

## **LE MOUVEMENT AU SERVICE DE LA PERSPECTIVE EN GEOMETRIE DANS L'ESPACE**

### *Comparaison entre manipulation physique et manipulation virtuelle*

*Rien n'est dans l'esprit qui  
ne fut d'abord dans les sens.*

*Aristote*

Emmanuel CLAISSE (\*)  
Irem de Lorraine

*Ce texte est également consultable  
en ligne sur le portail des Irem,  
onglet : Repères IREM  
<http://www.univ-irem.fr/>*

### **Introduction**

Cet article est issu d'un projet de recherche-action engagé dans l'académie de Nancy-Metz par l'auteur en 2017-2019 au sein d'un groupe de travail académique « neurosciences-élaboration de ressources » encadré par Emmanuel Ahr, docteur en psychologie à l'Institut Villebon-Georges Charpak, et piloté par Marianne Wojcik, IPR de sciences de la vie et de la terre<sup>1</sup>.

L'objectif de ce projet était de mettre en œuvre la procédure-action EVA (Essayer-Evaluer-Evoluer) élaborée par le chercheur et notre groupe, procédure dont le but est : 1° Choisir un objectif, 2° Constituer deux groupes : un groupe « test » soumis à la pratique nou-

velle et un groupe « contrôle » dont les membres reçoivent la pratique habituelle, 3° Construire trois évaluations nommées « Pré-Test » avant l'enseignement expérimental, « Post-Test Immédiat » juste après le cours afin de mesurer l'impact immédiat de la nouvelle pratique et « Post-Test différé » réalisé quelque temps plus tard. Il peut être réalisé entre quelques jours et plusieurs dizaines d'années après le post-test immédiat. Un délai d'une semaine à un mois semble raisonnable dans la plu-

---

(\*) Lycée Marguerite (Verdun)

Ecole Nationale Supérieure d'Architecture (Nancy)

1 <https://pedagogie.ac-nancy-metz.fr/neurosciences-elaboration-de-ressources/>

part des cas. Son rôle est de mesurer l'oubli ou la stabilité des acquis au cours du temps. Pour tout savoir sur le guide EVA, le lecteur pourra se rendre sur la page suivante :

<http://www.villebon-charpak.fr/laboratoire-pedagogique/evaluation-des-pratiques>.

L'auteur de cet article s'est intéressé aux difficultés liées à l'enseignement de la géométrie dans l'espace en secondaire mais également dans le supérieur. La finalité n'est pas d'ajouter une page de plus à ce qui a déjà été écrit sur le sujet mais plutôt d'apporter un éclairage différent par rapport aux nouvelles technologies mais aussi aux neurosciences et en particulier les apports de la cognition incarnée. Plus précisément, nous nous sommes interrogés sur les conséquences d'un enseignement basé sur le tout numérique par rapport à un apprentissage fondé sur la manipulation physique de solides.

La première partie de cet article est un court résumé des difficultés liées à la représentation d'objets de l'espace. La seconde partie présente l'expérimentation dans le cadre de la procédure EVA comparant deux types d'enseignement : numérique ou incarnée. La troisième partie est un état des lieux des recherches en neurosciences sur la cognition incarnée en général et sur la représentation spatiale en particulier. Enfin, la dernière partie reviendra sur les résultats de l'expérimentation.

### **1. — Les difficultés liées à la représentation d'objets de l'espace**

Deux obstacles sont incontournables en géométrie dans l'espace. Le premier est la compréhension de l'objet 3d à partir d'une maquette ou d'un dessin 2d qui s'offrent à nos yeux. Le second obstacle est la capacité de représenter en 2d un objet 3d.

Dans l'enseignement secondaire, on peut distinguer trois techniques de représentations possibles de solides de l'espace :

- la représentation la plus fréquente est la perspective cavalière avec l'utilisation du papier-crayon
- la plus récente est l'utilisation de logiciels 3d (qui ne sont en fait que des représentations dynamiques en perspective sur un écran d'ordinateur)
- une autre est la manipulation physique de maquettes.

Ces deux dernières techniques sont en général associées à la première en ce sens que la représentation privilégiée des solides de l'espace est la perspective cavalière sur du papier. La difficulté est alors d'imaginer la 3d à partir de la 2d. Cet obstacle engendre une grande hétérogénéité des performances des élèves — et de leurs professeurs — dans cette capacité qu'on appelle vulgairement « voir dans l'espace ».

Un certain nombre de publications se sont intéressées aux difficultés des élèves en géométrie dans l'espace - en particulier celles proposées par les IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques). Pour une réflexion approfondie des recherches des années 1980-1990, citons par exemple la brochure de l'IREM de Lorraine [1988], les articles de Parzysz B. (1991), Lombard [1993], Rommevaux [1998] ou H. Chaachoua [1998]. Rappelons également les travaux de G. Audibert [1986] qui concluent que la perspective cavalière semble être la mieux adaptée pour les élèves en mathématiques de l'enseignement secondaire.

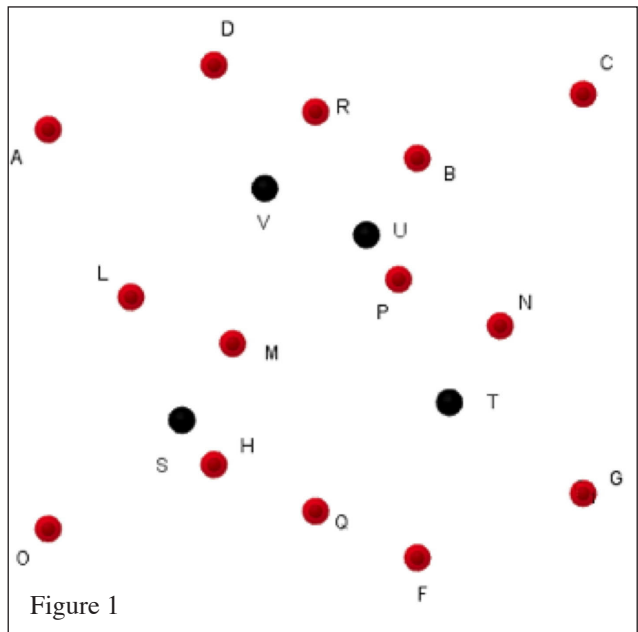
A partir d'un exemple d'étude de bâtiment donné à des étudiants de l'école d'architecture de Nancy, nous allons énumérer quelques méthodes afin d'améliorer la compréhension d'un



objet 3d. Ce bâtiment, le « Yorkshire Diamond » signé du bureau d'architecture norvégien Various Architects, est constitué d'un ensemble de tubes présentant la forme de la structure atomique du diamant.

La structure du diamant se présente comme un empilement de briques élémentaires qui, rappelons-le, sont constituées d'atomes de carbone dont le nuage de points est présenté sur la figure 1.

