EUCLIDE EN CHINE OU : COMMENT FAIRE COMMUNIQUER DIFFERENTES CULTURES MATHEMATIQUES ?

Andréa BREARD
Université Paris Sud *

Résumé : Dans cet article [1] j'analyserai la rencontre entre les mathématiques en Chine et les mathématiques "occidentales" suite à l'arrivée des premiers Pères Jésuites à la fin du XVIème siècle, missionnaires venus pour évangéliser l'Empire du Milieu. Accompagnée d'un discours religieux et philosophique, cette rencontre aura une influence sur les lettrés chinois à plusieurs niveaux : certains s'intéressent de nouveau – d'un point de vue scientifique mais aussi philologique – à leurs propres traditions mathématiques qui étaient partiellement tombées dans l'oubli, d'autres s'orientent vers les méthodes nouvellement introduites en se justifiant par un discours sur "l'origine chinoise des sciences occidentales" (*Xixue Zhongyuan* 西學中原).

A l'aide d'un exemple de la géométrie plane, nous verrons en particulier les problèmes liés à l'intégration de la géométrie euclidienne dans le contexte des traditions algorithmiques en Chine. Les processus et différentes approches de la traduction et de l'assimilation des sciences "occidentales" dans le monde chinois illustrent ainsi la question de l'interculturalité dans les sciences mathématiques.

Introduction

En 1582 les premiers Jésuites, Michele Ruggieri et Matteo Ricci, obtenaient la permission d'entrer en territoire chinois. En 1601 ils s'installaient à Pékin pour commencer leur travail avec les lettrés de la cour impériale. Depuis le début de leur mission, ils avaient défini leur stratégie ainsi : c'étaient les lettrés et par eux leshauts fonctionnaires d'État, qu'on voulait intéresser à la religion chrétienne à travers les sciences européennes. Les sciences n'étaient donc qu'un moyen pour parvenir à l'évangélisa-

* Université Paris Sud, Faculté des Sciences, 91405 Orsay Cedex, France

1 Cet article reflète mon intervention lors des Journées Académiques 2009 « Mathématiques & Interculturalité, organisé par l'Irem de Lille, le Centre d'Histoire des Sciences et d'Epistémologiede Lille 1 et l'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques. Les recherches présentées sont basées sur les travaux de Catherine Jami et plus particulièrement sur l'article [Engelfriet and Siu 2001]. Sauf mention contraire, les traductions de textes chinois données dans l'annexe et à l'intérieur de l'article sont les miennes.

tion de la Chine, le but principal de leur mission. La perfection du monde, comme les sciences pouvaient la décrire, permettait de démontrer l'existence d'un Dieu tout-puissant qui la créa. Durant un siècle et demi les Jésuites détenaient par cette stratégie le monopole de la transmission des sciences occidentales en Chine. Ils y rédigeaient et traduisaient durant les années entre leur arrivée et leur bannissement à la fin du XVIIIème siècle plus que quatre cents textes en langue chinoise, dont trente pour-cent étaient de nature scientifique et cinquante-sept pour-cent de nature religieuse.

Cet article traite du destin singulier, que les sciences mathématiques ont connu en Chine durant le XVIIème et XVIIIème. Il analyse comment une culture reconnaît et accepte ou rejette les idées scientifiques d'une autre culture. Cette rencontre n'avait guère eu lieu sur une voie à sens unique, et les sciences européennes n'arrivèrent pas non plus dans un no man's land. Des processus de transmission sont à l'œuvre dans les deux sens entre Orient et Occident, et l'interaction entre deux approches et systèmes de sciences, l'un traditionnel, bien établi et documenté depuis la dynastie des Han (206 av. J.-C. – 220), et l'autre nouvellement importé, développait en Chine depuis l'arrivée des missionnaires Jésuites à la fin du XVIème siècle une dynamique interne complexe.

Je ne pourrai dans le cadre de cet article satisfaire que de manière partielle les exigences de rendre compte de cette complexité. Une vaste littérature en langues chinoise et européennes existe sur ce sujet[2]. Je me limiterai par la suite à la géométrie euclidienne, sa réception parmi les lettrés en Chine, son intégration et ses méta-

2 Voir par exemple [Gernet 1982], [Jami 1998], [Jami and Delahaye 1993][Sivin 1973], [Hashimoto 1988].

幾何原本第六卷之首
泰西 利瑪竇 口譯
吳淞 徐光啟 筆受
界說六則
第一界
凡形相當之各角等而各等角旁兩線之比例俱等爲相似之形
甲乙丙丁戊己兩角形之甲角與丁角等乙與戊丙與己各等其甲角旁之甲乙與甲丙兩線之比例若丁角旁之丁

Figure 1 – Traduction des Éléments par Ricci et Xu Guangqi (1607)

morphoses en synergie avec les textes anciens chinois. Un exemple de la géométrie plane nous servira comme étude de cas pour voir comment les lettrés ont essayé de combiner l'approche euclidienne purement géométrique avec la forme algorithmique chinoise. Les traductions complètes des textes discutés se trouvent dans l'annexe de l'article.

Les ouvrages de géométrie en langue chinoise

Quand les Pères Jésuites arrivèrent en Chine à la fin du XVIème siècle, ils traduisirent en premier partiellement les Eléments d'Euclide [3]. *Best-seller* de l'époque en Europe, c'est en particulier l'édition commentée de Clavius [4] qui servit comme manuel de géométrie au Collège Romain à Rome, où la plupart de la première génération des missionnaires Jésuites qui partit en Chine recevait son enseignement scientifique et théologique. Je décrirai dans la section suivante brièvement cette culture scientifique des premiers missionnaires venu d'Europe pour analyser ensuite les travaux de géométrie, traductions et adaptations en langue chinoise du XVIIème siècle.

