
L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE DANS L'ESPACE EN BTS D'ARTS APPLIQUES

François COLMEZ,
Bernard PARZYSZ,
Christine THOMAS,
Irem de Paris 7

Les élèves

L'Ecole Supérieure d'Arts Appliqués Duperré, comme ses trois consœurs parisiennes, est classée comme Lycée technique au sein de l'Education Nationale, mais une partie de son fonctionnement est municipale.

Christine Thomas y est chargée d'enseigner les mathématiques dans deux sections de BTS :

- expression visuelle et images de communication (graphistes) ; il y en a six en France.
- plasticiens de l'environnement architectural (maquettistes) ; il y en a trois en France.

Il s'agit d'un public ayant des connaissances en MCR (modes conventionnels de représentation)⁽¹⁾, mais non matheux, chez lequel les mathématiques ne sont *a priori* guère "populaires".

Les sections de Techniciens Supérieurs Arts Appliqués recrutent sur dossier après un Bac F12 ou une Mise à Niveau. Les meilleurs élèves issus du Diplôme d'Ecole y ont aussi accès, mais cette filière est en voie de disparition.

La Mise à Niveau s'adresse à des élèves ne possédant ni un Bac F12, ni un BT (brevet de technicien soit de dessinateur maquettiste, soit d'arts graphiques, soit de volumes architecturaux). Il s'agit en un an de sensibiliser ces élèves à toutes les techniques des arts appliqués (vidéo, photo, images de synthèse, gravure, modelage, fresque, tissage, maille,...), sans négliger l'enseignement de base (dessin, couleur, MCR) et l'enseignement général (français, langues, sciences physiques et mathématiques) Le recrutement se fait en deux étapes : un premier tri sur dossier et une épreuve de dessin.

(1) Pour la signification des sigles et des diverses définitions, se reporter à l'encadré de la page 90.

ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE DANS
L'ESPACE EN BTS D'ARTS APPLIQUES

Les observations présentées dans cet article portent sur les deux classes citées, durant l'année scolaires 90-91. Précisons l'origine de ces élèves :

Plasticiens de l'environnement architectural :

— provenant d'une Mise à Niveau	7
— possédant le Bac F12	11
— possédant le Diplôme d'Ecole	6
— possédant un BT	1

Expression visuelle, images de communication

— provenant d'une Mise à Niveau	9
— possédant le Bac F12	7
— possédant le Diplôme d'Ecole	3
— possédant un BT	4

[Ces élèves avaient de 19 à 24 ans.]

Les Etudes

Le programme de Mathématiques de F12 laisse une grande part à la géométrie, mais les sujets du Bac portent surtout sur l'étude des fonctions et les coniques.

En Mise à Niveau, les enseignants adaptent leurs cours et leurs exercices aux origines très diverses des élèves (A1, A2, G2, B ou D). les commentaires des programmes recommandent de prendre des exemples ou des applications dans le domaine artistique.

En STS, un tronc commun à toutes les sections d'Arts Appliqués est complété par des programmes spécifiques (voir encadré ci-contre).

L'épreuve de Mathématiques n'apparaît au BTS que depuis la session 1987, au

**Programmes de
Mathématiques en STS**

Programme commun :

Analyse : logarithme, exponentielle

Trigonométrie : résolution de triangles

Algèbre : bases de numération 2, 8, 16 ; algèbre de Boole ; systèmes d'équations linéaires

Informatique : algorithmique, DAO

Géométrie plane : transformations, pavages ; études de courbes (coordonnées cartésiennes, paramétriques et polaires) coniques, cycloïdes, spirales d'Archimède et logarithmique, cardioïde, lemniscate, sinussoïde amortie,...

Géométrie dans l'espace : description des solides usuels, pavages.

Modules spécifiques :

— *Expression visuelle* : polyèdres, CAO, sondages

— *Plasticiens* : polyèdres, sections planes d'une surface réglée (PH) ; composition systématique (symétrie, périodicité), CAO.

deuxième groupe d'épreuves ; le flou du programme, l'absence de commentaires et la non motivation des élèves rendent difficile la tâche du professeur, confronté de plus à un problème d'absentéisme.

Le problème de l'enseignement en STS

Nous sommes partis du constat suivant : Contrairement à ce qu'on pouvait espérer, étant donné leur vécu en dessin et en MCR, la géométrie semble être le point faible de ces élèves : la plupart ont du mal à faire

des exercices simples sur les rotations de motifs ou les pavages, et à raisonner sur les polyèdres ou les volumes. De plus ils ne sont pas très motivés pour la géométrie de l'espace, qui se réduit aux polyèdres et aux sections.

En réponse à la question naturelle : *Les connaissances dans le domaine professionnel peuvent-elles bénéficier de l'apport de connaissances géométriques ?*, nous avons comme idée de travailler à la fois sur les modes de représentation (MCR, CAO), et sur les règles d'incidence (droites et plans), en les étudiant au travers des règles de la perspective linéaire ; ces règles d'incidence pouvant ensuite être réinvesties lors de l'étude des polyèdres (éléments de symétrie, représentation graphique, sections...), et en CAO.

Nous nous sommes alors posé les questions suivantes :

— **Comment convaincre les élèves que les mathématiques sont utiles et intéressantes pour eux ?**

— **Est-ce que l'enseignement plus ou moins spécialisé qu'ils ont reçu a eu une influence sur leurs connaissances rationnelles ?**

Cela nous a conduit à élaborer un questionnaire personnel pour cerner l'attitude de l'élève face aux connaissances rationnelles et un test sur la représentation de l'espace. Les deux étant destinés

— d'une part à recueillir des informations sur :

* les conceptions des élèves sur les rapports entre géométrie et représentation de l'espace,

* les savoirs et savoir-faire qu'ils peuvent mobiliser dans les problèmes de représentation de l'espace,

— d'autre part à sensibiliser les élèves en les obligeant à réfléchir à leur pratique.

La passation s'est faite individuellement, en classe, dans l'ordre : questionnaire puis test (durées respectives 40 mn et 1 h). Nous présentons ces documents en Annexe. Les statistiques portent sur 40 élèves (ceux qui ont répondu à la fois au questionnaire et au test).

Le questionnaire

Sous forme de questions ouvertes et de questions OUI/NON, il porte sur leur vécu personnel :

— niveau des études, en particulier en dessin d'art et dessin technique,

— attitude face à la vraisemblance géométrique,

— opinion sur la création : intuition, savoir-faire, connaissances rationnelles.

De son dépouillement il résulte que tous sont familiarisés avec la représentation de l'espace et même y sont très sensibilisés :

— *Les études de dessin développent le sens critique.*

— *Nous sommes formés ... à connaître les bases, les règles ; on y habitue notre œil et notre main ... On a donc un regard sensible et critique devant les choses.*

La majorité pense que l'intuition ne suffit pas, que l'acquisition des savoir-faire est indispensable et que ceux-ci résultent de connaissances rationnelles ; beaucoup pensent que ce qui précède est encore plus important avec l'emploi des techniques nouvelles de créations d'images :

— *Il faut connaître les principes de la perception pour jouer avec.*

— *Les connaissances rationnelles doivent*

**ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE DANS
L'ESPACE EN BTS D'ARTS APPLIQUES**

servir de base mais le savoir-faire fait l'originalité.

Leur sensibilité artistique est partout présente :

— *La vraisemblance n'est pas toujours nécessaire, elle empêche la liberté.*

— *Si les œuvres sont solides la question de vraisemblance ne se pose pas puisque tout se justifie.*

Mais certains refusent la géométrie (*la froideur de la géométrie*) et préfèrent l'enseignement des "Maîtres".