Les interprétations de ce dessin sont multiples et impossibles en l'état. Ainsi, nous allons énumérer quelques techniques permettant d'interpréter au mieux ce dessin.



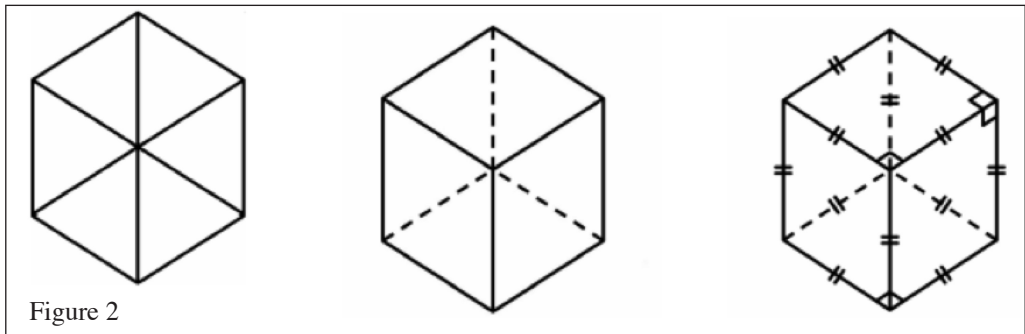


Figure 2

*Le codage.* Le codage comme l'utilisation de pointillés fait partie des premières techniques qu'apprennent les élèves. Il résulte d'un apprentissage et permet d'orienter l'interprétation du dessin comme on peut le voir sur la figure 2.

Pour davantage de détails, voir l'article Parzysz [1989] qui présente une analyse détaillée

sur les conventions utilisées dans les manuels.

*La représentation canonique ou représentation-type*

Le codage est souvent nécessaire mais il n'est pas toujours suffisant pour interpréter un dessin. Par exemple, il permet de donner deux interprétations différentes du dessin (figure 3).

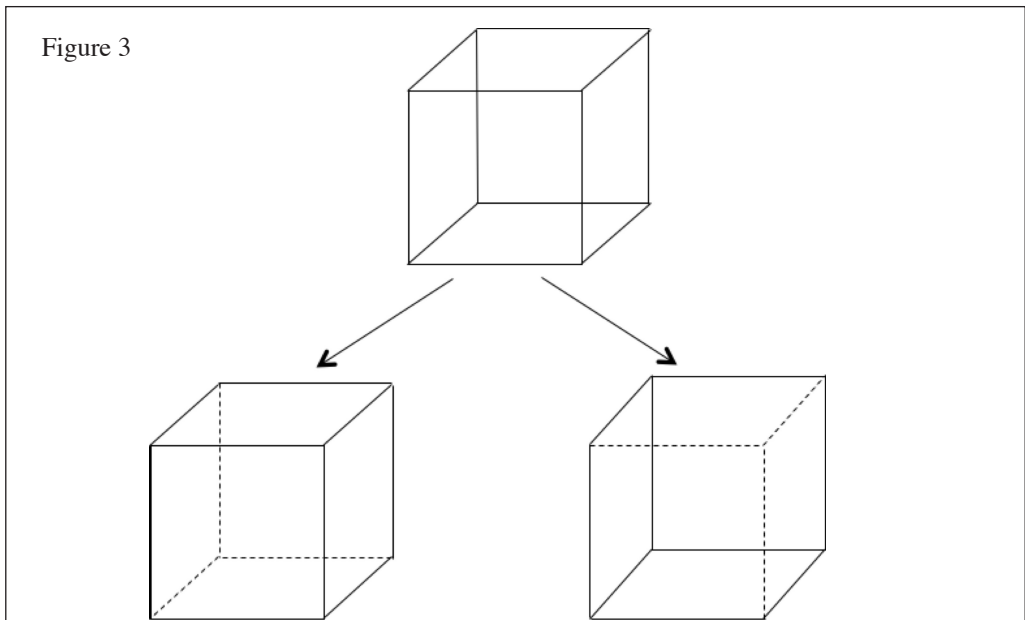


Figure 3

Le graphisme des dessins de droite et de gauche est identique. Néanmoins, la représentation plane de gauche est un véritable canon culturel en classe de mathématiques ; elle fait appel à la mémoire et à la culture des élèves qui, avec l'habitude, imaginent facilement un cube. Celle de droite perturbe sensiblement cette mise en relief pour ceux qui n'y ont pas été habitués.

On voit ainsi que toute représentation n'est jamais qu'une image qui, pour l'interpréter, fait appel à la mémoire et à l'imagination. Cette interprétation correspond souvent à ce que l'on a appris à y voir. En effet, l'enseignement de la géométrie dans l'espace utilise des représentations-types qu'on pourrait également appeler canons et qui sont des modèles idéaux auxquels on peut se conformer. Leur but est d'illustrer au mieux en deux dimensions une ou des relations de l'objet de l'espace.

Ce canon répond même à des normes données par l'angle de fuite  $\varphi$  et le coefficient de réduction  $\lambda$  (figure 4) :

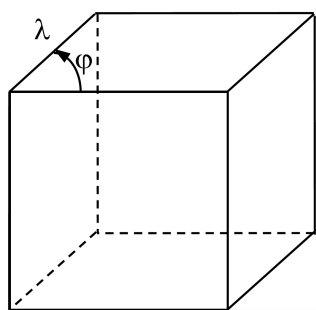


Figure 4

Ainsi, l'angle de fuite vérifie  $30^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$  afin d'éviter que les perpendiculaires n'apparaissent trop horizontales ou trop verticales sur le des-

sin et le coefficient de réduction  $0,5 \leq \lambda \leq 0,8$  afin d'avoir un cube ni trop raccourci ni trop étiré. En effet, les perspectives hors norme des cubes ci-dessous jettent le doute dans l'esprit des élèves (figures 5) :

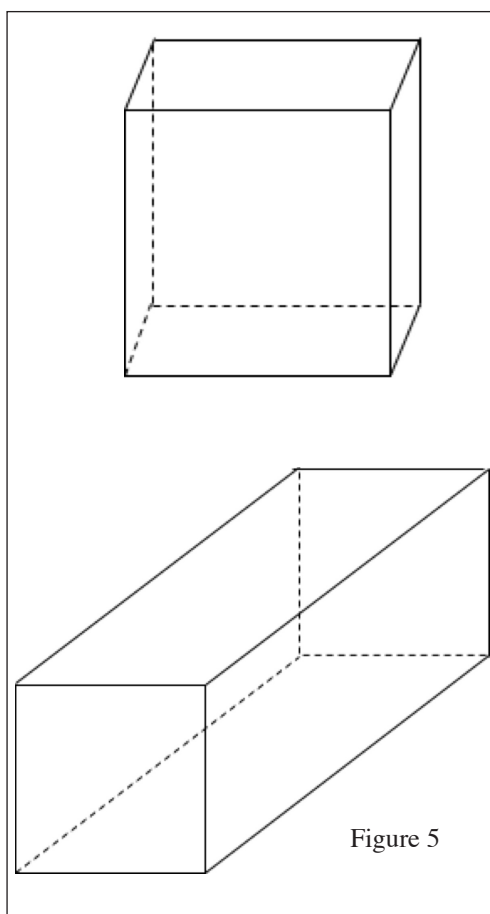


Figure 5

Ainsi, le canon à droite de la figure 6 (page suivante) peut être une aide précieuse permettant d'interpréter le dessin de gauche.

