuscrits connus du peintre et figure moderne (à droite) pour la construction de l'apparence d'un point).

Construction de l'image d'un octogone par la double projection.
(Piero della Francesca : proposition II du Livre troisième, figure XLVI, originale).

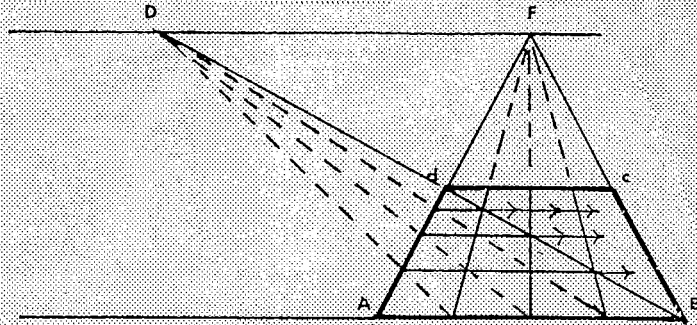


[Fig. 3b]

La largeur des apparences des côtés de l'octogone, supposé au sol, est obtenue en vue du dessus (premier schéma) ; le niveau où il faut les situer dans le tableau est donné par la vue de profil (second schéma). La vue perspective (troisième schéma) est obtenue par report - avec un crin de cheval, précise Piero della Francesca -, de ces grandeurs sur la ligne de terre pour les premières, et sur des orthogonales latérales pour les secondes.

Construction par la méthode des points de distance (interprétation moderne).

[Fig. 3c]

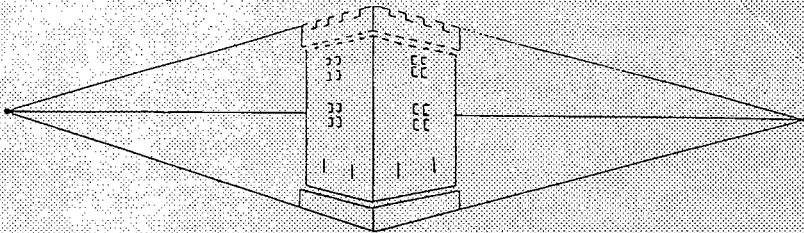


Outre le point de fuite principal F, l'on fixe sur l'horizon un point D (ou D' de l'autre côté de F), tel que FD soit égale à la distance de l'œil au tableau. Ce point D se trouve être le point de fuite des droites, parallèles entre elles et au sol, faisant un angle de 45° avec le rayon visuel principal (ou avec la ligne de terre). C'est donc le point de fuite des diagonales d'un pavage à maille carrée (D, dans la figure 2a). Mais de cela Piero della Francesca ne dit mot ; d'ailleurs la justification géométrique donnée par le peintre de cette construction n'est pas satisfaisante, ce qui peut expliquer qu'elle ne soit donnée que comme une alternative.

Une planche du traité du Viator : Exemples de la cornue.

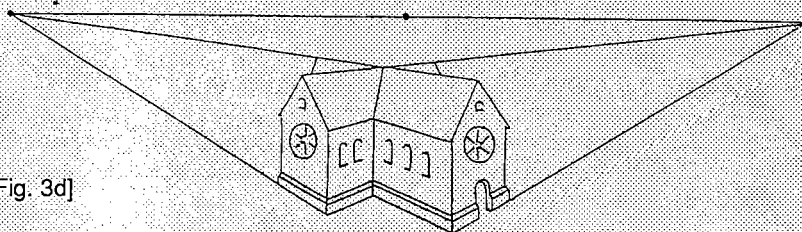
Exemplū de diffusa.

Exemple de la diffuse.



Exemplū de cornuta.

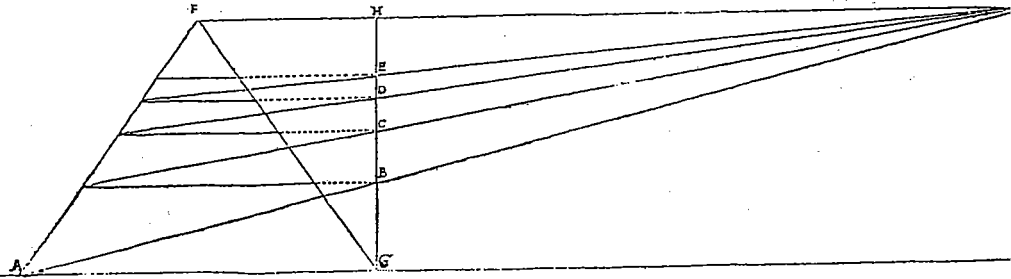
Exemple de la cornue.



[Fig. 3d]

Figure originale de Serlio.

[Fig. 4]



Et puisqu'en partant de petites choses on en vient à comprendre de plus grandes, je commencerai par la pratique du bon placement d'un carré parfait [au sol] en raccourci, à partir duquel seront édifiées toutes les autres choses. Le côté de ce carré sera AG, et la hauteur de l'horizon, comme cela a été dit plus haut, sera imaginée au niveau de l'œil : ce sera I en lequel concourront toutes les lignes. Mais tout d'abord, traçons les lignes des deux côtés issus des extrémités de AG [qui tendent vers F] ; ensuite prolongeons la ligne de terre AG et de même prolongeons la ligne d'horizon, parallèle à la précédente. Enfin d'aussi loin qu'on voudra se tenir pour regarder ce carré, il faut s'éloigner de H [à l'aplomb de G sur l'horizon], pour fixer le point I [et de G pour fixer le point K] : et ce sera la distance. Alors, tirons une ligne de A jusqu'à I : et là où cette ligne coupera la ligne perpendiculaire HG, ce sera B en lequel se trouvera le niveau du côté arrière du carré en raccourci⁽¹²⁾. Et si nous voulions représenter plusieurs carrés l'un au-dessus de l'autre, tirant une ligne du premier angle au-dessus de A jusqu'au point I, à l'endroit C où cette ligne coupera la ligne HG se trouvera le niveau du côté arrière du second carré. et de même, la ligne tirée de l'angle supérieur du second carré jusqu'à I, coupera HG au point D où se trouvera le niveau du côté arrière du troisième carré ; et ainsi de suite jusque sous l'horizon.

Je laisse pour l'instant au lecteur le plaisir de découvrir l'erreur annoncée : j'en tirerai un exercice plus loin, ainsi que quelques conséquences de diverse nature.

Parmi les avancées théoriques que l'on peut noter au 16ème siècle, il faut souligner celle que Egnatio Danti (1536-1586) livre dans son commentaire des règles de perspective de Jacopo Barozzi (ditto Vignola, 1507-1573), plus connu sous le nom de Vignole⁽¹³⁾. L'ouvrage de Vignola-Danti, paru en 1582 à Bologne s'appelle *Le due Regole della prospettiva pratica di M. J. B. da V. con i commentari del R. P. M. Egnatio Danti*. Il comporte en effet l'exposé des deux règles de Vignole, qui sont en substance la construction d'Alberti simplifiée et la construction par le point de distance, mais aussi et surtout, la démonstration de leur équivalence : celle-ci est l'occasion d'un problème de géométrie plane proposé dans la section suivante.

La perspective, jusque là annexe pratique de la géométrie, va devenir théorie géométrique à la fin du 16ème siècle, avec les avancées théoriques de Guidobaldo Burbon del Monte (1545-1607), qui publie ses *Perspectivae Libri sex* en 1600, bientôt suivies de celles, assez voisines de Simon Stevin (1548-1620), auteur de *De Perspectivis* paru en 1605⁽¹⁴⁾.

Ces deux auteurs énoncent une idée essentielle pour le développement de la théorie et pour l'émergence de la géométrie projective : ce ne sont pas seulement les apparences des orthogonales au plan du tableau, où celles des horizontales inclinées à 45° par rapport aux précédentes, qui fuient vers des points privilégiés de la ligne d'horizon ; bien sûr certains peintres ou théoriciens utilisaient déjà d'autres points

de l'horizon comme points de fuite, commettant parfois l'erreur d'y faire converger les apparences de droites parallèles non horizontales. Guidobaldo consacre le premier de ses six livres de perspective à la démonstration par étapes, du cas le plus simple au cas le plus général, de la proposition suivante : tout système (nous dirions faisceau) de droites parallèles de l'espace se représente dans le tableau par un système de droites parallèles ou concourantes, et le point de concours des apparences est l'intersection avec le tableau, quand elle existe, du rayon visuel parallèle au système donné de droites parallèles de l'espace. Cette proposition fait l'objet de démonstrations fondées sur l'utilisation de plusieurs configurations dites de Thalès chez Guidobaldo : j'en donnerai un exemple plus loin ; mais elle est aussi le prétexte à des considérations d'incidence du plus grand intérêt.

L'histoire de la théorie perspective est à partir de ce moment essentiellement le fait de géomètres : Girard Desargues (1591-1661), Brook Taylor (1685-1731) et Jean-Henri Lambert (1728-1777), pour ne citer que les noms les plus importants⁽¹⁵⁾. Le premier rédigea un *Exemple de l'une des Manières universelles du S.G.D.L.*⁽¹⁶⁾ touchant la pratique de la Perspective sans employer aucun tiers point de distance ni d'autre nature, qui soit hors du champ de l'ouvrage, Paris, 1636. Comme le titre ne l'indique pas, Desargues propose une méthode géométrico-numérique fondée sur l'usage d'échelles harmoniques, qui permet d'opérer les constructions à partir d'un point quelconque qui fonctionne comme un point de distance réduite⁽¹⁷⁾, ce qui semble être l'enjeu évoqué par le titre : là encore, il y a matière à un problème de géométrie plane élémentaire, que je n'ai pas exploité, mais que j'évoquerai comme exemple com-

 LA PERSPECTIVE EN PREMIERE SCIENTIFIQUE
 UNE CERTAINE SUITE DANS LES IDEES ...

plémentaire. En revanche, le théorème que Desargues énonça avant 1647 à propos des triangles homologues⁽¹⁸⁾, est un bon exemple de problème de géométrie dans l'espace que l'on peut traiter par des considérations d'incidence : il est d'ailleurs souvent utilisé dans les manuels scolaires, sans mention aucune de son fondement perspectif.

Je n'ai pas utilisé les textes des deux autres auteurs en première scientifique, mais le cercle d'histoire des sciences de l'IREM en a proposé des extraits aux étudiants du DEUG A de sciences. Certains aspects intéressants de ces œuvres sont cependant abordables en première : Taylor s'affranchit de l'orthogonalité et considère des projections centrales sur un tableau et au-dessus d'un géométral disposés de façon quelconque, principe en germe chez Guidobaldo, et qui résulte sans doute des pratiques développées aux 16^{ème} et 17^{ème} siècles en matière de trompe-l'œil sur des parois obliques ou de décors plafonnants. Avec Taylor, on peut dire que la géométrie perspective se débarrasse de ses aspects métriques et permet l'émergence de propriétés projectives reconnues comme telles : je n'ai pas utilisé les traités de Taylor à

l'époque, mais quoique rédigés en anglais, ils constituent une mine à exploiter dès que l'on aborde la géométrie dans l'espace. Avec Lambert, la perspective linéaire devient projection centrale au sens propre, dans la mesure où il s'affranchit du plan géométral : il suffit d'un point de vue et d'un plan de projection. Par ailleurs il est le premier à mettre en place les équations algébriques de la transformation perspective : il aboutit à une formulation quasi-fonctionnelle puisqu'harmonique, et à une représentation hyperbolique de cette formulation, qui peut être le point de départ d'un travail sur les fonctions de variable réelle que je n'ai pas exploité en première : on trouvera quelques indications à ce sujet en fin de catalogue. Il est aussi l'un des premiers à utiliser la géométrie perspective comme moyen de démonstration de propriétés d'une configuration plane, comme on le verra dans un exemple que je donnerai à la fin du chapitre 3, bien que je ne l'ai pas pratiqué en classe⁽¹⁹⁾.

