
FIGURES PREGNANTES EN GEOMETRIE ?

Robert NOIRFALISE
Irem de Clermont-Ferrand

Résumé : Partant des résultats d'une courte expérience de constructions géométriques à partir d'une consigne orale, nous montrerons qu'on peut faire l'hypothèse que certaines figures sont mentalement plus prégnantes que d'autres. Nous les appellerons figures ou formes prototypes et nous tenterons, également, de montrer leur rôle lors de processus mental de saisie d'information pouvant s'opérer lors de la lecture de consignes.

I - Introduction

Nous voudrions, ici, présenter le résultat d'une expérience toute simple, facilement reproductible, faite avec des élèves de sixième. Les résultats et leur interprétation peuvent fournir des enseignements sur le fonctionnement mental d'un sujet, sur l'existence de structures ou de formes stockées en mémoire à long terme, mais aussi sur les mobilisations de celles-ci au moment de la lecture ou de l'écoute d'un énoncé de problème.

Des résultats déjà anciens (FRANDSEN et HOLDER 1969) montrent l'intérêt qu'il peut y avoir dans une activité de

résolution de problèmes à conjuguer un travail mental s'opérant dans le registre sémantique (celui du discours) avec la mobilisation, en pensée, de figures ou de schémas appartenant au registre visuel. Ces auteurs ont aussi montré que l'évocation mentale de schéma pouvait s'entraîner et s'éduquer.

C'est ainsi que nous avons pensé qu'il pouvait être utile d'entraîner les élèves à mobiliser mentalement, pour les problèmes géométriques, divers types de figures. Pour ce faire, nous avons proposé la situation suivante : l'enseignant lit lentement une consigne de construction de figures, les élèves l'écoutent sans rien noter. Quand la

**FIGURES PREGNANTES
EN GEOMETRIE ?**

lecture de la consigne est achevée, les élèves tentent de reproduire la figure par écrit. Le résultat expérimental présenté, ci-dessous, est issu d'une telle épreuve.

II - Un résultat expérimental

a) *Consigne donnée oralement aux élèves :*

Les élèves devaient écouter la consigne suivante, lue lentement :

**Tracer un triangle isocèle ABC, tel que $AB = AC$,
Marquer un point H sur BC,
De H tracer la perpendiculaire à AB puis à AC
Stop
Reproduiser.**

Après la phase d'écoute, ils tentaient de reproduire, par écrit, la figure décrite. (D'autres consignes analogues ou plus simples avaient été données auparavant).

b) *Résultats obtenus en classe de sixième, avec 15 élèves lors d'un troisième trimestre :*

Nous reproduisons dans l'encadré ci-contre les figures reproduites par les élèves, avec le nombre d'élèves correspondant. Neuf élèves sur quinze ont donc pro-

duit la figure 1 ou la figure 2. Les autres élèves ont produit d'autres figures ; mais *aucun élève ne reproduit strictement la figure décrite dans la consigne*. Les figures 7 et 8 sont celles qui se rapprocheraient le plus de ce qui pouvait être attendu.

Il est frappant de noter que les erreurs commises par les élèves ne semblent pas se distribuer aléatoirement. *Il semble donc qu'il y ait là une logique intéressante à analyser et à interpréter.*

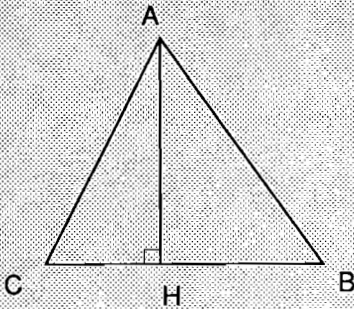
III - Interprétation des résultats

a) *Où l'on introduit la notion de formes prototypes :*

Il est clair, semble-t-il, que les neuf élèves ayant produit les figures 1 et 2 ont mobilisé une figure déjà vue antérieurement dans leur scolarité : un triangle isocèle avec une hauteur issue d'un sommet et ayant pour pied le point H. La première figure est, à ce titre, plus « standard » que la seconde. C'est là un résultat trivial qui n'étonnera pas un enseignant de sixième : on peut, cependant, en dégager des enseignements sur ce qui se passe mentalement lors du *processus de saisie d'informations*. L'élève est invité à écouter une consigne et donc à saisir des informations contenues dans celle-ci. Les résultats obtenus, ci-dessus, nous semblent montrer :