Parmi les questions qui les intéressent on trouve les anamorphoses, les perspectives sphériques ...

Le test

Les différents items du test (cf Annexe) sont, grosso modo, rangés dans un ordre que nous considérons *a priori* comme de difficulté croissante. Nous avons indiqué dans le tableau ci-contre des coefficients de réussite globale pour la promotion, accordant, pour chaque item, le même poids à l'ensemble des questions et au dessin.

Nous allons maintenant présenter les principales observations faites sur les réponses aux différents items.

Item 1

La plupart des élèves (37) remarquent que le dessin n'est pas plausible, étant donné que les fuyantes du cube de gauche n'ont pas le même point de fuite que celles des deux autres cubes. Certains, cependant, admettent cette possibilité et parlent de perspective à deux points de fuite (ce qui montre qu'ils ont une connaissance certaine de la terminologie, mais ignorent en fait de quoi il s'agit).

Réponses au questionnaire

I	ont fait au moins 3 ans de MCR	24
	ont fait au moins 3 ans de dessin d'art	38
II	connaissent les termes <i>perspective linéaire, perspective cavalière</i>	22
	connaissent le terme <i>axonométrie</i>	13
	connaissent le terme <i>isométrie, descriptive</i>	17
III	a. sensibles à la vraisemblance géométrique :	OUI 28 NON 11
	b. éprouvent une gêne	OUI 31 NON 8
	c. se posent des questions	OUI 35 NON 5
	d. uniquement l'intuition	OUI 0 NON 40
	connaissances rationnelles	OUI 30 NON 40
	tours de main	OUI 34 NON 6
	les deux types d'acquisition	OUI 39 NON 1

Réussite globale au test

Item n°	1	2	3	4	5	6	7	8
réussite	0,82	0,91	0,76	0,60	0,85	0,55	0,48	0,44

L'ordre de réussite décroissant est :
2 ; 5 ; 1 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 8 .

D'autres ont dit que le cube de gauche avait basculé (ce qui est en contradiction avec le fait que sa face avant est représentée par un carré).

Ceux qui corrigent le dessin, le font en prenant comme unique point de fuite le point de fuite commun aux deux cubes de droite et rectifient le cube de gauche.

Item 2

Certains élèves (2) ont trouvé qu'il manquait des informations : en particulier, où est l'avant et où est l'arrière de la structure ? Ceci révèle sans doute une lecture incomplète de l'énoncé ("structure tubulaire cubique").

Les réponses ont été correctes pour la grande majorité (37). Plus de la moitié ont réalisé une construction matérialisant le point de fuite principal ; les autres n'ont rien dessiné mais ont avancé des considérations fondées sur leur expérience telles que : *1 est plus grand car il se rapproche plus du haut du cube.*

Item 3

Presque tous ont indiqué correctement que l'observateur s'était déplacé vers la droite.

En ce qui concerne la poursuite du dessin, tous ont pensé au point de fuite, mais certains n'ont pas su où placer exactement la verticale représentant le bord de la porte ; ils l'ont fait à l'estime. Les autres imaginant le "pavé droit fictif" délimité par les deux battants, ont pensé à utiliser les rappels horizontaux (29).

Item 4

La majorité (29) reconnaît que le dessin n'est pas plausible, mais d'autres l'ont accepté (10),

— soit en ne se rendant compte de rien,
— soit en parlant, ici aussi, de *perspective à deux points de fuite* (cf item 1) ; ce qui les a conduits à utiliser le théorème en acte suivant : *"les points de fuite des horizontales parallèles sont étagés sur une même verticale, proportionnellement à leur hauteur"*, très analogue au principe de la *perspective en arête de poisson* des fresques pompéiennes (voir encadré page 90).

Parmi ceux qui ont répondu correctement,
— certains n'ont pas justifié leur réponse,
— certains ont mentionné les deux points de fuite distincts et généralement utilisé celui de la planche du bas,
— certains ont de plus rectifié le dessin de l'autre planche (22).

Item 5

Cet exercice a été correctement résolu par la grande majorité des élèves (37), en utilisant, soit la conservation du milieu par la perspective cavalière, soit le centre des faces (point de concours des diagonales).

Notons que quelques-uns ont trouvé le dessin non plausible :

- *les parallèles s'écartent* (ce qui est une illusion classique de la perspective cavalière).
- *les arêtes ont des points de fuite différents,*
- *les arêtes ne sont pas inclinées à 45° et sont de longueur différentes.*

Item 6

Cet item est le pendant, en perspective linéaire, de l'item 5. Il a été nettement moins bien réussi (19).

L'erreur la plus fréquente (qui était attendue) a été de prendre le milieu des arêtes. En fait, les élèves ont utilisé ici les deux mêmes méthodes que dans le cas de la

 ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE DANS
 L'ESPACE EN BTS D'ARTS APPLIQUES

perspective cavalière ; le problème étant que l'une des deux (diagonales) reste valable et l'autre (milieu) non.

Item 7

Pour les mêmes raisons que dans l'*item* 5, 9 élèves ont trouvé que le dessin n'était pas plausible.

Cet exercice est plus difficile : 16 dessins corrects, obtenus en utilisant

- le parallélisme des rayons solaires,
- la conservation du parallélisme par la perspective cavalière.

Certains ont consacré du temps à essayer de préciser la position du soleil par des mesures d'angles (cf plus loin les théorèmes en acte).

Item 8

Le problème posé ici est la version "perspective linéaire" de celui proposé à l'*item* 7 dans la version "perspective cavalière".

Certains élèves trouvent que le dessin n'est pas plausible car *les rayons du soleil ne sont pas dessinés parallèles*. Ils "oublient" ici que des parallèles de l'espace sont dessinées convergentes ; une explication possible en est que, dans les cours de MCR qui leur sont dispensés, et plus précisément dans les exercices de tracé des ombres, le soleil est – dans un but de simplification – systématiquement supposé dans le plan du tableau (et généralement à 45° de l'horizontale).

Il y a eu 12 dessins corrects, obtenus grâce à l'utilisation de deux des trois propriétés suivantes :

- parallélisme du dessin des arêtes dessinées horizontalement et du dessin de leur ombre,
- convergence des rayons du soleil,

— convergence vers le point de fuite principal des arêtes fuyantes et de leurs ombres.

De plus certains ont utilisé la convergence des ombres des arêtes verticales vers un point (qui est en fait le projeté orthogonal du soleil sur la ligne d'horizon).

Signalons également l'erreur : *les arêtes verticales du cube ayant même longueur, leurs ombres ont même longueur*.

Démarches des élèves ; Théorèmes en actes

Nous allons détailler ici quelques démarches significatives de la mauvaise maîtrise de concepts géométriques.

Confusions sur la notion de point de fuite

Les dénominations suivantes : *perspective à un point de fuite, perspective à deux points de fuite, perspective à trois points de fuite*, utilisées en MCR, font croire, à tort, que ces trois perspectives sont des modes de représentation de natures différentes, alors qu'il s'agit toujours d'une projection centrale, seule changeant la position des trièdres de référence par rapport au plan du dessin (voir encadré page 90).

Ces habitudes expliquent certaines confusions repérées dans les copies :

Ainsi, alors que l'anomalie de dessin est la même dans les *items* 1 et 4 (deux points de fuite pour la direction perpendiculaire au tableau), tous la repèrent dans l'*item* 1, alors qu'un tiers des élèves ne le font pas dans l'*item* 4. Nous n'analyserons pas ici cette différence de traitement, mais nous remarquerons simplement que dans le deuxième cas, où le contexte attire moins l'attention sur **le** point de fuite, certains trouvent une explication quasiment

magique par la locution *perspective à deux points de fuite* à ce qui, tout de même, les gêne un peu. Pour se tirer d'affaire, ils utilisent alors l'outil mathématique le plus simple qui semble convenir à la situation (fausse) qu'ils ont créée : la proportionnalité ; et réinventent une erreur attestée par l'histoire de l'art : la perspective en arête de poisson.