Ce tableau, rapidement brossé, mériterait de plus amples développements et de sérieuses nuances⁽²⁰⁾ ; en particulier, j'y insiste sur certains points, dont quelques-uns sont mineurs, pour les seuls besoins de ce qui va suivre.

3. Catalogue.

Où l'on examine de près quelques idées venues par la suite.

Cette section réunit quelques énoncés de travaux proposés aux élèves de la classe, avec une remise en situation succincte, et quelques suggestions de prolongements possibles.

Après avoir développé devant la classe, avec force dessins et exercices à l'appui, les quelques éléments historiques et pratiques qui précèdent, j'ai consacré deux séances à des tracés comparatifs d'objets tridimensionnels dans différentes modes : perspective cen-

trale (la hauteur et la distance de l'œil, les dimensions de l'objet étant fixées), perspective cavalière (avec divers angles de projection), et axonométrie isométrique. J'ai ensuite mis en place un ensemble de propriétés d'incidence et de parallélisme des droites et des plans de l'espace⁽²¹⁾. Nous avons alors consacré deux séances aux sections planes d'un cube. Puis j'ai donné le travail ci-contre à faire à la maison et par groupes de deux ou trois (c'était à la mi-novembre).

A) Géométrie plane : une configuration de Vignola-Danti.

(Faire plusieurs figures, si nécessaire)

Soient A, B et F trois points distincts du plan, non alignés. Soit D la droite passant par F et parallèle à (AB). Soit E un point de $D - \{ F \}$. Soit G un point de la demi-droite $] F, \infty [$ incluse dans D et contenant E. Soit C l'intersection de (FB) et de (GA). Qu'évoque pour vous cette construction lorsque E est à l'aplomb de B ?⁽²²⁾

Soit H un point de D tel que $\text{vect}(HE) = \text{vect}(GF)$. Soit I l'intersection de (AH) et de (EB). Qu'évoque pour vous cette seconde construction dans le cas de figure envisagé plus haut ?⁽²²⁾

1°) Montrer que (CI) est parallèle à (AB). Quelle est la signification de ce résultat pour la pratique de la perspective ? Le résultat subsiste-t-il si G est quelconque sur $D - \{ F, E \}$? Que se passe-t-il si E et F sont confondus ?

Soit B' le symétrique de B par rapport à A. Soit I' l'intersection de (B'H) et de (EB), D l'intersection de (CI) et de (FA), et C' celle de (GD) et de (FB).

2°) Montrer que (C'I') est parallèle à (AB).

3°) Poursuivre ce processus en explicitant l'étape suivante.

Soit J l'intersection de (CA) et de (DB), D' celle de (C'I') et de (FA), et K celle de (C'D) et de (CD').

4°) Montrer que F, J, et K sont alignés. Que signifie ce dernier résultat en termes de perspective ?

B) Géométrie dans l'espace : une configuration de Desargues.

Soient deux plans sécants P et P' et D leur intersection. Soit O un point de l'espace n'appartenant à aucun de ces deux plans. Et enfin, soient D₁, D₂ et D₃ trois droites non coplanaires et concourantes en O, qui percent le plan P en A, B et C, respectivement, et le plan P' en A', B' et C', respectivement.

1°) Montrer que les points A, B et C sont non alignés, de même que les points A', B' et C'. Démontrer que les droites (BC) et (B'C') sont sécantes ou parallèles.

2°) Démontrer que, si les droites (BC) et (B'C') sont parallèles, alors elles ont même direction que D.

3°) Démontrer que, si les droites (BC) et (B'C') sont concourantes, alors leur point commun I appartient à D.

4°) On suppose que les droites (BC), (CA) et (AB) coupent D en I, J et K respectivement. Démontrer que les points I, J et K appartiennent respectivement aux droites (B'C'), (C'A') et (A'B').

5°) Comment peut-on traduire, en termes de perspective, les éléments de cette configuration : le point O, les plans P et P', la droite D et les triangles (ABC) et (A'B'C') ?

6°) Reprendre la question avec des droites D₁, D₂ et D₃ parallèles entre elles. Quelle est alors une interprétation possible de la configuration ?

Figure du traité de Vignola-Danti.

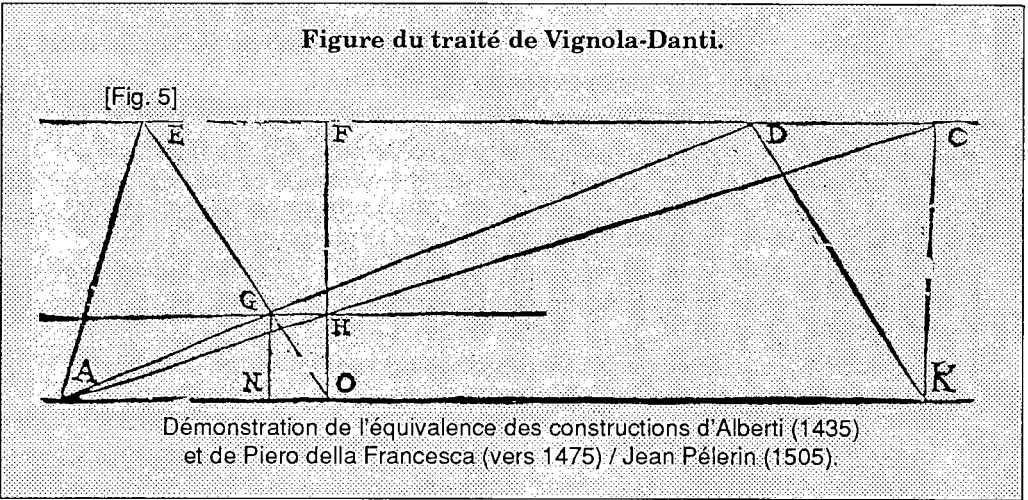
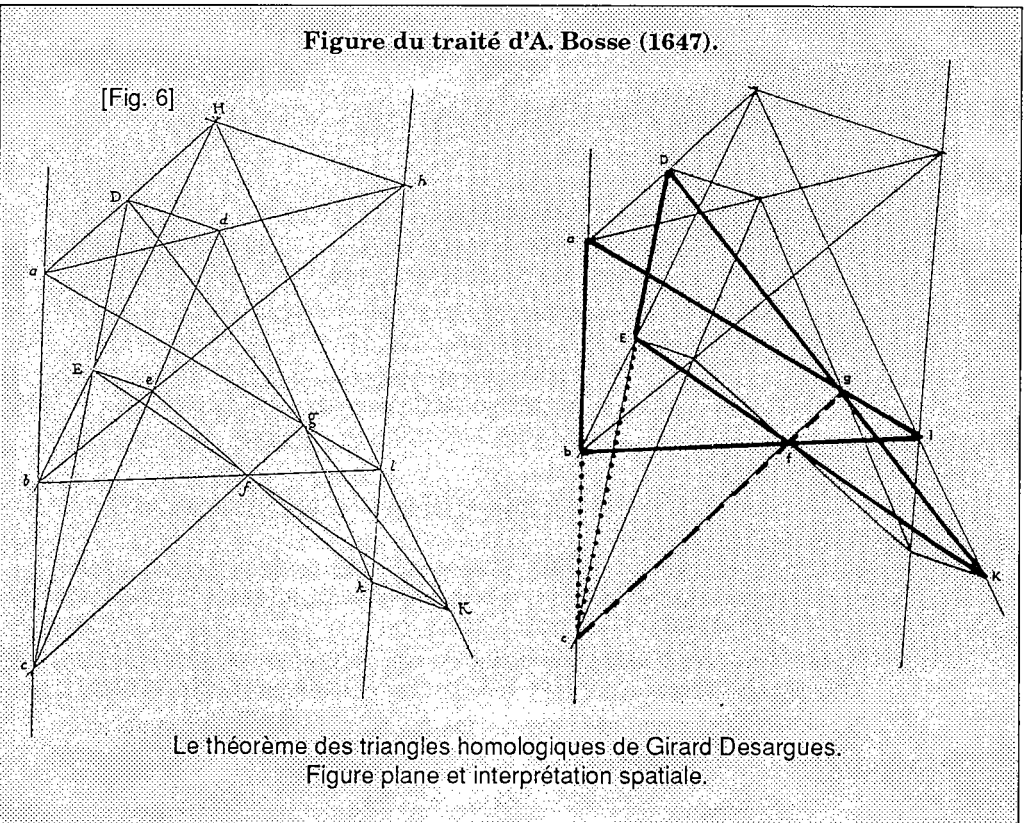


Figure du traité d'A. Bosse (1647).



Ce travail fit l'objet d'un corrigé où je fis quelques rappels historiques à propos de la démonstration de Vignola-Danti, (fondée sur la figure 5), et du théorème de Desargues sur les triangles perspectifs (Fig. 6) ; je donnai quelques éléments d'information complémentaire sur la possibilité de considérer les faisceaux de droites parallèles comme des faisceaux concourants à l'infini dans une direction donnée, et d'assimiler la projection cylindrique à une projection centrale. Il ne s'agissait pas de construire une théorie, mais de montrer que la formation des concepts est souvent affaire de changement de point de vue.

Un autre épisode de ce travail fut un second travail en deux étapes. La classe de première dont il est question était composée de 32 latinistes et de six hellénistes. Il s'agissait dans un premier temps de traduire du latin l'énoncé et la démonstration de la proposition XXVIII du Livre premier de Guidobaldo del Monte, en collaboration avec le professeur de latin, qui consacra une séance à la correction. Il faut souligner plusieurs points tout à l'honneur de ce professeur de lettres classiques, M. Bougy : il s'agissait d'un texte scientifique, écrit dans un latin de la fin du 16ème siècle, très éloigné de celui de Cicéron ; le surcroît de travail n'était pas négligeable ; il fallait accepter la présence d'un collègue mathématicien dans sa classe, puisque nous avions décidé de commenter le texte du double point de vue de la forme et du fond. Il faut noter aussi que les hellénistes ne furent pas épargnés puisqu'ils se sont trouvés en charge de la traduction d'un extrait d'Euclide sur la division de la pyramide, qui devait servir à d'autres travaux.

Dans un second temps, je distribuai ma propre traduction du texte de Guido-

baldo, mise au point pour les besoins d'un article paru en 1988, et revue pour l'occasion par mon collègue latiniste ; le texte français était accompagné d'un questionnaire faisant l'objet d'un devoir à la maison (nous en étions à la mi-décembre). On trouvera cette traduction⁽²³⁾ et la figure XXVIII (Fig. 7a & 7b) dans l'encadré 3, pages suivantes.

Les deux derniers paragraphes sont intéressants à faire lire, l'un parce qu'il montre le souci du géomètre d'envisager tous les cas de figures possibles ; le second parce qu'il met en évidence une autre préoccupation du mathématicien : la généralisation d'une propriété à d'autres configurations. Pour le reste, il est intéressant de montrer ce qu'est une démonstration par comparaisons de raisons, même si l'on peut, dans un deuxième temps, faire la preuve de l'efficacité d'une démonstration par incidence et parallélisme. Enfin, l'usage par Guidobaldo d'un plan auxiliaire est du plus grand intérêt sur le plan didactique. On trouvera l'énoncé qui faisait suite au texte de Guidobaldo del Monte à la page 135.