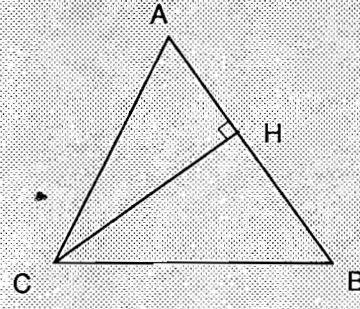
— que l'élève n'est pas un simple récepteur passif, enregistrant les informa-

figure choisie 6 fois



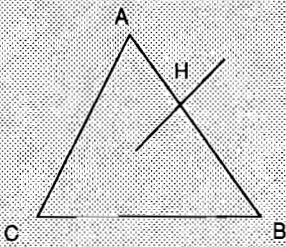
(fig. 1)

figure choisie 3 fois

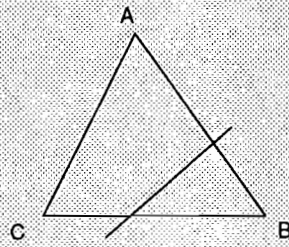


(fig. 2)

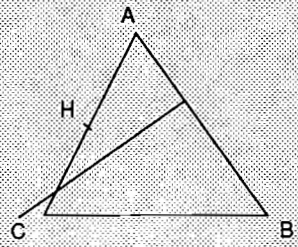
figures choisies une fois



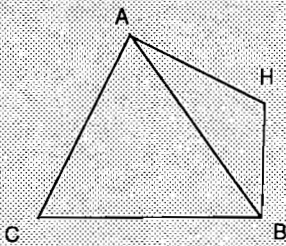
(fig. 3)



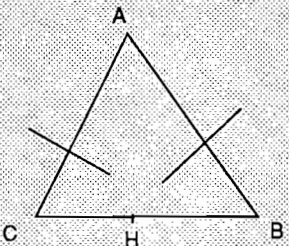
(fig. 4)



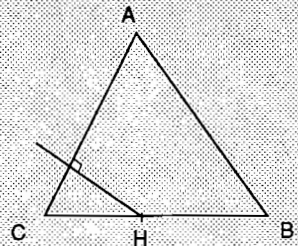
(fig. 5)



(fig. 6)



(fig. 7)



(fig. 8)

**FIGURES PREGNANTES
EN GEOMETRIE ?**

tions les unes après les autres : en effet, s'il en était ainsi, on ne verrait pas apparaître majoritairement des figures comme la 1 et la 2. On verrait plutôt des productions comme la figure 8 : l'élève semble avoir capté correctement les premières informations, mais pas les dernières.

— en revanche, et cela est conforme à d'autres résultats obtenus dans le domaine de la psychologie cognitive, (cf. Hoc, 1987), on peut faire l'hypothèse du fonctionnement mental suivant :

L'élève écoutant la consigne perçoit des indices qui le conduisent, inconsciemment, à mobiliser des formes déjà stockées en mémoire à long terme : sa perception des informations peut alors être guidée ou gênée par la forme mobilisée. C'est ainsi que la désignation du point à placer entre B et C par la lettre H, conjuguée avec l'idée de triangle, peut évoquer chez l'élève la forme déjà apprise et vue avec une fréquence plus forte que d'autres et que l'on retrouve avec la figure 1 et sa variante la figure 2.

Nous appellerons, en conformité avec un langage utilisé en psychologie cognitive, ces formes présentes en mémoire à long terme du sujet, des *formes prototypes*.

b) *La consigne tronquée :*

Pour préciser la place dans le fonctionnement mental de telles formes, nous pouvons aussi évoquer une autre expérience tout aussi simple que la précédente, celle de la consigne tronquée :

Il s'agit simplement de dire à des sujets :

**« Soit quatre points A, B, C, D ... »
Stop,
Que voyez-vous ?**

Sans davantage d'informations, nous obtenons au hit-parade des réponses : un carré, un rectangle, un parallélogramme et, exceptionnellement, un tétraèdre !