On a également trouvé une autre implication de la perspective à deux points de fuite dans l'*item 8* (elle n'y est pas nommée), où certains élèves "tordent" les rayons du soleil pour arriver à placer leur point de concours sur la ligne d'horizon.

Théorèmes en acte

Ils résultent tous d'une démarche analogue : transporter telles quelles de l'espace au dessin des propriétés géométriques qui ne se conservent pas en toute généralité ; par exemple le parallélisme ou le milieu d'un segment en perspective linéaire, l'égalité de longueur en général.

Ainsi, dans l'*item 6*, certains élèves placent le dessin du milieu de chaque arête au milieu du dessin de cette arête ; dans l'*item 8*, certains veulent que les dessins des ombres des arêtes verticales aient tous la même longueur.

Citons aussi un théorème en acte, à tiroir, rencontré dans l'*item 7* :

Pour préciser la position du soleil, certains élèves ont voulu déterminer l'angle des rayons du soleil avec le sol horizontal (l'angle du secteur de l'espace représenté sur la figure 1.a par le secteur BbA).

Première démarche : mesurer sur le dessin l'angle du secteur BbA ; cela correspond à un théorème de *conservation des angles par projection* (faux en général) associé au théo-

Fig. 1.a

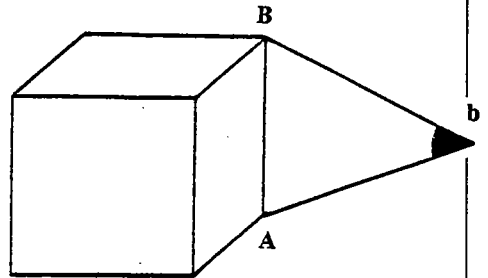


Fig. 1.b

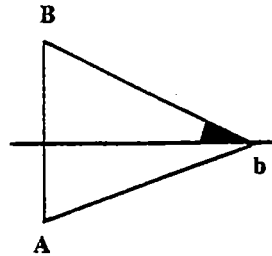
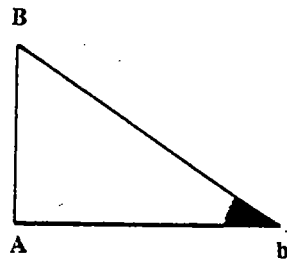


Fig. 1.c



rème (vrai) disant que la droite (Ab) est la projetée orthogonale de la droite (Bb), puisque A est le projeté de B et que b est son propre projeté.

Deuxième démarche : mesurer sur le dessin l'angle de (Bb) avec l'horizontale (figure 1.b) ; on retrouve le même théorème en acte de conservation des angles par projection, associé à un deuxième théorème en acte disant que *les horizontales de l'espace ont un dessin "horizontal"* sur la feuille.

L'origine de ces théorèmes en acte n'est pas difficile à imaginer. Dans les cours de MCR les rayons du soleil sont systématiquement parallèles au plan du dessin (figure 1.c) ; dans ce cas les deux démarches donnent le même résultat et ce résultat est exact.

En résumé

On peut donc constater que ces élèves, contrairement aux lycéens d'enseignement général, préfèrent l'aspect plus "réaliste" des images en perspective centrale, ce que peut sans doute expliquer leur formation différente. Ils ont quelques connaissances concernant ce mode de représentation, mais la seule propriété qu'ils utilisent réellement de façon opératoire est la convergence des parallèles. Lorsque la situation devient plus complexe et exige l'utilisation d'autres propriétés, ou l'utilisation de plusieurs points de fuite, ils sont rapidement bloqués et s'en remettent à des théorèmes en acte. Inversement, s'ils reprochent à la perspective cavalière l'allure un peu artificielle des dessins qu'elle donne, ils réussissent mieux les constructions dans ce mode de représentation, parce que nombre de propriétés des objets représentés sont encore valables pour les représentations elles-mêmes.

Il semble donc que leurs rapports avec la perspective soient du niveau d'un savoir faire, et n'aient pas réellement de caractère géométrique.

Evaluation initiale des élèves

A chaque élève nous avons attribué deux notes d'évaluation du test : la première en accordant le même poids à chacun des huit premiers *items* (et dans chaque *item* le même poids au dessin et aux réponses), la deuxième en attribuant le poids 0,5 aux *items* 1 ; 2 ; 3 ; 5 et le poids 1,5 aux *items* 4 ; 6 ; 7 ; 8 .

Les classements des élèves qui en résultent ne sont pas très différents : pour la moitié d'entre eux l'écart de classement est de 2 ou moins et l'écart maximum est de 7.

Cela prouve que la réussite aux questions les plus difficiles va de pair avec la réussite aux autres questions.

Cela nous a également permis de classer les diplômés (classement sujet à caution, vu les faibles effectifs). Par ordre décroissant de réussite on trouve :

- BT arts graphiques
- Bac B, D, G2, F12
- BT dessinateur maquetiste, Bac A3
- Bac A1, Diplôme d'Ecole

La séquence didactique

Nous avons vu que les élèves ont des connaissances en perspective linéaire, mais que ces connaissances sont peu importantes, peu fiables, ou utilisées dans un contexte inadéquat, parce qu'elles restent au niveau des techniques, sans être soutenues par des connaissances rationnelles (géométriques).

Comme ces élèves ne sont pas réfractaires à un apport de telles connaissances, nous pensions pouvoir leur fournir des outils théoriques en les amenant à réflé-

chir, à l'occasion d'activités relatives à leur futur domaine professionnel.

Notre hypothèse fondamentale est issue de nos recherches antérieures : avec des élèves jeunes, ou (quel que soit le niveau) lorsque la situation spatiale devient un peu complexe, le recours à la maquette est incontournable, même si le but recherché est de finir par en faire l'économie. C'est pourquoi notre ingénierie est fondée sur l'utilisation de matériel tridimensionnel, ainsi que sur des manipulations effectives ; ce qu'on ne fait pas habituellement dans l'enseignement, où les situations à dessiner (en perspective linéaire) sont illustrées par des dessins en perspective cavalière.

Les situations-problèmes proposées devront permettre aux élèves un début de résolution, mais leur résolution complète nécessitera la mise en œuvre de la connaissance visée par l'apprentissage (règles de géométrie de l'espace), qui interviendra en tant qu'outil avant de devenir objet d'étude et d'être institutionnalisée.

Ceci permettra de donner un sens (grâce à la géométrie de l'espace) aux principales notions de perspective (point de fuite, points de distance, ligne d'horizon), de façon que la réalisation d'un dessin ne se réduise pas à l'application de règles figées, plus ou moins arbitraires et presque "magiques".