Je donne enfin deux exemples de configurations planes, que je n'ai pas utilisées cette année-là, mais qui complètent le panorama : l'une est de Desargues (c'est la question des points de distance réduite), et l'autre de Lambert (Fig. 8 & 9, page 136 et suivantes). Ils seront suivis d'un extrait illustré (Fig. 10) de l'*Essai sur la perspective* de Lambert, qui peut conduire à un travail de mise en place des formules analytiques d'une projection d'un point de l'espace dans un plan, et de mise en évidence d'une fonction harmonique qui régit la loi de réduction des apparences de grandeurs égales.

Figure XXVIII conforme à l'originale de Guidobaldo.

[Fig. 7a]

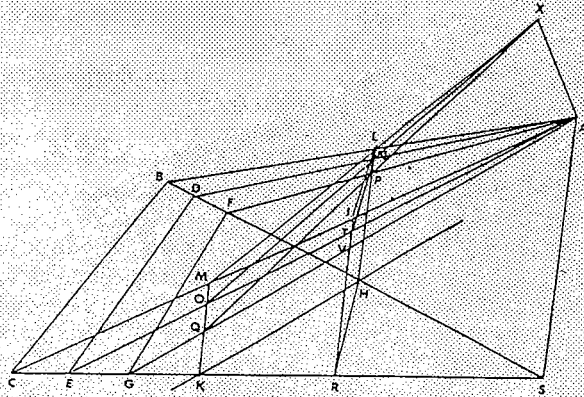
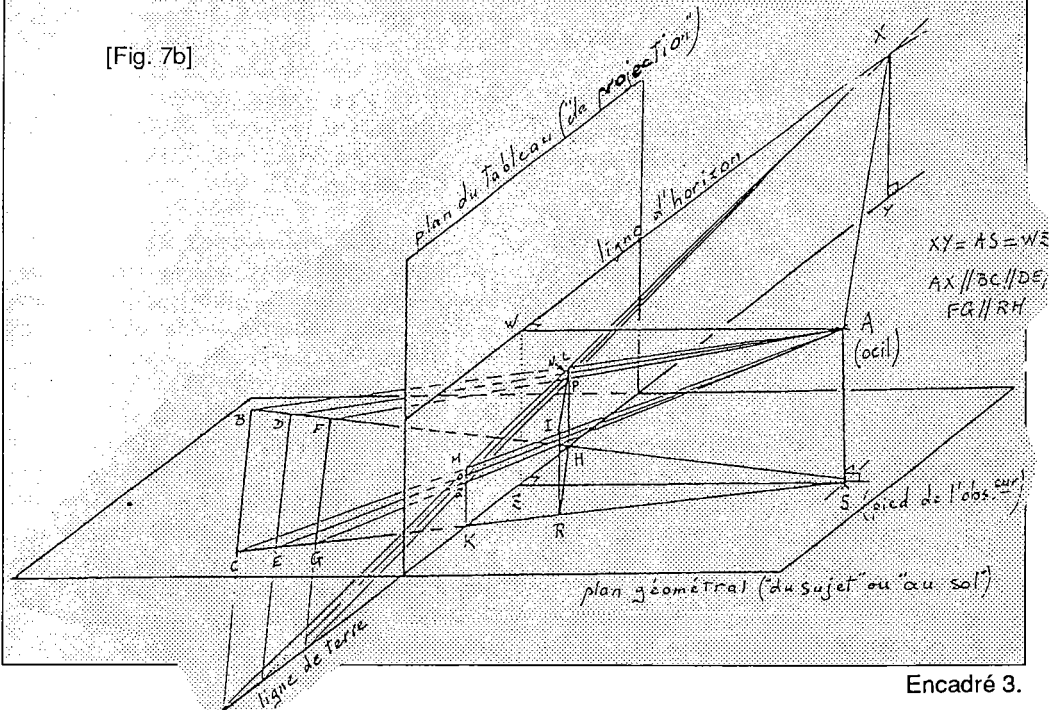


Figure plus explicite accompagnant la proposition de Guidobaldo dans l'énoncé du devoir.

[Fig. 7b]



GUIDOBALDO DEL MONTE (1545-1609).
PERSPECTIVAE LIBRI SEX (1600).
Théorème en forme de proposition. XXVIII.

Si l'œil voit des lignes parallèles, quel qu'en soit le nombre, placées dans le plan de base [géométral] & non parallèles à la ligne de section [ligne de terre], & si le plan de section [le tableau] est érigé [i-e élevé perpendiculairement] sur le plan de base, alors les apparences de ces lignes dans la section concourent en un seul & même point d'égale hauteur que l'œil au-dessus du plan de base.

Soit AS la hauteur de l'œil A au-dessus du plan de base. Et soit aussi sur le plan de base, HK la ligne de section ; & soient les lignes parallèles qui se trouvent dans le plan de base, BC, DE & FG, telles qu'elles ne soient pas parallèles elles-mêmes à HK. Soit encore la section HLMK dressée [perpendiculairement] sur le plan de base. Soient encore, sur la section, les lignes apparentes [apparences des lignes données], LM, NO & PQ. Je dis que LM, NO & PQ concourent en un seul & même point, qui, de plus, est situé à même hauteur au-dessus du plan de base que l'œil A.

Soient tirées deux lignes issues de S dans le plan de base, qui coupent la ligne de section, ainsi que les lignes données aux points S, H, F, D, B & S, K, G, E, C. Soient les rayons visuels BLA, DNA, FPA, CMA, EOA & GQA. Soient tracées enfin les lignes HP, PN, NL & KQ, QO, OM. Puisqu'il est de fait que le point B apparaît, dans la section, en L, le point D en N, F en P, & que le point H est à l'évidence dans la section, en conséquence la ligne HFDB apparaîtra en HPNL dans la section. D'autre part la ligne HFDB est droite, & donc HPNL l'est aussi, comme nous le disions au début⁽²⁴⁾. De la même manière, il est ostensible que KQOM est une ligne droite. Et puisqu'en vérité AS est érigé au-dessus du plan de base, le plan ASB sera érigé de même au-dessus du plan de base [XI, 18]. Mais la section HLMK est aussi érigée de la même façon sur le plan SBC, donc la ligne LH, section commune aux plans ASB & HM [i-e LHKM⁽²⁵⁾], sera érigée au-dessus du plan de base SBC. De la même façon, il apparaîtra clairement que KM est érigée au-dessus du plan de base SBC [XI, 19]. D'où LH & MK sont parallèles entre elles [XI, 6].

Soit maintenant menée du point H la ligne HR, elle-même parallèle aux lignes BC, DE & FG. Et par LH & HR, soit mené un plan HLIR, lequel, en raison de la ligne LH, sera sûrement érigé sur le plan de base SBC [XI, 18]. Et soit RI la section commune des plans ASC & HI [i-e HLIR], lesquels sont érigés sur le plan de base SBC. C'est pourquoi il appert qu'IR est érigée sur le plan SBC [XI, 19], & qu'en raison de cela, IR sera elle-même parallèle à HL & KM [XI, 6]. Mais en outre, les rayons visuels CA, EA & GA coupent la ligne RI aux points I, T & V. Ils la couperont en effet, puisque ces rayons visuels & RI sont dans un même plan, à savoir le triangle ASC. Si dans ces circonstances, HLIR est considéré comme section, alors la ligne RI représentera RC elle-même. Et ainsi soient tracées LI & NT ; sans aucun doute, il appert que LI est l'apparence de la ligne BC dans la section HI ;

LA PERSPECTIVE EN PREMIERE SCIENTIFIQUE
UNE CERTAINE SUITE DANS LES IDEES ...

& que NT est l'apparence de la ligne DE. Puisqu'alors, BC & DE sont parallèles à HR elle-même, LI & NT seront parallèles entre elles & parallèles à BCDE lui-même [G, I, 25]⁽²⁶⁾ ; mais LI & NT sont aussi parallèles ; donc LNTI sera un parallélogramme. C'est pourquoi il appert qu'IT est égal à NL [I, 34].

Puisque d'autre part, MO & IT sont parallèles, de la même façon que MK & IR sont à l'évidence parallèles, & donc en raison du fait que les triangles AMO & AIT sont semblables, MA sera à AI comme MO à IT [VI, 4] ; de plus MA est plus grand que AI, donc MO est plus grand que IT, & par conséquent plus grand que LN. Puisque les lignes MK & LH sont en vérité parallèles, & que MO est plus grand que LN, les lignes LM & NO ne seront pas parallèles entre elles mais se rejoindront du côté de LN. C'est pourquoi une fois prolongées, elles concourent en X. En outre, puisqu'il apparaît que IT & LN sont égales entre elles, MO sera avec LN dans le même rapport qu'avec IT [V, 7]. Mais MA est à AI comme MO est à IT ; donc MA est à AI comme MO est à LN [V, 11]. Du fait d'autre part, que XMO & XLN sont des triangles semblables, MX est à XL comme MO à LN [VI, 4], & MA étant à AI comme MO est à LN, alors MX sera à XL, comme MA est à AI [V, 11]. Et tout à fait de la même façon, on peut démontrer que MQ est à IV comme MA est à AI, & que IV & LP sont égaux entre eux ; ce qui résulte de ce que, si on joignait P & V, PV serait l'apparence de la ligne FG dans la section HI [i-e HLIR]. C'est pourquoi MA est à AI comme MQ à LP. Et de même que MX est à XL, comme MA à AI, MQ sera à LP comme MX à XL, & MQ & LP sont bien parallèles [V, 11] ; donc, une fois menée PX, QPX sera une ligne droite. Si donc PQ est prolongée depuis P, elle rencontrera les lignes OX & MX en X [G, I, 22]⁽²⁷⁾. Et ainsi, si étaient données en plus grand nombre des lignes parallèles, il s'avère que toutes concourraient dans l'apparence en X.

A présent, soient joints A & X. Puisque MA est à AI comme MX à XL, en partageant, MI sera à AI comme ML à LX [V, 17]. C'est pourquoi la ligne IL est parallèle à AX elle-même [VI, 2] ; mais il a été montré que LI est parallèle aux lignes BC, DE & FG ; donc AX sera parallèle aux mêmes BC, DE & FG, & par conséquent parallèle au plan de base SBC. De là il appert que le point X est à la même hauteur au-dessus du plan de base que l'œil A. Et que c'est au point X que les lignes apparentes ML, ON & QP concourent dans la section. C'est ce qu'il convenait de démontrer.

Nous avons supposé dans la démonstration que le point R se trouvait entre les points S & K. S'il arrivait que le point K soit entre les points S & R, alors ce n'est pas du point H, mais du point K que serait menée la ligne parallèle aux lignes données BC, DE & FG ; & ainsi de suite, tout à fait de la même manière, les choses se produiraient d'un autre côté, mais il en adviendrait la même démonstration.

En outre, la même chose que ce que nous avons démontré dans ce théorème, & que nous mettrons en évidence plus facilement, quoique d'autre manière, dans les propositions suivantes, se produit non seulement dans une section érigée [perpendiculairement] sur le plan de base, mais encore dans une section inclinée sur le plan de base.

Questionnaire.

Le texte de référence est celui que nous avons traduit sous la conduite de M. Bougy. Il s'agit de l'énoncé et de la démonstration de la proposition XXVIII du livre premier des *Perspectivae Libri sex* de Guidobaldo del Monte (1600). Ce texte met en évidence l'existence du point de concours, sur la ligne d'horizon, pour les apparences dans le tableau (ou plan de section), d'un nombre quelconque de droites parallèles du plan géométral (plan au sol), lorsqu'elles ne sont pas parallèles à la ligne de terre (intersection du tableau et du géométral).

1°) Ecrire un énoncé de même nature pour le cas de lignes parallèles à la ligne de terre et situées dans le géométral. En rédiger une démonstration.

2°) Quel est le point de concours des apparences de droites du géométral, perpendiculaires au plan du tableau ? Toutes inclinées à 45° sur la ligne de terre et parallèles ?

