REPERES - IREM . n°4 - juillet 1991

INTELLIGENCE ARTIFICIELLE ET ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE

Roger CUPPENS
Irem des Toulouse

Résumé. *Dans cette note, nous présentons les apports possibles de l'intelligence artificielle à l'enseignement de la géométrie et, en particulier, les études récentes relatives à la réalisation de tuteurs intelligents dans ce domaine. Nous discutons également brièvement les implications de ces recherches pour la formation des maîtres.*

[Cet article a été présenté au Colloque organisé par la Commission Inter-Irem de Géométrie à Vieux Boucau en juin 1990. En raison de circonstances imprévues, il a servi de conférence inaugurale à l'Université d'été » Informatique et Enseignement de la Géométrie qui s'est tenue à l'Irem de Toulouse en septembre 1990 et dont on peut consulter les actes dans [CUPPENS 90]).

1 – Intelligence Artificielle et Géométrie.

Prophétisée par Alan Turing dans un article paru en 1950, l'Intelligence Artificielle est née lors d'un congrès à l'université de Darmouth en 1956. Une des premières réalisations fut le Geometry Theorem Machine de H. Gelernter qui date de 1959. Ce logiciel démontrait des théorèmes simples de géométrie, par exemple le fait qu'un triangle isocèle a deux angles égaux (1)*. Forcément très limité, il montrait déjà toutes les difficultés que l'on rencontre pour résoudre automatiquement des problèmes de géométrie : nécessité d'heuristiques (en particulier rôle de la figure), ajout d'éléments aux données, "symétries" des démonstrations (2) ...

Depuis les recherches en Intelligence Artificielle (3) se sont multipliées et de nombreuses concernent plus ou moins directement la géométrie, par exemple :

— en démonstration automatique, une méthode élaborée par Wu et implantée

(*) Voir les notes en fin d'article page 61.

sur machine par S.C. Chou permet de démontrer [4] de nombreux théorèmes de géométrie euclidienne et non euclidienne [5], par exemple le résultat suivant : si avec quatre droites dans un plan on peut former quatre triangles, les quatre orthocentres sont alignés ;

— les recherches sur la reconnaissance des formes et en particulier sur la vision des robots fournissent de nouveaux sujets de recherche en géométrie ;

— en apprentissage symbolique, le logiciel AM de D. Lenat a étudié la possibilité de développer automatiquement une théorie mathématique : en géométrie, partant d'éléments de la théorie des ensembles et des notions de point et droite, il a retrouvé l'importance du théorème de Thalès [6] ; un autre logiciel PROTO-TEG [DILLENBOURG & al 87] a étudié l'acquisition des figures géométriques élémentaires.

2 - L'EIAO.

Dans le même temps, les recherches en Enseignement Assisté par Ordinateur (EAO) ont montré la quasi-nécessité d'introduire des éléments d'intelligence artificielle dans les logiciels destinés à l'enseignement ou "didacticiels", donnant ainsi naissance à l'EIAO (Enseignement Intelligemment Assisté par Ordinateur). Deux types de didacticiels sont particulièrement importants, les micro-mondes et les tuteurs intelligents.

Les micro-mondes sont des logiciels visant à la découverte par l'apprenant de nouveaux domaines : le premier et le plus connu est LOGO qui fut conçu par S. Pappert pour la découverte d'une géométrie nouvelle appelée « géométrie de la tortue » [7] .

Les tuteurs intelligents sont des logiciels plus ou moins mythiques qui devraient permettre de remplacer complètement l'enseignant humain, au moins dans certaines de ses tâches [8]. Pour ceci un moteur d'inférences utiliserait des connaissances du domaine à enseigner, un modèle de l'élève et un modèle de l'enseignant (cf. encadré 1 ci-contre).

Comme nous le verrons dans la suite la réalisation d'une base de connaissances n'est déjà pas un problème simple ; quant aux modèles de l'élève et de l'enseignant ils font l'objet de nombreuses recherches mais seuls quelques-uns des nombreux aspects de ces problèmes ont reçu une amorce de solution. Nous verrons aussi que ce schéma déjà compliqué est tout à fait insuffisant pour un domaine aussi complexe que la géométrie.

