REPERES - IREM . n°7 - avril 1992

# DE L'ANALYSE D'ERREUR EN MATHEMATIQUES AUX DISPOSITIFS DE RE-MEDIATION

## Quelques pistes ...

Roland CHARNAY Inrp
Michel MANTE Irem de Lyon

Le texte qui suit est une modeste contribution à un vaste problème qui nous concerne tous en tant qu'enseignant : celui de la recherche des causes des erreurs produites par les élèves et de la mise en place de situations de remédiation.

Les erreurs qui nous intéressent ici sont celles qui paraissent significatives, c'est-à-dire qui possèdent les caractéristiques suivantes :

— elles sont "reproductibles" chez l'élève, elles ont une certaine persistance et ne peuvent donc pas être expliquées par l'étourderie ;

— elles ne sont pas isolées, elles peuvent être mises en relation avec d'autres avec lesquelles elles forment une sorte de réseau ou de système d'erreurs.

En reprenant le jeu de mots de G. PERROT (1989) on peut, dans ce cas, parler de co-errance et de cohérence de ces erreurs.

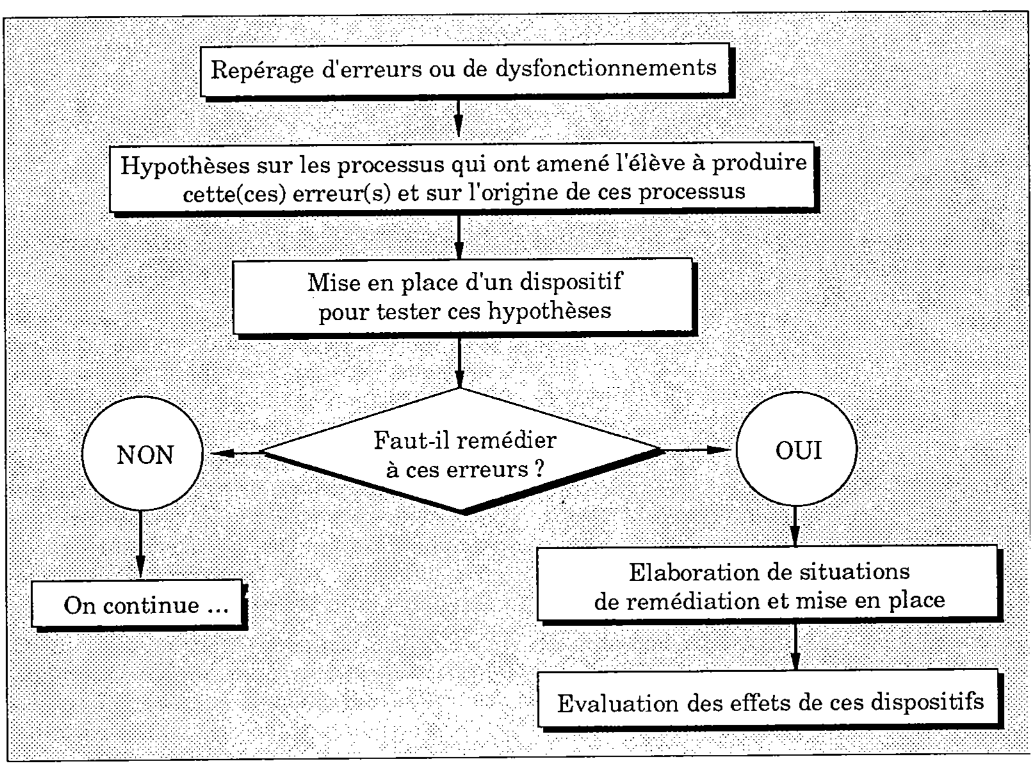
Le mot "remédiation" pose problème car, pour beaucoup d'entre nous, il laisse sous-entendre qu'à chaque erreur on peut trouver un remède ; vision qui nous semble irréaliste dans la mesure où ces erreurs sont constituées en réseaux qui s'appuient sur une logique et sur des conceptions que l'élève s'est construites. Généralement, une simple situation (potion magique) ne sera pas suffisante pour l'amener à abandonner cette logique et ces conceptions.

Nous continuerons tout de même à utiliser ce mot mais dans le sens "re-médiation" (nouvelle médiation entre le savoir et l'élève) ; plus précisément, **nous appelle-**

**rons remédiation tout acte d'enseignement dont l'objectif est de permettre à l'élève de s'approprier des connaissances (savoir, savoir-faire, savoir-être, compétences méthodologiques ) après qu'un premier enseignement ne lui ait pas permis de le faire, dans les formes attendues.**

Pour mettre en place un dispositif de remédiation nous proposons l'organigramme ci-dessous dont nous allons maintenant expliciter chacune des étapes.

Précisons au préalable que l'**analyse** que nous faisons d'une erreur ou d'un ensemble d'erreurs est directement fonction de notre **conception de l'apprentissage** c'est-à-dire des réponses que nous apportons à la question : "Comment nos élèves apprennent-ils ?". Quant au **dispositif de remédiation**, il est fonction de notre **conception de l'enseignement** c'est à dire des réponses que nous apportons à la question : "Qu'est-ce qui doit caractériser les activités que je propose à des élèves, pour faciliter l'apprentissage ?". Nous constatons souvent que les conceptions de l'apprentissage sous-jacentes à l'analyse d'erreurs sont différentes des conceptions d'enseignement sous-jacentes au dispositif de remédiation(1). Ce point a été mis en évidence par N. MILHAUD (1980).




(1) Les conceptions de l'apprentissage se situent plus au niveau du théorique tandis que les conceptions de l'enseignement se situent au niveau de l'action et de la pratique. A noter que dans le début de ce texte le terme "conception" est utilisé dans le sens naïf.

Avant d'aller plus loin, insistons sur une dérive possible qui consisterait à concevoir l'enseignement comme une suite d'évaluations et de remédiations dans laquelle la logique du savoir perdrait toute consistance. Déterminer l'opportunité, le moment, l'objet et les "destinataires" d'une activité de remédiation relève d'une décision de l'enseignant qui doit être soigneusement pesée.

## 1 — Première étape : Repérage des erreurs

Nous repérons les erreurs dans diverses situations : devoirs écrits, brouillons, observations de l'élève travaillant individuellement ou en groupes, entretiens avec l'élève, ...

Ce repérage étant fait, une question se pose : "Cette erreur est-elle vraiment une erreur ?". En effet, déceler une erreur suppose l'existence d'une réponse "norme".

Le produit norme est-il bien explicite ? En mathématiques, on peut répondre généralement par l'affirmative ; par exemple si un élève écrit que $2,5 + 3,7 = 5,12$ tout professeur de mathématiques reconnaîtra ici une erreur mais il faut tout de même être conscient que, pour certains domaines, cette norme n'est pas clairement explicitable : c'est par exemple le cas pour la démonstration, pour les rédactions de solutions de problèmes, pour les constructions de figures géométriques.

D'autre part, des expériences de docimologie (NOIZET, CAVERNI, 1978) montrent que c'est en réalité par rapport au "produit attendu" que nous relevons des erreurs. Ce dernier prend bien sûr en compte le produit norme mais il prend aussi en compte d'autres informations, par exemple l'auteur du produit, les conditions de réalisation de ce produit (s'agit-il d'un travail en temps limité ou pas, d'un travail fait à la maison ou pas ?)... Ce produit attendu n'est donc pas le même pour tous. Tout ceci justifie donc la question : **"Cette erreur est-elle bien une erreur ?"**.

## 2 — Deuxième étape : Hypothèses sur les processus que les élèves ont utilisés pour produire ces erreurs et origine de ces processus

L'analyse et l'interprétation des erreurs et de leur origine suppose la référence à un cadre théorique (sorte de grille de lecture), celle-ci étant largement influencée par nos conceptions de l'apprentissage et des mathématiques (A. BOUVIER, 1981).

### 2-1. Deux perspectives classiques

Ces deux perspectives renvoient à deux conceptions courantes de l'apprentissage : la conception "commune" et la conception behavioriste.

2–1. 1/ **La conception "commune"** considère que l'apprentissage est basé sur l'écoute, l'observation, l'imitation, la reproduction du modèle enseigné. Il faut donc bien écouter, bien apprendre, bien mémoriser et s'entraîner pour pouvoir enregistrer, puis reproduire et enfin utiliser les connaissances. La qualité de l'apprentissage est ainsi conditionnée par celle de la transmission : le bon maître est celui qui explique bien, qui sait illustrer son discours par des manipulations, des schémas.

Dans cette perspective, l'analyse de

l'erreur est faite en terme de manque, en terme d'anomalie. On se limite à faire le constat que l'élève n'a pas acquis le sens de la soustraction, qu'il ne sait pas utiliser la proportionnalité, qu'il ne sait pas comparer les décimaux, qu'il oublie toujours les retenues dans l'addition ...

La responsabilité de l'erreur est alors renvoyée à l'élève (qui n'a pas écouté ou pas appris...), plus rarement à l'enseignant (qui a mal expliqué).

Dans cette conception, la réponse est simple : il faut encourager l'élève à travailler (par des récompenses ou des sanctions), recommencer les explications, proposer de nouveaux exercices d'entraînement (notamment pour les questions techniques), multiplier les problèmes-types (pour l'acquisition du "sens" de la proportionnalité, par exemple).

2-1. 2/ **Une autre conception, influencée par le behaviorisme et qui se trouve pleinement exprimée dans la pédagogie par objectifs**, repose sur l'idée que, pour faire passer l'élève d'un état de connaissance à un autre, il faut ménager des étapes intermédiaires graduées, allant du simple au complexe, en découpant les compétences globales en compétences élémentaires, et en distinguant également différents niveaux pour ces compétences (repérés par exemple par des taxonomies).

Dans cette perspective, on distinguera (par exemple) différents types et niveaux d'erreurs :

– Maîtrise des connaissances, en distinguant les connaissances déclaratives (les savoirs : définitions, règles, théorèmes...) et les connaissances procédurales (les savoir-faire : techniques, algorithmes...).

– Disponibilité des connaissances : capacité à les mobiliser à bon escient, à les réinvestir ...