Notons, pour l'anecdote, mais elle est significative du rôle du contexte, qu'ayant posé cette question à une collègue non mathématicienne, lors d'une discussion au moment d'un repas, celle-ci nous a répondu : « un abécédaire ». Il faut dire que la « couture » était à ce moment-là au centre de la conversation.

c) *Anticipation, mobilisation et effacement*

Ce résultat supplémentaire (que nous n'avons pas quantifié) montre que la mobilisation des formes prototypes semble se faire très vite, dès l'évocation de quelques indices dans la consigne. Le sujet, ainsi, anticiperait les informations ultérieures : une forme prototype mobilisée peut alors servir de *patron de comparaison* avec les informations à venir, ce qui justifie l'appellation utilisée de prototype. On peut, alors, remarquer que le sujet ne procède pas par simple accumulation d'informations, mais par un jeu de « mobilisation-effacement » de formes suggérées par la consigne. On peut concevoir cela en pensant au sujet mobilisant un carré dans la consigne tron-

quée, et qui serait obligé de l'effacer si la suite de la consigne appelle, effectivement, une autre figure.

Cela conduit à penser que les sujets de la première expérience ont pu mobiliser rapidement une forme prototype comme la figure 1 : il n'est pas interdit de penser que même les sujets se rapprochant davantage de la situation correcte aient mobilisé ce type de figures : ils auraient pu, contrairement à d'autres, l'effacer au moins partiellement.

d) *Généralisation :*

On peut tenter de généraliser les résultats précédents à ce qui se passe lors de processus de saisie d'informations et, en particulier, lorsqu'un élève lit la consigne d'un problème. Cette généralisation est légitimée par des travaux dans d'autres domaines (en particulier en lecture, avec la notion de « script »).

Il y aurait ainsi :

— *une interaction*, au moment de la lecture de la consigne, entre saisie d'indices dans le texte et mobilisation de formes déjà organisées en mémoire à long terme chez le sujet.

Notons, bien sûr, que ces formes peuvent varier d'un sujet à un autre, ce qui peut expliquer qu'un élève va percevoir rapidement la solution, alors qu'un autre va se lancer dans de fausses pistes. Relevons aussi que ceci n'est pas spécifique à la géométrie : les figures géométriques ne constituent pas les

seules formes organisées ! Ainsi, en algèbre, en lisant l'expression :

$$4x^2 - 9$$

on peut percevoir la forme :

$$a^2 - b^2.$$

Il y aurait, ainsi, dans les divers domaines de connaissance, des formes prototypes intervenant lors du processus de saisie d'informations.

— *mobilisation de structures pré-existantes* : la saisie des données met en jeu un processus inconscient et ultra-rapide. L'expert (l'enseignant l'est dans sa discipline) n'est pas conscient de ce processus et le risque est alors que, pour lui, les choses aillent d'elles-mêmes : l'expert, alors, ne comprendra pas que le novice, en l'occurrence l'élève, ne perçoive pas ce qu'il voit d'emblée. La mobilisation de formes déjà en mémoire à long terme n'est pas consécutive à la saisie totale des données, mais intervient au cours du processus, dirige aussi la saisie des données.

— *nécessité d'effacement* : certaines mobilisations incorrectes peuvent perdurer et, ainsi, constituer un obstacle à une perception correcte ; cela peut expliquer que des élèves comprennent incorrectement une consigne. Pour aider les élèves à lire correctement un texte d'exercices, il ne suffit donc pas de les entraîner à mobiliser leurs connaissances sur le sujet, mais il convient, également, qu'ils puissent opérer des sélections.