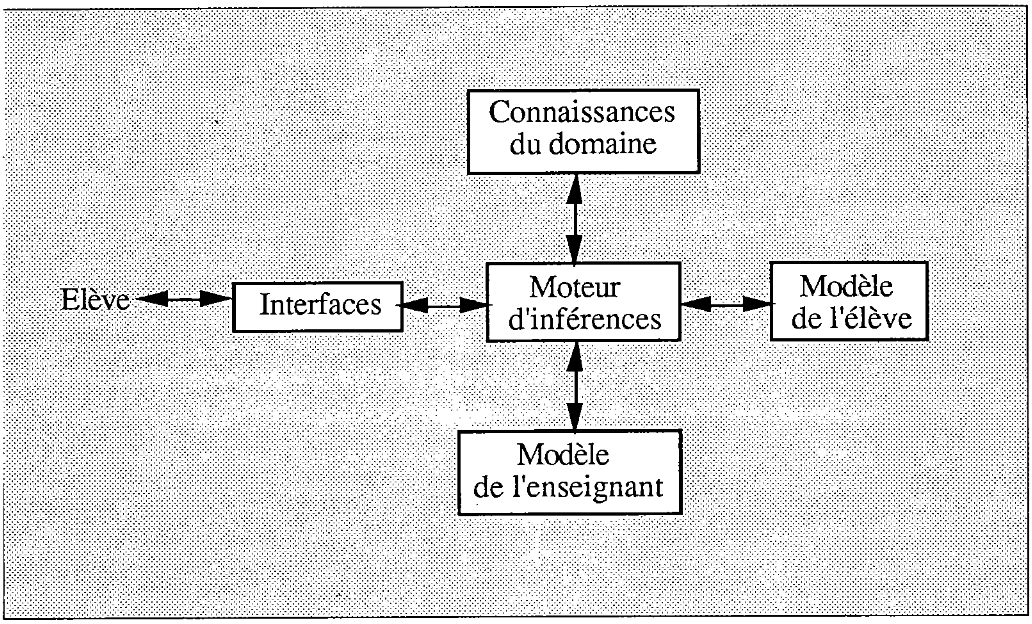
3 - Les tuteurs intelligents en géométrie.

Dans ce paragraphe, nous présentons un produit commercialisé et quatre projets qui visent à créer des tuteurs intelligents pour la géométrie de la classe de quatrième. Il en existe d'autres.

3.1. *Geometry tutor.*

Geometry tutor est le premier logiciel en géométrie à prétendre au titre de tuteur intelligent. Il a été réalisé par une équipe

Encadré 1



dirigée par J.R. Anderson comme outil pour vérifier la théorie d'acquisition des connaissances de ce dernier.

Entre sa description dans la littérature et la version commercialisée, il y a un monde que nous indiquons en quelques mots (9).

Le logiciel fournit les hypothèses d'un problème, la conclusion à démontrer et la figure. L'élève doit à chaque étape choisir les prémisses et une règle et, si le choix est correct, la machine applique cette règle et ceci jusqu'à ce que la démonstration soit complète. Comme les énoncés et les démonstrations sont préenregistrés (10), on constate que toute déviance de la (ou des) démonstration est refusée et le tuteur déclare fausses des démonstrations parfaitement correctes. De plus, toute démonstration est effectuée à un niveau de détail tel que ceci devient rapidement lassant. Enfin, contrairement aux théories d'Anderson, un tel logiciel ne s'attaque pas au problème fondamental de la découverte d'une solution.

3.2. *Le projet CABRI.*

Le projet CABRI (11) est en cours de réalisation à l'IMAG de Grenoble. Il regroupe des informaticiens et des didacticiens des mathématiques et concerne les deux domaines de la théorie des graphes et de la géométrie. Nous n'examinerons que cette dernière partie (12).

Actuellement, le groupe a commercialisé un logiciel sous le nom de CABRI-géomètre dans sa version MacIntosh et de Le géomètre dans sa version PC. Il s'agit d'un micro-monde pour les constructions géométriques utilisant toutes les ressources d'un environnement moderne de programmation : souris, menus déroulants ...

Les développements ultérieurs prévoient d'utiliser ce micro-monde comme noyau d'un tuteur intelligent. Dans un avenir proche, devrait être réalisée une analyse de la validité de la figure tracée par l'élève analogue à celle du projet MENTONIEZH ci-dessous. A plus long terme, devrait être développé un tuteur d'apprentissage de la démonstration correspondant au schéma du paragraphe précédent.

3.3. *Le projet MENTONIEZH* ([13]).