– Capacités logiques, raisonnement : gestion des données d'un problème, articulation de sous-problèmes, conduite d'une procédure par essais-erreurs, ...

Cette grille permet une description plus fine des erreurs. Par exemple, tel élève sait compléter un tableau de proportionnalité (savoir-faire), mais ne sait pas le mettre en place dans un problème (raisonnement) ; tel autre sait énoncer les propriétés de la médiatrice (savoir), mais ne "pense" pas à en mobiliser une particulière pour prouver qu'un triangle est isocèle (disponibilité).

A partir de là, une intervention différenciée est possible, mais les moyens utilisés seront en rapport avec les conceptions d'apprentissage : renforcement, retour sur des étapes antérieures, décomposition en étapes supplémentaires "plus simples", remise en cause de la progression...

Par exemple, pour les erreurs "de savoir", on demandera à l'élève d'apprendre (ou de ré-apprendre) ses leçons ; pour les erreurs "de savoir-faire", on lui proposera des exercices d'entraînement gradués ; pour les erreurs "de disponibilité", on multipliera les problèmes-types ; pour les "erreurs de logique ou de raisonnement", on tentera d'expliquer une démarche ou de la faire fonctionner sur des exemples plus simples, ... mais on renverra pour l'essentiel à la "maturité" de l'élève !

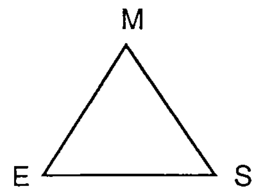
**2-2. La perspective constructiviste**

Dans les deux perspectives précédentes, les erreurs sont considérées comme des accidents qu'il serait possible d'éviter...

si l'élève écoutait mieux, s'entraînait, améliorait son raisonnement... ou si l'enseignant revoyait sa progression, améliorait ses explications ou encore disposait d'exercices mieux gradués...

Dans la perspective constructiviste, l'erreur est l'expression d'une forme de connaissance. *"L'erreur n'est pas seulement l'effet de l'ignorance, de l'incertitude, du hasard que l'on croit dans les théories empiristes ou behavioristes de l'apprentissage, mais l'effet d'une connaissance antérieure, qui avait son intérêt, ses succès, mais qui, maintenant, se révèle fausse, ou simplement inadaptée. Les erreurs de ce type ne sont pas erratiques et imprévisibles, elle sont constituées en obstacles. Aussi bien dans le fonctionnement du maître que dans celui de l'élève, l'erreur est constitutive du sens de la connaissance acquise."* (BROUSSEAU, 1983).

Rappelons brièvement quelques hypothèses caractéristiques de cette conception constructiviste de l'apprentissage, retenue par l'ensemble des chercheurs en didactique des mathématiques. Les principales hypothèses d'apprentissage, issues des travaux en psychologie cognitive (PIAGET) et en psychologie sociale, soulignent l'importance de l'action de l'élève (au sens de la résolution de problèmes), l'importance du processus de "déséquilibres-rééquilibrations" (accompagné d'une réorganisation des connaissances) dans lequel les conceptions de l'élève jouent un rôle déterminant, et enfin l'importance des situations de conflits socio-cognitifs entre élèves travaillant ensemble ou communiquant à distance. L'analyse des erreurs, et plus particulièrement de leur origine, peut alors être conduite en référence au système didactique avec ses trois pôles (maître, élèves, savoir mathématique) et la relation ternaire qui les relie.




Ce système peut servir de cadre pour analyser à la fois **le choix des tâches que le maître propose aux élèves, l'interprétation de ses tâches par les élèves,** les traitements qu'ils mettent en œuvre et les erreurs qu'ils produisent.

Ainsi, **une tâche proposée par le maître** est susceptible d'être analysée en fonction :

– de certaines caractéristiques individuelles du maître (notamment ses conceptions concernant l'apprentissage et l'enseignement), on est alors sur le pôle M ;

– du découpage du savoir mathématique opéré par le maître, des objectifs spécifiques qu'il met en avant, on est alors sur l'axe "M-S" ,

– de la représentation qu'a le maître des connaissances actuelles des élèves, on est alors sur l'axe E-S (ou du moins sur la représentation que s'en fait le maître).

Ce type d'analyse pourra être utile au moment de l'élaboration des dispositifs de remédiation.

De la même manière, **la représentation qu'un élève se construit de la tâche proposée**, puis les traitements qu'il met en œuvre et les réponses qu'il apporte et notamment les traitements et les réponses érronés, peuvent être analysés en fonction :

– de certaines caractéristiques individuelles de l'apprenant (pôle E) ;

– de ses connaissances actuelles et des conceptions qu'il a élaborées à propos des savoirs susceptibles (selon lui) d'être mobilisés dans la tâche proposée (axe E-S) ;

– du décodage qu'il fait de la situation dans laquelle il se trouve placé, en classe, avec un maître déterminé, face à un type de tâche particulier, décodage influencé par le contrat didactique (l'axe M-E est ici prépondérant).

C'est dans cette optique que nous proposons d'analyser et d'interpréter les erreurs. Encore faut-il, au préalable, souligner que, **le plus souvent, une erreur (ou plutôt un réseau d'erreurs) est susceptible de plusieurs analyses et hypothèses d'interprétation qui souvent doivent être soumises à validation par de nouvelles investigations.** C'est dire que l'analyse d'erreurs n'est pas une opération simple : on est souvent amené à proposer plusieurs hypothèses pour une même erreur, par contre dans certains cas, il est difficile d'avancer une hypothèse. La difficulté est d'autant plus grande que, pour une même activité, l'élève peut ne pas avoir un comportement stable.

### 2–2. 1/ Analyse en relation avec des caractéristiques de l'apprenant

Seront successivement évoquées :

– les erreurs qui peuvent être expliquées par des limitations du sujet à un moment donné de son développement intellectuel ;

– les erreurs qui peuvent être expliquées par des limitations dans le domaine du traitement de l'information ;

– les erreurs qui peuvent être expliquée par des caractéristiques individuelles parti culières à tel élève.

*a) Erreurs d'origine ontogénique*

Ces erreurs peuvent être expliquée par certaines limitations du sujet à certain moments (certains stades, selon PIAGET de son développement.

***Exemple 1 :*** Jusqu'à 6-7 ans, la notion d quantité numérique n'est pas distinguée d celle de place occupée, et l'élève affirmer qu'il y a plus d'objets en A qu'en B :

A → * * * * * * * *

B → O O O O O O O O

***Exemple 2 :*** Certains élèves de CE1 répon dent par une addition au problème suivant "Jean vient de jouer une partie de billes. Il gagné 6 billes pendant cette partie. A la fi de la partie, il a 17 billes. Combien avait-i de billes au début de la partie ?" Dans un te problème, la solution experte (recours à l soustraction) suppose un calcul relationne (compensation d'une transformation positiv par une transformation négative pou retrouver l'état initial) qui suppose la réver sibilité opératoire, laquelle n'est pas tou jours construite à cet âge là.

***Exemple 3 :*** De même, pour le problèm suivant : "Vincent joue 2 parties de billes Au cours de la première partie, il gagne 8 billes. Puis, il joue une deuxième partie Après ces deux parties, il remarque qu'il a perdu en tout 2 billes. Que s'est-il passé à la deuxième partie ?" Certains élèves de 14-15 ans répondent en calculant 8-2. Ils se sont sans doute laissés influencer par le mot "perdu", mais on peut considérer également qu'une résolution correcte suppose de raisonner en terme de transformations (sur des états fictifs), ce qui est difficile avant l'accès au stade de la pensée formelle.

Les deux derniers exemples soulignent d'ailleurs combien il est hasardeux de parler de "sens" de l'addition ou de la soustraction, alors que la maîtrise complète des structures additives s'élabore sur une durée très longue (plus d'une dizaine d'années selon G. VERGNAUD, 1986). Il faut souligner ici l'importance du "long terme" dans les apprentissages.

*b) Erreurs dues aux limitations des capacités dans le domaine du traitement de l'information*

Certains psychologues cognitivistes ont tenté de modéliser le fonctionnement du sujet dans les tâches de résolution de problèmes. Pour ce faire, ils ont été amenés à distinguer deux types de mémoire. D'une part, la mémoire permanente (ou mémoire à long terme), à très grande capacité, qui est durable, mais où une information stockée peut ne pas être facilement récupérable. D'autre part, la mémoire de travail utilisée pour le stockage temporaire d'informations et l'exercice d'activités non automatisées (inférences, activités de contrôle, recherche en mémoire à long terme...) ; cette dernière a une double limitation, de capacité (faible **empan mnésique**) et de durée (stockage transitoire, effacement rapide des informations). En particulier, si la mémoire de travail est mobilisée par des activités cognitives non automatisées, la capacité de stockage est réduite, du fait de la concurrence qui s'établit alors entre activités de traitement et activités d'**autorépétition** mentale visant à assurer le maintien de l'information en mémoire (J.-F. RICHARD, 1982).

On évoque ainsi l'idée de "charge mentale de travail" qui peut devenir excessive du fait de divers facteurs :

- la gestion simultanée de plusieurs activités,
- le manque de procédures automatisées et donc la nécessité de les reconstruire partiellement ou totalement,
- le maintien du sujet sur des algorithmes coûteux (division par soustractions successives, par exemple),
- le manque de "faits" disponibles en mémoire à long terme (résultats numériques, schémas de problèmes...), etc.

Quelques exemples de difficultés interprétables dans cette perspective peuvent être donnés.

***Exemple 1 : calcul mental***

Considérons, pour un élève de CE2, un calcul du type $36 + 24$ . Si le calcul est proposé mentalement, l'élève doit stocker en mémoire de travail (MT) les deux nombres et l'opération. Il doit utiliser cette MT pour produire, en utilisant une procédure stockée en mémoire à long terme (MLT), la décomposition appropriée de $36 = 30 + 6$ en considérant que le second nombre se termine par 4 (ce qui demande également un traitement) ; de même pour la décomposition de $24 = 20 + 4$ . Ces deux décompositions doivent être conservées en MT ; puis il faut récupérer en MLT (s'ils sont disponibles) les résultats de $4 + 6$ et de $30 + 20$ , sinon il faut les reconstruire, ce qui suppose un traitement en MT, etc. On perçoit comment la surcharge cognitive peut intervenir dans la mesure où certains résultats numériques ne sont pas disponibles en MLT ou bien certaines procédures non automatisées.