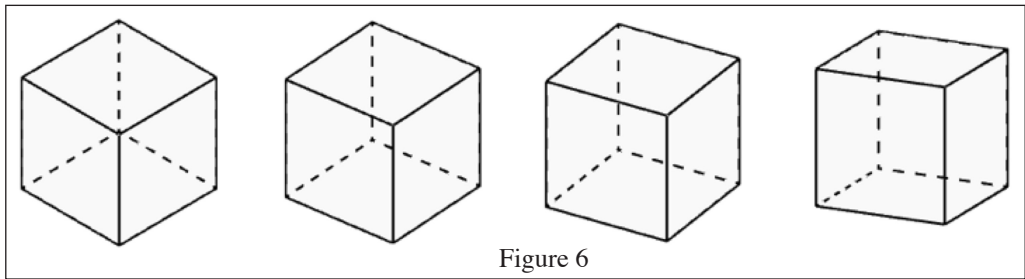
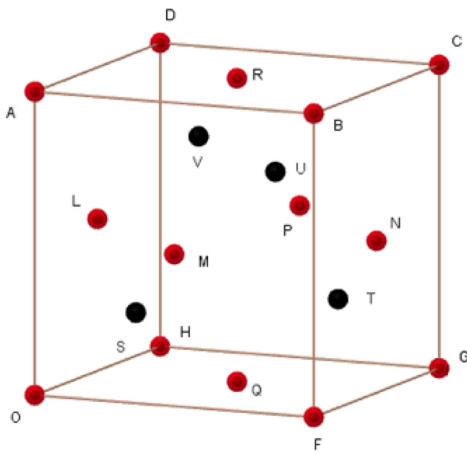


Figure 6

En ce qui concerne la structure du diamant, voici ce qu'on peut voir ou ne pas voir ! (figure 7) :



En plaçant le nuage de points dans la représentation-type du cube, cela permet de mieux distinguer l'emplacement de quelques points par rapport au cube et donc leur position les uns par rapport aux autres. Toutefois, le résultat n'est pas satisfaisant pour tous les points.

*Lire un dessin par rapport à un énoncé en langue naturelle.*

En ce qui concerne la structure du diamant, les informations suivantes sont nécessaires

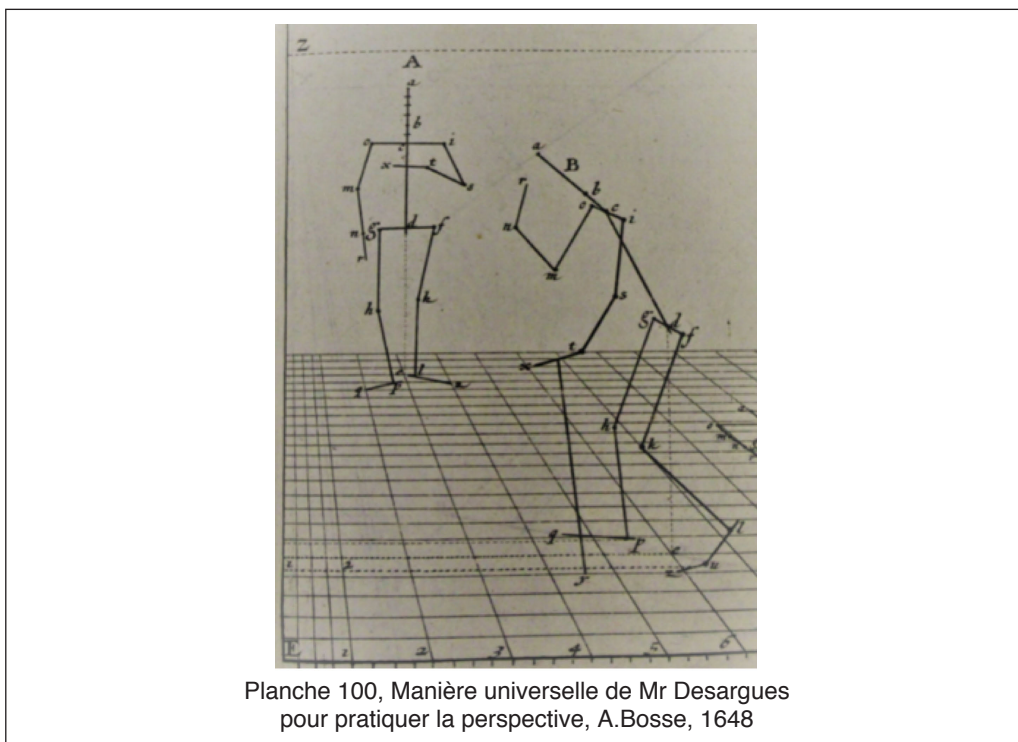
afin de comprendre le dessin (c'est ce que DUVAL appelle « l'appréhension discursive de la figure ») :

ABCDOFGH forment un cube d'arête 2 mètres vu en perspective cavalière dont la face avant est (OABF), la face de gauche est (OADH) et la face de dessous est (OFGH). L est le centre de la face (OADH), M est le centre de la face (OABF), N est le centre de la face (BCGF), P est le centre de la face (CDHG), Q est le centre de la face (OFGH), R est le centre de la face (ABCD). S (respectivement T, U, V) est le centre du tétraèdre OQML (respectivement QGNP, MNBR, LPDR).

Lire le dessin à travers un énoncé est assez difficile pour des élèves et relève d'un apprentissage. De plus, cela ne permet pas de forcément de « voir » la globalité de la figure sur des dessins compliqués.

*Placer les points dans un repère ou géométrie cotée*

C'est une technique qu'a utilisée le mathématicien et architecte Girard Desargues, relayée par Abraham Bosse dans son traité intitulé : « Manière universelle de Mr Desargues pour pratiquer la perspective », dont un exemple est reproduit dans l'encadré de la page suivante.