Ce projet est développé à l'IRISA et à l'IRMAR de Rennes. Actuellement deux études sont très avancées. La première concerne l'analyse d'une figure réalisée par un élève sur une table traçante et répond aux deux questions suivantes :

— la figure comprend-elle tous les éléments de l'énoncé ?

— la figure n'est-elle pas un cas particulier ?

Sur ce point, voir l' article de R. Allen, P. Nicolas et L. Trilling dans [CUPPENS 90].

La deuxième comprend la réalisation de logiciels pour l'apprentissage de la notion de démonstration. Ces logiciels, assez analogues au Geometry Tutor ont été expérimentés dans les classes et ont fait l'objet de recherches didactiques poussées. Pour plus de détails, voir l'article de R. Gras et I. Giorgiutti dans [CUPPENS 90].

Une autre étude concerne la détermination des intentions d'un élève à partir de ses productions. Elle utilise des techniques utilisées en reconnaissance du langage naturel et devrait fournir le noyau d'un modèle de l'élève. Voir l'article de D. Py dans [CUPPENS 90].

3.4. *Le projet Archimède.*

Ce projet est développé au laboratoire GRTC du CNRS implanté à Marseille. Une première étude a consisté en la réalisation dans un langage-objet d'une base de connaissances en géométrie. Cette base de connaissances devrait suffire pour résoudre la plupart des problèmes de géométrie du niveau de la classe de quatrième (pour plus de détails, voir l'article de E. Chouraqui et C. Inghilterra dans [CUPPENS 87].

D'autres études concernent la compréhension des énoncés écrits en langue naturelle [VERONIS & WURBEL 89] et le raisonnement par analogie en géométrie (voir l'article de E. Chouraqui et C. Inghilterra dans [CUPPENS 90]).

3.5. *Le projet de l'IREM de Strasbourg.*

Après des études préliminaires (cf. l'article de D. Guin et F. Rousselot dans [CUPPENS 87]), la première étape du projet a consisté en la réalisation d'une base de connaissances pour une partie de la géométrie de quatrième. Cette base de connaissances devrait être disponible dans un proche avenir sous la forme d'une pile Hypercard.

Puis l'équipe s'est attaquée au problème de trouver des heuristiques utilisables dans la recherche d'un problème de géométrie. Leur première idée de chercher des configurations types dans la figure a été expérimentée avec succès dans les classes [EGRET & al 88].

L'état actuel de leurs réflexions fournit un véritable cahier des charges de ce que pourrait être un tuteur intelligent en géométrie. Nous en décrivons brièvement ci-dessous le contenu, en renvoyant le lecteur à l'article de D. Guin dans [CUPPENS 90] pour les détails.

4. La résolution de problèmes en géométrie.

Dans le délicat problème de l'apprentissage de la notion de démonstration et de la résolution des problèmes en géométrie, on peut distinguer plusieurs problèmes différents :

— faire comprendre à l'élève le besoin de démontrer et pour ceci l'utilisation judicieuse d'un logiciel comme CABRI peut être une aide appréciable ;

— comprendre ce qu'est une démonstration et, dans ce cas, les travaux de R. Gras et I. Giorgiutti montrent qu'un logiciel simple peut aider l'enseignant ;

— découvrir une solution et c'est pour ceci qu'une approche type tuteur intelligent peut être appréciable.

Ce dernier problème peut être décomposé en plusieurs sous-problèmes correspondant à l'encadré 2.

La première étape de lecture de l'énoncé peut se concevoir de deux manières :

— si le tuteur fournit l'énoncé, il n'y a aucun problème ;