3°) Qu'en est-il du point de concours éventuel des apparences de droites perpendiculaires au plan du tableau, non nécessairement coplanaires ? Argumenter.

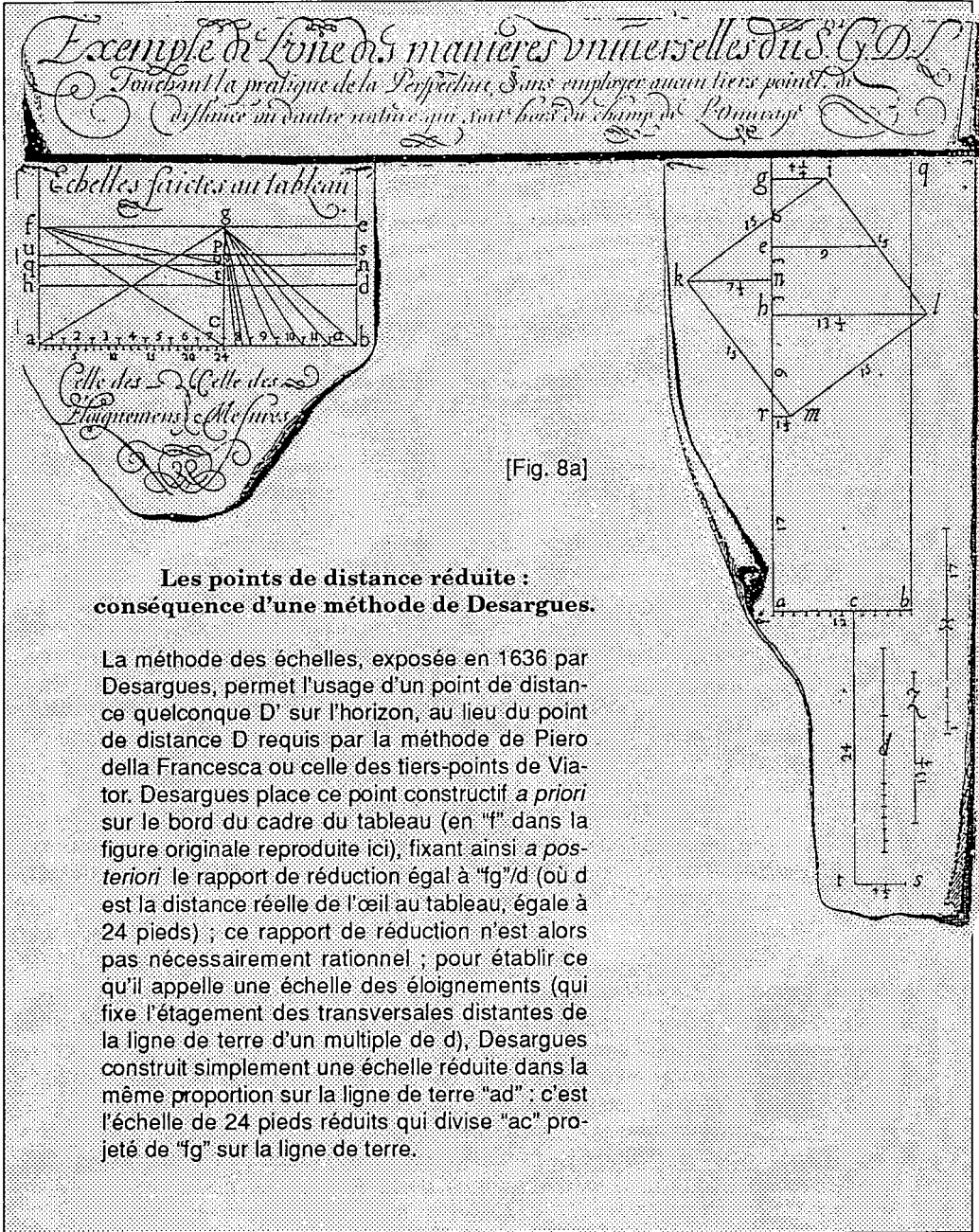
4°) Démontrer l'énoncé de Guidobaldo par des considérations d'incidence et de parallélisme.

5°) Qu'en est-il enfin des apparences d'un faisceau quelconque de droites parallèles de l'espace ? Écrire et démontrer un énoncé général. Qu'en est-il en particulier de leur éventuel point de concours dans l'apparence, et comment le construire, s'il existe ?

6°) Quel est l'ensemble des points de concours des faisceaux de droites parallèles au plan géométral ? Quel est l'ensemble des points de concours des faisceaux de droites parallèles à un plan donné ?

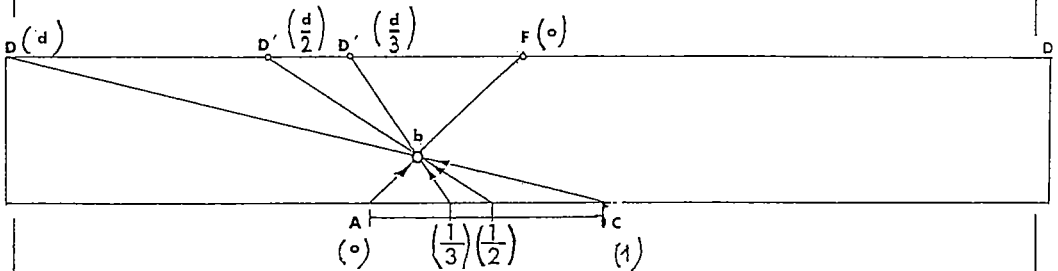
7°) À l'inverse du problème que se pose Guidobaldo : existe-t-il des droites concurrentes de l'espace dont les apparences soient parallèles ? À noter que le texte de Guidobaldo suggère une solution à ce problème. Quelle est l'ensemble des points de concours de faisceaux de l'espace qui produisent des faisceaux parallèles en apparence ?

Note : cet ensemble de questions recouvre une partie des différents cas qu'envisage Guidobaldo del Monte dans le premier livre de son traité, pour en arriver à la proposition générale qui vous est demandée dans la question 5, à savoir l'existence d'un point de concours des apparences dans chaque direction de l'espace non parallèle au plan de section. C'est la première fois que l'on énonce cette propriété de manière universelle, et Guidobaldo ouvre ainsi la voie à l'assimilation projective des faisceaux de droites parallèles et des faisceaux de droites concurrentes, ou encore des cylindres et des cônes. Cette assimilation sera énoncée en 1639 par Girard Desargues (1591-1661), dans son *Brouillon Project d'une atteinte aux evenemens des rencontres du cone avec un plan*.



Version moderne des points de distance réduite.

[Fig. 8b]



F étant le point de fuite principal et AF une fuyante (dite de bout), l'apparence Ab d'une grandeur AB vue de bout s'obtient soit par intersection de DC avec FA , C étant l'un des points de la ligne de terre tels que $AC = AB$, soit par intersection de $D'C'$ avec FA , C' étant un point de AC tel que $AC'/AC = FD'/FD$.

Le second exemple est intéressant en ceci qu'on y voit, sans doute pour la première fois dans l'histoire de la géométrie⁽²⁸⁾, la théorie perspective devenir outil de démonstration : il suffit d'interpréter une configuration géométrique plane comme la mise en place d'une perspective, pour que le tracé d'une parallèle à une droite donnée devienne la recherche d'un horizon parallèle à une ligne de terre. Curieux renversement historique : la perspective informe la géométrie : on sait qu'avec Jean-Victor Poncelet elle ne devait pas en rester là.

Jean-Henri Lambert est revenu plusieurs fois sur la question de la perspective : son *Anlage zur Perspektiv* est resté à l'état de manuscrit (1752) ; et ce n'est qu'en 1759 qu'il publie à Zürich, en allemand et en français, *La perspective affranchie de l'embaras du plan géométral*, qui connaîtra une seconde édition très augmentée en 1774⁽²⁹⁾. Dans son

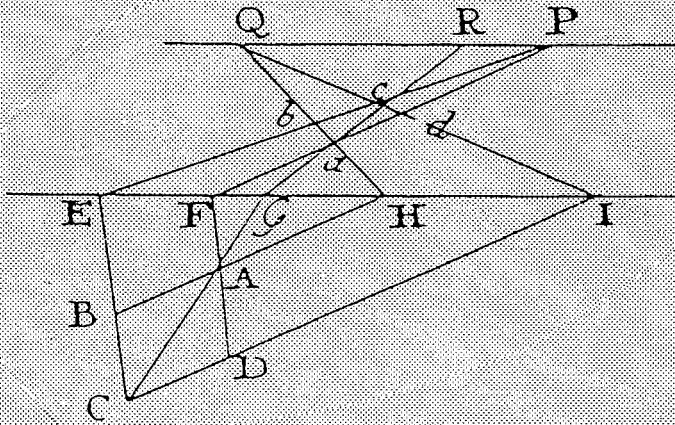
Essai, le géomètre mulhousien est le premier à mettre en place les équations algébriques de la transformation perspective : il aboutit à une formulation fonctionnelle harmonique, et à la représentation nomographique de cette formulation par une hyperbole ; on trouve ces considérations numériques dans *l'Essai sur la Perspective* de 1752⁽³⁰⁾ : elles conduisent Lambert à la conception et à la description d'un perspectographe, mais sont encore *embarrassées* du plan géométral, comme il apparaît dans l'extrait accompagnant la figure 10a.

Outre le fait qu'elles conduisent à la construction d'une hyperbole pour mesurer les grandeurs réduites par la perspective, ces formules peuvent être reprises pour un exercice de géométrie analytique de l'espace, dans lequel il s'agira d'écrire, d'un point de vue actuel, les formules de la transformation perspective (Fig. 10b) : O étant le point de fuite principal, A le point de vue, d

Encadré 5.

Problème III
des Notes et Additions de Lambert (1774).

[Fig. 9]



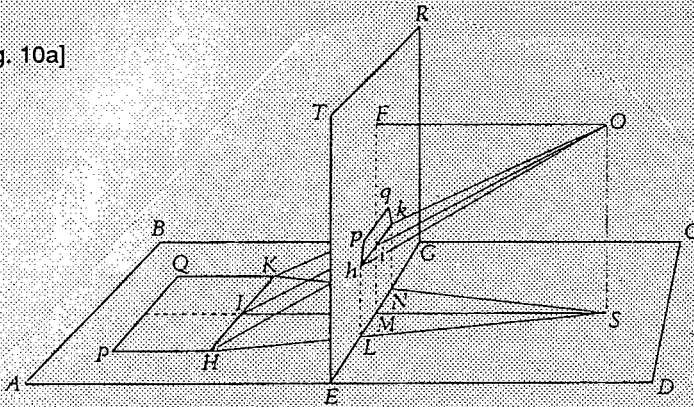
Un parallélogramme ABCD étant donné, construire à la règle seule, par un point P donné, une ligne parallèle à une ligne IE donnée. Sur la figure, ici reproduite, qui accompagne ce problème, on peut voir que l'idée de Lambert est de chercher un horizon passant par P, IE étant considérée comme la ligne de terre : CB, DA, CA, BA & CD coupent IE en E, F, G, H & I. EP & FP sont des fuyantes de la direction de CB ; GR est une fuyante arbitraire de la direction de CA, qui coupe EP & FP en c & en a. Ha et Ic sont alors des fuyantes de la direction de CD, qui se coupent en Q, nécessairement sur le même horizon que P. PQ est la droite cherchée.

la distance OA, Oxyz est un repère de l'espace tel que Oz soit perpendiculaire au repère Oxy du plan de projection. Déterminer les coordonnées planes x' et y' de l'apparence M' d'un point $M(x, y, z)$, en fonction des coordonnées de M et du paramètre d .