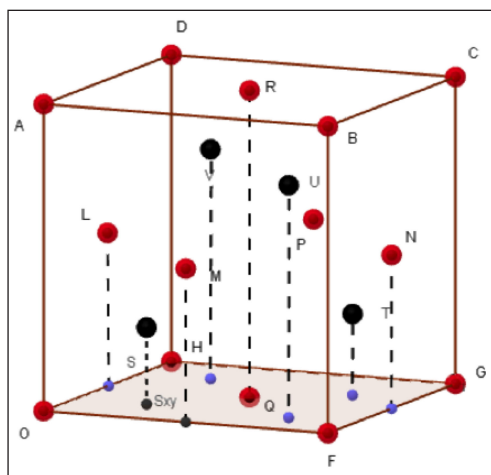


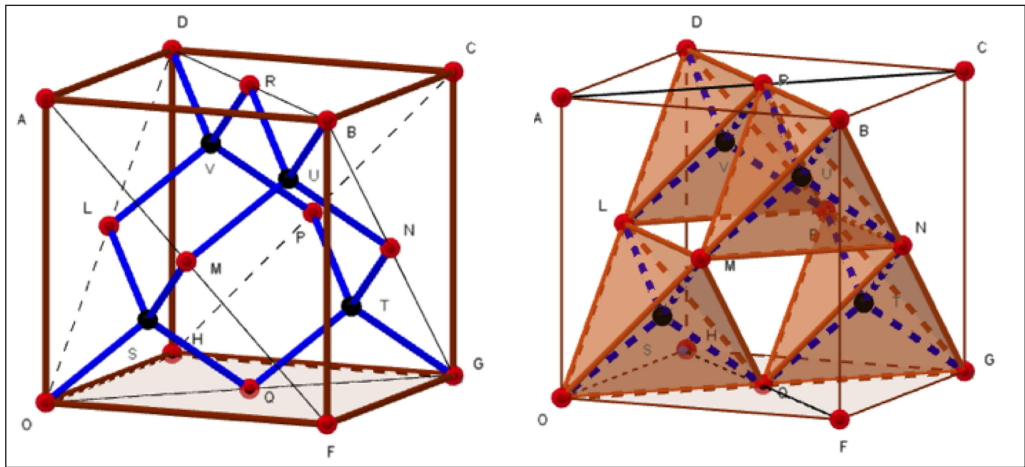
Et voici (ci-contre) la structure du diamant qui montre l'élévation des points.

On imagine mieux l'emplacement des points mais ce dessin ne permet pas d'appréhender le nuage dans sa globalité d'où l'idée d'exhiber certaines relations.

*Privilégier certaines relations points-segments-plans*

C'est souvent en mettant en valeur certaines relations des points dans l'espace entre les différentes unités figurales (dimension 0, 1, ou 2) qu'apparaît la structure tridimensionnelle de l'objet. Cette mise en avant — on pourrait dire en relief — est en quelque

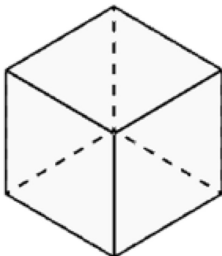




sorte une caricature de l'objet tridimensionnel. Cependant, la lecture de ce dessin reste compliquée pour certains étudiants peu familiers avec ce type de structure. Comme on va le voir, on peut encore améliorer l'interprétation à l'aide du mouvement.

#### Le mouvement

Revenons sur la figure 6 montrant les différentes représentations d'un cube. On peut alors constater que le mouvement est une aide précieuse afin de comprendre :



Peu de travaux existent sur l'importance du mouvement afin de rendre meilleure la

vision dans l'espace. A ce propos, J. Hubbard [1990] écrit :

*« nous ne voyons des objets sur de telles projections, que quand nous les connaissons déjà : un dessin dans le plan avec sa perspective et ses différents plans n'est assimilé par l'observateur que s'il a intégré préalablement cette structure dans son cerveau. Pour l'analyser, il doit le voir bouger ou le regarder avec des lunettes stéréoscopiques ».*

Seuls un logiciel 3d ou une maquette peuvent simuler ou réaliser une rotation d'un dessin ou d'un objet tridimensionnel. Concernant la compréhension de la structure du diamant, nous avons pu constater avec les étudiants en architecture l'importance d'un logiciel 3d afin de pouvoir animer le dessin 2d.

Les animateurs de dessins ont également compris l'avantage procuré par l'utilisation du mouvement afin de donner une impression de relief à leur dessin. Afin de comprendre les enjeux du mouvement dans la perception de la troisième dimension, on pourra lire à ce propos



l'article de R.Chabrier [2017] sur la technique du morphing qui permet d'animer des images 2d. Par exemple, nous invitons le lecteur à découvrir le dessin de Léonard de Vinci ci-dessous qui, revisité par le morphing, engendre un résultat surprenant et lui donne une troisième dimension :

<https://www.youtube.com/watch?v=S4z44aFNGZs>

## 2. — L'expérimentation

Rappelons que le but de l'expérimentation était de comparer la manipulation de maquettes par rapport à l'utilisation d'un logiciel 3d.

Concernant une étude des maquettes, on pourra lire l'article de Parzys(1991) qui rela-

te comment des élèves de lycée ont découvert les règles de perspective en visualisant l'ombre d'un cube, le rôle de la maquette étant ici assez limité.

On pourra lire également l'article de M.P. Rommevaux[1998] dans lequel le rôle de la maquette est davantage marqué. Son étude s'intéresse à la discrimination des plans en géométrie dans l'espace. Les résultats de ses travaux montrent que l'utilisation d'un objet matériel facilite l'appréhension des représentations en perspective parallèle à des fins de traitement.

Par contre, peu de recherches existent en géométrie dans l'espace concernant le bénéfice que pourrait procurer l'utilisation de logiciels 3d. Seul l'article de Mithalal [2014] effectue des comparaisons entre papier-crayon,



maquettes et logiciel. Ainsi, comparant l'utilisation des maquettes par rapport au dessin-papier, Mithalal écrit :

*« Ici encore, le cas des maquettes est dual du précédent puisque les représentations ne présentent pas de difficulté visuelle majeure, mais sont difficilement manipulables. Outre la complexité de leur conception, il est très difficile de leur ajouter des traces pour faire apparaître des configurations spécifiques, opération qui est une condition nécessaire à toute utilisation heuristique des figures »*

Puis l'auteur énumère les avantages de l'utilisation des logiciels 3d, dont les principaux sont :

*« la manipulation directe des objets, c'est-à-dire la possibilité d'agir dessus à l'aide de la souris sans la médiation d'une autre interface, et le rôle fondamental du déplacement. »*

L'objectif de notre expérimentation est de montrer qu'au contraire, le logiciel 3d ne permet pas une manipulation directe mais ne fait que la simuler. De plus, nous verrons qu'un certain nombre d'opérations sont également possibles avec la maquette.