Notre matériel :

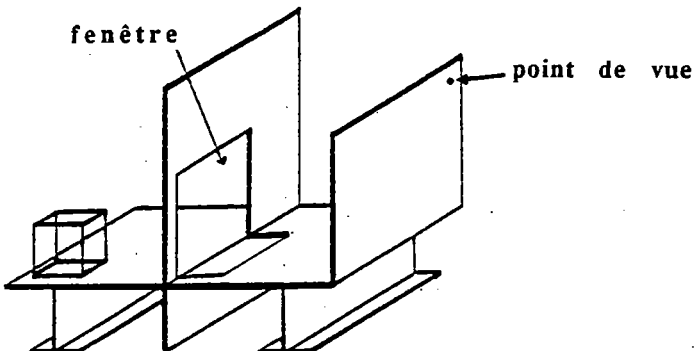
1) Une *fenêtre de Dürer* adaptée à nos besoins ; il s'agit d'une planche horizontale, de 1 m sur 0,5 m, sur laquelle sont fixées deux planches verticales :

— l'une, la fenêtre proprement dite, percée d'une ouverture recouverte de plexiglass (qui peut être remplacé par une planchette opaque),

— l'autre, percée d'un trou, le point de vue (on peut y placer un crochet destiné à recevoir des élastiques) ; figure 2.

2) Quelques *cubes-squelettes* de différentes dimensions de 20 cm à 5 cm d'arête.

Fig. 2



Chronique commentée

Chaque séance dure deux heures et est réalisée dans 4 demi-classes d'une douzaine d'élèves. Le fait de travailler ainsi en parallèle présente l'avantage de permettre de modifier le déroulement, soit pour "rectifier le tir", soit pour essayer une variante dont l'intérêt a pu apparaître en cours de réalisation.

ACTE I

Scène 1 : la fenêtre de Dürer.

P (le professeur) commence par rappeler le test, et signale que les exercices les moins bien réussis sont ceux qui concernent les ombres. Le but annoncé est la résolution de ces problèmes, en commençant par un rappel des principes de base de la perspective (linéaire) :

- Œil ponctuel et fixe.
- Propagation rectiligne de la lumière.
- La perspective d'un objet est l'intersection du cône visuel avec le plan du tableau (supposé vertical, sauf indication contraire).

Ceci est matérialisé grâce à la fenêtre de Dürer. **P** fait circuler des photocopies de quatre gravures de Dürer illustrant diverses versions de la fenêtre (voir la bibliographie). Puis il place un transparent contre la fenêtre et demande de dessiner (3 fois, par 3 élèves) la perspective d'un cube de 20 cm d'arête, posé sur la planche horizontale, à un endroit repéré et ayant deux faces parallèles au plan de la fenêtre. Avant que le troisième élève ait retiré son transparent, **P** montre un cube de 15 cm d'arête et pose la question :

- *Est-il possible d'obtenir le même dessin avec ce cube ?*

E (élève) : *Oui, mais il faut le placer plus près de la fenêtre.*

P fait rechercher la position exacte, avec contrôle au point de visée (*plus près et plus haut*).

P : *Est-ce possible avec un cube plus petit encore ? Y a-t-il une taille limite ?*

E : *Si le cube est très petit, il faudra le placer devant la fenêtre.*

Le mot *homothétie* apparaît au cours de la discussion. *Où est le centre ? C'est l'œil.*

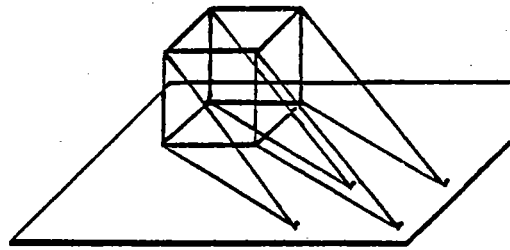
Scène 2 : le passage à l'ombre

Le cube de 20 cm est fixé sur une planchette horizontale et **P** matérialise la direction des rayons du soleil par un élastique rouge tendu entre l'un des 4 sommets supérieurs et un point de la planche.

Consigne : compléter cette maquette de façon à obtenir l'ombre complète du cube sur la planchette.

- Le problème du parallélisme des rayons apparaît (*est-ce bien vrai ?*) ; on explique le bien-fondé de la convention.

Fig. 3



Nouveau problème : comment tendre les autres élastiques ? Les élèves utilisent plus ou moins consciemment le fait que l'ombre du carré supérieur est un carré de même taille, dont les côtés sont parallèles ; figure 3.

P fait observer les 4 *triangles d'ombre*. **E** dit qu'ils sont égaux.

Consigne : Réaliser la maquette de l'ombre du cube de 15 cm, placé dans la même position, au même endroit et au même moment. Ceci est fait rapidement ; on voit que les triangles d'ombre sont *proportionnels, homothétiques*.

Scène 3 : des ombres en perspective

Consigne : replacer le cube de 20 cm (avec les élastiques) sur la planche, et compléter le dessin du transparent par celui des élastiques.

Un problème apparaît : certains élastiques ne sont pas visibles sur toute leur longueur. On dessine ce qu'on voit ; figure 4.

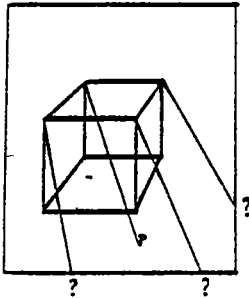


Fig. 4

P demande de faire la même chose que dans la scène 1 : positionner le cube de 15 cm pour obtenir le même dessin.

C'est matériellement impossible, car il faudrait que certains élastiques (et la planchette) traversent la fenêtre. Mais c'est théoriquement acceptable. **P** présente alors un cube de 5 cm muni de ses triangles d'ombre matérialisés par du carton et demande où il faudrait le placer. **E** : *En avant de la fenêtre*.

P présente un cube de 10 cm muni de ses triangles d'ombre. Même question. On s'aperçoit que la bonne position semble obtenue lorsque la face arrière du cube est contre la fenêtre. Mais pas moyen de contrôler, car l'objet fait obstacle à la vue.

P accroche le cube en position (après avoir remplacé la vitre par un volet de bois, mais en ayant remis le transparent en place).

P : *Comment pourrait-on vérifier que le cube donnera bien le même dessin ?*

Certains proposent de matérialiser les rayons. On leur fournit de l'élastique blanc, et on fixe un crochet à l'emplacement du trou de visée. Ils tendent quelques élastiques qui matérialisent le cône visuel, et constatent qu'on peut y insérer la maquette de 5 cm.

Scène 4 : mise au propre.

Consigne : reprendre les transparents et faire un dessin soigné du cube et de son ombre sur une feuille blanche (par groupe).

Plusieurs problèmes apparaissent :

- 3 élastiques ne sont pas dessinés en entier. *Comment compléter les dessins ?*
- les traits à main levée doivent être rectifiés, mais *comment ?*

Certains ont tendance à vouloir dessiner les rayons du soleil parallèles : influence du cours de MCR (voir plus haut). Un conflit apparaît, qui se résout lorsqu'on pose la question : *Comment représente-t-on des droites parallèles en perspective linéaire ?* Le terme point de fuite vient tout de suite. Ils recherchent alors divers points de fuite sur leur dessin :

- arêtes horizontales non frontales du cube,
- rayons du soleil,

ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE DANS
L'ESPACE EN BTS D'ARTS APPLIQUES

— bases des triangles d'ombre.

Ces points de fuite (associés ou non au fait que la perspective d'une frontale lui est parallèle) leur permettent de compléter leur dessin.

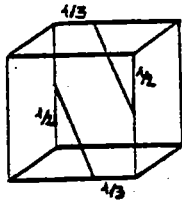
En outre, ils sont étonnés de voir apparaître ici trois points de fuite, alors qu'il ne s'agit pas d'une "perspective à trois points de fuite".

*Scène 5 : première phase
d'Institutionnalisation.*

Pour l'instant, le *point de fuite* n'est, pour les élèves, qu'une technique permettant de réaliser un dessin en perspective ; il s'agit maintenant de lui faire acquérir un statut rationnel.

On accroche contre la fenêtre un cube-squelette, sur lequel sont fixés deux tiges parallèles ; figure 5.