En 1534, Ignace de Loyola fonde la Compagnie de Jésus. Six ans plus tard, le pape Paul III fait approuver par la Curie romaine la création de cet ordre des jésuites. Destiné à former un clergé fidèle au pape qui serait ensuite envoyé dans les régions du monde entier, le Collège romain voit son jour à Rome en 1553. Il devient le centre intellectuel de la Compagnie de Jésus et le vecteur d'une culture scientifique diffusée à travers l'Europe. Christophe Clavius (1538-1612) y enseigne les sciences mathématiques en tant que titulaire de la chaire 'Mathesis (cum Geometria et Astronomia)'. Il devient l'autorité des Jésuites en cette matière qui occupait une place particulièrement importante dans l'enseignement des collèges Jésuites tout en appartenant à la culture générale transmise avec les arts libéraux [5]. Matteo Ricci (1552-1610), qui faisait partie de la toute première génération de missionnaires Jésuites qui partirent en Chine, était au Collège Romain l'étudiant de Clavius en mathématiques et astronomie [6]. Ce sont avant tout des textes édités, commentés ou rédigés par Clavius qu'il emmènera en Chine.

3 Traduction chinoise des six premiers livre in [Ricci and Xu 1607].

4 [Clavius 1574].

5 Voir Jean Dhombres, Une mathématique baroque en Europe, réseaux, ambitions et acteurs in [Goldstein, Gray, and Ritter 1996] p. 155-181, ici en particulier p. 158-161 et [Romano 1999].

6 Voir [Bernard-Maître 1935].

Dans la collection d'ouvrages religieux et d'ouvrages scientifiques éditée en 1629 par le lettré et converti Li Zhizao (1565-1630) 李之藻 [7], le *Tianxue chuhan* 天學初函 (*Premier Recueil d'Études Célestes*), on ne trouve pas moins de cinq textes traduits en chinois par Ricci et un lettré chinois converti, qui sont basés sur des ouvrages mathématiques ou astronomiques de Clavius :

1. *Jihe yuanben* 幾何原本 (*Eléments de Géométrie*, 1607) : traduction des Livres I-VI des *Euclidis Elementorum*... (1574) [8].
2. *Hungai tongxian tushuo* 渾蓋通憲圖說 (*Explication illustrée de l'astrolabe et de la sphère*, 1607) : adaptation de la description de l'astrolabe *Astrolabium* (1593).

   (Cf. figure 2, page suivante)
3. *Celiang fayi* 測量法義 (*Méthodes et sens de l'arpentage*, 1608) : adaptation du livre III de la *Geometria Practica* (1604) de Clavius [9]. L'ouvrage est d'un intérêt tout particulier, parce qu'il contient déjà les principes d'un quadrant, avec lequel toute échelle pouvait être divisée en un nombre quelconque de fractions. On y trouve également comment fabriquer le carré géométrique, instrument qui utilise l'ombre droite et l'ombre verse [10]. Cet instrument permet de résoudre des problèmes de géométrie pratique sans nécessiter l'usage des tables trigonométriques. Il comprend quin-

7 Li Zhizao, ainsi que Xu Guangqi (1562-1633) formaient deux des "piliers du christianisme" en Chine. Voir [Jami 1998] p. 118.

8 [Ricci and Xu 1607], [Clavius 1574].

9 L'exemplaire de Pékin porte la dédicace de l'auteur ("Ex dono auctoris"), probablement Ricci l'avait obtenu en cadeau de son professeur C. Clavius.

10 En fonction de l'angle de visée – on utilise sur le quadrant l'échelle des "ombres droites" si l'angle de visée est supérieur à 45° (analogue avec l'ombre d'un gnomon vertical), et on utilise l'échelle des "ombres verses" si il est inférieur à 45° (analogue à l'ombre d'un gnomon horizontal).