***Exemple 2 : résolution de problèmes***

J.-F. RICHARD (1982) montre comment les limitations de la mémoire de travail peuvent se manifester dans la phase de compréhension de l'énoncé.

La lecture de l'énoncé implique une activité de déchiffrage du texte et une activité de sélection, de codage et de stockage de l'information pertinente. Si la lecture n'est pas automatisée, elle peut occasionner une charge mentale importante qui concurrencera l'activité de stockage. De la même manière, si l'élève ne sait pas quelles données il doit sélectionner, il sera tenté de retenir trop de choses au risque de voir sa capacité mnésique dépassée, ou bien d'alléger la lecture en utilisant des règles du contrat ou des mots inducteurs.

La résolution suppose des traitements (qui ne sont peut-être pas tous automatisés), le maintien en mémoire de résultats intermédiaires et des sous-buts à atteindre, des contrôles sur l'exécution de la procédure de résolution choisie et sur les algorithmes qu'elle implique. Toutes ces tâches mobilisent la mémoire de travail, dont les limites de capacité peuvent être rapidement atteintes, d'où l'"oubli" de certaines données, du but à atteindre ou du plan initialement prévu.

La récupération en mémoire à long terme concerne, au cours de l'activité de compréhension et de représentation du problème comme au cours de sa résolution, différents types de connaissances : les expériences sociales (situations de référence) et scolaires (problèmes de nature voisine déjà rencontrés, schémas de solution acquis, algorithmes de calcul...). Or la récupération en MLT paraît très dépendante de la différence qui peut exister entre le contexte dans lequel l'information a été enregistrée et celui dans lequel son rappel est nécessaire (idée de contextualisation des connaissances stockées) ; par exemple le verbe "enlever" ou des synonymes sont des indices très forts pour évoquer la soustraction. J.F. RICHARD cite l'exemple suivant (niveau CE2) : "Pour emmener des enfants en promenade, on fait venir des cars ; dans chaque car il y a 30 places ; il y a 112 enfants à emmener ; combien faut-il de cars ?". L'énoncé comportant peu d'indices habituellement présents dans les situations de division (tels que partages, répartitions...), l'élève ne reconnaît pas le modèle expert approprié, et mobilisera peut-être une procédure proche de l'action, et plus lourde à gérer (additions successives ou essais de multiples, par exemple).

***Exemple 3 :***

Si une connaissance est élaborée de manière trop contextualisée (ou dans un seul contexte), le risque est grand pour l'élève de lui associer des indices non pertinents qui, pour lui, seront cependant caractéristiques de la connaissance. Ainsi, la "fréquentation scolaire" par l'élève de rectangles bien proportionnés peut conduire au refus de considérer une bande étroite comme un rectangle. L'indice "rapport de dimensions" n'est pas pertinent, mais il est cependant retenu comme caractéristique par l'élève.

Sur toutes les difficultés que peut rencontrer un élève confronté à la résolution d'un problème concret, et donc sur les origines possibles des erreurs qu'il peut produire, on peut consulter l'article de M. MANTE (1990).

*c) Erreurs dues à des caractéristiques personnelles de l'individu*

— **La représentation que l'élève a des mathématiques** peut être à l'origine d'un rejet de cette discipline et expliquer certaines erreurs. Ici nous retrouvons le travail de recherche de Jacques NIMIER qui a montré qu'un " *vécu affectif très important est lié aux mathématiques*" et que "*l'inconscient se sert parfois des mathématiques pour en faire un objet dangereux [...] objet qui peut être considéré comme une gêne dans le développement de la personnalité* [des élèves]" (NIMIER, 1973). Ainsi certains élèves vont même jusqu'à mettre en place un système de défense qui consiste à désirer inconsciemment échouer en mathématiques.

— **La représentation que l'élève a de lui-même comme mathématicien** peut aussi être à l'origine d'erreurs. Ainsi R. NOIRFALISE (1990) a montré q'un "bon" élève[2] face à une erreur va développer un programme de traitement de celle-ci qui lui permettra de réussir les fois suivantes. Par contre le "mauvais" élève face à une erreur va développer un programme de traitement qui va l'amener à abandonner sa recherche, ce qui aura pour conséquence de renforcer l'image qu'il a de lui-même dans son rapport aux mathématiques : "Je suis mauvais". Ainsi face à une même situation un élève qui a une relation au savoir "positive" va pleinement profiter de son erreur tandis qu'un élève qui se considère comme "meuvais" va se trouver conforté dans son jugement.

On se contentera maintenant de citer en vrac un certain nombre de caractéristiques qui sont plus ou moins spécifiques d'un individu donné et qui peuvent contribuer à l'explication de certaines erreurs :

— **la représentation que l'élève a de l'école** par rapport à son projet personnel ou celui de ses parents ;

— **la lenteur dans le travail**, défaut d'habileté manuelle, manque d'organisation (par exemple de l'espace de travail) ;

— **les problèmes d'ordre psycho-affectif** : par exemple de l'élève qui réussit en situation ordinaire, mais qui échoue en situation de contrôle ;

— **les capacités métacognitives**, en particulier pour ce qui concerne la mise en place de stratégies de contrôle ;

— **la difficulté à "sortir du cadre"**, par exemple à ajouter des éléments à la figure initiale en géométrie ;

— **des connaissances ou des compétences non spécifiquement mathématiques mal maîtrisées** : lecture, expression écrite ou orale, connaissances sur le monde, expériences sociales...

### 2–2. 2/ Analyse en référence aux conceptions de l'élève par rapport à un savoir déterminé (axe E-S)

Il est utile ici de s'arrêter un instant pour préciser ce qu'on entend par le terme de "conception".

Pour un concept déterminé, la notion de conception représente l'ensemble des **connaissances locales** (correctes ou non) qui sont attribuées à l'élève et qui permettent de rendre compte du fonctionnement réel de l'élève, (ses conduites, ses procédures, ses réponses) et de l'expliquer.

Il s'agit donc d'une modélisation, d'hypothèses qui sont faites par l'observateur et non des connaissances explicites de l'élève. Tout se passe comme si ... l'élève disposait des connaissances qu'on lui prête. La modélisation est pertinente dans la mesure où elle permet de décrire certaines productions de l'élève et de prédire certaines de ses réponses. C'est dans cette mesure qu'il est intéressant de considérer

[2] C'est "l'institution qui lui renvoie cette image de lui, dans son rapport au savoir" (R. NOIFALISE, 1990)

un réseau d'erreurs qui sont compatibles avec une même conception.

Il faut noter également qu'une seule conception ne permet pas toujours d'expliquer toutes les réponses d'un élève et que tout se passe parfois comme si celui-ci mobilisait, selon l'activité proposée, telle ou telle conception. Ce qui peut être mis en relation avec les difficultés de transfert évoquées plus haut (§ 2-2-1, exemple 2)

Les conceptions des élèves ont été particulièrement étudiées pour les nombres décimaux (notamment par G. BROUSSEAU, 1980, 1981).

Considérons les erreurs suivantes :

$2{,}4 \times 3{,}2 = 6{,}8$
$3{,}4^2 = 9{,}16$
$0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}9$
$7{,}4 < 7{,}16$
3,25 est le suivant de 3,24.

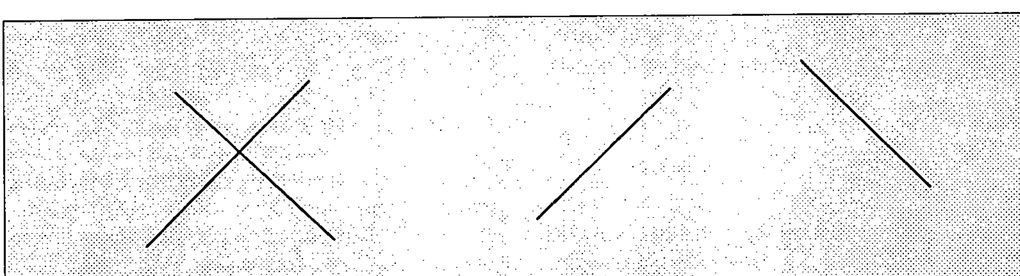
On peut expliquer ces réponses en considérant que l'élève se représente un décimal comme composé de deux entiers indépendants séparés par une virgule et sur lesquels il faut agir séparément, en commençant par celui de gauche.

L'élève utilise des règles d'action (implicites), des "théorèmes en acte" (G. VERGNAUD) qui sont compatibles avec cette conception, par exemple : "Pour multiplier deux décimaux, on multiplie séparément les parties entières et décimales".

Ces règles ont en général un domaine d'efficacité, de réussite... qui conforte la conception chez l'élève. Ainsi, la règle ci-dessus donne un résultat correct pour $0{,}4 \times 0{,}4$. De même la règle de comparaison (on compare d'abord les parties entières, puis, en cas d'égalité, les parties décimales) est "efficace" pour tous les décimaux qui ont le même nombre de chiffres après la virgule, ce qui est assez souvent le cas !

Dans son article sur la valeur absolue, A. DUROUX (1983) signale deux conceptions qui peuvent être à l'origine de réponses erronées sur cette notion : celle, générale, du nombre comme résultat d'une mesure (donc nécessairement positif) et celle du nombre relatif comme composé d'un signe et d'un nombre, conceptions qui ne permettent pas l'exercice d'un contrôle sur les algorithmes utilisés (par exemple $|2+x|$ considéré comme égal à $2+x$ si $x > 0$ et $-2-x$ si $x < 0$ ) ou qui peuvent expliquer des erreurs comme $|-a| = a$ et des réussites comme $|7| = 7$ et $|-6| = 6$ .

De même l'idée de perpendiculaire est souvent liée à celle de droite "tombant" sur une autre horizontale (ou proche de l'horizontale) et coupant celle-ci. Ce qui explique que les droites ci-dessous ne soient pas considérées comme perpendiculaires.