Fig. 5



Consigne : Dessiner les perspectives de ces deux segments, en utilisant un élastique de visée.

Les élèves visent les deux extrémités et joignent à la règle les deux points obtenus. Ils peuvent constater que les segments tracés ne sont pas parallèles. P fait alors glisser l'élastique sur l'une des tiges, afin de montrer que le rayon visuel engendre un plan et

que la perspective de la droite est l'intersection de ce plan avec le plan du tableau.

Institutionnalisation :

— *Toute droite définit avec l'œil un plan : le plan de visée de la droite.*

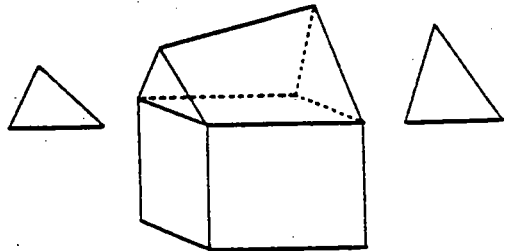
— *La perspective d'une droite est l'intersection de son plan de visée avec le plan du tableau.*

ACTE II

Scène 1 ; vers le point de fuite.

La question qui se pose maintenant est de définir le point de fuite d'une direction. Dans les premiers groupes, P avait fait considérer les deux plans de visée des tiges, passant tous deux par l'œil, et affirmé que la droite d'intersection était parallèle aux tiges (c'est le classique *théorème du toit*). Ceci n'avait apparemment pas bien convaincu les élèves. D'où l'idée de les persuader, en utilisant leurs compétences.

Fig. 6



Activité : On a une maison en construction à plan rectangulaire, dont il reste à bâtir le toit. On veut un toit à deux pentes, et il faut (voir figure 6) :

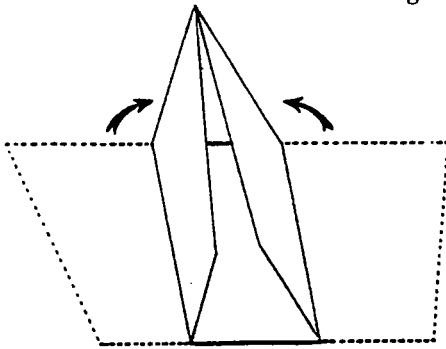
- que les pignons ne soient pas isocèles (pas de symétrie),
- que la faîtière ne soit pas horizontale.

Réalisez une maquette en bristol d'un tel toit, avec une base rectangulaire de 15 cm sur 10 cm.

Les élèves travaillent en groupes de deux. Ils s'aperçoivent qu'il y a des contraintes sur les dimensions (inégalité triangulaire). Les premiers essais donnent des toits gauches. *A quoi est-ce dû ?*

P leur demande de réessayer et leur conseille de commencer par fixer les deux parties du toit sur la base, avant d'assembler la faîtière ; figure 7.

Fig. 7



Certains proposent une solution consistant à recouper vers le haut, mais *de combien ?* Un conflit apparaît entre les élèves : certains pensent que c'est possible (*j'en ai vu des toits comme ça !*), d'autres non.

Quelqu'un remarque que les côtés obliques des pignons doivent être parallèles, et donc que les pignons doivent être *homothétiques*. Des conséquences logiques arrivent vite : il faut, soit que les pignons

soient identiques, soit que la base soit trapézoïdale et non rectangulaire. Si on impose un plan rectangulaire, ceci implique que la faîtière soit horizontale.

P applique alors cela aux plans de visée, en montrant la correspondance entre les deux situations : le point de fuite est l'intersection de la faîtière avec le plan du tableau.

Institutionnalisation locale :

— *Les plans de visée de deux droites parallèles se coupent suivant une droite passant par le point de vue et parallèle à ces droites.*

— *Les perspectives de plusieurs droites parallèles sont concourantes en un point, appelé point de fuite de la direction de ces droites.*

— *Ce point de fuite est l'intersection du plan du tableau avec la parallèle aux droites passant par le point de vue.*

— *Les parallèles au plan du tableau n'ont pas de point de fuite ; leur perspective est dessinée parallèlement à elles-mêmes (cas des arêtes frontales du cube).*

— *Le point de fuite principal est le point de fuite de la direction perpendiculaire au plan du tableau.*

— *Des droites horizontales ont leur points de fuite sur une même horizontale, la ligne d'horizon. (Ce dernier résultat est justifié en considérant que les parallèles à ces droites passant par l'œil déterminent un plan horizontal).*

Application : Refaire le dessin du cube comme à la première séance (sans les ombres) et y placer les deux tiges.

— Justifier qu'elles sont parallèles.

— Chercher leur point de fuite.

**ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE DANS
L'ESPACE EN BTS D'ARTS APPLIQUES**

Scène 2 : du texte au dessin.

Consigne : Dessiner (à l'échelle 1/4) un cube de 20 cm d'arête, posé horizontalement sur un plan. La face avant du cube est dans le plan du tableau. Le point de vue est à 50 cm en avant du tableau, à 16 cm à droite et à 20 cm au-dessus du coin supérieur avant droit du cube. (Sur la feuille, placée à l'italienne, on fixe la ligne d'horizon à 8 cm du bord supérieur, et le point de fuite principal à 20 cm du bord gauche).

Les élèves ont un peu de mal à décoder les informations : certaines doivent être repensées "à l'envers", pour positionner le cube par rapport au point de fuite principal. Pas de problème pour les fuyantes, mais on ne sait pas où placer la face arrière.

P propose de s'intéresser au coin supérieur arrière droit : son dessin est sur une fuyante. Il suffirait d'avoir une seconde horizontale (dont on aurait le point de fuite) pour le placer sur le dessin. Certains se souviennent alors des points de distance. **P** les définit, et on peut enfin terminer le dessin.

Scène 3 : d'autres points de fuite.

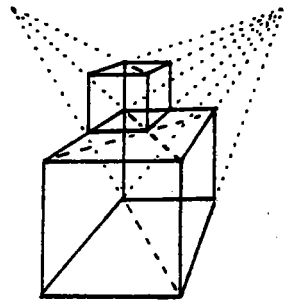
Consigne : Chercher les points de fuite des diagonales des faces verticales du cube (ils sont hors de la feuille), et justifier leur position.

Ils semblent (plus ou moins) sur la verticale du point de fuite principal, et à la même distance de celui-ci que les points de distance.

(Une justification simple — mais astucieuse — consiste à faire tourner la feuille d'un quart de tour : on est alors ramené au cas des points de distance.)

Consigne : Dessiner un cube de dimension moitié, posé sur le quart supérieur arrière gauche du premier (figure 8). Pas de problème : les élèves utilisent, soit les diagonales de la face supérieure, soit l'un des points de fuite précédents.

Fig. 8



Exercice : Chercher le point de fuite de l'une des diagonales du grand cube. (on utilise la diagonale parallèle du petit cube.)

N.B. La justification de la position de ce point de fuite ne pourra être totalement faite que plus tard (cf Acte III). Pour l'instant, on se contente de la repérer.

ACTE III

Scène 1 : encore d'autres points de fuite.

On reprend le dessin du cube, et **P** demande de trouver le point de fuite de la direction de la droite passant par le milieu de l'arête avant droite et le sommet supérieur arrière droit, et de justifier sa position.

Même question avec la droite joignant le sommet supérieur arrière droit au point de l'arête avant droite situé au tiers en partant du bas.

Institutionnalisation :

Toutes les droites d'un même plan ont leurs points de fuite alignés sur la droite d'intersection du tableau avec le plan parallèle passant par l'œil.