Avant de décrire notre expérimentation, citons un bel exemple de comparaison dans le domaine de la lecture dans les pays nordiques qui ont décidé de remplacer l'apprentissage actif des lettres (« écriture à la main ») par un apprentissage sur ordinateur. Ils ont alors constaté que la vitesse de reconnaissance des lettres avait diminué. Pour une étude Kersey A., James K. (2013).

Patchan M. et Puranik C. (2016) ont montré par la suite qu'on pouvait concilier l'apprentissage actif des lettres et l'informatique en dessinant celles-ci sur une tablette. Ils ont

constaté qu'alors cet apprentissage était très performant grâce au fait que l'informatique permet ici un retour sur erreur immédiat, ce que ne permet pas l'utilisation du papier.

Plus généralement, on peut mentionner le courant de pensée qualifié de *cognition incarnée* qui considère que l'apprentissage se fait par interaction de son corps avec l'environnement (le contexte sensori-moteur). Il s'oppose au cognitivisme classique qui considère que la pensée est une suite d'opérations mentales qui compilent des symboles abstraits indépendamment des systèmes sensoriels et moteurs.

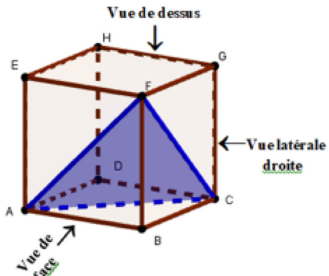
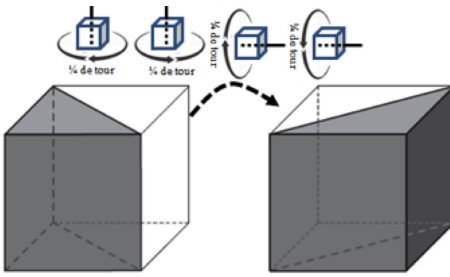
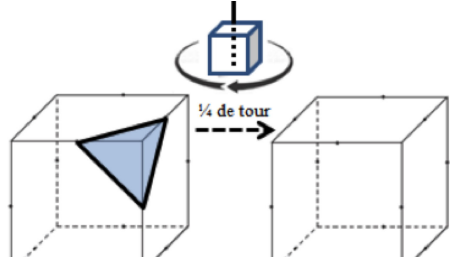
Revenons à notre expérimentation pour laquelle nous avons suivi le protocole EVA : son but était de comparer un enseignement basé sur l'utilisation d'un logiciel 3d — qu'on qualifiera de Pratique Pédagogique Habituelle (PPH) — par rapport à la manipulation physique de solides qu'on désignera par Nouvelle Pratique Pédagogique (NPP).

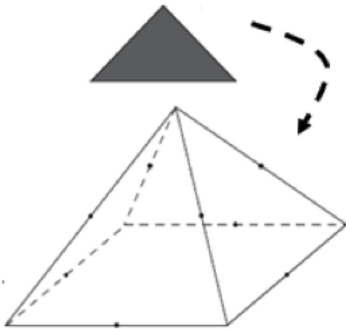
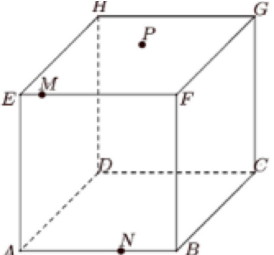
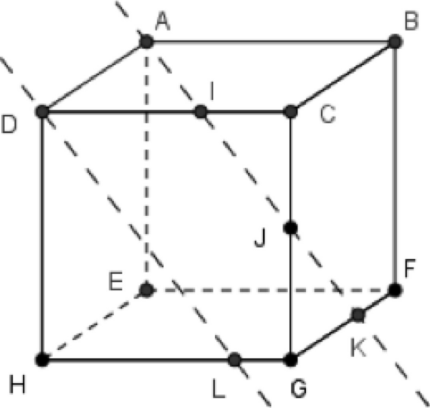
La différence d'enseignement entre les deux groupes s'est effectuée sur une période très courte de deux séances d'exercices d'une heure en TD. Les deux groupes étaient constitués de 17 élèves. Le groupe « manipulation physique » bénéficiait en TD de cubes en plexiglass sur lesquels les élèves pouvaient dessiner à l'aide de feutres effaçables. Le groupe « logiciel 3d » disposait en TD d'un fichier informatique « cube » avec lequel les élèves pouvaient effectuer des rotations et des tracés sur la surface du cube. Les tâches demandées concernaient surtout des exercices du même type que les exercices 1, 2 et 3 du test. Les deux groupes ont bénéficié du même nombre d'heures en TD : deux séances d'une heure. Le cours en classe entière a été effectué uniquement en perspective cavalière sans l'aide de cubes ou de logiciel 3d. Pendant la phase de test, les élèves n'avaient pas à leur disposition de cubes ou de logiciel 3d.

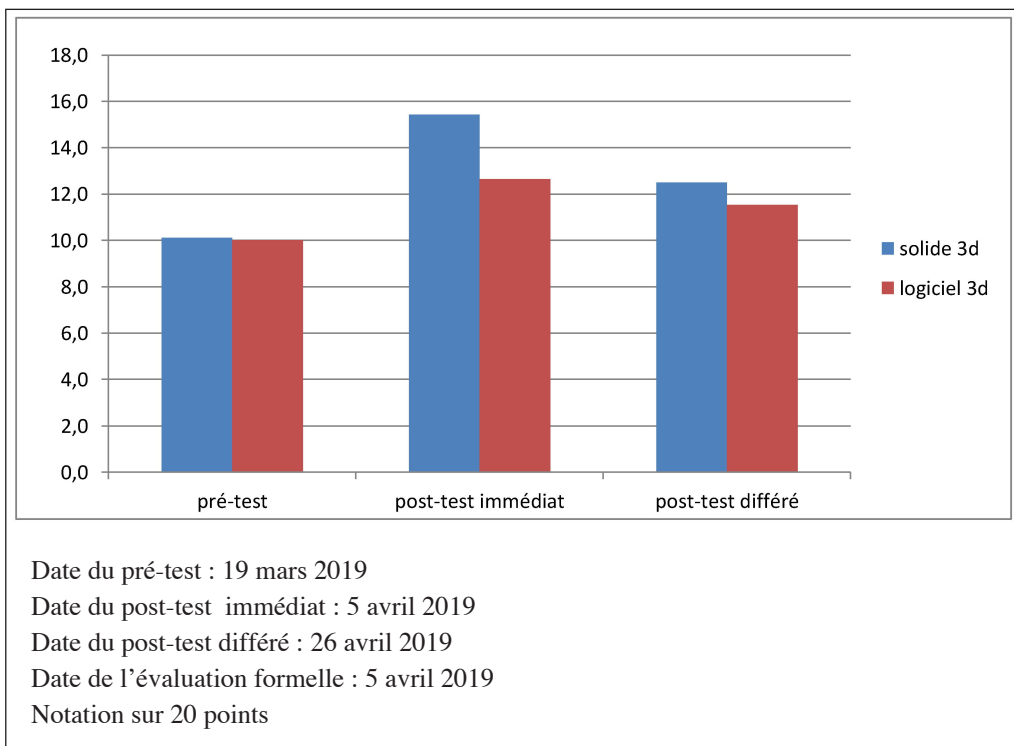
Afin de pouvoir véritablement comparer les deux groupes, nous nous sommes concentrés sur des tâches « simples » de rotation qui étaient tout aussi facilement réalisables à l'aide des cubes ou du logiciel 3d. Il en est de même pour les tracés.