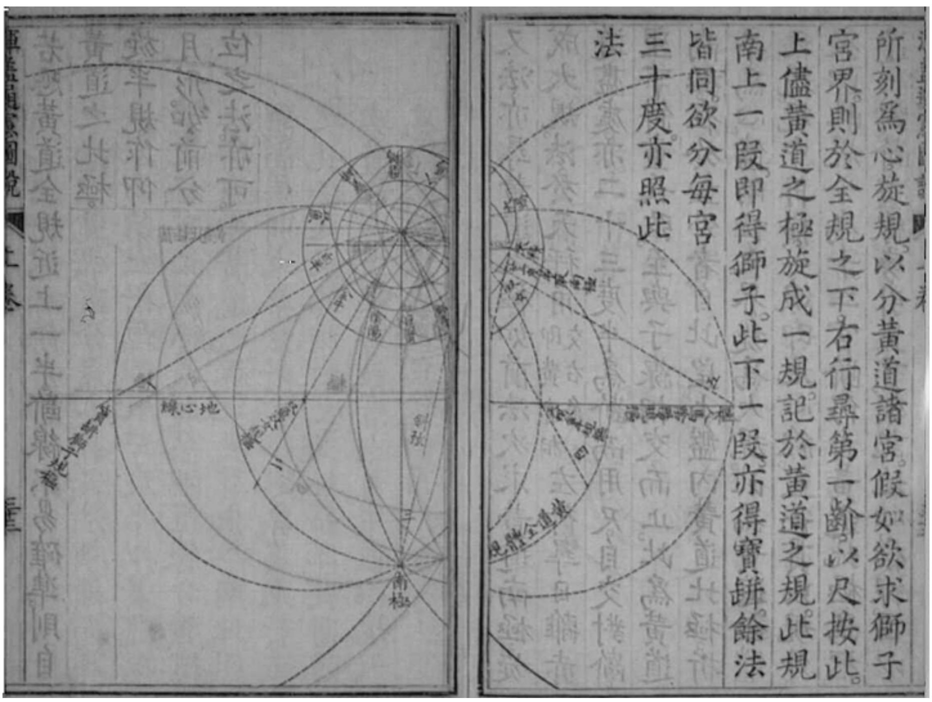


Figure 2 – Explication illustrée de l'astrolabe et de la sphère (1607)

ze propositions démontrées utilisant la méthode euclidienne. Ce livre est à rapprocher du *Celiang san lü fa* 測量三率法 (*Règle de trois appliquée aux problèmes de visée*) de Li Zhizao. L'auteur explique que la règle de trois permet de remplacer les extractions des triangles rectangles pour résoudre des problèmes de géométrie pratique. Ce texte, dans lequel sont résolus les mêmes problèmes que dans le *Celiang fayi* n'utilise pas de démonstrations euclidiennes.

4. *Huanrong jiaoyi* 圜容較義 (*Sens comparé des [figures] contenues dans le cercle*, 1614) : *In Sphaeram Ioannis de Sacro Bosco commentarius* [11]. Ce petit traité des figures isopérimétriques est le premier exemple d'introduction de géométrie dans l'espace. On y trouve de nombreuses références à des propositions qui figurent dans des livres occidentaux non traduits, comme par exemple l'ouvrage d'Archimède *De la sphère et du cylindre*.

5. *Tongwen suanzhi* 同文算指 (*Indicateur arithmétique dans l'écriture commune*, 1614). La première partie est essentielle-

11 [Clavius 1570], mais il n'est pas clair de savoir quelle édition Ricci avait précisément utilisée.

ment une traduction de l'*Epitome Arithmeticae Practicae* (1585) [12]. Pour le reste, Li Zhizao a surtout puisé dans le traité mathématique chinois le plus populaire de l'époque, le *Suanfa tongzong* 算法統宗 (1592) (*Linéage unifié des méthodes mathématiques*) de Cheng Dawei [13].

6. Par ailleurs, on trouve aussi une traduction par Ricci du *Calendrivm Gregorianvm* de Clavius [14].

Parmi les ouvrages cités ci-dessus il y en a certains qui ne sont pas des traductions dans le sens strict du terme. L'*Indicateur arithmétique dans l'écriture commun*e par exemple tentait une synthèse entre calcul écrit et problèmes mathématiques provenant de la tradition chinoise et résolus à l'époque à l'aide d'un l'instrument : le boulier. Il "visait à montrer comment on pouvait appliquer les méthodes occidentales aux problèmes classiques, se situant par là même dans la lignée des commentaires et des réécritures qui jalonnent l'histoire des mathématiques chinoises [15]." Xu Guangqi 徐光啟 et plus tard d'autres auteurs comme Mei Wending 梅文鼎 (1633-1721) ont rédigé d'autres ouvrages mathématiques dans un esprit comparable, et en prenant parfois la démarche inverse : comment démontrer les propositions euclidiennes à l'aide des méthodes chinoises. Mais avant d'en discuter un exemple illustrant ces efforts de synthèse, il importe de comprendre les forces fondamentales et les facteurs à l'origine des réactions des fonctionnaires-lettrés chinois face aux sciences mathématiques venues d'Europe.

La réception des méthodes occidentales

Même si le premier contact entre sciences occidentales et chinoises n'était que ponctuel, il faut néanmoins accorder une certaine influence des Jésuites à long terme sur des développements scientifiques et technologiques en Chine. Mais certains auteurs chinois de l'époque minimisaient l'impact des premières traductions de livres européens en langue chinoise. Comme Du Zhigeng 杜知耕 dans sa préface à l'*Abrégé des démonstrations géométriques* (*Jihe lunyue* 幾何論約, 1700) :

> Ce livre [les *Éléments*] a été achevé l'année Ding-Wei de l'empereur Wan-Li [1607] il y a environ 90 ans, et ceux qui s'y exercent sont encore bien rares. Quelle en est la raison ? L'idée principale d'une proposition doit être inscrite en tête et suivie de l'exposé, puis de la démonstration. Les plus longues d'entre elles utilisent mille mots et l'on ne descend jamais en dessous de cent. Pour chaque proposition, on doit dessiner plusieurs figures et plusieurs lignes par figure, le lecteur doit se concentrer en suivant avec le doigt et les yeux. A l'instant précis où il comprend le sens son esprit se relâche et, inévitablement, il ne sait déjà plus ce dont il est question [16].

Plus généralement, les auteurs mettaient en contraste les valeurs traditionnelles et les modèles transmis depuis l'Antiquité en Chine avec les sciences occidentales. Dans leur désir de protéger l'héritage culturel chinois d'influences étrangères, la plupart des lettrés-fonctionnaires désapprouvaient les tentatives des Jésuites d'utiliser les sciences et les technologies occidentales comme moyen pour établir une mission religieuse permanente en Chine [17].