On continue ensuite à chercher différents points de fuite. Pour aider les élèves dans leur recherche, on matérialise ces droites par des élastiques tendus dans un cube-squelette.

Remarque : Pour la direction (IC) de la figure 9, il y a deux "écoles" :

- le point de fuite est au dessus de D
- le point de fuite est à l'horizontale du point de fuite de la direction (IE).

Comme tout le monde a raison, on peut placer ce point.

Scène 2 dessin et photographie.

P fait le lien entre perspective et photographie :

- point de vue = diaphragme
- plan du tableau = pellicule
- distance au tableau = distance focale.

P montre une photo d'immeuble sur laquelle on constate que les points de fuite de diverses directions de la façade sont alignés sur une verticale.

Scène 3 : enfin, le dessin d'ombre.

Consigne : Refaire un dessin du cube dans les conditions précédentes, en plaçant cette fois la feuille à la française. Dessiner l'ombre de ce cube, la direction des rayons du soleil étant donnée par son point de fuite S.

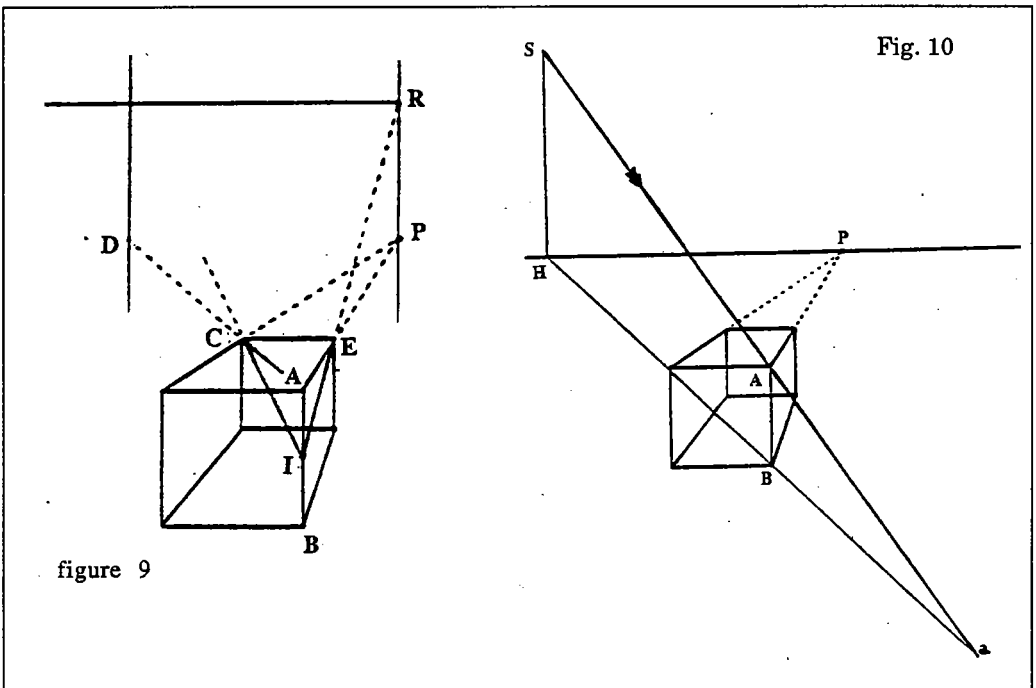


figure 9

Fig. 10

Le tracé des rayons ne pose pas de problème, mais où les arrêter ? P ressort alors le cube muni de ses quatre triangles d'ombre, ce qui conduit à rechercher le point de fuite de la base horizontale de ces triangles (figure 10) :

- sur la ligne d'horizon (la base est horizontale)
- sur la vertical de S (les triangles sont verticaux).

ACTE IV

Il faut signaler que l'année scolaire s'étant brusquement effilochée, dès le début du mois de mai, pour cause de stages et de ponts trop bien placés, un seul des quatre groupes a suivi cette partie, elle-même fortement réduite par rapport à nos prévisions.

Scène dernière : partages et reflets

[Quelques exercices de réinvestissement des propriétés étudiées auparavant.]

Premier exercice :

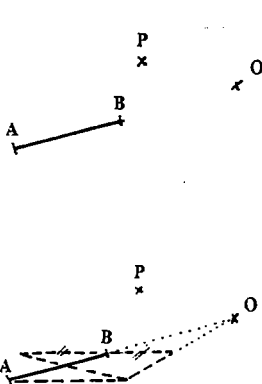


Fig. 11

Voici un dessin effectué en perspective linéaire (figure 11), sur lequel figurent seu-

lement le segment [AB], le point de fuite principal P et le point de fuite O du segment [AB]. Partager le segment [AB] en deux segments d'égales longueurs.

Un certain nombre d'élèves rassemblant leurs souvenirs des cours de MCR proposent de tracer l'horizontale passant par A et celle passant par B ; ensuite ils hésitent puis l'un d'eux retrouve toute la construction et dit : *on fait comme si O était le point de fuite principal* ; les autres se souviennent aussi mais ne comprennent pas.

On leur demande alors de faire un schéma auxiliaire dans le plan contenant [AB] et les deux horizontales, qu'ils viennent de mettre en évidence. Peu à peu, ils prennent conscience qu'ils ont en fait construit un parallélogramme, puis utilisé le symétrique d'un sommet par rapport à B.

Institutionnalisation :

- l'utilisation de plans auxiliaires (en architecture, on utilise le géométral),
- l'utilisation du point de fuite d'une direction quelconque (il a été clairement remarqué que [AB] n'était pas horizontal et que le point de fuite principal était inutile pour la construction faite),
- la non conservation des longueurs sur des droites non parallèles au plan du tableau.

Deuxième exercice :

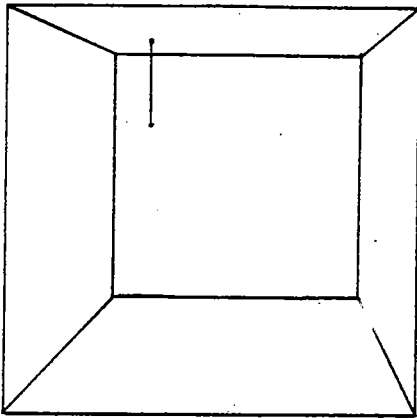
Même dessin mais il s'agit cette fois de partager le segment [AB] en trois parties de même longueur.

Les mêmes outils sont réutilisés sans trop de difficultés.

Troisième exercice :

Soit un cube dont le fond et le côté gauche sont des miroirs. Dessiner les reflets du pendule (figure 12).

Fig. 12



Il est d'abord nécessaire pour la moitié des élèves de rappeler que le reflet est la symétrie par rapport au miroir, d'insister sur le fait qu'il n'est pas SUR le miroir.

Ensuite, le dessin du reflet sur le mur de gauche n'a posé aucun problème car les élèves "voyaient" bien la situation réelle dans l'espace (symétrie par rapport à un plan perpendiculaire au tableau), donc conservation des longueurs (toutes les constructions se faisant sur des droites parallèles au tableau).