Certaines de ces conceptions vont s'ériger en obstacles dans le processus d'acquisition des connaissances. Cette idée d'obstacle est empruntée à BACHELARD qui l'a mise en évidence dans le cadre de l'épistémologie des sciences (et en particulier des sciences physiques). BROUSSEAU (1983) a repris cette notion dans le cadre de la didactique des mathématiques et DUROUX a précisé les conditions que devait satisfaire une connaissance pour pouvoir être déclarée un obstacle (distingué ainsi de l'idée floue de difficulté) :

— Il s'agit d'une connaissance qui a un domaine d'efficacité : elle permet d'obtenir le résultat exact pour certaines valeurs.

— Cette connaissance provoquera des erreurs spécifiques lorsqu'on tentera de l'adapter à d'autres valeurs des variables.

— L'obstacle est une connaissance stable, qui résiste aux modifications, c'est-à-dire que son rejet représente un certain coût pour l'élève.

— L'obstacle ne pourra donc être franchi que dans des situations spécifiques de rejet, celui-ci devenant alors constitutif du savoir.

La conception du nombre comme lié à une mesure peut ainsi être considérée comme une conception-obstacle, qui fonctionne sur les naturels et dont le rejet permet de spécifier les nombres négatifs.

Dans la suite, nous tentons, dans le cadre du système didactique, de préciser les origines possibles de ces conceptions.

*a) Conceptions en relation avec des obstacles d'origine épistémologique (pôle S)*

Il s'agit des conceptions-obstacles qu'on peut retrouver dans l'histoire du concept, et dont le rejet a contribué à l'élaboration de ce concept par les mathématiciens.

Ainsi la conception des nombres comme expression d'une mesure a constitué un obstacle à l'élaboration du concept de nombre négatif pendant plus de 15 siècles, et peut expliquer certaines erreurs dans le maniement des valeurs absolues (comme $|-a| = a$ ) ou des produits dans $\mathbb{Z}$ .

Des élèves évoquent le “milieu d'une droite” (en plaçant un point au milieu du segment qui la représente) ou considèrent que par deux points on peut tracer plusieurs droites. On est confronté aux conceptions que l'élève s'est constituées de la droite et du point dans le cadre d'une géométrie des tracés, alors qu'une conception correcte nécessite une rupture avec le réel, un travail de modélisation tel qu'il a pu être exposé par EUCLIDE. Il faut ajouter que, à certains stades de son développement, l'élève est incapable d'un tel travail. L'obstacle épistémologique se double alors d'un obstacle d'origine ontogénique (Cf 2-2. 1, a)

Le développement des sciences est ainsi caractérisé par des périodes de rupture avec les connaissances anciennes comparable, dans une certaine mesure, avec le modèle d'appropriation des connaissances développé dans le cadre du constructivisme. On peut alors se demander s'il n'est pas nécessaire de confronter les élèves à certains obstacles épistémologiques qui ont joué un rôle important dans l'élaboration de certains concepts. Encore faut-il déterminer quels sont ces obstacles et comment aménager les conditions scolaires du rejet des conceptions qui les caractérisent.

*b) Conceptions d'origine didactique (axe M-S)*

Certaines conceptions sont à rapporter aux dispositifs d'enseignement mis en place, soit dans le cadre du découpage opéré dans le savoir pour le présenter aux élèves à l'école, soit dans le cadre du choix des situations d'enseignement.

Ainsi la conception des décimaux comme couple d'entiers peut-elle être reliée à ces deux considérations :

D'une part, les élèves arrivant au CM1 sont familiarisés avec un seul type de nombres (les nombres naturels qui sont seuls utilisés jusque là) et ont acquis des règles qu'ils ont tendance à prolonger à tous les nombres ; par exemple : tout nombre possède un successeur, entre deux nombres consécutifs on ne peut en intercaler aucun, ... qui peuvent expliquer une erreur comme "entre 2,5 et 2,7 il n'y a que 2,6".

D'autre part, les situations habituellement utilisées pour "introduire" les nombres décimaux ne cherchent pas à provoquer une rupture avec cette conception, mais sont plutôt de nature à la renforcer dans la mesure où elles insistent sur les "continuités" entre naturels et décimaux : présentation du décimal en relation avec le système métrique (7,16 est une autre écriture de 716 lorsqu'on choisit le mètre comme unité à la place du centimètre, ou encore une écriture qui se substitue à l'écriture complexe 7m16cm).

La même remarque peut être faite pour les nombres négatifs présentés en relation avec des "quantités fictives" (dettes...) et qui cherchent donc à prolonger la conception du nombre comme lié à la mesure.

De nombreux autres exemples peuvent être donnés :

— Conception de la perpendicularité liée à l'horizontalité et à la verticalité, renforcée par les présentations habituelles des figures caractéristiques comme le carré et le rectangle.

— Le recours à la division de 74,85 par 0,585 dans un problème comme "combien faut-il payer pour l'achat de 0,585 kg de gruyère à 74,85 F le kg ?" peut être mis en relation avec la conception de la multiplication comme opération "qui agrandit toujours" et comme addition répétée. On peut imaginer que l'élève qui a fait cette erreur a rejeté les schémas additifs et soustractifs d'emblée, puis a hésité entre multiplication et division et a finalement rejeté la première en fonction de la conception qu'il en a.

— Dans un problème comme "12 crayons coûtent 4 F, combien coûte un crayon ?", certains élèves répondent en calculant 12 : 4 ; ils ont reconnu le bon modèle (a : b), mais ne l'ont pas instancié correctement, en fonction d'une conception selon laquelle le diviseur est toujopurs plus grand que le dividende, héritée de la division dans les naturels... et des exercices d'entraînement proposés dans les manuels sur la division des décimaux dans lesquels on trouve rarement des divisions d'un nombre par un nombre plus grand !

— On peut évoquer également la mise en place chez l'élève d'algorithmes erronés, issus de règles généralisées à partir d'algorithmes étudiés auparavant ou qui ont permis à l'élève de réussir : addition des retenues aux chiffres du premier nombre dans la multiplication (comme dans l'addition) ou calcul de la soustraction de gauche à droite (qui donne le résultat correct dans le cas de la soustraction sans retenue, qu'il serait donc dangereux de faire fonctionner seule pendant trop longtemps) :

$$\begin{array}{rrr} & {}^{2} & \\ & 3 & 4 \\ \times & & 7 \\ \hline 3 & 5 & 8 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 4 & 1 & 7 \\ - & 2 & 3 & 8 \\ \hline & 2 & 8 & 9 \end{array}$$

Il faut, de plus, noter que certaines de ces conceptions trouvent parfois leur origine dans les expériences sociales de l'élève ou sont renforcées par celles-ci(utilisation des décimaux pour la monnaie, angles droits dans l'environnement, situation les plus usuelles de la division).

2–2. 3/ **Analyse dans le cadre des attentes réciproques maître-élève à propos d'un type de tâche déterminée : contrat didactique (axe M-E)**

Le contrat didactique peut être défini comme

> *"l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant. Le contrat est donc ce qui détermine explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire va avoir à gérer et dont il sera, d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre"* (G. BROUSSEAU).

Ainsi le contrat peut être décrit par un ensemble de règles qui régissent le fonctionnement de la classe et les rapports maître-élève : qu'est-ce qui est réellement demandé ? Qu'est-ce qui est attendu ? Qu'est-ce qui est permis ? qu'est-ce qui est interdit ? Ces règles implicites sont en général valables pour un type de tâche déterminé (résolution de problèmes, par exemple) et sont perçues par l'élève comme des constantes repérées au fil des activités qui lui sont proposées (un problème proposé à la fin d'un chapitre requiert l'utilisation des connaissances nouvelles présentées dans ce chapitre, par exemple).

Dans ce sens, certaines réponses d'élèves en apprennent davantage sur le contrat que sur les connaissances de l'élève qui les produit. C'est par exemple le cas du maintenant célèbre problème de "l'âge du capitaine" : "Sur un bateau, il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine ?". Les trois quarts des élèves de CE2 et environ un tiers des élèves de CM répondent en additionnant 26 et 10. On peut voir fonctionner là quelques règles du contrat à propos de la résolution de problèmes : tout problème proposé en classe admet une solution, cette solution s'obtient par des calculs qui utilisent tous les nombres de l'énoncé.

Face à la réponse d'un élève, il convient donc de se demander si l'élève a bien répondu à la question posée ou s'il a répondu au maître qui l'a posée.

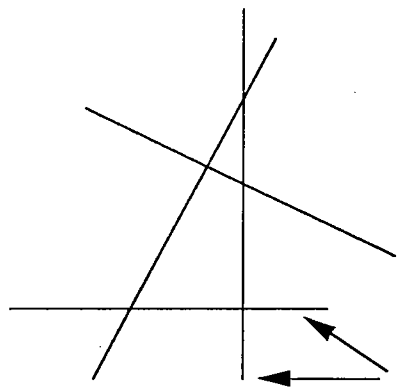
On peut, dans cette perspective, considérer deux catégories d'erreurs :

**— celles qui sont produites à partir de règles du contrat élaborées par l'élève et qui vont fonctionner comme des obstacles à une représentation correcte de la tâche demandée :**

*Exemples :*

- La résolution de problèmes, avec les règles évoquées ci-dessus concernant la résolution de problèmes ou encore des règles qui s'appuient sur des indices textuels (perdre → soustraction...) ;
- Recherche d'une seule solution (lorsqu'on n'en demande pas explicitement plusieurs), comme dans le cas de la réponse suivante où cette règle du contrat peut "recouper" une conception de l'élève à propos du concept de droites perpendiculaires ;

**Repasser en rouge les droites perpendiculaires.**



*Seules droites repassées en rouge*

— **Celles qui sont produites à la suite de la non appropriation des règles spécifiques à une activité donnée** ; l'élève ne sait pas alors exactement ce que le maître attend de lui, comme dans :

- la demande d'explications pour une réponse ou une solution.
- la rédaction de la solution d'un problème,
- les types d'argumentation qui sont licites pour une démonstration,
- le degré de précision exigé dans les constructions géométriques.