---

12 [Clavius 1607].
13 [Cheng 1990].
14 [Ricci 1603].
15 [Jami 1998] p. 123.
16 Traduction de [Martzloff 1993] p. 165-166 modifiée selon l'originale in [Du 1972] préface 原序 p. 5A-5B.
17 Ceci est en contraste avec l'armation du succès de la stratégie des Jésuites en Europe. Voir [Du Halde 1735] : Sous le manteau étoilé de l'astronomie, notre sainte religion s'introduit facilement.

L'argument typique que les traditionalistes mettaient en avant pour minimiser et rendre impopulaire les contributions des Jésuites était l'affirmation que toutes les idées et technologies occidentales que les Jésuites avaient emmenées en Chine avaient leurs origines en Chine même. Cette théorie de 'l'origine chinoise des études occidentales' (*Xixue zhongyuan* 西學中原) avait un certain effet psychologique. D'un côté, elle fournissait la base pour un rejet total des sciences occidentales : comme les idées anciennes se trouvaient déjà entièrement dans les textes chinois, il n'était pas nécessaire de les compléter par les Jésuites. Mais de l'autre côté, la théorie de 'l'origine chinoise des études occidentales' représentait aussi une opportunité d'apologie pour le "retard" des sciences chinoises par rapport au modèle occidental. Elle permettait une acceptation partielle des sciences occidentales à l'intérieur du contexte des traditionalistes.

C'est précisément cette théorie de 'l'origine chinoise des études occidentales' qui sera alors adoptée dans l'histoire officielle de la dynastie des Ming (1368-1644) (*Mingshi* 明史)[18] comme un aveu public pour dénigrer l'importance de l'apport des Jésuites et le légitimer en même temps :

> Les lettrés des océans occidentaux qui viennent en Chine, se désignent eux-mêmes comme Européens. Leur astronomie ressemble au calendrier musulman (*Huihui* 回回), mais elle est plus exacte. L'étude des dynasties précédentes montre que la plupart des peuples de pays lointains, qui étaient familiers avec les méthodes calendériques, venaient des régions occidentales. Mais aucune mention n'est faite de ceux qui étaient de l'Est, du Sud ou du Nord. Le calendrier [hindoue] Jiuzhi des Tang [618-807], le calendrier [musulman] Wannian[19] des Yuan [1279-1368] et le calendrier [musulman] Huihui traduit sous le règne Hongwu [1368-1398] sont tous des régions de l'Ouest. La raison est que [l'Empereur légendaire] Yao [env. 2300 avt. J.-C.] a envoyé [les deux paires de frères de la famille] Xi et He, [de prénom de] Zhong et Shu partout dans le monde : Xi Zhong, Xi Shu et He Shu respectivement jusqu'à Yüyi [péninsule dans l'Est du Shandong], Nanjiao [Indochine] et Shuofang [dans l'extrême Nord de la Chine, aujourd'hui la Mongolie intérieure]. Seulement He Chong a reçu l'ordre de s'installer dans l'Ouest' sans indication de limite territoriale. N'est-ce pas à cette période, que la gloire de nos enseignements fut transmis loin à l'Ouest ? A la fin de la dynastiedes Zhou [XIème siècle av. J.-C. – 256 av. J.-C.], les élèves et disciples de nos mathématiciens et astronomes étaient dispersés partout. Comme les pays des régions de l'Ouest et de l'Islam [*Tianfang* 天方] sont attenants les uns aux autres, – contrairement aux pays à l'Est et au Sud qui sont séparés par de vastes océans, ou ceux loin dans le Nord, qui sont menacés par un froid extrême, – ce chemin était commode pour réunir leurs écrits et leurs instruments pour conquérir l'Occident.

> 西洋人之來中土者，皆自稱甌羅巴人，其曆法與回回同，而加精密．嘗考前代，遠國之人言曆法者多在西域，而東南北無聞．唐之九執曆，元之萬年曆，及洪武間所譯回回曆，皆西域也．蓋堯命羲和、仲叔分宅四方，羲仲、羲叔、和叔則以嵎夷、南交、朔方為限，獨和仲但曰「宅西」，而不限以地，豈非當時聲教之西被者遠哉．至於周末，疇人子弟分散．西域、天方諸國，接壤西陲，非

18 Rédigée durant le début du règne de l'empereur Qianlong (r. 1735-1796).

19 Le « Calendrier des dix mille années » était conçu en 1267 par Jamāl al-Dīn.

若東南有大海之阻，又無極北嚴寒之畏，則抱書器而西征，勢固便也．甌羅巴在回回西，其風俗相類，而好奇喜新競勝之習過之．故其曆法與回回同源，而世世增修，遂非回回所及，亦其好勝之俗為之也．羲、和既失其守，古籍之可見者，僅有周髀．而西人渾蓋通憲之器，寒熱五帶之說，地圓之理，正方之法，皆不能出周髀範圍，亦可知其源流之所自矣．夫旁搜博採以續千百年之墜緒，亦禮失求野之意也，故備論之[20].