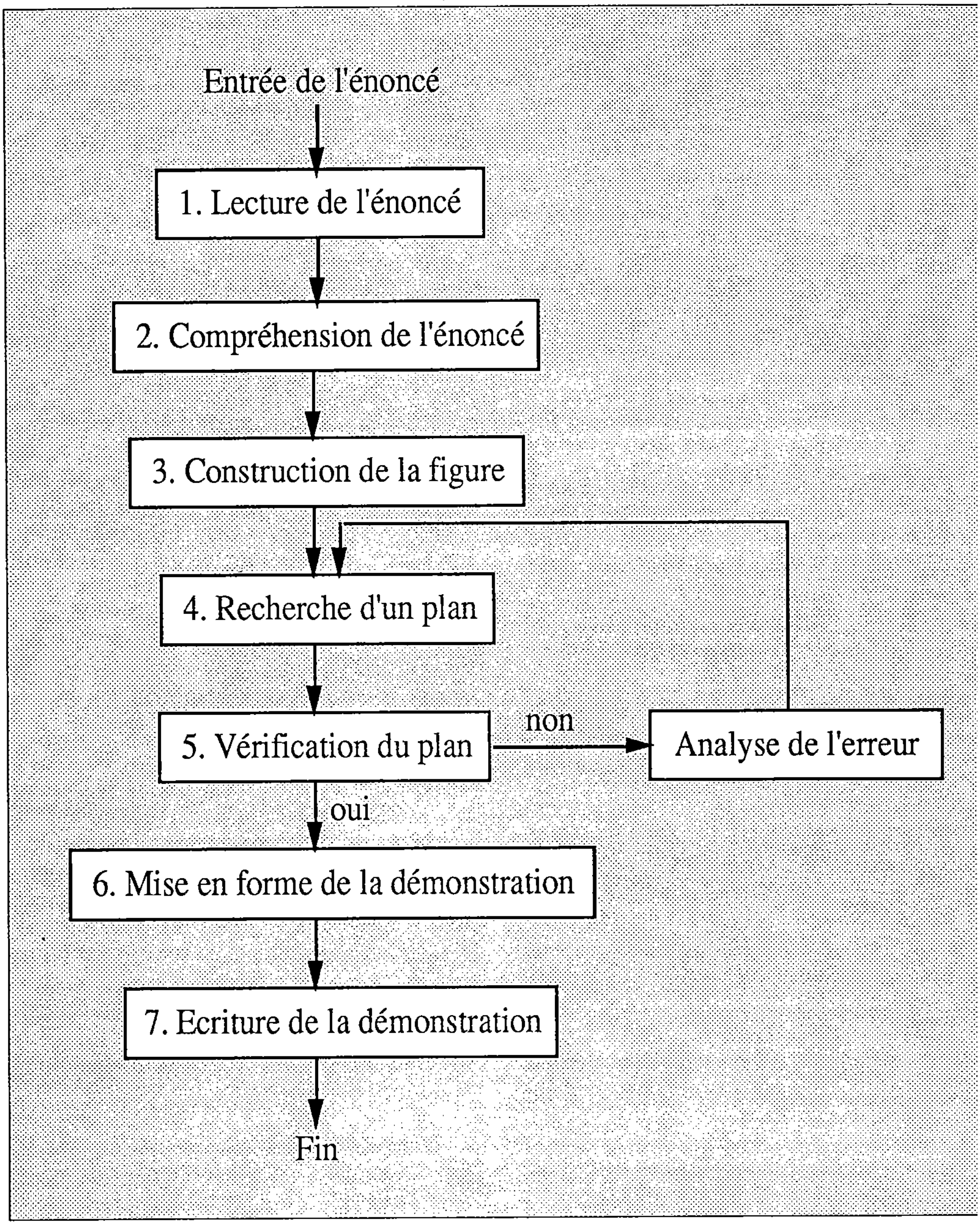
— par contre, si l'élève peut fournir à la machine un énoncé en langue naturelle, se pose le problème de la compréhension de l'énoncé par la machine, problème qui n'est pas actuellement résolu.

La compréhension par l'élève de l'énoncé (séparation des hypothèses et de la conclusion) ne pose guère de problèmes de même que le problème de la construction de la figure. Pour ces problèmes, de même que pour la plupart des étapes ultérieures, le tuteur doit pouvoir fournir une assistance si l'élève ne sait pas fournir de solution, puis contrôler la solution fournie, ce qui correspond au schéma de l'encadré 3 de traitement (l'intervention du tuteur étant figurée par des rectangles arrondis). Pour chacune de ces tâches, le tuteur doit avoir accès à des connaissances en géométrie, à des connaissances pédagogiques et à un modèle de l'élève et donc correspondre au schéma évoqué au paragraphe 2.