## 3 — Troisième étape : Mise en place d'un dispositif pour tester les hypothèses à propos d'une erreur

Comme nous venons de le voir, beaucoup d'hypothèses peuvent être formulées quant au processus que l'élève a mis en place pour produire une erreur. Il est bien rare qu'avec les informations dont nous disposons (qui sont bien sûr fonction de la situation dans laquelle nous avons recueilli les erreurs) nous ayons tous les éléments nécessaires pour trancher. Aussi est-il souvent nécessaire d'obtenir auprès des élèves de nouvelles informations.

Pour les recueillir, différents outils peuvent être utilisés : un test, une observation d'élèves à qui on propose une activité spécifique, un entretien (par exemple un "entretien d'explicitation" cf. 5-2) avec l'élève pour l'aider à expliciter les processus mis en jeu dans la production de l'erreur Ces outils sont bien sûr élaborés en fonction des hypothèses faites. A noter qu'un repérage systématique pour chaque élève de certaines erreurs caractéristiques peut alléger ce dispositif.

## 4 — Quatrième étape : Faut-il remédier à ces erreurs ?

Cette question peut surprendre dans la mesure où une réponse affirmative peut paraître évidente à beaucoup d'entre nous. Mais la réponse que l'on apporte à cette question est fonction de notre conception de l'apprentissage : si nous estimons que l'erreur est néfaste à tout apprentissage, si nous estimons que l'erreur laisse des traces indélébiles, alors la réponse est évidente. Si au contraire, nous estimons que certaines erreurs sont des passages utiles à l'acquisition de certains concepts, notre réponse sera plus nuancée.

Dans ce dernier cas, notre réponse va être fonction de trois types de paramètres :

**— Des paramètres liés à la tâche proposée :**

– La tâche au cours de laquelle l'élève a fourni une réponse erronée est-elle pertinente par rapport aux objectifs que je vise, par rapport aux exigences du programme, par rapport aux pré-acquis des élèves ? Dans le cas d'une réponse négative, la remédiation est inutile, c'est la tâche qui est à remettre en cause. Par exemple, si un élève ne maîtrise pas la division d'un nombre de 4 chiffres par un nombre de 3 chiffres au CM1, est-il vraiment nécessaire de mettre en place des situations de remédiation ?

– L'énoncé tel qu'il est proposé aux élèves n'induit-il pas des erreurs ? C'est certainement le cas pour l'item 26 de l'épreuve d'évaluation 6ème de 1989. (Voir en annexe). La présence du tableau de formules d'aires en début d'énoncé et le fait que la première question porte sur un calcul de périmètre a certainement été la cause de nombreuses erreurs.

**— Des paramètres liés au savoir :**

– Quelles sont les conséquences de cette (ces) erreur(s) pour la suite du cours en maths ou dans d'autres disciplines (sera-t-elle un obstacle à l'appropriation par l'élève de nouvelles connaissances ?) ou pour l'usage de certains concepts dans la vie courante. Par exemple, si un élève fait des erreurs dans le cadre de la résolution de problèmes simples à "une opération" en 6ème, cet élève aura certainement d'énormes difficultés pour la suite du cours. Dans ce cas, une remédiation s'impose. De même un élève qui, en fin de 3ème, ne maîtrise pas les pourcentages risque de rencontrer des difficultés dans la vie courante. Par contre, un élève qui, au départ du CE2, ne calcule pas correctement une soustraction posée doit être considéré comme étant dans une phase d'apprentissage sur cette question et relève donc de l'enseignement "normal" (Il n'y a pas, à ce moment-là, de remédiation à mettre en place).

L'étude des conséquences d'une erreur est facilitée par une analyse du(des) concept(s) en jeu derrière cette erreur. Entre autre, il semble nécessaire de définir le **champ conceptuel** auquel appartient ce (ou ces) concept(s)[3] l'analyse historique du (des) concept(s) peut faciliter la définition de ce champ : "quelles situations historiques ont rendu nécessaire ce concept ?".

– Les concepts en jeu, derrière une (ou des) erreur(s) seront-ils réétudiés ou enrichis plus tard ? Dans le cas d'une réponse positive, il n'est pas forcément nécessaire de remédier à cette (ou ces) erreur(s), l'enrichissement de ces concepts pourra être pour l'élève l'occasion de les redécouvrir dans de nouvelles situations, dans de nouveaux cadres (DOUADY, 1986) et donc de remédier (spontanément) à certaines erreurs. C'est peut-être le cas pour des erreurs concernant la proportionnalité ou les fractions en 6ème ou en 5ème.

(3) VERGNAUD définit un champ conceptuel comme "un espace de problèmes ou de situations problèmes dont le traitement implique des concepts et des procédures de plusieurs types en étroite connexion". (1981)

– L'étude d'un nouveau concept ne va-t-elle pas aider l'élève à remédier à certaines erreurs(4) ? Ca peut être le cas pour l'étude de la symétrie orthogonale qui peut aider l'élève à remédier à certaines erreurs sur le tracé et la reconnaissance de droites perpendiculaires.

Cette étude risque bien sûr d'être influencée par la conception que chacun d'entre nous a des concepts que nous enseignons (axe M-S). Ici interviennent des phénomènes de transposition didactique (CHEVALLARD, 1985 ; ARSAC et al. 1989)

— Enfin il y a un troisième type de **paramètres liés à la situation d'enseignement dans laquelle nous sommes** :

– Combien y a-t-il d'élèves qui font cette erreur ? S'il y a peu d'élèves, nous serons souvent tentés de ne pas y remédier. Ce qui pose un grave problème éthique si l'erreur est lourde de conséquence, pour l'élève, pour la suite des apprentissages.

– Ai-je le temps d'apporter une remédiation à ces erreurs ?

– Quel est le niveau de ma classe ? Apporter une réponse à cette question suppose bien sûr la recherche d'indices objectifs. Pour des classes de 6ème ou CE2 la comparaison des réponses de notre classe à l'épreuve d'évaluation CE2 - 6ème par rapport à l'échantillon national peut apporter des indices objectifs.

– L'ancienneté du début des apprentissages des notions en jeu intervient aussi (N. MILHAUD, 1980). Ainsi sur des erreurs concernant des concepts dont le début de l'apprentissage est ancien nous aurons peut-être tendance à ne pas mettre en place de dispositif de remédiation, car nous estimerons qu'il n'y a plus rien à faire !

(4) On pourrait penser aussi que certaines erreurs sont des obstacles à l'enrichissement ou à l'acquisition d'un concept (voir ci-dessus).

Nous pouvons ainsi nous trouver confrontés à un dilemme : d'un côté, nous pouvons penser qu'une erreur va être source d'obstacle pour les élèves et de l'autre estimer qu'on n'a pas le temps d'apporter une remédiation : le temps d'enseignement n'est pas le même que celui de l'apprentissage !

**Dans tous les cas, parmi toutes les erreurs commises par nos élèves, il faut choisir celles pour lesquelles on souhaite mettre en place des activités de remédiation, puisque de toute façon on ne peut pas remédier à toutes les erreurs de tous les élèves.** Il faut aussi choisir les élèves pour lesquels on met en place de telles activités. Si ce ne sont pas tous les élèves de la classe et si la remédiation a lieu pendant le cours il faut envisager des activités differenciées dans la classe.

## 5 — Cinquième étape : élaboration d'un dispositif de remédiation

Nous parlons de dispositif plutôt que de situations car nous pensons que ce ne sont pas quelques activités isolées qui vont permettre aux élèves de remédier à leurs erreurs mais plutôt un enchaînement de situations. **L'élaboration d'un dispositif de remédiation suppose bien sûr le choix des activités, mais aussi celui d'une certaine gestion de ces activités.** Ces choix sont directement fonction de l'analyse précédente et de notre conception de l'enseignement.

Aussi, nous allons reprendre les différentes origines présentées dans la 2ème partie de ce document et proposer quelques pistes de remédiation pour chacune. Ce découpage est utilisé pour faciliter l'exposé, car le plus souvent il convient d'agir dans plusieurs directions dans la mesure où un ensemble d'erreurs peut relever d'hypothèses complémentaires.

### 5-1. Erreurs liées aux caractéristiques de l'apprenant

#### 5–1. 1/ Limitation du sujet à un moment de son développement

Dans le cas où l'on estime que certaines erreurs sont liées au fait que l'élève n'a pas atteint un certain stade de développement ou ne maîtrise pas, ou pas complétement, certaines opérations intellectuelles générales (réversibilité...) ou qu'il n'a pas structuré correctement le temps et l'espace, des activités telles que celles proposées par Jean-Marie DOLLE et son équipe de psycho-généticiens peuvent être des situations de remédiation possibles (J.M. DOLLE, 1990). On peut aussi regarder du côté de l'"Enrichissement instrumental" ou des "ARL" (Ateliers de Raisonnement Logique)... (Voir : "apprendre peut-il s'apprendre ?" de la revue Education Permanente, n° 88, 89)

#### 5–1. 2/ Limitation de la charge de travail

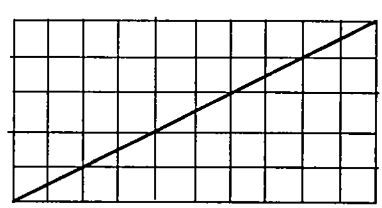
Des études de psychologues montrent que l'empan mnésique ne peut être que très difficilement amélioré ; par contre, il est possible d'**alléger la charge de travail en aidant les élèves à se construire des automatismes** : techniques opératoires, reconnaissance de figures géométriques, lecture... ou à **mieux organiser leur travail** (noter des éléments importants).