La première opposition forte des traditionalistes chinois face aux savoirs importés par les Jésuites au début du XVIIème siècle, concernait les calculs calendériques et l'astronomie en général. Cette opposition était une réaction hostile à la critique des Jésuites des imprécisions de l'astronomie et du calendrier en vigueur. Elle visait non seulement les lettrés et convertis qui acceptaient entièrement les méthodes occidentales, mais aussi les missionnaires Jésuites qui travaillaient sous patronage impérial au sein du Bureau de l'Astronomie. L'hostilité des traditionalistes se manifestait entre autre en une politique d'anti-occidentalisation en lien étroit avec une politique xénophobe[21]. 21 Pour empêcher une acceptation totale de l'astronomie et du calendrier européen, qui manifestement étaient supérieurs dans la prédiction des éclipses, les Jésuites étaient au fur et à mesure évincés dans le rôle d'experts techniques. Leur dernière possibilité de retrait était une tentative de syncrétisme entre leurs techniques de calcul et les valeurs confucéennes des lettrés chinois.

Pour les mathématiques, considérations cosmographiques ou religieuses et sciences étaient moins entrelacés, et les efforts de synthèse se situaient plus au niveau de la résolution des problématiques – apparemment semblables – par deux approches mathématiques distinctes. La devise de Xu Guangqi était de "comprendre et intégrer" (*huitong* 會通). Dans son ouvrage *Similarités et différences de l'arpentage* (*Celiang yitong* 測量異同, 1608) il compare six méthodes avancées dans les *Méthodes et sens de l'arpentage* (*Celiang fayi* 測量法義, traduit en 1608) et basées sur la géométrie euclidienne avec des méthodes chinoises d'arpentage semblables. Il en conclut que "les méthodes sont essentiellement les mêmes." Mais les configurations mathématiques ne sont pas toujours aussi élémentaires pour permettre une telle conclusion œcuménique. Nous le montrerons à l'aide d'un exemple ci-dessous. Le cas de l'algèbre le montre également, mais il ne fait pas l'objet de discussion ici[22].

Un exemple du Gouguyi (env. 1610)

Le *Gouguyi* 勾股義 (*Principes de Gougu*, env. 1610) de Xu Guangqi 徐光啟 contient en tout 15 problèmes de la tradition *gougu*. C'est ainsi, par *gou* et *gu*, qu'on désigne depuis les textes anciens les deux côtés adjacents à l'angle droit d'un triangle rectangle. L'ouvrage commence par une courte introduction qui donne quelques définitions, et qui identifie la terminologie *gougu* avec les termes équivalents euclidiens. Il suit ce qui est l'identification la plus importante, de ce qui est le théorème de Pythagore avec la formulation algorithmique qu'on trouve par exemple dans le commentaire du IIIème siècle de Zhao Shuang au *Gnomon des Zhou* (*Zhoubi suanjing* 周髀算經). Xu met en parallèle la suite d'opérations :

> "*Gou* et *gu* étant multipliés par soi-même, sommer ceux-ci fait le carré de l'hypoténuse. On divise ceci par extraction de la racine carrée, ce qui donne l'hypoténuse."

---

20 新校本明史/志/卷三 十一 志第七 曆一/曆法沿革 Réforme du Calendrier p. 544-5.

21 Voir par exemple les attaques contre le christianisme par le lettré néoconfucéen Yang Guangxian (1597-1669) 楊光先 en 1664 analysé in [Chu 1994].

22 Le lecteur peut se reporter à l'article [Tian 1999].

avec le théorème euclidien :

Dans les triangles rectangles, le carré sur le côté sous-tendant l'angle droit est égal aux carrés sur les côtés contenant l'angle droit[23].

En utilisant ensuite les propositions d'Euclide pour montrer que les algorithmes trouvés dans les textes chinois étaient corrects, Xu Guangqi fait face à un obstacle important. Une caractéristique fondamentale de la géométrie euclidienne est que les objets géométriques sont traités d'une manière purement géométrique, dans le sens ou aucun nombre n'est mentionné exprimant la mesure (de longueur, aire ou degrés) des objets. Les propositions sont de deux types : notamment celles qui expriment une propriété, et celles qui demandent une action, comme la construction d'une ligne, d'un cercle, etc. Dans l'édition de Clavius traduite en chinois cette distinction est explicitée par l'utilisation de deux mots : *theorema* et *problema*. Mais les problèmes dans les textes chinois traditionnels ne tombent sous aucune de ces deux catégories, car ils demandent invariablement de calculer une quantité par un certain algorithme. Cette distinction caractéristique entre la géométrie euclidienne et la tradition algorithmique chinoise était une source de confusion pour Xu Guangqi, mais aussi le point de départ pour l'élaboration d'une synthèse entre constructions géométriques et lecture algorithmique.

Cette ambiguïté est au premier plan dans le théorème 4, ou l'on demande de trouver le carré inscrit, quand les deux côtés du triangle rectangle adjacents à l'angle droit, le *gou* et le *gu*, sont donnés[24]. Ce même problème apparaît dans un texte chinois des Ming, dans l'*Exposé complet et classifié des méthodes mathématiques des Neuf chapitres* (*Jiu zhang suanfa bilei daquan* 九章算法比類大全, 1450) de Wu Jing. L'ouvrage contient un chapitre sur 'les anciens écrits sur les triangles rectangles' (*gougu guwen* 句股古文). Problème 18, traduit intégralement dans l'annexe, demande de trouver la longueur du côté d'un carré inscrit dans un triangle rectangle. En symbolisme mathématique moderne, la procédure prescrit le calcul suivant :