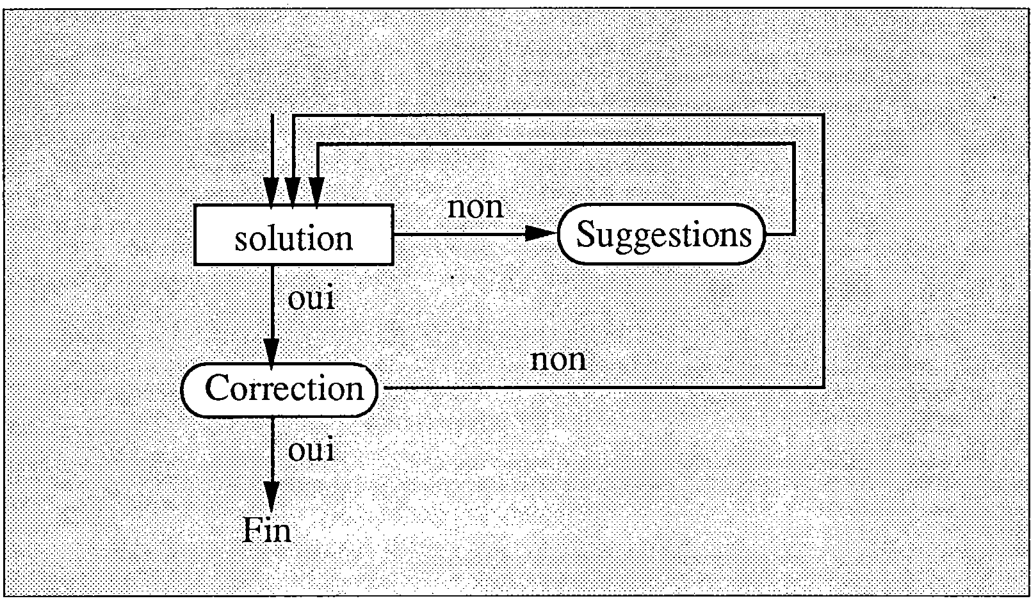
Pour la recherche du plan, D. Guin suggère d'utiliser des réseaux de planification analogues aux arbres de démonstration bien connus. A ce niveau, il ne semble pas souhaitable que le tuteur vérifie le plan fourni par l'élève, même si ce plan n'aboutit pas ou n'est pas le meilleur possible. Si l'élève s'avère incapable de fournir un plan, le tuteur doit donc se contenter de fournir des suggestions de nature heuristique telles que "regarde les hypothèses", "regarde la conclusion" ou "cherche une configuration type dans la figure".

L'implantation réelle de cette méthode reste à réaliser ainsi que celle des étapes de vérification du plan, d'analyse de l'échec

Encadré 2


Entrée de l'énoncé
1. Lecture de l'énoncé
2. Compréhension de l'énoncé
3. Construction de la figure
4. Recherche d'un plan
5. Vérification du plan
non
Analyse de l'erreur
oui
6. Mise en forme de la démonstration
7. Ecriture de la démonstration
Fin

Encadré 3



éventuel et de la mise en forme de la démonstration sous forme d'arbre : ces dernières pourraient consister en une transformation progressive du réseau de planification en arbre de démonstration.

Par contre, la dernière étape de transformation d'un arbre de démonstration en une démonstration écrite en langue naturelle ne devrait pas poser de gros problème ([14]).

5. Conclusion.

On voit que les techniques d'intelligence artificielle fournissent des outils de constructions de figure utiles pour un enseignant dans sa classe. L'emploi d'un micro-ordinateur avec écran projetable devrait être la première étape pour une utilisation de ces outils dans l'enseignement de la géométrie.

Par contre, l'"ordinateur enseignant" n'est pas pour demain. On pourrait s'en réjouir et se sentir conforté dans un sentiment de supériorité si les difficultés rencontrées ne révélaient pas une méconnaissance grave de certains aspects essentiels du métier d'enseignant. En effet, l'on constate que pour réaliser un tuteur intelligent en géométrie manquent les connaissances heuristiques et pédagogiques.

Or, ce manque a aussi des conséquences graves dans la formation des maîtres : la formation actuelle est presque exclusivement orientée, quand elle existe, vers la formation dans la discipline. Or il nous faut affirmer avec force que, s'il est nécessaire de savoir, il ne suffit pas de savoir pour savoir faire (des connaissances heuristiques sont nécessaires), ni de savoir faire pour savoir enseigner (des connaissances didactiques et pédagogiques sont nécessaires). Il est inadmissible qu'un enseignant débutant se "fasse la main" sur des générations d'élèves avant de devenir réellement "opérationnel" : une réforme complète de la formation des maîtres en mathématique est indispensable.