Mais attention, aider l'élève à se construire un automatisme concernant certains concepts ne l'aide pas pour autant à donner du sens à ces concepts car l'automatisme permet à l'élève "d'économiser de la place" en mémoire de travail justement en lui évitant un retour au sens. Pour faciliter la mise en place de ces automatismes, on pense bien sûr aux exercices progressifs et répétitifs, type exercices de factorisation, de développement, de calculs, de constructions de figures... Mais l'excès de ce genre d'activités présente un certain nombre d'inconvénients :

– L'élève va avoir des **difficultés pour transférer ses automatismes** puisqu'ils ont été acquis dans un contexte bien déterminé par rapport auquel l'élève a repéré un certain nombre d'indices. S'il retrouve ces indices dans un problème ou exercice il fera fonctionner l'automatisme correspondant sans aucun contrôle : nous appellerons ces indices des "indices déclencheurs". Le problème c'est que ce ne sont pas forcément des indices pertinents, ce qui peut avoir diverses conséquences que nous allons rapidement passer en revue :

- Cela peut amener l'élève à mobiliser ses automatismes (éventuellement en les adaptant) dans un domaine dans lequel ils ne sont pas performants. C'est par exemple ce qui se passe pour le problème suivant :

*Déterminer le nombre de carreaux traversés par la diagonale en fonction du nombre de carreaux de la longueur et de la largeur.*



Des élèves font la différence entre l'aire et le périmètre du rectangle et estiment avoir résolu le problème. Le rectangle quadrillé a déclenché chez eux l'automatisme du calcul de l'aire, et a ensuite déclenché celui du calcul du périmètre.

C'est ce qui se passe aussi pour cette erreur :
si $(2x + 3)(x + 1) > 0$ alors $2x + 3 > 0$ et $x + 1 > 0$.
Ou encore lorsque l'élève utilise les retenues dans le calcul de produits de la même façon que dans le calcul de sommes.

- Le fait que les "indices déclencheurs" ne sont pas les indices pertinents peut aussi amener l'élève à ne pas mobiliser un automatisme car il ne reconnaît pas, dans la tâche qui lui est proposée, ses "indices déclencheurs". Par exemple pour ce problème (cité précédemment) : "Pour emmener des élèves en promenade, on fait venir des cars ; dans chacun d'eux il y a 30 places ; il y a 112 élèves à emmener. Combien faut-il prévoir de cars ?". Peu d'élèves de CE2 mobilisent la division(5) car les indices déclencheurs habituels de cette opération ne sont pas présents : partage, parts...

— L'excès d'exercices d'entraînement répétitifs peut aussi être à la source de **difficultés que l'élève rencontre pour retrouver le fonctionnement d'un automatisme qu'il a oublié.** C'est ce qui se passe par exemple lorsque l'élève, face à une expression du type $a^3 \times a^4$ nous demande s'il faut ajouter ou multiplier les exposants.

- Ces exercices répétitifs peuvent aussi **induire chez l'élève une règle du contrat** selon laquelle résoudre un problème c'est trouver une recette ou un algorithme directement utilisable.

- Enfin l'excès de ce genre d'exercices peut être un **obstacle à l'auto-contrôle** de la pertinence de l'usage d'un automatisme.

Cela ne signifie pas pour autant que des exercices d'application immédiats ne soient pas nécessaires à l'acquisition de concepts, bien au contraire, puisque, comme nous venons de le dire : ils permettent l'acquisition d'automatismes indispensables pour alléger la charge de travail. **Mais il faut choisir avec discernement les automatismes que l'on souhaite faire acquérir aux élèves** et analyser les exercices que l'on propose de façon à éviter que l'élève ne trouve, à travers ces activités, des indices déclencheurs non pertinents. Il faut donc aider les élèves à repérer les "indices pertinents" d'un automatisme, entre autre en glissant au milieu d'exercices répétitifs des exercices "piège" pour lesquels l'automatisme ne fonctionne pas. Enfin ces exercices doivent venir après des activités qui ont permis à l'élève de donner du sens aux concepts en jeu, ou être accompagnés par de telles activités.

### 5–1. 3/ **Erreurs liées à des difficultés que l'élève rencontre pour se construire une représentation d'un problème, pour mobiliser une stratégie de résolution, pour s'auto-contrôler :**

Nous avons vu précédemment (cf 2-2-1 b), exemple 2) que pour chercher un problème, l'élève est amené tout d'abord à se construire une représentation du problème

(5) sauf si ce problème est proposé pendant l'étude de la division, mais dans ce cas l'élève mobilise la division uniquement en référence avec la règle du contrat : "pour résoudre un problème on utilise la dernière notion étudiée."

à partir d'indices qu'il repère dans l'énoncé et qu'il stocke dans sa mémoire à court terme. Puis il construit une stratégie de résolution du problème à partir d'expériences scolaires et sociales qui sont stockées dans sa mémoire à long terme, sous forme de problèmes de référence, de schéma généraux de procédures[6], ou de règles de contrat didactique. Enfin il met en œuvre cette stratégie pour obtenir le résultat du problème ;

Au cours de ces différentes étapes, il peut être amené à utiliser des procédures de contrôle : contrôle de la représentation du problème, contrôle du choix de la stratégie, contrôle de l'exécution de la stratégie, contrôle du résultat trouvé.

L'élève peut, tout au long de ce processus, rencontrer des difficultés. Nous allons les passer en revue et pour chacune d'elles proposer des pistes de remédiation.

— **Difficulté au niveau de la construction d'une représentation adéquate du problème.** Les origines de cette difficulté peuvent être diverses :

– **la saturation de la mémoire à court terme** (cf. 2-2-1, exemple 2). Cette saturation peut être due au fait que l'activité de déchiffrage n'est pas automatisée. Dans ce cas la remédiation porte évidemment sur la lecture. En attendant des progrès dans ce sens, on peut lire une ou plusieurs fois l'énoncé devant l'élève en évitant bien sûr d'insister sur les indices pertinents !

La saturation de la mémoire à court terme peut aussi être due au fait que l'élève n'arrive pas à discerner les indices pertinents du problème. On peut alors demander à l'élève de dessiner la situation. Cette représentation imagée diminue la charge de travail de l'élève (cf. J.F. RICHARD, p. 13). Attention, c'est l'élève qui doit exécuter le dessin et non l'enseignant : en effet la réalisation d'un dessin oblige le dessinateur à sélectionner des indices dans l'énoncé ; si c'est l'enseignant qui l'exécute il sélectionnera bien sûr les indices pertinents, et empêchera donc l'élève d'effectuer ce travail capital pour la construction d'une représentation du problème. On peut aussi demander à l'élève de raconter l'énoncé. L'expression orale peut l'aider à mieux mémoriser certains indices de l'énoncé. Si cela ne suffit pas pour débloquer la situation, on peut matérialiser certains éléments du problème (dans le cas où c'est possible bien sûr !).

- **La prégnance de certaines règles du contrat didactique** peut aussi être à l'origine de difficultés au niveau de la construction d'une représentation adéquate du problème, dans la mesure où certaines de ces règles (par exemple "Tout problème a une solution et pour la trouver il suffit de faire l'opération qu'on est en train d'étudier avec les nombres de l'énoncé") peuvent amener l'élève à résoudre le problème en repérant uniquement les indices numériques sans entrer dans le sens du problème. La remédiation consiste dans ce cas à "casser" ces règles (cf. 5-3)

— **Difficulté au niveau de la construction d'une stratégie de résolution du problème**[7] : l'origine de cette difficulté est à renvoyer soit à la difficulté pour l'élève à récupérer dans sa mémoire à long terme des procédures ou des problèmes de référence, soit à l'insuffisance des expériences scolaires et sociales stockées en M.L.T. Dans ce dernier cas il faut lui permettre d'enrichir son stock de procédures et de problèmes de référence. Ici diverses

(6) Il s'agit de procédures en partie décontextualisées, qui peuvent être adaptées à un grand nombre de problèmes. (HOCH, p 42)

(7) Nous supposons dans ce cas que l'élève s'est construit une représentaion adéquate du problème.

pistes de remédiation sont à envisager : il faut tout d'abord que nous soyons vigilants quant au choix des problèmes que nous proposons à nos élèves ; ils doivent couvrir le plus grand champ possible de procédures. Mais un travail est aussi à faire, une fois que le problème est résolu, soit pour qu'il devienne pour les élèves un problème de référence, soit pour qu'il les aide à mettre en place un schéma général de procédure, soit pour qu'il facilite la mise en relation de shémas généraux de procédures. Pour cela, on peut aider les élèves à prendre du recul par rapport à l'activité de recherche : "Qu'est-ce qui vous a permis de résoudre le problème ? Quelle méthode avez-vous utilisée ? Qu'est-ce qui vous a amené à utiliser cette méthode ? Qu'est-ce qui a été obstacle pour vous ? Avez-vous déjà résolu des problèmes de même type ?". Le travail de **narration de recherche** que propose A. CHEVALIER peut aussi aider les élèves à prendre du recul par rapport à l'activité de recherche. Dans le cadre de devoirs à la maison elle demande à ses élèves : "*Racontez du mieux possible toutes les étapes de votre recherche, peut-être en joignant vos brouillons et, si vous le pouvez, précisez comment vous sont venues de nouvelles idées*" (A. CHEVALIER, 1990). On peut aussi demander aux élèves d'inventer des énoncés de problèmes conduisant à une méthode de résolution analogue.

A noter que nous rencontrons parfois des élèves qui se sont construit une représentation correcte du problème, qui imaginent une stratégie correcte mais qui sont persuadés qu'ils vont se tromper dans son exécution parce qu'ils maîtrisent mal une opération. Ils préfèrent alors changer de stratégie. Dans ce cas, la possibilité d'utiliser la calculette peut débloquer la situation, la remédiation se situant au niveau des techniques opératoires.

— **La difficulté peut se situer au niveau de l'exécution de la stratégie.** Dans ce cas l'origine de cette difficulté est à chercher soit au niveau de la gestion d'une stratégie complexe ce qui peut supposer dans ce cas une aide à l'organisation ou un travail en sous-groupe de deux élèves, soit au niveau des techniques opératoires.