Quant à l'expérimentation, celle-ci portait essentiellement sur des tâches de rotation (exercices 1, 2 et 3). Certaines sont

inspirées de la brochure de l'IREM de Paris-Nord « la troisième dimension » dont les activités sont essentiellement consacrées à la rotation. Toutefois, nous nous sommes également demandé si les compétences développées par ces mouvements du cube permettaient d'augmenter les performances des élèves sur d'autres compétences comme celles requises par les exercices 4, 5 et 6.

<p><b>Exercice 1</b></p> <p>Représenter une vue du dessus et une vue de face du cube ainsi que le triangle-section ACF.</p>	
<p><b>Exercice 2</b></p> <p>Entourer la rotation qui a permis de passer d'une figure à une autre.</p>	
<p><b>Exercice 3</b></p> <p>Tracer le triangle sur le cube après lui avoir appliqué la rotation indiquée.</p>	

<p><b>Exercice 4</b></p> <p>Dessiner la section (le triangle) à l'intérieur de la pyramide.</p>	
<p><b>Exercice 5</b></p> <p>Construire l'intersection du plan (MNP) avec la face ABFE.</p> <p>Construire l'intersection du plan (MNP) avec la face EFGH.</p> <p>Construire l'intersection du plan (MNP) avec la face ABCD.</p> <p>Construire l'intersection du plan (MNP) avec la face CDHG.</p>	<p>M est un point de l'arête [EF] N est un point de l'arête [AB] P est un point de la face EFGH</p> 
<p><b>Exercice 6</b></p> <p>Le dessin ci-contre représente un cube :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- le point I est un point de l'arête [CD],</li> <li>- le point J est un point de l'arête [CG],</li> <li>- le point K est un point de l'arête [FG].</li> <li>- le point L est un point de l'arête [GH]</li> </ul> <p>Les droites (DL) et (AJ) ont été tracées.</p> <p><b>Question 1 : quelle est la bonne réponse ?</b></p> <p>Les droites (AI) et (IJ) sont identiques</p> <p>Les droites (AJ) et (IJ) sont différentes</p> <p>La droite (AJ) passe par le point K</p> <p>La droite (IJ) passe par le point K</p> <p><b>Question 2 :</b> les droites (AJ) et (HG) sont-elles sécantes ?</p> <p><b>Question 3 :</b> les droites (AJ) et (DL) sont-elles parallèles ?</p>	



Le tableau ci-dessus rassemble les résultats des deux groupes par rapport aux trois périodes de test.

*Commentaires :* le groupe « manipulation physique » a obtenu des performances nettement supérieures au groupe « logiciel 3d » dans le post-test immédiat. Concernant le post-test différé, les résultats restent supérieurs mais dans une moindre mesure. Tous les types d'exercices du test ont été davantage réussi par le groupe « manipulation » et ce dans les mêmes proportions.

De plus, bien que les TD portaient sur des tâches du même type que les exercices 1, 2 et

3, on a pu constater que les meilleures performances des élèves du groupe manipulation se répercutaient également sur les exercices 4, 5 et 6 qui n'ont pas été travaillés en TD.

### 3. — Etat des lieux des recherches en neurosciences

Pour davantage de détails sur cette partie, le lecteur pourra lire l'article de Léo Dutriaux et Valérie Gyselinck « Cognition incarnée : un point de vue sur les représentations spatiales » paru en 2016.

Comme nous l'avons déjà écrit, deux courants de pensée s'affrontent en neurosciences :

le *cognitivisme classique* et le *cognitivisme incarné*.

Pour le cognitiviste classique, le mot « chaise » est un concept pour lequel plusieurs associations sont possibles : « dossiers », « assise » et « pieds ». Ces mots sont considérés comme des symboles abstraits indépendamment des systèmes sensorimoteurs et traités comme le ferait un ordinateur en logique formelle.

Au contraire, la cognition incarnée considère que la représentation du concept de “chaise” nécessite la réactivation des systèmes sensorimoteurs qui ont été activés lors de la manipulation physique de la chaise.

Concernant la représentation spatiale, celle-ci se construit à partir d’une source externe, la perception et d’une source interne, la mémoire. La cognition incarnée considère que, confronté au concept de chaise, on réactive sa mémoire et le système visuel « simule » la vision d’une chaise, le système moteur « simule » l’acte de prendre la chaise et de s’asseoir. Aujourd’hui, la cognition incarnée peut appuyer ses thèses grâce à de nombreuses expériences de neurosciences souvent appuyées par l’imagerie cérébrale.

Une expérience ancienne et célèbre est celle effectuée par Godden(1975) : des individus devaient apprendre des mots sous l’eau ou sur la terre ferme. Ensuite, ils devaient les rappelez en étant dans le même environnement ou dans l’environnement contraire. Les résultats ont prouvé que lorsque les lieux d’apprentissage et de rappel étaient identiques, les mots étaient davantage mémorisés.

Autre expérience célèbre : des phrases d’action sont davantage mémorisées lorsque les personnes les miment plutôt que de les

écouter passivement (Engelkamp, 1998). De nombreuses expériences ont montré que la mémorisation s’effectue mieux lorsqu’elle est associée à une expérience sensorimotrice.

Plusieurs expériences d’imagerie cérébrale comme Murata(1997) ont permis de constater que des neurones des régions prémotrices et pariétales sont activés lorsqu’on effectue une action sur un objet. Ces neurones sont qualifiés de neurones canoniques. Par la suite, on a pu remarquer que même en l’absence de manipulation réelle, ces neurones sont activés lors de la simple vision de ce même objet (Chouinard, 2010 et Noppeney, 2008).

De même, lorsqu’une connaissance liée à un objet manipulable est récupérée en mémoire, cela crée une simulation sensorimotrice de cet objet et peut engendrer une activation identique à la perception réelle de celui-ci. Par exemple, les neurones prémoteurs du pied, de la main ou encore de la tête déchargent lorsqu’un individu rencontre des verbes d’action concernant ces parties du corps (Hauk,2004).