Ce jeu « mobilisation-effacement » montre l'importance des connaissances déjà acquises par le sujet lors de la lecture d'un exercice, mais aussi de ce que l'on peut appeler *indexation* d'une connais-

**FIGURES PREGNANTES
EN GEOMETRIE ?**

sance à une classe de situation-problèmes : il convient, en effet, pour opérer des sélections, d'établir des liens entre ensemble d'indices dans une consigne et connaissances en mémoire à long terme. La lecture d'une consigne (exercice, problème) renvoie ainsi à des apprentissages antérieurs effectués par le sujet. Si l'on suit ce type d'analyse, l'aide que l'on peut apporter à un élève pour la lecture de consigne, ne saurait se traiter indépendamment des contenus.

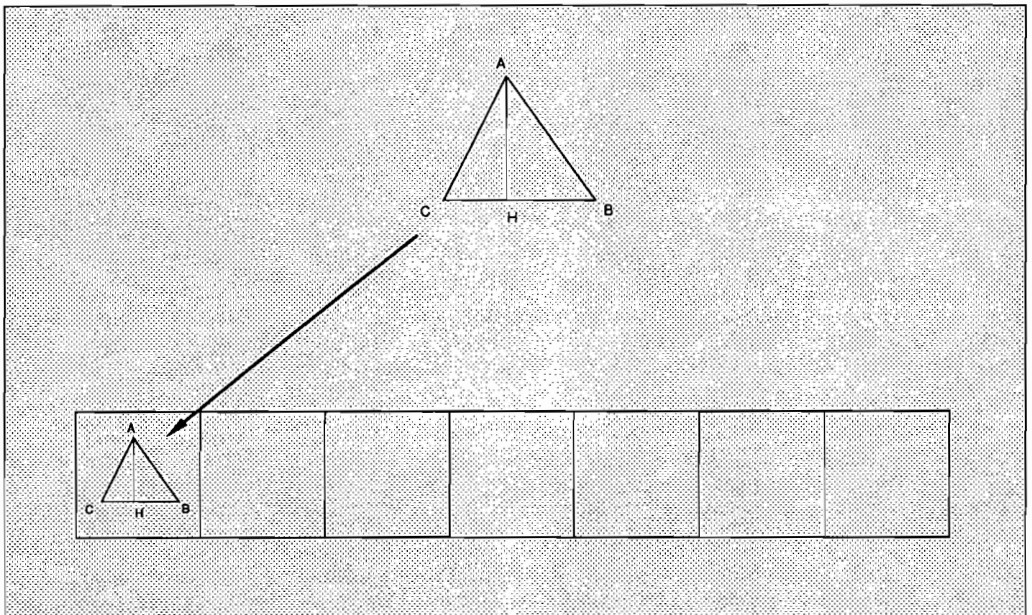
vail (MT). Si la MLT est à capacité quasi-illimitée, la MT est très limitée : en moyen-

ne, un sujet adulte peut traiter simultanément $7 (\pm 2)$ informations indépendantes les unes des autres. C'est là un résultat déjà ancien et mis en évidence par Miller (1956). On peut augmenter la quantité d'informations traitées par un sujet en faisant appel, chez lui, à des registres de la MT distincts ; registre visuel, sémantique ... (cf. l'expérience de Brooks citée par Lindsay et Norman (1980)).

IV - Formes prototypes et mémoire de travail

Il est classique de distinguer *Mémoire à Long Terme* (MLT) et *Mémoire de Tra-*

mais la façon essentielle d'augmenter la puissance du traitement de l'information est de coordonner celle-ci : en effet, on peut penser qu'une forme prototype est une structure organisée contenant plusieurs informations, mais celle-ci peut-être chargée, par un sujet, dans une seule place de la mémoire de travail. Pour emprunter une



Représentation figurative de la MT avec 7 places..

image à la chimie, nous pourrions dire que ce ne sont pas des « *atomes d'informations* », mais des « *molécules d'informations* » qui sont chargées par la MT. Miller, en 1956, avait déjà pointé cette propriété de la MT et avait, à ce propos, introduit la notion de « *Chunck* », correspondant à notre métaphore chimique de molécule.