Dans tous les cas face à une erreur au niveau de la résolution de problème il faut pouvoir la situer par rapport aux différentes étapes présentées ci-dessus : s'agit-il d'une difficulté au niveau de la construction de la représentation du problème ou d'une difficulté au niveau du choix d'une stratégie ou de l'exécution de la stratégie ? Il est bien clair que, suivant la réponse que nous apporterons, les remédiations ne seront pas les mêmes. Un questionnement de l'élève est donc nécessaire pour pouvoir répondre aux questions précédentes. Ici il semble important que l'élève prenne conscience de la représentation qu'il s'est construit du problème (et en particulier du but à atteindre), de la stratégie qu'il a choisie et des critères qui ont présidé à ce choix. Pour cela, un questionnement du type : "**entretien d'explicitation**" peut être utile, (cf. 5-2) sans nier la difficulté qu'il y a pour l'élève à exprimer "sa" représentation ou les raisons du choix de "sa" solution comme la difficulté pour l'enseignant à conduire ce type d'entretien, dans lequel des phénomènes de contrat peuvent se manifester à tout moment.

Enfin il semble souhaitable de développer chez les élèves des **outils d'autocontrôle** de leur représentation, de l'exécution de la stratégie et du résultat trouvé. Ce travail est souvent négligé sans doute parce que difficile à "enseigner" !

### 5–1. 4/ Erreurs liées à la représentation qu'un élève a des mathématiques et de lui-même en tant que mathématicien :

Ici il s'agit d'aider l'élève à prendre conscience qu'en maths il peut faire quelque chose. Pour cela on peut bien sûr valoriser les travaux qu'il réalise correctement mais on peut aussi proposer de temps en temps à la classe des problèmes ouverts (ARSAC et al, 1988). Rappelons que l'objectif de ces problèmes est de permettre à l'élève de mette en route une véritable démarche scientifique : essayer, conjecturer, tester, prouver. Ces problèmes sont conçus de telle sorte que tous puissent s'engager dans cette démarche de recherche et donc tous puissent essayer et conjecturer. On note très souvent que des élèves, apparemment démobilisés par rapport aux maths retrouvent d'étonnants moments de grande motivation ce qui peut amener parfois certains d'entre eux à changer leur représentation des mathématiques.

### 5–1. 5/ Erreurs liées à la représentation qu'un élève a de l'école

Dans ce cas, un travail de tutorat est à envisager mais aussi un travail auprès des parents. Ce sont souvent eux qui sont démobilisés par rapport à l'école, qui vivent mal l'échec de leurs enfants... Actuellement, dans le cadre de projets d'établissements, entre autre dans certains établissements en "ZEP", des expériences sont mises en place pour tenter de rentrer en contact avec les parents (par l'intermédiaire d'éducateurs de quartier et d'assistantes sociales) pour les amener à changer leur propre représentation de l'école.

### 5–2. Erreurs liées aux conceptions de l'élève

Dans ce cas, il faut aider l'élève à prendre conscience de l'insuffisance de ces conceptions[8] et à les faire évoluer. La stratégie est d'amener l'élève à la prise de conscience d'une contradiction entre une anticipation et un démenti. Ce démenti peut être apporté soit par les autres (situations de conflits socio-cognitifs), soit par le milieu lui-même (situations de conflits cognitifs). Cette contradiction va provoquer un conflit interne qui va être source de déséquilibre, ce qui peut amener l'élève à construire une nouvelle conception pour lever la contradiction précédente. Toute la difficulté est d'arriver à provoquer cette contradiction[9], et un conflit cognitif interne. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées :

— **L'entretien d'explicitation** : L'objectif de ce type d'entretien est d'amener l'élève à prendre conscience des processus qu'il a mis en place pour produire une erreur (ou plus largement pour résoudre un problème). Nous avons déjà parlé de cette méthode pour valider (ou invalider) l'analyse que nous faisions d'erreurs d'élèves. Nous avons pu constater, en utilisant cette méthode, que souvent les élèves, en explicitant leur propre démarche, prennent subitement conscience d'une contradiction. Ce type d'entretien n'est pas facile à conduire parce que nous sommes très souvent tentés d'amener l'élève à produire la bonne réponse plutôt que de chercher à savoir comment il a produit son erreur. Dans ce cas, l'élève risque de rentrer dans un jeu dont le seul objectif est de réussir à dire ce que le professeur attend ; il ne

(8) Soit parce qu'elles conduisent à un résultat reconnu comme faux par l'élève ou à une méthode trop lourde.

(9) Il s'agit d'une contradiction qui doit être perçue par l'élève, il se peut parfaitement que l'expert voie une contradiction entre une anticipation faite par l'élève et le résultat trouvé sans que pour autant ce dernier la voie.

peut donc pas prendre conscience de contradictions cognitives internes puisqu'il ne travaille plus qu'au niveau du décodage de la situation d'interview dans laquelle il est. Pierre VERMESCH a défini quelques règles simples([10]) pour faciliter le questionnement, par exemple éviter les "pourquoi", éviter les questions à choix multiples qui vont amener le professeur à parler beaucoup plus que l'élève, aider l'élève à être véritablement en évocation...

— **L'entretien de type clinique** : l'objectif de l'enseignant est de provoquer un conflit chez l'élève entre une anticipation et un résultat produit. Ici encore l'enseignant doit rester vigilant. Il doit s'assurer, tout au long de l'entretien, que l'élève travaille au niveau de ces conceptions et non au niveau du décodage de la situation. ( cf. J.M. DOLLE)

— **Mise en place de conflits socio-cognitifs** : Il s'agit dans ce cas de créer des interactions entre les élèves. Le conflit peut porter par exemple sur le résultat d'un problème où chacun peut expliciter les raisons pour lesquelles il pense que son résultat est juste. Cela permet ainsi aux élèves d'expliciter leurs propres conceptions et de les confronter à d'autres et donc de créer des conflits qui peuvent devenir internes. La difficulté de cette technique réside dans le fait que les conflits peuvent rester uniquement au niveau social : "De toute façon toi t'as jamais rien compris en maths donc t'as faux", "j'ai raison parce que j'ai une meilleure moyenne que toi en maths". Un travail est à faire au niveau du choix de la constitution des groupes mais aussi au niveau de la gestion de la classe, entre autre il faut réfléchir à l'enjeu qu'on désire mettre en place pour inciter le élèves à lever leurs contradictions.(cf. G MUGNY, 1985)

— **Mise en place de situations pro blèmes** : Rappelons qu'il s'agit de situa tions qui permettent à l'élève d'investir se conceptions sur une notion donnée et d prendre conscience de leur insuffisance parce que les résultats produits son contredits par la situation elle-même. Pa exemple pour mettre en echec la prégnanc du modèle additif dans les problème d'agrandissement on propose aux élèves qu sont par groupe un puzzle formé de 4 pièce qu'il faut agrandir : on précise seulemen qu'une pièce dont une des dimensions es de 4 cm par exemple doit faire 6 cm dans l puzzle agrandi. Chaque élève doit construi re une pièce puis par groupe les élève essaient de reconstituer le puzzle. Le élèves bien sûr spontanément ajoutent 2 à toutes les dimensions c'est au moment o ils essaient de reconstituer le puzzle agran di qu'ils prennent conscience d'une contra diction. Le démenti leur est apporté par l situation, sans que le professeur ni le autres élèves n'aient besoin d'interveni (Voir à ce sujet ARSAC et al, 1988 BROUSSEAU, 1980 ; CHARNAY, 1988 DOUADY, 1986 ; ERMEL, 1973).

A noter que des activités du type d celles décrites par BRITT-MARI BART (1987) peuvent faciliter l'appropriation d concepts "classificateurs" tels que ceux d "carré", "losange", "prisme", "droites per pendiculaires"... Rappelons qu'il s'agi d'aider l'élève à repérer les **attribut essentiels** d'un concept en lui présentan des exemples "positifs" et "négatifs" de c concept, puis ensuite en lui demandant d créer de tels exemples.

(10) Simples à énoncer mais pas forcément simples à mettre en place. Article dans *Psychologie française*, (numéro spécial à paraître en février 1991)

Remarquons enfin que les conceptions d'élèves dont l'origine est didactique (cf. 2-2-2 b)) doivent nous inciter à mener un travail en amont qui consiste à changer les activités que nous proposons pour introduire ces concepts.

**5–3. Erreurs liées aux règles du contrat didactique :**

**— Règles qui sont source d'erreurs** : Il s'agit d'abord de les repérer et ensuite d'aider les élèves concernés à rompre avec elles. Voici quelques exemples de ces règles :

- Tout problème a une solution.
- Pour résoudre un problème il faut utiliser les dernières notions étudiées.
- Pour résoudre un problème il faut utiliser toutes les données.

Ces règles sont d'autant plus preignantes qu'elles ont un domaine de validité souvent très vaste. La plupart des problèmes proposés à nos élèves ne s'insèrent-ils pas dans les règles précédentes ?

Pour aider les élèves à rompre avec ces règles, il faut trouver des activités pour lesquelles ils vont investir ces règles et prendre conscience qu'elles produisent des résultats faux : on peut utiliser pour cela des problèmes ouverts (ARSAC et al. 1988), des problèmes sans questions, des problèmes pour lesquels il manque des données...

**— Règles non appropriées par l'élève** : Dans ce cas, il s'agit au contraire d'aider les élèves à s'approprier ces règles. L'**évaluation formatrice** semble être une technique qui peut faciliter cette appropriation. Il s'agit tout d'abord de clarifier nos propres critères de réussite d'une tâche (ce n'est pas toujours facile, par exemple : quels sont les critères qui caractérisent une bonne rédaction de démonstration ?). Ensuite, à l'aide de tâches à erreurs (c'est-à-dire de tâches qui comportent un certain nombre d'erreurs !) les élèves, après un travail de groupe, établissent ce qu'on appelle une carte d'étude (NUNZIATI, 1990). La description d'une activité dont l'objectif est d'aider les élèves à s'approprier les critères d'une bonne rédaction d'un devoir et qui s'apparente à cette technique figure dans le bulletin APM n° 367 (MANTE, 1988).

**5-4. Gestion des activités de remédiation :**

La gestion de ces activités peut être très diverse :

— Où peuvent avoir lieu ces activités :

- dans la classe ?
- hors de la classe ?
  - à l'école (groupes de besoins, groupes de niveau, SOS maths, atelier...?)
  - à la maison ?

— Pour qui : pour tous les élèves de la classe ? pour quelques élèves ?

— Quelle organisation dans le temps : S'agit-il d'activités ponctuelles ? d'activités proposées régulièrement tout au long de l'année ?