Par contre le deuxième reflet a demandé plus d'efforts, mais une bonne analyse de la situation a permis de terminer le dessin en utilisant :

- le point de fuite principal qu'il a fallu mettre en évidence,
- un plan auxiliaire pour utiliser les

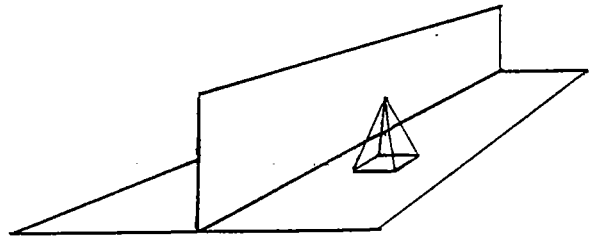
milieux, ce qui permet de rappeler une fois de plus que *le milieu du segment réel n'est pas, en général, au milieu du dessin du segment.*

Rideau

Evaluation :

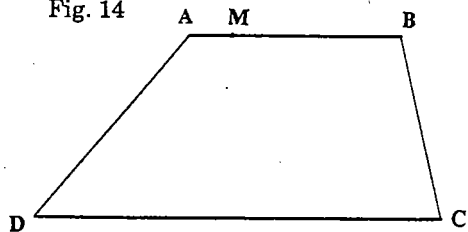
Le test final est composé de deux exercices :
— figure 13 ; construire le reflet de la pyramide dans le miroir perpendiculaire au plan du dessin.

Fig. 13



— figure 14 ; dessiner un octogone en supprimant aux coins du carré ABCD des triangles rectangles isocèles dont M est un sommet.

Fig. 14



Pour les raisons exposées plus haut, cette évaluation n'a porté que sur 8 élèves.

Notation : Elle est fondée, à égalité, d'une part sur l'exactitude des méthodes employées, d'autre part sur l'exactitude des deux dessins.

En comparant, dans la mesure où cette comparaison a un sens, à l'évaluation du test initial, on constate :

- une progression nette pour deux élèves qui se situaient au milieu de l'échelle,
- une stagnation pour trois élèves, dont deux situés dans le quartile supérieur,
- une légère progression pour un autre,
- une régression pour les deux derniers, dont l'un avait correctement répondu au test, mais ne s'était pas beaucoup intéressé au cours.

Mais ce qui nous semble plus encourageant est la présence sur quatre copies de schémas auxiliaires, dans le plan de l'octogone, même si l'un d'eux révèle une erreur de géométrie plane ; il faut aussi (hélas !) noter qu'un des élèves a dessiné parallèles des droites parallèles de l'espace, alors que ces dessins auraient dû converger au point de fuite principal.

Conclusion

Faute d'un véritable test portant sur l'ensemble de la promotion (alors que nous avions prévu un test plus conséquent et un nouveau questionnaire), nous ne pouvons qu'être très réservés dans notre évaluation.

Il nous semble cependant, au vu du comportement de l'ensemble de la promotion tout au long de l'enseignement, que le rapport à la géométrie d'une grande majorité des élèves s'est bien modifié dans le sens que nous souhaitions : en effet ils ont utilisé le matériel sans aucune réticence, y retournant spontanément en cas de doute ; et la réalisation des dessins a souvent été pour eux l'occasion de discussions éclairantes.

Quelques définitions

MCR : Modes Conventionnels de Représentation : ils comprennent les croquis cotés, les systèmes de vues, les différentes perspectives,...

CAO : Conception Assistée par Ordinateur

DAO : Dessin Assisté par Ordinateur

Projections : on distingue deux types de projections

— les projections **coniques** ou **centrales**, pour lesquelles les projetantes passent par un point fixe appelé *centre* de la projection

— les projections **cylindriques** ou **parallèles**, pour lesquelles les projetantes sont toutes de même direction (éventuellement orthogonale au plan sur lequel on projette)

Perspectives : En combinant le type de projection avec la position du trièdre de référence, on obtient différentes perspectives :

Perspective linéaire (ou perspective des peintres) : *vue obtenue par projection centrale ; le centre de la projection est le point de vue. Si le trièdre de référence a une face parallèle au plan du dessin, on parle de perspective à un point de fuite ; si une direction seulement est parallèle au plan du dessin on parle de perspective à deux points de fuite ; sinon on parle de perspective à trois points de fuite.*

Perspective cavalière : *vue obtenue par projection parallèle non orthogonale, le trièdre de référence ayant une face parallèle au plan du dessin.*

Perspective axonométrique : *vue obtenue par projection orthogonale pour laquelle aucune direction du trièdre de référence n'a la direction des projetantes*

[Dans les différents corps de métiers, il existe des choix normalisés des paramètres de ces différentes projections qui limitent et précisent l'emploi des expressions précédentes.]

Perspective en arête de poisson : (E. PANOFSKY) *Lorsqu'on prolonge les lignes de fuite [principales], elles ne vont pas en un mouvement strictement concourant se rejoindre en un seul point, mais elles vont, en un mouvement de convergence atténuée (...) se rencontrer deux à deux en plusieurs points, tous situés sur un axe commun, si bien qu'on a en gros l'impression de voir apparaître une arête de poisson.*

ANNEXE 1

QUESTIONNAIRE

I — Expliquer la nature et la durée de votre formation en dessin d'art et/ou en dessin technique (géométrie).

	dessin technique	dessin d'art
a) lycée Précisez le diplôme final : BAC série : BT option : autres :		
b) extra-scolaire		
c) post bac		

II — Citez les différents types de représentations planes d'objets de l'espace dont vous avez pu avoir connaissance. Précisez celles que vous avez personnellement utilisées et dites en quelles occasions.

 ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE DANS
 L'ESPACE EN BTS D'ARTS APPLIQUES

III — Dans les questions suivantes, n'hésitez pas à donner des exemples précis et entourez la bonne réponse (ou rayez la mention inutile)

En regardant certains films, génériques, pubs, tableaux, décors, monuments, mobilier, certaines photos, B.D., affiches etc...,

a) *Vous demandez-vous si ce que vous voyez est vraisemblable ?* OUI NON

Expliquez.

b) *Vous est-il déjà arrivé d'éprouver une gêne ?* OUI NON

Avez-vous alors cherché à en analyser la raison ? OUI NON

Pouvez-vous décrire les circonstances d'une telle gêne et vos impressions à ce moment là ?

c) *Vous posez-vous des questions sur la manière dont ces images ont été obtenues (conditions du tournage, de la pose, de la création du dessin, de l'emplacement de l'appareil, de la focale utilisée ...) ?*

OUI NON

Donnez des exemples.

d) pour créer une telle image, pensez-vous que l'auteur ne fait que suivre son intuition ?

OUI NON

S'il utilise aussi des savoir-faire appris, alors pensez-vous :

— qu'il s'agit de techniques relevant de connaissances rationnelles en géométrie ?

OUI NON

— qu'il s'agit de tous de main découverts par l'expérience personnelle ou résultant de la tradition transmise par les maîtres de la profession ?

OUI NON

— que les deux types d'acquisition sont possibles voire nécessaires ?

OUI NON

Développez vos idées à ce sujet.

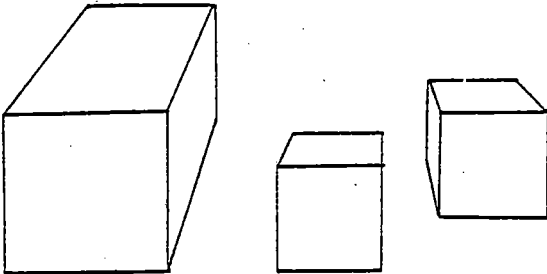
IV — *S'il y a des questions sur le rapport entre la géométrie et les images qui vous intéressent et qui n'ont pas été évoquées dans ce questionnaire, exposez-les ici.*

TEST

ANNEXE 2

1 — Ces trois objets sont censés représenter des cubes posés sur le même plan horizontal. Précisez les caractéristiques de la perspective utilisée.

Comment faites-vous pour le savoir ?