Ainsi, dans l'expérience décrite au début de cet article, il se peut qu'un sujet charge comme une seule unité d'informations en MT la forme prototype « figure 1 ». Il se peut aussi qu'un autre élève charge la figure géométrique sans la désignation des points par des lettres. Ce même élève aura alors besoin d'autres places en MT pour gérer correctement la désignation littérale des points. Les erreurs portant sur la localisation du point H (7 erreurs sur 15) montrent, semble-t-il effectivement, que cette gestion souvent automatisé chez l'expert-enseignant ne l'est pas pour des élèves de sixième.

Ainsi, un élève, grâce à la mobilisation de formes contenant beaucoup d'informations, pourra être à l'aise pour traiter l'information : *sa mémoire de travail ne sera pas saturée*. En revanche, d'autres élèves ayant des formes moins structurées, seraient obligés de coordonner par la MT davantage d'unités d'informations et pourraient être dépassés rapidement par l'ampleur de la tâche. Pour une même tâche, *à capacité de mémoire de travail équivalente, un élève peut donc être à l'aise et un autre au delà de sa capacité de traitement*.

Ceci montre l'intérêt des CHUNCKS, qui se comportent comme des configurations familières d'informations formant un tout, et gérés comme « une » unité d'informations

en MT. Les formes prototypes sont de tels CHUNCKS.

V - Conclusion

Partant d'une courte expérimentation de construction de figures géométriques à partir de consignes orales, nous avons tenté d'illustrer l'existence, en mémoire à long terme chez les élèves, de formes organisées, désignées en l'occurrence par le terme de formes prototypes. Mobilisées rapidement lors de la lecture ou de l'écoute de la consigne, ces formes servent de patron de comparaison et orientent la saisie des indices. Nous avons remarqué que la lecture d'une consigne pose, non seulement le problème de la mobilisation de telles formes, mais aussi de leur effacement en mémoire de travail : il apparaît, dans l'expérience décrite, qu'une majorité de sujets mobilise une forme prototype standard, mais se trouve dans l'impossibilité de l'effacer pour construire la figure correcte. Par ailleurs, l'existence de formes prototypes stockées en MLT, chez un sujet, permet aussi d'illustrer la notion de CHUNCK introduite par Miller en 1956 et rappelle que la puissance de traitement d'informations d'un sujet va dépendre fortement de structures déjà organisées en MLT, une forme coordonnant de multiples informations pouvant ainsi ne pas prendre plus de place qu'une information plus isolée.

Nous avons fait, ici, un « constat » concernant une forme du fonctionnement mental d'un sujet dans une activité de sai-

 FIGURES PREGNANTES
 EN GEOMETRIE ?

sie d'informations en mathématiques. Ce constat fait, il convient, bien sûr, de s'interroger sur les conséquences pratiques de celui-ci dans l'enseignement.

On peut dégager, à ce titre, sous forme de questions, quelques pistes de réflexion :

— quelles formes prototypes sont utiles et dans quelles situations ?

— comment entraîner nos élèves à mobiliser une forme prototype à partir d'une figure complexe, en fonction de la tâche à exécuter ?

— quelles sont les caractéristiques utiles d'une forme prototype ? Si une forme prototype sert de « patron de comparaison », il apparaît que certains critères de comparaison sont utiles, alors que d'autres sont « impertinents » ...

BIBLIOGRAPHIE

FRANDSEN et HOLDER : *Spacial visualization in solving complex verbal problems* in Journal of psychology - Vol. 73 (1969)

HOC (J.M.) : *Psychologie cognitive de la planification* - PUF (1987)

LINDSAY et NORMAN : *Traitement de l'information et comportement humain* - Editions Etudes vivantes (1980)

MILLER (G.) : *The magical number seven, plus or minus two : some limits on our capacity for processing information* in The psychological review - Vol. 63, n° 2 (1956)

NOIRFALISE R. : *Eléments sur la mémoire* in Bulletin IREM de Clermont-Fd, n° 32 (1987).