La trame est vaste donc ; quant aux chaînes, il en surgit même d'assez inattendues : outre les filons de la géométrie dans l'espace, qu'il s'agisse d'études d'incidences ou de calculs analytiques, la perspective recèle aussi quelques situations récurrentes que l'on peut exploiter. Ce que nous allons montrer de suite.

Figure spatiale reprise de l'Essai de Lambert (1752).

[Fig. 10a]



En général, la distance de S à un point donné du plan géométral est à la distance de ce point au tableau comme la hauteur OS de l'œil est à l'élévation de ce point dans le tableau. Ou pour l'exprimer algébriquement afin de pouvoir l'appliquer ultérieurement ; soit $HL = x$; $LS = a$; $LH = b$; $OS = c$, alors

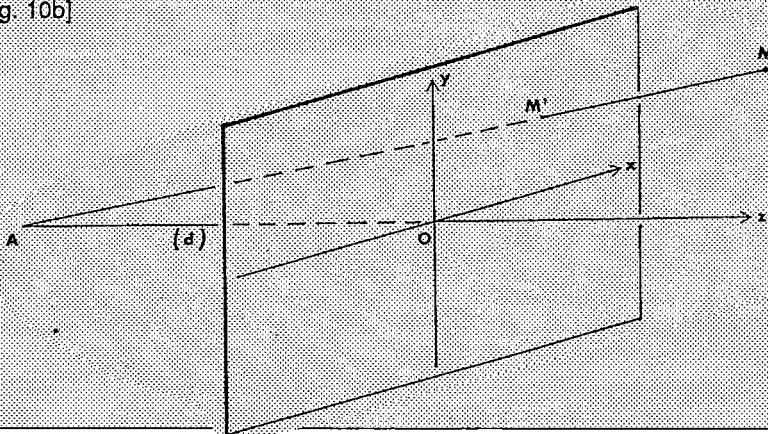
$$(a + b) : b :: c : x, \text{ c'est-à-dire } x = bc / (a + b)$$

Et ainsi nous avons déterminé l'élévation de chaque point dans le tableau. Cherchons maintenant le point L de la ligne de terre EG, au dessus duquel élever le point h. [...] Soit alors $HL = d$, $LM = y$, alors :

$$a : (a + b) :: y : d, \text{ c'est-à-dire } y = ad / (a + b).$$

Repères de l'espace et du plan de projection.

[Fig. 10b]



4. Logogriphe.

en forme de dialogue. Où l'on exhibe l'idée d'une ou de deux suites venues de quelque part.

Mes travaux de recherche sur la perspective ne m'ont pas conduit seulement vers la pratique de la géométrie pure, mais aussi vers la géométrie analytique et la mise en place de formules de récurrence sur des suites numériques, pour les besoins d'une question formulée plutôt dans le champ de l'histoire de l'art. Voici en quelles circonstances, et quelles en furent les conséquences dans ma pratique d'enseignant.

En 1984, le cercle d'histoire de la perspective de l'Irem (sous-groupe de celui d'histoire des sciences), participa à la mise en place d'une exposition sur la question de la représentation de l'espace, autour du tableau du Pérugin : le **Mariage de la Vierge**, qui fait partie des collections du Musée des Beaux-Arts de Caen⁽³¹⁾ (Hors-texte 1, page 141). Une analyse perspective du tableau du Pérugin, devait mettre en évidence la parfaite rectitude des tracés du peintre pour son architecture et le pavage de la place qu'elle domine, ce qui n'avait rien d'étonnant pour un peintre assez proche de l'atelier de Piero della Francesca et qui a peut-être été son élève (Fig. 11). Mais il n'en va pas de même d'un autre tableau, très voisin par la forme et par le sujet. Ce tableau a été peint par un élève du Pérugin : il s'agit du **Mariage de la Vierge** de Raphaël⁽³²⁾ (Hors-texte 2, page 143). Dans ce second tableau en effet, si les lignes de bout du pavage fuient bien vers un seul point de fuite central qui détermine le niveau de la ligne d'horizon, les diagonales de ce pavage, qui devraient fuir vers

les points de distance et donc permettre la détermination du point de vue idéal, ne convergent pas, ni sur l'horizon, ni ailleurs (Fig. 12). Elles coupent l'horizon en des points qui déterminent une division régulièrement décroissante des côtés vers le centre, d'une façon telle que ce ne peut être l'effet du hasard, mais le symptôme d'une loi constructive, même si cette loi est projectivement incorrecte.

[Voir Fig. 11, page 142 :

Scéma perspectif du **Mariage de la Vierge** du Pérugin.]

[Voir Fig. 12, page 144 :

Scéma perspectif du **Mariage de la Vierge** de Raphaël.]

Si, en l'absence de documents écrits, on ne peut qu'émettre des conjectures sur les intentions plastiques d'un peintre lorsqu'il exécute un tableau, on peut malgré tout préférer l'hypothèse d'un choix esthétique à celle de la soumission à une règle. Mais on peut aussi analyser les données géométriques objectives du tableau et faire plus que des hypothèses sur les choix techniques qui ont présidé à l'exécution ; on peut espérer lever ainsi le voile sur tel acquis pratique ou sur telle influence, et en tirer des renseignements précis pour l'histoire de l'art et pour l'histoire de la perspective. Que telle règle ait été inventée comme solution plastique circonstancielle est une chose ; mais que l'on retrouve cette règle, erronée, exposée à peu de temps de là (1545) comme règle fondamentale de pers-



Le Mariage de la Vierge, Le Pérugin. Musée des Beaux-Arts de Caen.

LA PERSPECTIVE EN PREMIERE SCIENTIFIQUE
UNE CERTAINE SUITE DANS LES IDEES ...

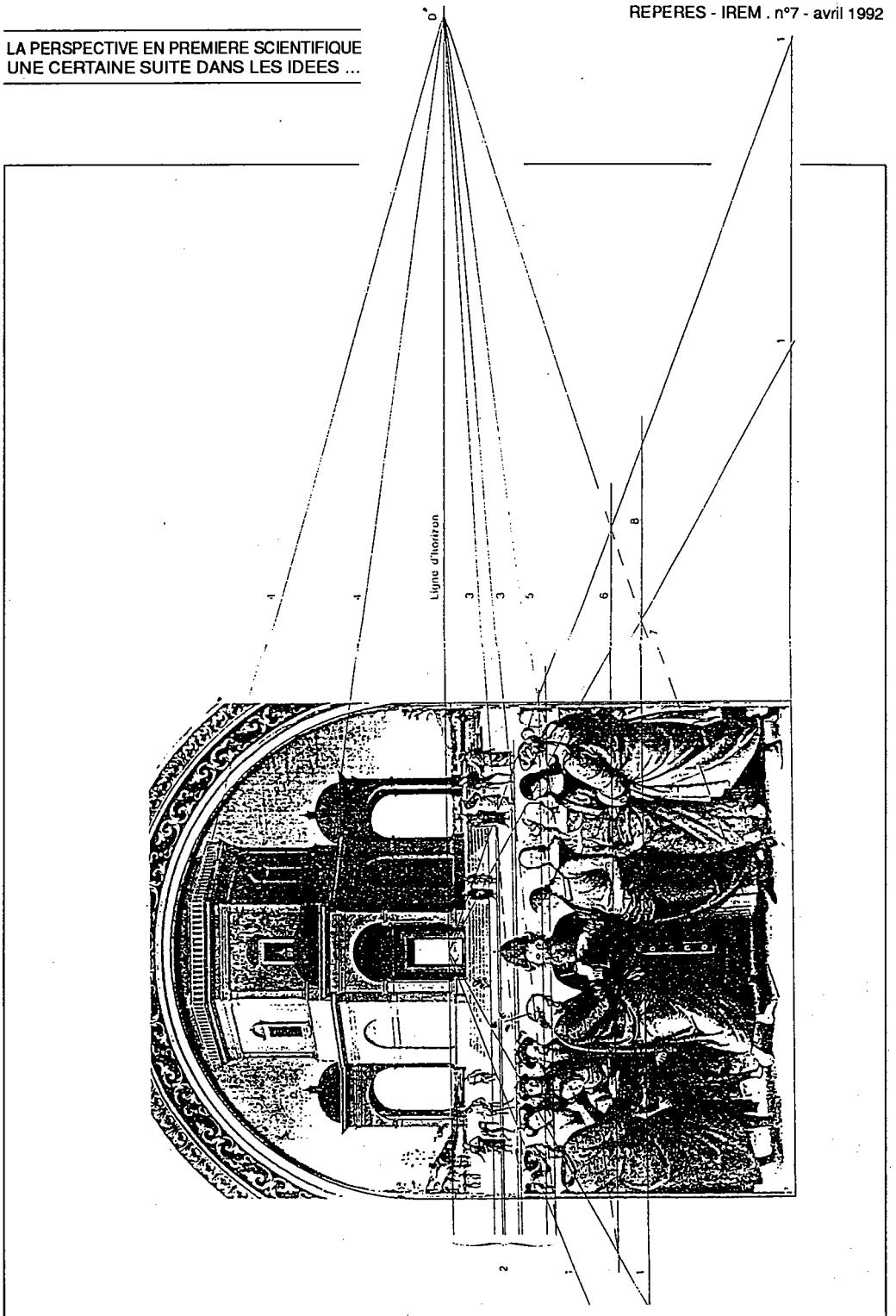


Fig. 11, Scéma perspectif du **Mariage de la Vierge du Pérugin.**



Le Mariage de la Vierge, Raphaël.

LA PERSPECTIVE EN PREMIERE SCIENTIFIQUE
UNE CERTAINE SUITE DANS LES IDEES ...

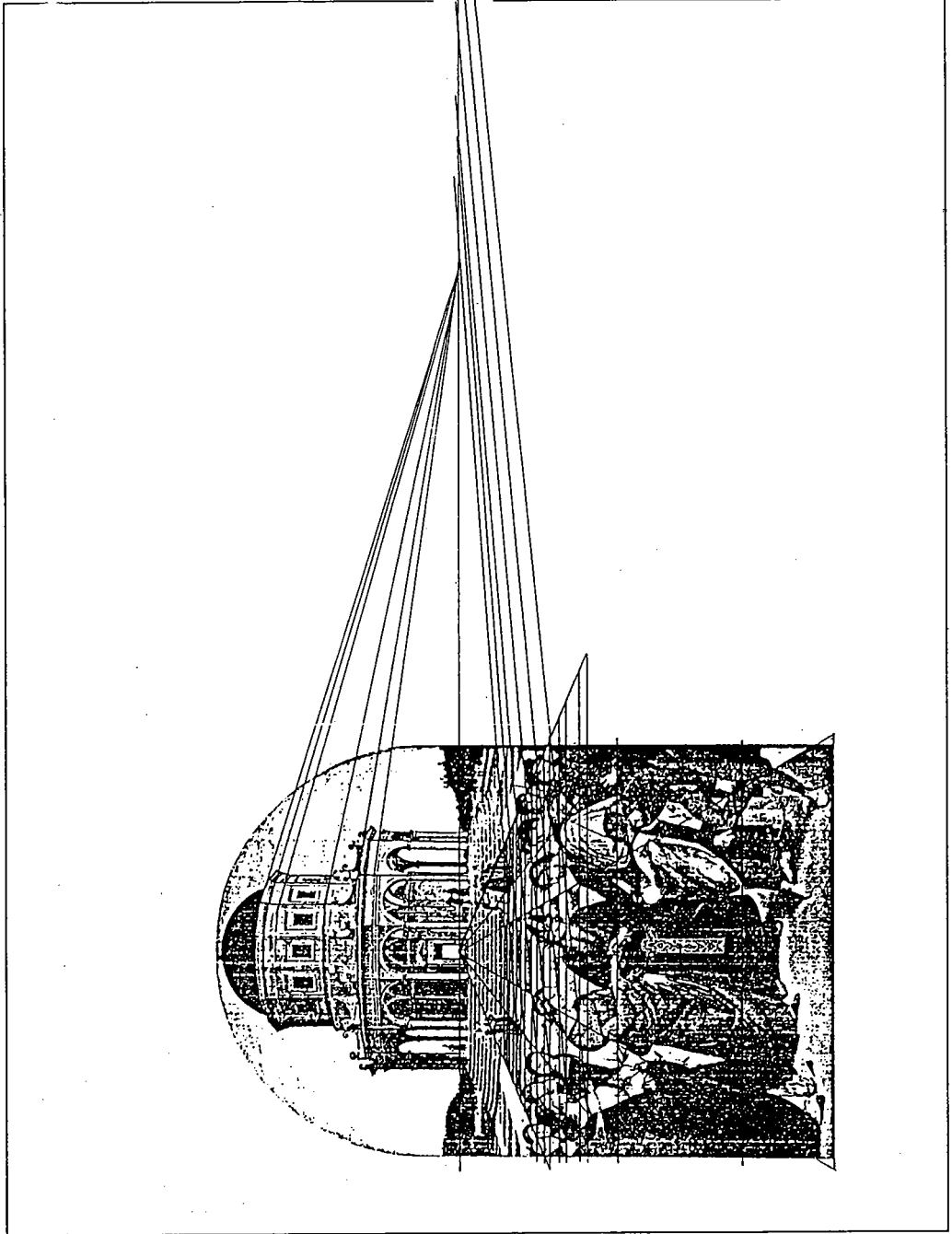


Fig. 12, Scéma perspectif du **Mariage de la Vierge** de Raphaël.