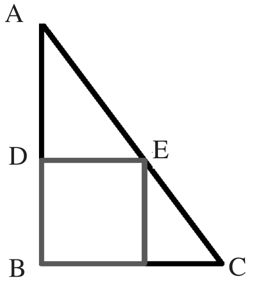
$$x = gou \cdot gu \div (gou + gu)$$

Dans un contexte euclidien, le problème serait de produire une construction qui inscrit un carré dans un rectangle triangle. On ne trouve pas une telle construction dans les *Eléments*, probablement car elle est trop simple : bissecter l'angle droit nous donne directement la solution. Mais la traduction en chinois, le Jihe yuanben en donne une, car c'est déjà Clavius dans son édition des Eléments, qui en a rajouté une à la fin du Livre VI. Il y propose la construction suivante[25] :

又等一卷卅四戊丁與己辛庚壬亦等則己庚庚壬壬辛辛
己四邊俱等又戊丁辛既直角即己辛丁亦直角一卷廿九
其餘亦皆直角而己壬爲直角方形
又法曰若直角三邊形求依乙角作內
切直角方形則以垂線甲乙兩分于丁
令甲丁與丁乙之比例若甲乙與乙丙
本篇十次從丁作丁戊直線與乙丙平行從戊作戊己直
線與甲乙平行即得丁己形如所求
論曰乙丙與甲乙既若丁戊與甲丁甲乙丙甲丁戊爲等角形故見本篇
四之系而甲乙與乙丙又若甲丁與丁乙平之即乙丙與

Figure 3 – Lemme à la Proposition VI.15
in [Ricci and Xu 1607].

23 Prop. I.47 des Éléments traduit in [Vitrac 2005] vol. 1.
24 Cf. la traduction complète dans l'annexe. Une discussion de ce problème se trouve dans [Engelfriet and Siu 2001] p. 294-300.
25 Une construction permise par la proposition VI.10 ([Vitrac 2005] vol. 2, p. 180) : *Couper une droite non segmentée donnée semblablement à une [droite] segmentée donnée*.



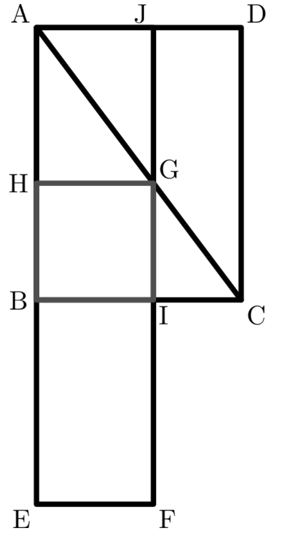
On divise le segment de droite AB en A deux, tel que : AD : DB = AB : BC. Ensuite on trouve le carré inscrit en complétant la figure comme montré. On obtient la démonstration que D la figure inscrite est effectivement un carré en manipulant des proportions qui montrent que DE est égal à BD.

Clavius, qui ne donne donc pas la construction la plus simple qui serait de bisecter l'angle $\widehat{BAC}$, voulait probablement par cette construction illustrer le matériau traité dans ce livre : la théorie des proportions. Le problème de Xu, néanmoins, est différent : il voulait montrer que l'algorithme de sa source chinoise est correct. Il donne donc d'abord l'algorithme suivant :

> Pour trouver un carré inscrit avec un *gu AB* de 36, et un *gou BC* de 27, on multiplie *gu* et *gou*. On obtient le dividende. On additionne *gou* et *gu* ce qui fait *AE*. On prend 63 comme diviseur. En divisant on obtient le côté du carré inscrit *HB* et *BI*, chaque côté étant 15,428[26].

26 Xu utilise ici la notation décimale, même si il n'utilise pas le point pour démarquer les entiers des décimales. En Europe, Simon Stevin a introduit le point décimal en 1585, et Clavius l'avait utilisé pour la première fois dans son traité *Astrolabium* de 1593. Mais en Chine, les fractions décimales étaient utilisées depuis plus d'un millénaire.

Dans cet algorithme il n'est guère question de construction. Pourtant, Xu procède comme si, et produit la figure suivante :



Suivant l'algorithme, Xu a interprété la multiplication $AB \cdot BC = 972$ comme la construction du rectangle *ABCD*, d'une aire de 972. De même, l'addition $AB + BC = 63 = AE$ est considérée comme la prolongation du segment *AB* jusqu'à *E*. Et finalement, la division est interprété comme la production du rectangle *AEFJ* égal en surface à l'aire du rectangle *ABCD*. Le côté $EF = 15{,}428$ de ce rectangle est alors égal à la longueur du côté du carré inscrit. Il aura donc trouvé le point *H* qui permet de compléter son carré *HBIG*.

Finalement, Xu donne la démonstration que *HBIG* est effectivement le carré inscrit. Comme *ABCD* et *AEFJ* sont proportionnels, on a, avec Proposition VI.14, la proportion $AB : AE = BI : BC$. En suivant les règles de l'art, cette proportion est transformée pour donner *in fine* : $AB : BC = AH : HB$. Comme ceci est la même proportion que celle à la base de la construction du Lemme à VI.15, ou le rajout de Clavius à la fin du Livre VI traduit dans le *Jihe yuanben*, Xu conclut que *HBIG* est le carré inscrit cherché. Il raccroche donc sa démonstration à une proposition assez périphérique du *Jihe yuanben*, implicitement invitant le lecteur à compléter la démonstration par celle-ci. Ceci n'était pas nécessaire : il aurait pu procéder directement par considérations de proportions, ou bien en utilisant proposition I.43, théorème important qui énonce l'égalité des compléments autour d'une diagonale [27] :

> *Dans tout parallélogramme les compléments des parallélogrammes qui entourent la diagonale sont égaux entre eux* [28].