D’après ces études, on peut émettre l’hypothèse que le système moteur est engagé dans le traitement conceptuel lié à l’action et par conséquent que les images des concepts en mémoire sont dépendantes du système moteur.

*Plus généralement, deux hypothèses sont possibles :*

- *première hypothèse : les systèmes sensori-moteurs sont à la base du traitement de concepts et la mémoire sémantique provoque une simulation sensorimotrice lors de la récupération du concept.*
- *seconde hypothèse : le traitement de concepts est non incarné et active les systèmes sensori-moteurs par simple cascade d’activations. Dans ce cas, l’activation des sys-*

*tèmes sensori-moteurs n'est pas la cause du traitement de concepts mais la conséquence.*

Plusieurs études confortent la première hypothèse en montrant que la compréhension peut être ralentie lorsqu'on perturbe les systèmes sensorimoteurs. Par exemple, en stimulant magnétiquement à travers le crâne le cortex prémoteur, Tremblay (2012) a découvert que cela modifiait l'amorçage sémantique lié à des phrases d'action mais n'avait pas de conséquences sur l'amorçage lié à des phrases abstraites. Cependant, il est important de noter que les effets ne sont pas très importants (voir Buccino, 2005 ou Volta, 2015). De plus, d'autres études ont montré que la dégradation du système moteur chez des patients n'altérerait pas leurs connaissances d'objets manipulables.

En conclusion, les études tendent à montrer que les représentations spatiales sont incarnées car elles prennent leur source dans la perception, la mémoire et le langage qui semblent être incarnés.

#### 4. — Retour sur l'expérimentation

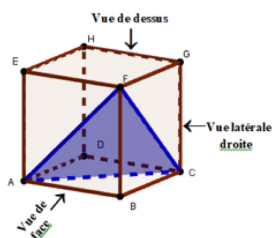
La manipulation physique s'effectue à deux niveaux sur les cubes en plexiglass. Le premier niveau concerne le fait de dessiner à la main sur le cube et le second concerne la faculté d'effectuer physiquement leur rotation.

Ces tâches étant visuellement reproductibles à l'aide du logiciel 3d, on peut s'interroger sur les différences de taux de réussite entre les deux groupes.

Une première différence est la vision binoculaire permise par le cube tridimensionnel alors que le logiciel 3d ne la permet pas.

Une seconde différence concerne le tracé physique d'un triangle comme dans l'exercice

1 : le tracé informatique permet de réaliser des tracés rapides avec des rotations minimales du cube pour les segments cachés alors que les tracés « à la main » contraignent l'élève à placer le cube dans plusieurs directions, favorisant la perception en relief du solide ainsi que sa vision sous différents points de vue.



En effet, la vue d'un cube sur un logiciel 3d reste une vue qui « simule » à l'aide d'un écran plat la troisième dimension et elle reste finalement une vue en perspective en 2d.

Une troisième différence est l'incarnation de la rotation du cube à l'aide de la main. Certains élèves du groupe « manipulation physique » ont été tellement imprégnés par la manipulation de leur cube en plexiglass que, pendant la phase de test, ils simulaient avec leur main la rotation du cube alors même qu'ils n'avaient pas à disposition de cube. On peut imaginer que leurs neurones canoniques déchargeaient activement.

Une quatrième différence est la lassitude des écrans du groupe « logiciel 3d », écrans omniprésents dans la vie des générations actuelles.

Une dernière différence — et non des moindres — que nous avons pu constater est la motivation assez surprenante des élèves dès qu'ils ont aperçu les cubes en plexiglass, motivation d'autant plus intense qu'ils ont pu les manipuler et effectuer des dessins à leur surface. Cer-



tains élèves ont même avoué que c'était la première fois qu'ils avaient en main ce type d'objet ainsi que la possibilité de dessiner.

### Conclusion

Par rapport à la cognition incarnée, le fait de demander à l'élève de dessiner sur le papier une figure en perspective (c'est-à-dire lire et parler en faisant des gestes) semble fondamental pour apprendre le langage en question. De plus, le dessin au tableau du professeur est certainement une action fondamentale dans la relation enseignant-élèves. D'abord étudié en 1990 chez le singe macaque puis en 2010 chez l'humain, les neurones miroirs joueraient un rôle dans la cognition sociale, en particulier dans l'apprentissage par imitation, mais aussi dans l'empathie. De plus, un phénomène de couplage locuteur/auditeur a pu être démontré en imagerie cérébrale (Stephens G., 2010).

Cependant, la plupart des expérimentations montrent qu'un enseignement exclusivement basé sur la représentation en perspective sur papier est voué à l'échec pour un certain nombre d'élèves. Ainsi, la possibilité d'animer le dessin à l'aide de mouvements de rotation pourrait être une solution afin d'améliorer la compréhension de la perspective. Deux types d'enseignement sont alors possibles : la manipulation physique ou informatique.

Les résultats de l'expérience décrite permettent d'émettre l'hypothèse qu'un apprentissage incarné de cubes sur un délai très court de certaines tâches de géométrie dans l'espace, en particulier le mouvement de rotation, est préférable à un apprentissage sur logiciel 3d.

Trois hypothèses sont possibles.

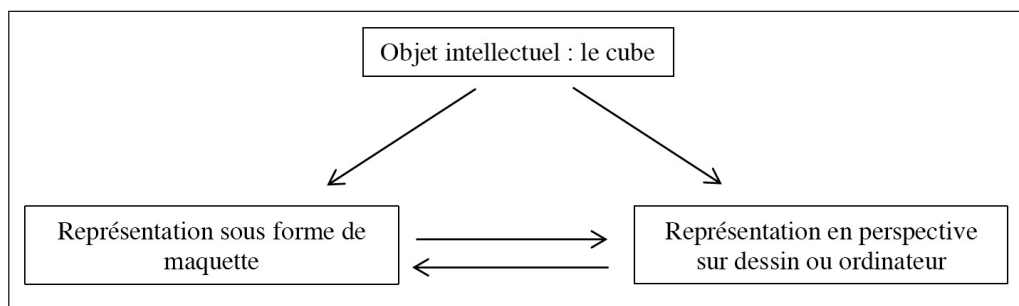
- *Une première* : ces résultats sont dus au hasard. En effet, vu le faible effectif, il serait important de réitérer ce type d'expé-

mentation afin de pouvoir élaborer une réelle conclusion. Soulignons que toutes les questions bénéficient de la cognition incarnée.