pective dans un traité de première importance (celui de Serlio), et l'on est fondé à penser que l'erreur est involontaire, qui se présente bientôt comme règle commune et *véridique* c'est-à-dire aussi *légitime* que la construction d'Alberti. Voyons les faits :

Quelques années après l'exposition, en reprenant des recherches sur Piero della Francesca et Serlio, j'eus le sentiment que le procédé erroné de Raphaël avait peut-être à voir avec la fausse règle de Serlio⁽³³⁾. Je fus vite conforté dans cette impression en construisant les diagonales de la série de carreaux que Serlio dispose les uns derrière les autres par la méthode décrite plus haut⁽³⁴⁾ : elles ne convergent pas, et plus précisément, elles divisent l'horizon suivant des intervalles régressant vers le centre ! Voici deux figures qui mettent en évidence la fausseté de la règle et sa conséquence sur les diagonales du pavage (Fig. 13a & 13b, page suivante).

Il me paraissait impensable que Serlio, ou Peruzzi son maître, ait inventé une règle "fausse", quand il en existait d'autres qui avaient fait la preuve de leur légitimité. Cette "fausse" règle était très probablement le produit d'une pratique antérieure, soit empirique et héritée du premier 15ème siècle, soit provenant d'une mauvaise interprétation de certaines règles connues et adaptées pour une situation particulière.

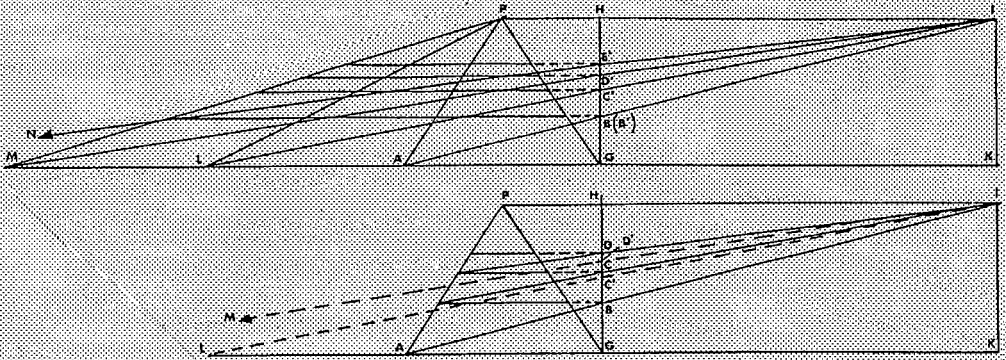
Or il se trouve que Peruzzi et Raphaël ont travaillé ensemble pour la décoration des chambres du Vatican. Il se trouve aussi que le **Mariage de la Vierge** de Raphaël est construit sur la base d'une rangée de carreaux en profondeur, et non en largeur comme dans l'exposé *princeps* d'Alberti : le pavage est fait de très grandes dalles, dont la première excède

les limites du tableau ; et il se trouve enfin que Raphaël, élève de Péruugin, lui-même héritier de Piero della Francesca, connaissait sans doute parfaitement la construction d'Alberti, mais aussi celles de Piero della Francesca, parmi lesquelles en particulier, l'une expose la mise en raccourci, projectivement correcte mais plus complexe que la règle de Serlio, de plusieurs carreaux situés en profondeur⁽³⁵⁾ : la règle de Serlio peut s'interpréter en fait comme un mixte de divers procédés.

De là à penser que ce tableau était le prototype cherché pour la mise en place d'une fausse règle imaginée pour les besoins d'une rangée de carreaux en profondeur, il n'y avait qu'un pas que je ne pouvais franchir qu'à une condition précise : il fallait montrer que la loi numérique de régression des segments découpés sur l'horizon par les diagonales était de même nature dans le schéma de Serlio que dans le tracé perspectif de Raphaël : c'est-à-dire, puisque les deux configurations ne sont pas superposables (il y a plusieurs paramètres en jeu), que les formules algébriques donnant ces écarts, et la récurrence qui les produit, sont identiques aux constantes numériques près. Pour ce faire, il me fallait posséder des données numériques exactes, que j'ai obtenu auprès du Musée de la Brera à Milan, où se trouve le tableau de Raphaël : en effet, une loi numérique produite par transformation projective eût été conservée par le truchement d'une reproduction photographique, mais tel n'était pas le cas pour cette loi singulière, provenant *a priori* d'une construction géométrique certes systématique, mais qui ne conservait pas les propriétés projectives de la configuration spatiale dès lors qu'elle ne produisait pas la convergence des diagonales du carrelage.

Construction erronée de Serlio et construction légitime d'Alberti.

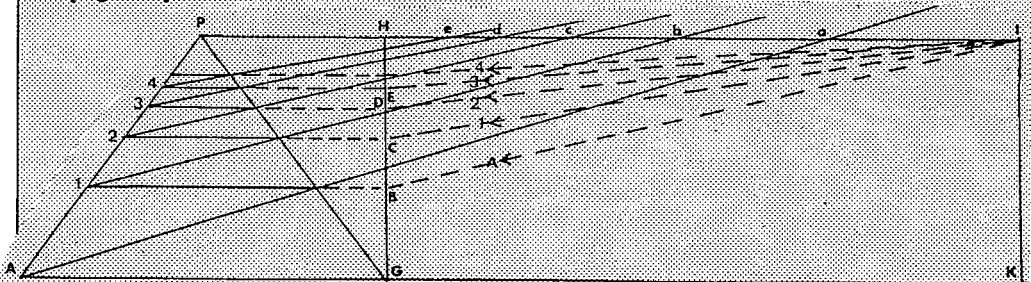
[Fig. 13a]



Les rayons visuels en trait plein et les lignes de rappel en pointillé sont celles de Serlio : elles déterminent les niveaux B, C, D & E. Les rayons visuels et les lignes de rappel en tireté-pointillé sont celles d'Alberti : elles donnent le même point B, mais déterminent ensuite des points C', D' et E' moins élevés que C, D et E.

Construction de Serlio.

[Fig. 13b]



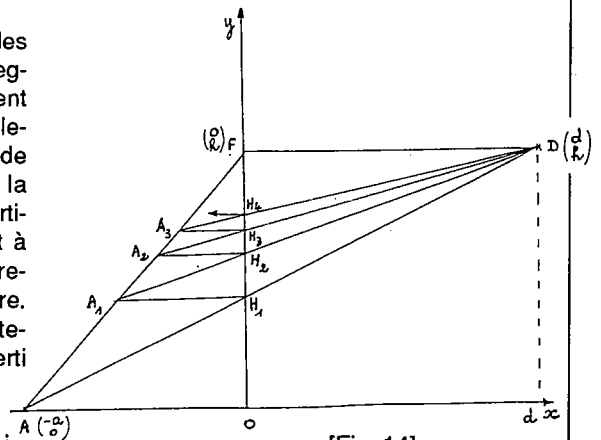
Tracé des apparences des diagonales : elles ne convergent pas, mais découpent des segments ab, bc, cd, de de taille décroissante, sur l'horizon.

De mes calculs analytiques sur la configuration de Serlio me vint l'idée de proposer des calculs analogues sur la configuration d'Alberti, plus simple : cela me permettait d'exploiter encore ces figures dans deux directions de travail : la géométrie analytique plane, d'une part, et la mise en place des suites numériques et de la récurrence. Cette fois encore, les exercices proposés avaient le mérite de reposer sur un concret

un peu moins artificiel que les problèmes de robinet. Voici le résultat de mes cogitations, que je proposai vers la fin de janvier 89, toujours sous forme de devoir, au moment où je terminais la géométrie analytique plane et spatiale, et où j'abordais les suites numériques : exemples de mise en place de la récurrence et de "comportements" divers (nombres figurés, fractales et autres paradoxes de Zénon).

**Géométrie analytique et suites numériques.
Perspective d'un carrelage au sol :
Algorithme de calcul des raccourcis successifs.**

En perspective linéaire, la construction des apparences raccourcies d'une série de segments égaux et parallèles successivement disposés derrière la ligne de terre, parallèlement à elle et à des distances multiples de leur longueur commune, donne lieu à la figure suivante (Fig. 14), dans le cas particulier où le point de fuite principal F est à l'aplomb de l'une des extrémités O du premier segment AO situé sur la ligne de terre. La construction ci-dessous est en fait obtenue indifféremment par la méthode d'Alberti ou par celle du point de distance.



[Fig. 14]

Question préliminaire : expliquez pourquoi.

- (AO) = Ox ; (OF) = Oy.
- (FD) // (AO) ou Ox.
- FD = d (distance de l'œil de l'observateur au tableau).
- OF = h (hauteur de l'œil au-dessus du géométral).
- OA = a (longueur commune aux segments raccourcis)

LA PERSPECTIVE EN PREMIERE SCIENTIFIQUE
UNE CERTAINE SUITE DANS LES IDEES ...

On a choisi ici un repère orthonormé xOy et les points D , F et A y ont pour coordonnées : $D (h,d)$, $F (0,h)$ et $A (-a,0)$. On définit ensuite les points suivants : H_1 est l'intersection de (AD) et de Oy ; $(H_1A_1) \parallel (OA)$ et A_1 est l'intersection de (AF) et de (H_1A_1) ; H_2 est l'intersection de (A_1D) et de Oy ; $(H_2A_2) \parallel (OA)$ et A_2 est l'intersection de (AF) et de (H_2A_2) ; H_3 est l'intersection de (A_2D) et de Oy ; $(H_3A_3) \parallel (OA)$ et A_3 est l'intersection de (AF) et de (H_3A_3) ; etc.

$[A,O]$, $[A_1,H_1]$, $[A_2,H_2]$, $[A_3,H_3]$, etc. sont les raccourcis successifs dans l'apparence des segments égaux situés au sol.