Or, d'un point de vue euclidien la procédure de Xu Guangqi contient une omission importante : il n'indique pas comment il faut construire le rectangle *AEFJ*. Il aurait facilement pu le faire en citant proposition I.44 :

> *Sur une droite donnée et dans un angle rectiligne donné, appliquer un parallélogramme égal à une triangle donné.*

Il semble donc que Xu ait traduit la suite d'opérations arithmétiques de l'algorithme (multiplication, division, addition) en constructions géométriques. Mais il a remplacé par un calcul la construction euclidienne appropriée qui correspond à la division : l'application de l'aire *ABCD* à la ligne *EF*, en utilisant I.44.

Par ailleurs, le fait qu'il prenne l'algorithme comme point de départ et qu'il traduise étape par étape en termes géométriques, l'amène à une figure plus compliquée que ce qui aurait été le cas avait-il procédé géométriquement dès le départ : il était alors plus difficile de démontrer que la figure inscrite est effectivement un carré.

Conclusion

Joseph Needham, dans son œuvre monumental sur les sciences et la civilisation en Chine, caractérise les échanges entre astronomes chinois et jésuites comme une "transmission imparfaite" [29]. Vu la situation scientifique et théologique conflictuelle en Europe en début du XVIIème siècle, on pourrait presque, pour l'astronomie en tout cas, parler d'une mission : impossible. On pourrait alors poser la question, si pour les mathématiques l'entreprise de combiner l'approche axiomatico-déductif avec une approche algorithmique était également impossible, si les deux approches étaient inconciliables ou incommensurables, pour utiliser les mots de R. Hart [30].

Les écrits mathématiques de la Chine ancienne reposent entièrement sur le mode algorithmique pour exprimer des séquences d'opérations qui calculent la mesure d'une certaine configuration donnée dès le départ. On s'intéresse également – de manière souvent implicite – à justifier la correction des algorithmes et à établir des liens entre des objets mathématiques en faisant référence à des sous-procédures. La géométrie euclidienne a comme objectif soit de donner une démonstration concernant les caractéristiques d'une certaine configuration soit de produire une certaine configuration (les "problèmes" de construction). Les deux approches avaient donc des objectifs différents : La tradition des Neuf chapitres ne considère pas les constructions comme problématiques en soi-même; Euclide ne se sent

27 Voir [Engelfriet and Siu 2001] p. 298 n. 60 & 61.
28 Voir [Vitrac 2005] p. 272.
29 [Needham 1959] p. 442.
30 Voir [Hart 2000].

pas concerné par les procédures pour déterminer une valeur numérique.

Nous avons vu à travers un exemple concret que les mathématiciens en Chine avaient recours à deux types de synthèses pour réconcilier les objectifs des deux approches : illustrer géométriquement un algorithme ou *vice versa* utiliser les propositions euclidiennes pour démontrer que les algorithmes traditionnels étaient corrects. Loin de vouloir juger ces efforts de la part des lettrés chinois en termes de succès ou de compréhension des savoirs étrangers, je les ai interprétés comme un témoignage de lecture et d'une appropriation des Éléments d'Euclide et d'autres fragments mathématiques de l'époque dans une situation historique précise.

Références

Bernard-Maître, H. (1935). *L'Apport Scientifique du Père Matthieu Ricci à la Chine*. Tientsin : Procure de la Mission de Sienshien.

Cheng Dawei (1533-1606) 程大位. (1990). *Suanfa tongzong jiaoshi* 算法統宗校釋 (Édition commenté du Linéage unifié des méthodes mathématiques). Hefei : Anhui jiaoyu chubanshe 安徽教育出版社. Préface daté de 1592.

Chu, P. (1994). Scientific Dispute in the Imperial Court : The 1664 Calendar Case. *Chinese Science 14*,7–34.

Clavius, C. (1570). *In sphaeram Ioannis de Sacro Bosco commentarius*. Romae : Apud Victorium Helianum.

Clavius, C. (1574). *Euclidis Elementorum Libri XV Accessit XVI de Solidorum Regularium Cuiuslibet Intra Quodlibet Comparatione, Omnes Perspicuis Demonstrationibus, Accuratisque Scholiis Illustrati, ac Multarum Rerum Accessione Locupletati*. Rome : V. Accoltum.

Clavius, C. (1607). *Epitome arithmeticae practicae nunc quinto ab ipso auctore anno 1606*. Coloniae Agrippinae : Apud Bernardum Gualtherium.

Du, Zhigeng 杜知耕.(1972). *Jihe lunyue* 幾何論約 (Abrégé des démonstrations géométriques), Volume 天文算法類 子部六 of *Siku quanshu* 欽定四庫全書. Taibei : Taiwan shangwu yinshuguan 台灣商務印書館. Reprint de l'édition manuscrite : Wenyuan ge shouchao ben 文淵閣手抄本.

Du Halde, J.-B. (1735). *Description géographique, historique, chronologique, politique et physique de l'Empire de la Chine et de la Tartarie chinoise*. Paris : chez P.-G. Le Mercier.

Engelfriet, P. and M.-K. Siu (2001). Xu Guangqi's attemps to integrate Western and Chinese mathematics. In C. Jami, P. Engelfriet, and G. Blue (Eds.), *Statecraft and Intellectual Renewal in Late Ming China : The Cross-Cultural Synthesis of Xu Guangqi (1562-1633)*, pp. 279–310. Leiden : Brill.