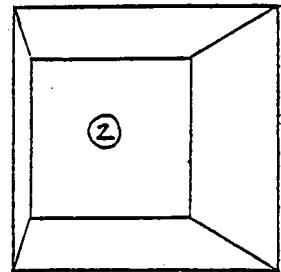
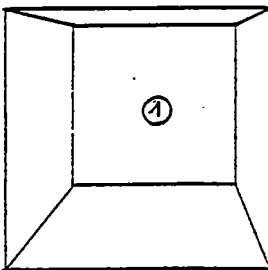
- Existe-t-il des anomalies dans le dessin ? OUI NON
Si oui, lesquelles et comment y remédier ?
- Manque-t-il des informations pour répondre à la question ? OUI NON
Si oui, choisissez vous-même les données qui manquent.

2 — Voici deux photos prises par deux personnes placées côte à côte devant une même structure tubulaire cubique.

La personne située la plus à gauche est : 1 2

La personne la plus grande est : 1 2 [Rayez la mention inutile]

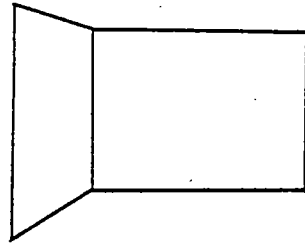
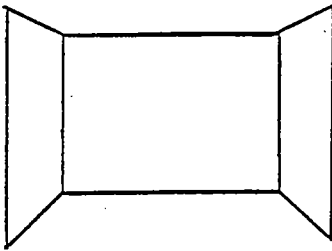
Comment faites-vous pour le savoir ?



- Existe-t-il des anomalies dans le dessin ? OUI NON
Si oui, lesquelles et comment y remédier ?
- Manque-t-il des informations pour répondre à la question ? OUI NON
Si oui, choisissez vous-même les données qui manquent.

3 — A gauche est représentée une porte (2,25m de haut, 3m de large), dont les deux battants sont ouverts perpendiculairement au cadre. A droite, la même porte, mais l'observateur s'est déplacé latéralement.

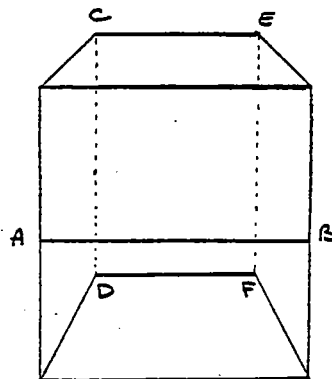
Dans quelle direction ? GAUCHE DROITE [rayez la mention inutile]
Complétez le dessin du deuxième battant.



- Existe-t-il des anomalies dans le dessin ? OUI NON
 Si oui, lesquelles et comment y remédier ?
- Manque-t-il des informations pour répondre à la question ? OUI NON
 Si oui, choisissez vous-même les données qui manquent.

4 — Ce dessin est censé représenter un meuble posé sur un plan horizontal. Il est délimité en haut et en bas par des carrés.

Dessinez une étagère horizontale sur le tasseau AB et indiquez ensuite en traits pleins les parties visibles des côtés verticaux CD et EF.



- Existe-t-il des anomalies dans le dessin ? OUI NON
 Si oui, lesquelles et comment y remédier ?
- Manque-t-il des informations pour répondre à la question ? OUI NON
 Si oui, choisissez vous-même les données qui manquent.

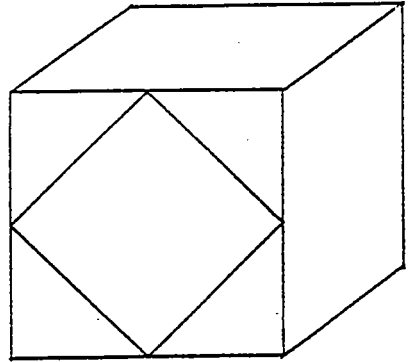
**ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE DANS
L'ESPACE EN BTS D'ARTS APPLIQUES**

5 — Ce dessin est censé représenter un cube en perspective cavalière.

Sur chaque face de ce cube figure un carré, obtenu en joignant les milieux des arêtes.

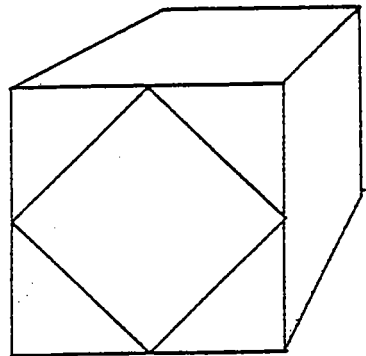
Un seul de ces carrés a été dessiné.

Complétez le dessin.



- *Existe-t-il des anomalies dans le dessin ?* OUI NON
Si oui, lesquelles et comment y remédier ?
- *Manque-t-il des informations pour répondre à la question ?* OUI NON
Si oui, choisissez vous-même les données qui manquent.

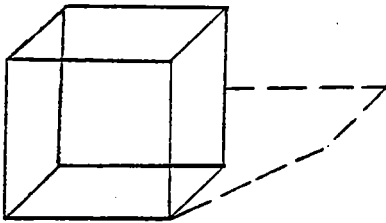
— Même question pour le cube ci-contre, dessiné cette fois en perspective linéaire (ou centrale).



- *Existe-t-il des anomalies dans le dessin ?* OUI NON
Si oui, lesquelles et comment y remédier ?
- *Manque-t-il des informations pour répondre à la question ?* OUI NON
Si oui, choisissez vous-même les données qui manquent.

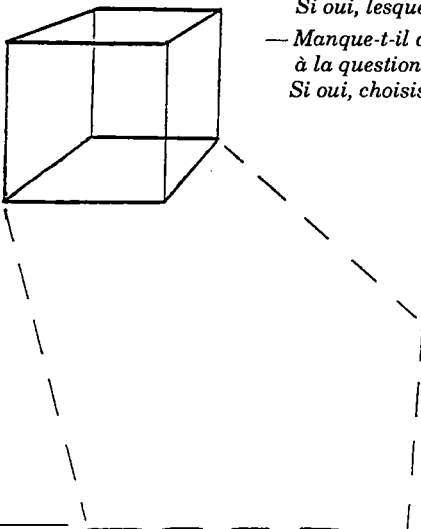
7 — Ce dessin est censé représenter, en perspective cavalière, une structure tubulaire cubique posée sur un plan horizontal. le contour en pointillé serait celui de son ombre au soleil si elle était pleine.

Dessinez l'ombre au soleil de toutes les arêtes. Pouvez-vous situer le soleil ?



- Existe-t-il des anomalies dans le dessin ? OUI NON
Si oui, lesquelles et comment y remédier ?
- Manque-t-il des informations pour répondre à la question ? OUI NON
Si oui, choisissez vous-même les données qui manquent.

8 — Mêmes questions avec cette structure tubulaire cubique représentée en perspective centrale.



- Existe-t-il des anomalies dans le dessin ? OUI NON
Si oui, lesquelles et comment y remédier ?
- Manque-t-il des informations pour répondre à la question ? OUI NON
Si oui, choisissez vous-même les données qui manquent.

Bibliographie succincte

Philippe COMAR *La perspective en jeu - Les dessous de l'image* Ed. Gallimard (coll. Découvertes n°138) 1992

Fred DUBBERY et John WILLATS *Perspective and other drawing systems* The Herbert Press, London 2^e édition 1983

Albrecht DURER *The complete woodcuts* Ed. Dover, New York 1963

Erwin PANOFSKY *La perspective comme forme symbolique* (traduit par Guy BALLANGE) pp. 73 à 78 Ed. de Minuit 1975

A.D.VERGNAUD *Manuel de perspective du dessinateur et du peintre* Fac simile de l'édition de 1829 Réed. Ed. Léonce Laget Paris 1977