Les recherches actuelles en intelligence artificielle me semblent donc essentielles car elles mettent l'accent sur des lacunes graves de notre formation des maîtres. Etudier la base de connaissances d'un tuteur telle que celle réalisée par l'IREM de Strasbourg peut mettre en évidence la restructuration nécessaire des connaissances à enseigner et les méthodes indispensables pour résoudre un problème de géométrie de la classe de quatrième. De même, les recherches sur les modèles de l'élève et de l'enseignant permettent d'aborder les problèmes pédagogiques et didactiques.

(1) La démonstration de ce résultat eut droit aux honneurs de la grande presse car la démonstration fournie par la machine était beaucoup plus simple que les démonstrations des livres de classe américains, puisqu'elle ne nécessitait aucune construction auxiliaire : si le triangle ABC est tel que AB = AC , les deux triangles ABC et ACB ont leurs côtés égaux et donc leurs trois angles égaux.

(2) Par « symétrie », j'entends ici tout ce qui apparaît dans une démonstration avec une formule du type « on démontrerait de même ... ».

(3) On trouvera un exposé des principales directions de recherche dans [CHARNIAK & Mc DERMOTT 86].

(4) Les démonstrations sont des démonstrations analytiques et utilisent les aptitudes des machines a faire du calcul formel : elles sont donc fort différentes des démonstrations traditionnelles.

(5) [CHOU 88] expose la méthode de WU et cite 512 résultats ainsi démontrés, dont certains semblent nouveaux.

(6) Ce qui a énormément surpris son auteur car l'enseignement aux Etats-Unis de la géométrie ne faisait pas à l'époque une grande place à ce théorème. On pourra trouver dans [CUPPENS 87] un exposé de l'auteur sur ces travaux.

(7) LOGO a fait couler beaucoup d'encre, mais il ne semble pas que ces études aient beaucoup d'influence sur l'enseignement traditionnel de la géométrie.

(8) On en trouvera une étude assez complète dans [WENGER 87].

(9) Pour plus de détails, voir l'article de D. Guin dans [CUPPENS 90].

(10) On ne peut donc parler de « tuteur intelligent », une condition minimale étant que la machine ait des connaissances suffisantes pour faire elle-même la démonstration.

(11) CABRI signifie « CAhier de BRouillon Informatique ».

(12) Pour plus de détails, voir par exemple [BELLEMAIN 88].

(13) MENTONIEZH signifie « géométrie » en breton.

(14) Le logiciel ARRIA (décrit dans l'article de E. Bruillard in [CUPPENS 90]) montre ce qui est possible immédiatement.

BIBLIOGRAPHIE

[BELLEMAIN 88] F. BELLEMAIN. *CABRI-Géomètre: un CAhier de BRouillon Informatisé pour la résolution de problèmes de géométrie plane.* Petit x n° 16 (1988) 35-48.

[CHARNIAK & Mc DERMOTT 86] E. CHARNIAK & D. Mc DERMOTT. *Introduction to Artificial Intelligence.* Addison-Wesley, Reading, 1986.

[CHOU 88] S.C. CHOU. *Mechanical geometry theorem proving.* Reidel, Dordrecht, 1988.

[CUPPENS 87] R. CUPPENS (éditeur). *Actes de l'Université d'été "Intelligence Artificielle et Enseignement des Mathématiques".* IREM de Toulouse, 1987.

[CUPPENS 90] R. CUPPENS (éditeur). *Actes de l'Université d'été "Informatoque et Enseignement de la Géométrie".* IREM de Toulouse, 1990.

[DILLENBOURG & al 87] P. DILLENBOURG, C. DEPOVER & J.P. GEETS. PROTOTEG : *un tutoriel évolutif en géométrie.* Congrès francophone EAO 87, Cap d'Agde (1987) pp. 417-428.

[EGRET & al 88] M.A. EGRET, D. GUIN, G. KUNTZ, G. METIVIER & N. VOGEL avec la participation de R. DUVAL. *Réflexions sur l'apprentissage de la démonstration en géométrie de 4ème autour d'un logiciel.* L'ouvert 52 (1988) pp. 32-40.

[VERONIS & WURBEL 89] J. VERONIS & N. WURBEL. *Une interface en langage naturel pour un système expert d'enseignement de la géométrie.* Proceedings of the 9th International Workshop Expert Syatems and their Applications, Avignon (1989) pp. 117-132.

[WENGER 87] E. WENGER. *Artificial intelligence and Tutoring Systems. Computational and Cognitive Approaches to the Communication of Knowledge.* Morgan Kaufmann, Los Altos, Ca, 1987.