- *Seconde hypothèse* : l'incarnation des activités demandées permet une meilleure compréhension et une meilleure représentation de l'espace. Les résultats de neurosciences montrent que certaines tâches mentales de manipulation mobilisent systématiquement les neurones sensori-moteurs. L'incarnation de ces tâches serait ainsi nécessaire en début d'apprentissage et favoriserait par la suite les images mentales du cube en trois dimensions ainsi que la compréhension des représentations en perspective. Soulignons en particulier l'existence de neurones qu'on appelle des neurones canoniques qui déchargent lors de la simple vue d'un objet manipulable physiquement.
- *Troisième hypothèse* : l'effet « nouveauté » qui engendre davantage de motivation. En effet, les élèves passant beaucoup de temps devant les écrans et n'étant pas habitués à la manipulation physique, la possibilité de tenir en main des cubes est une source de motivation supplémentaire par rapport à la tâche demandée.

Il est à noter que l'expérimentation a porté essentiellement sur la capacité d'effectuer une rotation dans l'espace, capacité tout à fait adaptée à la manipulation physique de solides. On peut cependant ajouter que cette expérimentation a montré que la manipulation permettait de développer des compétences sur d'autres activités qui, à priori, n'étaient pas forcément strictement liées à la manipulation physique. On peut émettre l'hypothèse que cette manipulation développe des capacités de compréhension de la perspective supérieures au logiciel 3d.





Dans ce schéma, nous ne considérons pas la maquette comme une représentation intermédiaire entre l'objet « cube » et la représentation en perspective. Nous pensons que ce sont les allers-retours entre la maquette 3d et le dessin 2d ou l'ordinateur 2d qui donnent du sens à la fois à la représentation en perspective mais aussi au concept de cube.

Par contre, toutes les compétences de représentation spatiale n'ont pas été testées, en particulier la faculté de discerner des plans dans l'espace. Concernant celle-ci, il est difficile de manipuler physiquement des plans sur une maquette alors qu'un logiciel 3d permet de représenter facilement des plans dans

l'espace. Ainsi, il serait intéressant d'étudier l'efficacité du logiciel 3d sur des activités de ce type par rapport à une tentative sur une maquette.

Enfin, pour terminer, même si on peut considérer que l'utilisation des maquettes ou de logiciels 3d semblent nécessaires pour certains élèves afin de faire comprendre le mouvement en début d'apprentissage et, au-delà, imaginer la représentation en perspective cavalière, il est important de souligner qu'un des objectifs doit être que les élèves puissent s'abstraire de ces représentations et imaginer mentalement l'objet tridimensionnel à partir d'une représentation en perspective.

### Bibliographie

- Audibert G. [1986]. L'enseignement de la géométrie de l'espace. Bulletin de l'APMEP n°355, septembre 1986.
- Buccino, G., Riggio, L., Melli, G., Binkofski, F., Gallese, V., & Rizzolatti, G. [2005]. Listening to action-related sentences modulates the activity of the motor system: a combined TMS and behavioral study. *Cognitive Brain Research*, 24, 355–363.
- Chaachoua Hamid [1998]. Géométrie dans l'espace. Le point sur la lecture des dessins par des élèves en fin de collège. Petit x n°48 pp. 37 à 68, Irem de grenoble.
- Chabrier R. [2017]. Le Morphing — Images des Mathématiques, CNRS, Chabrier R. Leonardo da Vinci - Morphing animation movie by Renaud Chabrier, <https://vimeo.com/84689530>
- Chouinard, P. A., & Goodale, M. A. [2010]. Category-specific neural processing for naming pictures of animals and naming pictures of tools: An ALE meta-analysis. *Neuropsychologia*, 48, 409–418.

- Dutriaux L., Gyselinck V. [2016] « Cognition incarnée : un point de vue sur les représentations spatiales », *L'Année psychologique* 2016/3 (Vol. 116), p. 419-465.
- Engelkamp, J. [1998]. *Memory for actions*. Hove, England.
- Gianelli, C., & Dalla Volta, R. [2015]. Does listening to action-related sentences modulate the activity of the motor system? Replication of a combined TMS and behavioral study. *Frontiers in Psychology*, 5, 1511.
- Gibson, J. [1979]. *The ecological approach to visual perception*. Boston: Houghton Mifflin.
- Godden, D. R., & Baddeley, A. D. [1975]. Context-dependent memory in two natural environments: On land and underwater. *British Journal of Psychology*, 66, 325–331.
- Hauk, O., Johnsrude, I., & Pulvermüller, F. [2004]. Somatotopic representation of action words in human motor and premotor cortex. *Neuron*, 41, 301–307.
- Hubbard J. [1990]. *Pour la science* n°153, juillet 1990, pp 6-8.
- IREM de Lorraine [1988]. *Dessiner l'espace*. Livre du maître.
- Kersey A., James K. [2013]. Brain activation patterns resulting from learning letter forms through active self-production and passive observation in young children, *Frontiers in Psychology* 2013 ; 4 : 567.
- Lombard, P. [1993] *La figure et l'espace*. Actes du huitième Inter IREM Epistémologie et histoire des mathématiques. Irem de Lyon
- Mithalal, J. [2010]. *Déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle dans le contexte de la géométrie dynamique tridimensionnelle*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble.
- Mithalal, J. [2014]. Voir dans l'espace : est-ce si simple ? *Revue Petit x* n°96, Irem de Grenoble.
- Murata, A., Fadiga, L., Fogassi, L., Gallese, V., Raos, V., & Rizzolatti, G. [1997]. Object representation in the ventral premotor cortex (area F5) of the monkey. *Journal of Neurophysiology*, 78, 2226–2230.
- Noppeney, U. [2008]. The neural systems of tool and action semantics: a perspective from functional imaging. *Journal of Physiology*, Paris, 102, 40–49.
- Patchan M., Puranik C. [2016] Using tablet computers to teach preschool children to write letters: Exploring the impact of extrinsic and intrinsic feedback, *Computers & Education* 102 (2016), 128-137.
- Parzys B. [1989] *Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée*. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir. Thèse. Paris : Université Paris 7.
- Parzys B. [1991]. *Espace, Géométrie et dessin*. Une ingénierie didactique pour l'apprentissage, l'enseignement et l'utilisation de la perspective parallèle au lycée. RDM, Editions la Pensée Sauvage, Grenoble p211-240.
- Rommevaux, M.-P. [1998]. Le discernement des plans dans une situation tridimensionnelle. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, volume 6.
- Stephens G. J., Silbert L. J., Hasson U. [2010]. Speaker-listener neural coupling underlies successful communication. *Proc Natl Acad Sci USA*. ; 107(32):14425-30.
- Tremblay, P., Sato, M., & Small, S. L. [2012]. TMS-induced modulation of action sentence priming in the ventral premotor cortex. *Neuropsychologia*, 50, 319–326.
- Willems, R. M., & Casasanto, D. [2011]. Flexibility in embodied language understanding. *Frontiers in Psychology*, 2, 116.