— Comment : tous les élèves ont-ils les mêmes activités ou les activités sont-elles individualisées ou semi-individualisées (mêmes activités pour un groupe d'élèves) ? En groupes homogènes ou hétérogènes ?

— Quel sera le rôle du professeur ? Favorise-t-on les conflits socio-cognitifs ?

**Dans tous les cas, il est nécessaire de se livrer à une analyse *a priori* des situations** en se posant entre autre les deux questions suivantes :

— Que vont faire les élèves face à cette situation ?

— Cette situation est-elle pertinente par rapport aux objectifs que je vise ?

Enfin, il nous semble important de passer **un contrat avec l'élève** précisant sur quelles erreurs il va travailler et la durée de ce travail.

## 6 — Evaluation du dispositif de remédiation

Pour l'élève il s'agit de l'aider à prendre conscience des progrès qu'il fait. Pour l'enseignant il s'agit de savoir si l'élève a modifié ses procédures et ses réponses et donc si le dispositif de remédiation est opérationnel. Si ce n'est pas le cas, il s'agit alors de se donner des moyens de reprendre l'analyse d'erreurs ou de concevoir d'autres situations de remédiation.

## 7 — Conclusion : Apprendre de ses erreurs

Nous sommes conscients de ne pas avoir épuisé un sujet aussi vaste et complexe qui se situe au cœur de l'apprentissage. Entre autres les pistes de remédiation doivent être approfondies, développées. En particulier, les questions d'organisation des activités dans la classe et dans l'école méritent un travail particulier. A l'école primaire, la mise en place de cycles peut être une occasion propice de réfléchir à ces questions.

L'appui sur une conception constructiviste et systémique de l'apprentissage nous a permis d'aller beaucoup plus loin que nous n'aurions pu le faire en nous appuyant sur une conception "empiriste" ou béhavioriste. Mais si, comme le supposent les hypothèses constructivistes, l'apprentissage passe par un temps de mise en échec de conceptions qui s'avèrent insuffisantes ou non adéquates pour l'apprenant, cela implique donc que l'apprentissage passe par des temps de doute, de déstabilisation... Or tous les élèves ne sont peut-être pas prêts à payer ce prix. Comme le précise S. BOLMARE :

> *"...le chemin de la connaissance que l'on voit essentiellement comme une source de progrès, comme un facteur de mieux être, fait peur à ces enfants et ils l'évitent car il est plein de risques pour leur équilibre psychique qu'ils maintiennent de façon précaire."*

Les enfants dont il parle sont ceux qui, comme il l'écrit, ont *"envie de savoir, mais peur d'apprendre"* ; ce sont certainement une partie de la frange des 20% de nos élèves qui sont en échec. Dans ce cas la remédiation doit prendre en compte leur difficulté psychique. Plus facile à dire qu'à faire quand ni la didactique ni la pédagogie ne sont d'un grand secours !

L'analyse d'erreurs et la remédiation est un champ de recherche très largement ouvert où les questions sont bien plus nombreuses que les réponses. Mais il nous semble que le fait de considérer l'erreur non comme un manque ou une insuffisance, mais comme le résultat d'un processus qui a une cohérence, peut aider l'élève à changer sa représentation de l'erreur, peut l'aider à prendre conscience qu'**il peut apprendre de ses erreurs**, c'est ce qui nous semble capital, nous-mêmes, enseignants nous pouvons apprendre beaucoup des erreurs de nos élèves.

## BIBLIOGRAPHIE

ARSAC G., GERMAIN G., MANTE M. (1988) : Problème ouvert et situation problème, IREM de LYON.

ARSAC G., DEVELAY M., TIBERGHIEN A.(1989) : La transposition didactique en mathématiques, en physique, en biologie, IREM de LYON.

BACHELARD (réédition 1975) : Formation de l'esprit scientifique, Ed VRIN.

BARTH B.M. (1987) : L'apprentissage de l'abstraction, Ed RETZ.

BARUK S. ( 1982) L'âge du capitaine. Ed. ?

BOLMARE S. (1987) Pédagogue avec des enfants qui ont peur d'apprendre et de penser. in "Apprendre, penser : la cognition de l'enfant, les troubles de l'apprentissage, la prise en charge" ; Compte rendu du VI ème colloque de Bobigny (sous la direction de P ; MLAZET et S. LEBOVICI) Ed ESCHEL.

BOUVIER, A. (1981) La mystification mathématique - Ed. Hermann.

BOUVIER A. (1987) : The right to make mistakes. For the learning of Math 7-3.

BROUSSEAU G. (1980) : Problème de l'enseignement des décimaux, Recherche en didactique des mathématiques. Vol 1-1, Ed La pensée sauvage.

BROUSSEAU G. (1983) : Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, Recherche en didactique des mathématiques Vol 4-2, Ed La pensée sauvage.

CHARNAY R. (1986) : L'erreur dans l'enseignement des mathématiques, in "En maths, peut mieux faire ... L'élève face à la difficulté". Rencontre pédagogique n°12, INRP.

CHARNAY R. (1988) : Apprendre (par) la résolution de problème, Grand N n° 42, IREM de GRENOBLE.

CHARNAY R. (1988) : Des problèmes pour apprendre en CM 2 et 6ème, IREM de LYON.

CHEVALIER A. (1990) : Narration de recherche en classe de 4 ème : influence sur les stratégies et la motivation des élèves. IREM de MONTPELLIER.

CHEVALLARD Y. (1985) : La transposition didactique, Ed. La pensée sauvage.

DOLLE J.M. et al. (1980) : Ces enfants qui n'apprennent pas. Ed Le Centurion.

DOUADY R. (1986) : Jeux de cadre et dialectique outil/objet, Recherche en didactique des mathématiques. Vol 7-2, Ed La pensée sauvage.

DUROUX A. (1983) : La valeur absolue, difficultés majeures pour une notion mineure, Petit X n°3, IREM de GRENOBLE.

EDUCATION PERMANENTE (1988) : Apprendre peut-il s'apprendre ?. N° XX.

ERMEL (1981) : Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Ed SERMAP HATIER.

HIGELINE P. et al. : Atelier de raisonnement logique, CAFOC de NANCY.

HOCH J.M. : Psychologie cognitive de la planification. Ed PUG.

MANTE M. (1988) : Une expérience pour aider les élèves à apprendre à rédiger un devoir de mathématique. Bulletin APM n° 367.

MANTE M. (1990) : L'élève face à un problème concret, document diffusé par le Ministère de l'Education National auprès des formateurs académiques de l'opération "Évaluation - Formation - Réponse CE2, 6ème".

MILHAUD N. (1980) : Le comportement des maîtres face aux erreurs des élèves ; Mémoire de DEA, IREM de BORDEAUX.

MUGNY G. (sous la direction de) (1985) : Psychologie du développement cognitif. Ed. Peter Lang.

NIMIER J. (1976) : Mathématiques et affectivité. Ed. Stock.

NOIRFALISE R. (1990) : "Arguments pour un modèle du fonctionnement cognitif en termes de connaissances, méta-connaissances et traitement de l'expression" in Bulletin de liaison de l'Irem de CLERMONT-FERRAND.

NOIZET, CAVERNI (1978) : Psychologie de l'évaluation scolaire. Ed PUF.

NUNZIATTI J. (1990) , Pour construire un dispositif d'évaluation formatrice. Cahier Pédagogique n° 280.

PERROT G. et al. (1989) : L'analyse de la production des élèves de CE2, document diffusé par le Ministère de l'Education National auprès des formateurs académiques de l'opération "Evaluation - Formation - Réponse CE2, 6ème".

RENCONTRE PEDAGOGIQUE (1984) : Comment font-ils ? L'écolier et le problème de mathématiques. N° 4, INRP.

RENCONTRE PEDAGOGIQUE (1986) : En mathématiques peut mieux faire. L'élève face à la difficulté en mathématiques. N° 12, INRP.

RICHARD J.F. (1982) : Mémoire et résolution de problèmes, Revue Française de Pédagogie, n°60.

RICHARD J.F. ( 1990) Les activités mentales. Ed. Armand Colin.

VERGNAUD G. (1981) : "Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactiques des mathématiques" in RDM Vol. 2. Ed. La pensée sauvage.

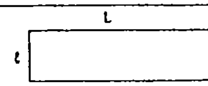
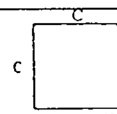
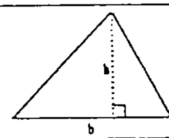
VERGNAUD G. (1986) : Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, Grand N, n° 38, IREM de GRENOBLE.

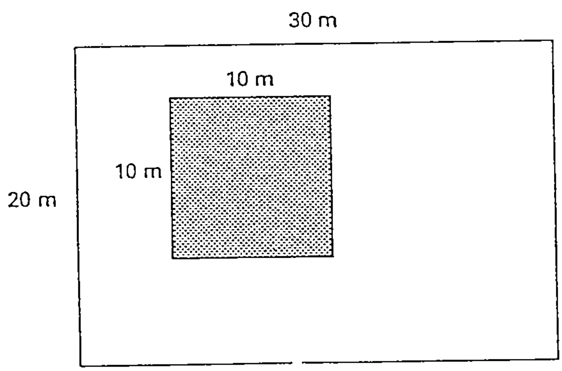
VERMERSCH P. (à paraître) : L'entretien d'explicitation. Psychologie française 91, numéro spécial : Techniques d'entretiens.

# ANNEXE

ITEM 26 de l'épreuve d'évaluation 6ème de 1989

## Exercice 26

| *Formulaire* | | |
|---|---|---|
| Nom des figures | Représentation des figures | Formule de l'aire |
| RECTANGLE |   | L × $\ell$ |
| CARRE |   | C × C |
| TRIANGLE |   | $\frac{b \times h}{2}$ |




Le rectangle représente un terrain.

Le carré grisé représente l'emplacement d'une maison.

a. Calcule le périmètre du terrain. 30 × 20 = 600

b. Calcule l'aire totale du terrain. 10 × 10 = 100

c. Calcule l'aire du terrain occupé par la maison (partie grisée). 500