On nomme les coordonnées des points indexés de la manière suivante : $H_n (0, y_n)$; $A_n (x_n, y_n)$. Puis on note $a_0 = a$, la longueur de AO , et $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, les longueurs des segments raccourcis $A_1H_1, A_2H_2, A_3H_3, \dots, A_nH_n$. On note enfin $h_1 = y_1$, la hauteur de H_1 , puis $h_2 = H_1H_2$, $h_3 = H_2H_3, \dots, h_n = H_{n-1}H_n$, les raccourcis successifs des écarts en profondeur.

- 1°) Quelles sont les coordonnées de H_1 et de A_1 ? Quelles sont les expressions de a_1 et de h_1 en fonction de a, h , et d , donnés ?
- 2°) Mêmes questions pour H_2, A_2, H_3 et A_3 .
- 3°) Quelles formules peut-on induire de ces premiers résultats pour y_n, x_n, a_n et h_n , en fonction de a, h, d ?
- 4°) Déterminez x_{n+1} et y_{n+1} en fonction de x_n et y_n (formules de récurrence).
- 5°) Montrez, par récurrence que les formules hypothétiques du 3°) sont valides pour tout n .
- 6°) En vous appuyant d'abord sur la configuration géométrique pour émettre une conjecture, puis sur une argumentation de convergence, déterminez les limites des suites $(y_n), (x_n), (a_n)$ et (h_n) .

Il est clair que le choix d'une configuration particulière a pour but de simplifier le problème analytique. Mais il correspond aussi à un moment de l'histoire de la perspective, que l'on peut situer au plus tard chez Vignola-Danti, et peut-être déjà chez Albrecht Dürer (1471-1528) : l'adoption d'un point de fuite central sur le bord du

tableau fait coïncider les points F et H d'Alberti (cf. Fig. 1a) et les points O d'Alberti et D_1 de distance. Il est clair que le fait que F soit d'aplomb au-dessus de O n'a aucun intérêt du point de vue projectif, et que l'on aurait pu choisir un repère oblique xOy déterminé par (AO) et (OF) dans le cas "albertien" où F aurait été à

l'aplomb du milieu de $[A,O]$. C'est une remarque que j'ai préféré faire lors du corrigé, de crainte que certains ne s'embarquent dans le problème général avec un repère orthogonal inadapté.

Il reste que le problème ci-dessus peut-être présenté de manière plus générale, ou que l'on peut se poser le même type de questions pour une construction récurrente mais non projective comme celle de Serlio, les solutions n'étant pas alors de type harmonique ; dans ce cas, le but des calculs pourrait être de déterminer la suite des écarts ab, bc, cd, \dots déterminés sur l'horizon par les apparences fuyantes des diagonales du carrelage. Dans mon projet d'analyse du tableau de Raphaël, c'était en fait ma démarche puisque je voulais voir si cette suite pouvait prendre, pour certaines

valeurs des paramètres (la distance œil-tableau, la hauteur de l'œil, le côté du carré de base, c'est-à-dire la longueur de la ligne de terre), les valeurs que l'on peut déduire des relevés effectués sur le tableau⁽³⁶⁾.

Ce catalogue est loin d'être exhaustif et il n'a été conçu que pour montrer le charme discret de la géométrie perspective : il y a des modèles en magasin qui ne sont pas dans la vitrine ; mais si vous pénétrez dans cette boutique ne croyez surtout pas qu'un coup d'œil ne vous engagera à rien... Car cet article n'a été rédigé que dans le but de manifester qu'il n'est peut-être de recherche qui n'aspire à être diffusée et à sous-tendre un enseignement ; et réciproquement, — qui sait ? —, qu'il n'est pas d'enseignement qui ne s'appuie sur une recherche.

5. Epilogue.

Où l'on reparle du retour d'un autre genre de refoulé.

Septembre 1989. L'on m'a confié une autre première scientifique. À quelques jours de la rentrée, je reçois une lettre... anonyme, et rédigée par un courageux parent d'élève, passé peut-être mais plus sûrement à venir (et qui dès lors craindrait peut-être des représailles ?) :

C'est en parent d'élève que je me permets de vous faire parvenir cette lettre non signée, et vous en comprendrez aisément la raison .

Au passage, voilà qui en dit long sur l'image du professeur chez certains parents d'élèves : serions-nous à ce point restés d'ancien régime que nous puissions faire payer au rejeton ce qui n'est qu'infamie du géniteur ?

Je ne résiste pas au plaisir de vous citer un extrait de ce libelle, car le premier instant de stupeur et de désarroi passé, je considère que c'est l'un des plus beaux compliments que l'on m'ait faits, d'autant qu'il n'émanait pas d'un flatteur :

Il est de notoriété publique, parmi les élèves et parmi les familles qui les suivent dans leur travail, qu'un élève passant dans vos classes fera certes des mathématiques mais bien souvent hors-programme...

En guise de conclusion ambiguë à méditer :

*Audaces fortuna juvat :
La fortune sourit aux audacieux...*

NOTES

1. La perspective linéaire ou centrale ou conique (ou encore projection centrale ou conique) est celle, inventée par des peintres et architectes au 15^e siècle, qui considère que l'apparence des choses dans un tableau plat est obtenue par intersection des rayons visuels, issus d'un œil ponctuel unique visant chaque point de l'objet regardé, avec le plan du tableau. Cf. infra.

2. Ce fut à l'occasion d'une exposition sur les anamorphoses, présentée au Musée des Arts Décoratifs, en 1976, sous la direction de Jurgis Baltrusaitis, et prolongée d'un catalogue qui posait au moins autant de questions au géomètre qu'il n'en résolvait pour l'amateur d'art.

3. La perspective cavalière ou militaire est appelée ainsi parce qu'elle fut utilisée à l'origine pour la représentation en art militaire. Représentation dite de type géométral (c'est-à-dire avec des grandeurs apparentes qui ne diminuent pas avec l'éloignement, et qui s'inscrivent dans des échelles arithmétiques), elle semblait donner des résultats analogues à ceux obtenus avec un point de vue élevé et éloigné (celui d'un cavalier sur une colline par exemple) et des rayons visuels quasi-parallèles; elle fut ensuite reconnue et définie comme une perspective linéaire avec un point de vu à l'infini. Elle est donc aujourd'hui définie comme une projection cylindrique oblique, c'est-à-dire une projection à projetantes parallèles sur un plan non orthogonal à la direction de projection; le plus souvent certaines faces de l'objet projeté sont privilégiées en étant placées parallèlement au plan de projection. Il faut la rapprocher de l'axonométrie (mais ne pas la confondre avec), qui est une projection cylin-

drique à direction orthogonale au plan de projection, et dans laquelle un objet n'a, le plus souvent, pas de face privilégiée: si tel était le cas, un édifice, par exemple, se projeterait selon son plan ou toute autre coupe horizontale, ou selon sa vue de face, son profil ou toute autre coupe verticale. Pour en savoir plus: *Perspectives cavalières et axonométriques*, J.J. Locquet et N. Perrot, Ed. Technique et Documentation - Lavoisier, Paris, 1988.

4. Les images "3D", sont en fait des images en deux dimensions (2D) d'objets ou de scènes situés dans une réalité en trois dimensions (3D), et qui nécessitent donc l'usage d'une perspective, quelle qu'elle soit; l'utilisation de l'outil informatique oblige, pour un usage systématique, à passer par une perspective mathématisable pour être numérisée: c'est le cas des projections coniques ou cylindriques, qui donnent des représentations assez proches de la vision, et des projections géométriques en général, comme la projection stéréographique par exemple, utilisée par les géographes, qui permet de projeter la sphère sur un plan.

5. Ancêtre médiéval du trombone: idéal pour les rapports en triple exemplaire.

6. Ce peintre florentin (1397-1475) passait ses nuits à dessiner suivant les règles nouvellement inventées de la perspective linéaire; à sa femme qui s'en plaignit, il répondit: ô qu'icelle perspective est une douce chose !

7. Pour le lecteur qui voudrait en savoir plus que les quelques éléments qui vont suivre, il faut signaler l'existence des travaux de l'équipe de l'IREM de Basse-Normandie, publiés essentiellement dans les *Cahiers de la Perspective* (5 numéros parus, le numéro 6

est à paraître en 1992), et ceux du Séminaire d'Histoire, Théorie et Pratique de la Perspective et des Modes de Représentation (IHP-CNRS-EHESS), qui a publié une partie de ses travaux dans la revue *In extenso*, n°13 (Ecole d'Architecture Paris-Villemin), et dont les actes paraîtront dans un numéro spécial de la *Revue d'Histoire des Sciences*, et dans un numéro des *Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences*.

8. Alberti en donnera une version en langue vernaculaire dès 1436, pour les peintres, sous le titre: *Della Pittura*. L'ouvrage ne fut imprimé pour la première fois qu'en 1540. Les citations sont des adaptations de ma traduction de la version italienne: pour le texte original et ma traduction originelle, cf. les *Cahiers de la Perspective*, n°4, pp. 12 & sqq., note 24.

9. Rédigé en italien sans doute à partir des années 1470 et achevé vers 1485, le manuscrit de Piero della Francesca existe sous sa forme autographe (Bibl. Palatine de Parme, n° 1576), et sous la forme d'une traduction en latin, manuscrite par un copiste, avec des corrections et des figures autographes (Bibl. Ambrosienne de Milan, n° C307 inf.). Les deux copies connues, qui ne sont sans doute pas les seules, ont circulé et ont été souvent compulsées. La première édition imprimée n'eut lieu qu'en 1899, par les soins de C. Winterberg, avec traduction en allemand. La première édition critique en fut donnée en 1942 par G. Nicco-Fasola (G.C. Sansoni Ed., Florence). On en trouvera de nombreux extraits avec leurs traductions dans mon article des *Cahiers* n°4, pp. 2 à 73.

10. Le *Libro Secondo del Trattato di Architettura* parut à Paris en 1545, en même temps que le livre premier, en italien, avec une traduction française de Jean Martin. C'est, assez paradoxalement, le premier ouvrage de perspective imprimé en langue italienne, si l'on excepte deux courts textes

plus descriptifs que démonstratifs: l'un inclus dans la première édition du *De Pictura* d'Alberti, en 1540, et l'autre, assez obscur, que l'on trouve dans le *De Sculptura* de Pomponio Gaurico (1481/2-1530), imprimé en 1504 à Florence.

11. Adapté de ma traduction du texte italien original, celle de Jean Martin étant assez libre au point de dénaturer un peu la substance du texte. Le lecteur trouvera le texte original et une traduction plus littérale dans les *Cahiers de la Perspective*, n°4, pp. 243 à 248.

12. Jusque là, il ne s'agit de rien d'autre que de la construction d'Alberti appliquée à un seul carré de référence (cf. Fig. 1a): c'est celle-là même que propose Piero della Francesca dans sa proposition XIII du Livre premier de son traité.

13. Cet architecte est connu pour son traité sur la règle des cinq ordres de l'architecture (*Regola delli cinque ordini d'architettura*, 1562), qui connut de nombreuses éditions, traductions et adaptations, tous ouvrages que l'on cite souvent comme étant des *Vignoles* par antonomase.

14. L'ouvrage de Stevin, en flamand, fut traduit en latin la même année par Willebrord Snell (dit Snellius), sous le titre *De Skiagraphia* (i-e de l'ombrage, ou de l'ombre portée), puis en français par J. Tuning en 1608 (*De la Scénographie* partie de l'Optique) et par Albert Girard en 1634 (*De la Perspective*); il eut donc un certain retentissement.

15. Brook Taylor est l'auteur de deux ouvrages de perspective: *Linear Perspective, or a New Method of Representing justly...*, Londres, 1715, et les *New Principles of Linear Perspective...*, Londres, 1719; le second connut une traduction française par le Père Rivoire, s. j., Amsterdam, 1757. Cf. *La perspective dans les pays anglo-saxons*, in *Scholies*, Actes du Séminaire Interdiscipli-

 LA PERSPECTIVE EN PREMIERE SCIENTIFIQUE
 UNE CERTAINE SUITE DANS LES IDEES ...

naire d'Histoire des Sciences du Lycée Malherbe de Caen, numéros 10 et 11 de février et juin 1990.

Jean-Henri Lambert est revenu plusieurs fois sur la question de la perspective: son *Anlage zur Perspektiv* est resté à l'état de manuscrit (1752): cet *Essai* a fait l'objet d'une traduction française en 1981 par J. Peiffer avec une préface de R. Taton, et avec une introduction et des notes de R. Laurent, Éd. Monom, Coubron, 1981; en 1759, il publie à Zürich, en allemand et en français, *La perspective affranchie de l'embaras du plan géométral*, qui connaîtra une seconde édition très augmentée en 1774 (il en existe une édition en fac-similé chez A. Brioux, Paris, 1977). Cf. R. Laurent: *La place de J.-H. Lambert (1728-1777) dans l'histoire de la perspective*, Éd. Cedic-Nathan, Paris, 1987; cet ouvrage inclut une traduction par J. Peiffer des *Notes et additions* de 1774 à *La perspective affranchie* de 1759.

16. C'est-à-dire du *Sieur Girard Desargues, Lyonnois*.

17. Un point de distance réduite est un point situé sur l'horizon à une distance moitié de la distance œil-tableau à partir du point de fuite principal (ou à une distance réduite à son tiers ou plus généralement dans un rapport de réduction quelconque), de façon à être placé à distance "raisonnable" sur l'horizon. La construction de l'image perspective d'un carré se fera en réduisant dans le même rapport les écarts latéraux sur la ligne de terre: voir la figure 8 et son commentaire.

18. Ce théorème figure comme l'une des propositions géométriques de Desargues qu'Abraham Bosse inclut dans son traité de perspective de 1647: *Manière universelle de Mr Desargues pour pratiquer la Perspective par petit-pied, comme le Géométral*. La plupart des exemplaires connus de cet ouvrage sont datés de 1648.

19. On trouve les considérations numériques

dans l'*Essai sur la Perspective* de Lambert (op. cit.), texte que le cercle d'histoire des sciences de l'IREM a proposé aux étudiants du DEUG A. Le texte de Lambert, dans lequel il utilise des considérations perspectives pour la résolution de problèmes de géométrie élémentaire, s'intitule *Notes et Additions* (de 1774), à *La Perspective affranchie...* de 1759 (op. cit.); le cercle en a utilisé des extraits en DEUG A. Ce travail fera l'objet d'un fascicule consacré à la préhistoire de la géométrie projective, recueil de textes avec introductions, notes et exercices, dans la série *Lectures d'Histoire des Sciences*, à paraître à l'IREM de Basse-Normandie.

20. Le lecteur intéressé pourra se reporter à différents articles des *Cahiers de la perspective*, op. cit., ou au chapitre consacré à la perspective d'un ouvrage sur l'histoire des mathématiques par les problèmes, en préparation dans la Commission inter-IREM d'Épistémologie (1992).

21. Pour cette partie du cours, j'ai suivi d'assez près la présentation de l'ouvrage de Y. et R. Sortais: *Géométrie de l'espace et du plan*, Paris, 1988 (Ed. Hermann), pp. 1-3. De même pour l'énoncé de géométrie dans l'espace inclus dans le texte de devoir d'application.

22. Une telle formulation ne prend sens qu'après plusieurs séances de pratique des constructions perspectives décrites plus haut.

23. Elle figure, avec le texte original en latin, ainsi que les énoncés sans démonstration de toutes les propositions sur le point de concours, en annexe d'un article consacré à Marolois dans les *Cahiers de la Perspective* n°4 (op. cit.).

A noter que Guidobaldo indique en marge les propositions des premier, cinquième, sixième et surtout onzième éléments d'Euclide, sur lesquelles il s'appuie à chaque étape: ce sont les indications du type [XI, 18] qu'on lira de place en place. Lorsqu'il utilise une

proposition de son propre ouvrage, il parle de la 25ème de ce livre, notée [G, I, 25].

24. C'est l'une des propositions du début du premier livre, qui exprime l'idée, depuis longtemps acquise (cf. l'argument d'Alberti), que l'apparence d'une droite est une droite, c'est-à-dire qu'une perspective conserve l'alignement.

25. Le plan HM, c'est-à-dire, suivant la tradition euclidienne, le plan, ou encore le quadrilatère, LHKM, désigné par l'une de ses diagonales.

26. La proposition 25 du livre I de Guidobaldo énonce que les apparences de lignes parallèles à la ligne de terre restent parallèles entre elles en représentation.

27. La proposition XXII de Guidobaldo énonce que: Si AB est à AD comme BC à DE, [A, B & D étant alignés sur la figure], si BC & DE sont parallèles, et si l'on joint les points C & E, E & A, alors je dis que CEA est une ligne droite.

28. A l'exception peut-être de l'usage que fait Desargues de la perspective pour transporter les propriétés du cercle vu du sommet d'un cône sur ses sections coniques: c'est ce qu'il appelle la démonstration par le relief.

29. J.-H. Lambert: *La perspective affranchie de l'embaras du plan géométral*, Zürich, 1759, rééd. en fac-similé, Éd. Alain Brioux, Paris, 1977, op. cit. Les *Notes et additions* de l'édition de 1774 ont fait l'objet d'une traduction de J. Peiffer dans l'ouvrage de R. Laurent, op. cit.

30. Cf. J.-H. Lambert: *Anlage zur Perspektive*, 1752; traduction par J. Peiffer: *Essai sur la perspective*, Éd. Monom, Cou-

bron, 1981, op. cit.

31. Cf. le catalogue de cette exposition, ou la réédition partielle qu'en fit l'IREM dans le n°3 des *Cahiers de la Perspective*, avec de nombreux articles additionnels.

32. C'est D. Bessot qui devait mettre en évidence cette anomalie, après avoir entrepris l'étude perspective des deux tableaux (cf. *Cahiers* n°3, op. cit.).

33. Le lecteur trouvera trace de ces recherches dans les *Cahiers* n°4: dans un article sur Piero della Francesca, mais aussi dans une annexe à un article sur Marolois, consacrée à Serlio.

34. Cf. la figure 4 et son commentaire. La fausseté de la règle est apparente si l'on se rappelle que les niveaux successifs convenables s'obtiennent à l'aide d'une division équirépartie de la ligne de terre, et qu'alors les rayons visuels vus de profil ne passent pas, à l'exception du premier, par les coins des carrés successifs (cf. la figure 1b et son commentaire). La contemplation des figures 10a et 10b est à cet égard édifiante.

35. Il s'agit de la proposition XXIV du premier livre de son manuscrit, qui fait usage d'une ligne de fuite médiane des carreaux, et des apparences des diagonales des demi-carreaux ainsi délinéés.

36. La question des rapports entre le tracé de Raphaël et la construction de Serlio, les calculs qu'ils impliquent, et les conclusions qui permettent d'étayer les hypothèses simplement évoquées ici, sont présentés dans un article à paraître dans les *Annales* de l'Institut Suisse de Rome et dans les *Cahiers de la Perspective*.

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE.

Dans un premier temps :

- Delachet André : *La géométrie projective*, P.U.F., coll. Que sais-je ? n° 1103.
 Flocon Albert et Taton René : *La perspective*, P.U.F., coll. Que sais-je ? n° 1050.
 Gilbert Thérèse : *La perspective en question*, Ciaco Éd., Louvain-la-Neuve, 1987.
Les Cahiers de la perspective, IREM de Basse-Normandie, Université de Caen, 5 n° parus.

Pour aller plus loin :**Théorie et pratique.**

- Barre André et Flocon Albert : *La perspective curviligne*, Flammarion, Paris, 1968.
 Bonbon Bernard S. : *Perspective scientifique et artistique*, Eyrolles, Paris, 1978.
 Bonbon Bernard S. : *Perspective moderne*, Eyrolles, Paris, 1989.
 Bonbon Bernard S. : *Perspective inclinée, plongeante, plafonnante, ombres, reflets*, Eyrolles, Paris, 1986.
 Fradin Marcel : *Perspective conique*, Éd. Dessain et Tolra, Paris, 1980.
 Hennebicq Daniel, Molle Georges : *La mise en perspective*, Eyrolles, Paris, 1980.
 Lehmann D. : *Initiation à la géométrie*, P.U.F., Paris, 1988, avec un appendice historique de R. Bkouche.
 Locquet Jean-Jacques, Perrot N. : *Perspectives cavalières et axonométriques*, Technique et Documentation Lavoisier, Paris, 1988.
 Ludi Jean-Claude : *La perspective pas à pas*, Dunod, Paris, 1989.
 Perrot Norbert : voir Locquet.
 Rotgans Henk : *La perspective*, Éd. Dessain et Tolra, Paris, 1988.

Histoire de l'art, Histoire des sciences.

- Alpers Svetlana : *L'art de dépeindre*, N.R.F. Gallimard, Paris, 1990.
- Argan Giulio Carlo, Wittkower R. : *Perspective et histoire au Quattrocento*, trad. fr. : Les éd. de la passion, Paris, 1990.
- Baxandall Michael : *L'œil du Quattrocento*, N.R.F. Gallimard, Paris, 1985.
- Bkouche Rudolf, notice historique in : Lehmann D. : *Initiation à la géométrie*, P.U.F., Paris, 1988.
- Brion-Guerry, Liliane : *Jean Pélerin Viator, sa place dans l'histoire de la perspective*, Ed. Les Belles Lettres, coll. *Les Classiques de l'Humanisme*, Paris, 1962.
- Damisch Hubert : *L'origine de la perspective*, Flammarion, Paris, 1987.
- Edgerton Samuel Y. : *The Renaissance Rediscovery of Linear Perspective*, N.-Y., 1975.
- Francastel Pierre : *La figure et le lieu*, N.R.F. Gallimard, Paris, 1967.
- Gombrich E.H. : *L'art et l'illusion*, N.R.F. Gallimard, Paris, 1971.
- Ivins W.M. : *Art and geometry*, Harvard U.P., 1946.
- Kemp Martin : *The science of art*, Yale University Press, Londres, 1990.
- Klein Robert : *La forme et l'intelligible*, N.R.F. Gallimard, Paris, 1970.
- Lambert Jean-Henri : *Anlage zur Perspektive*, 1752 ; traduction par J. Peiffer : *Essai sur la perspective*, Ed. Monom, Coubron, 1981, avec une préface de R. Taton et une introduction de R. Laurent.
- Lambert Jean-Henri : *La perspective affranchie de l'embarras du plan géométral*, Zürich, 1759, rééd. en fac-similé, Ed. Alain Brieux, Paris, 1977.
- Laurent Roger : *La place de J.-H. Lambert (1728-1777) dans l'histoire de la perspective*, Ed. Cedic-Nathan, Paris, 1987, avec les *Notes et additions de 1774*, trad. Jeanne Peiffer.
- Panofsky Erwin : *La perspective comme forme symbolique*, trad. française, Minuit, Paris, 1975.
- Taton René : *L'œuvre mathématique de Desargues*, P.U.F., Paris, 1951, rééd. Vrin, 1981, 1988.
- Thuillier Pierre : *Espace et perspective au Quattrocento*, in *La Recherche* n°160, nov.1984.
- Wittkower Rudolf : voir Argan.
- Wright Lawrence : *Perspective in perspective*, Routledge & Kegan Paul, Londres, 1983.
- Bulletin de l'IREM de Lille*, nos 21 et 22, 1987-88.
- In extenso*, Recherches à l'École d'Architecture Paris-Villemin, n°13, Paris, 1990.