Gernet, J. (1982). *Chine et christianisme. Action et réaction*. Paris : Gallimard.

Goldstein, C., J. Gray, and J. Ritter (Eds.) (1996). *L'Europe mathématique : histoires, mythes, identités*. Paris : Éditions de la Maison des sciences de l'homme.

Gu, Shuchun 郭書春 et *al* (Ed.) (1993). *Zhongguo kexue jishu dianji tonghui. Shuxue juan* 中國科學技術典籍通彙. 數學卷, 5 vols. Zhengzhou : Henan jiaoyu chubanshe 河南教育出版社.

Hart, R. (2000). Translating the Untranslatable : From Copula to Incommensurable Worlds. In L. H. Liu (Ed.), *Tokens of Exchange : The Problem of Translation in Global Circulations*, pp. 45–73. Durham, N.C. : Duke University Press. Une version antérieure de cet article est disponible à l'adresse https://web.stanford.edu/dept/HPS/RethinkingSciCiv/etexts/Hart/Translating.html

Hashimoto, K. (1988). *Hsü Kuang-Ch'i and astronomical reform. The process of the Chinese Acceptance of Western Astronomy 1629-1635*. Osaka : Kansai University Press.

Henrion, D. (1632). *Les quinze livres des Éléments géometriques d'Euclide*. Paris : Isaac Dedin.

Jami, C. (1998). Traductions et synthèses : Les mathématiques occidentales en Chine, 1607-1782. In D. Tournès (Ed.), *L'Océan Indien au carrefour des mathématiques arabes, chinoises, européennes et indiennes*, pp. 117–126. Saint-Denis : I.U.F.M. de la Réunion.

Jami, C. and H. Delahaye, (Hg.) (1993). *L'Europe en Chine*. Paris : Mémoires de l'Institut des hautes études chinoises.

Martzloff, J.-C. (1993). Eléments de réflexion sur les réactions chinoises à la géométrie euclidienne à la fin du XVIIème siècle. *Historia Mathematica 20*,160–179.

Needham, J. (1959). *Mathematics and the Sciences of the Heavens and the Earth,* Volume 3 of *Science and Civilization in China*. Cambridge : Cambridge University Press.

Ricci, M. (1603). *Gelei guoli lishu* 格雷果里曆書. [S.l.] : [s.n.]. Traduction de Clavius, Christophorus. *Calendrivm Gregorianvm*.

Ricci, M. and Xu Guangqi (1607). *Jihe yuanben* 幾何原本. Beijing : [s.n.]. Traduction des six premiers livres de [Clavius 1574].

Romano, A. (1999). *La contre-réforme mathématique. Constitution et diffusion d'une culture mathématique jésuite à la Renaissance (1540-1640),* Volume 306 of *Bibliothèque des Écoles françaises d'Athènes et de Rome*. Rome : École française de Rome.

Sivin, N. (1973). Copernicus in China. *Studia Copernicana,* 63–122.

Tian, M. (1999). Jiegenfang, Tianyuan, and Daishu : Algebra in Qing china. *Historia Scientiarum 9*(1), 101–119.

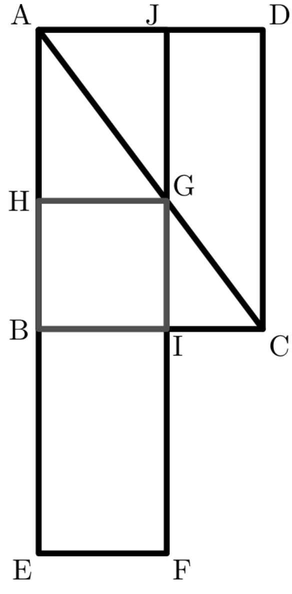
Vitrac, B. (2005). *Euclide. Les Eléments*. Bibliothèque d'Histoire des Sciences. Paris : Presses Universitaires de France.

ANNEXE

Théorème 4 des *Principes de Gougu* (*Gouguyi*, env. 1610)

Avec *gou* et *gu* chercher un carré inscrit.

La méthode dit : Pour trouver un carré inscrit avec un *gu AB* de 36, et un *gou BC* de 27, on multiplie *gu* et *gou*. On obtient le dividende. On additionne *gou* et *gu* ce qui fait *AE*. On prend 63 comme diviseur. En divisant on obtient le côté du carré inscrit *HB* et *BI*, chaque côté étant 15,428 [31].



La démonstration dit : *AB 36*, multiplié avec *BC 27* donne 972. On prend ceci comme dividende. C'est le rectangle *ABCD*. Ensuite, on additionne *AB* et *BC*. On obtient 63 comme diviseur ce qui produit la ligne *AE*. En divisant on obtient la ligne *EF* de 15,428. Ainsi on produit le rectangle *AEFJ*, qui est égal à la figure *ABCD* (Livre VI, Proposition 16). Par ailleurs, le côté *FJ* coupe *BC* en *I*, et l'hypoténuse *AC* en *G*. Ainsi on produit le carré *BIGH* qui est inscrit au triangle.

Comment ça se fait ? Les deux figures *ABCD* et *AEFJ* sont proportionnelles puisque *AB* à *AE* est comme *BI* à *BC* (Livre VI, Proposition 15). En séparant, on a *AB* à *BE* comme *BI* à *IC*, et donc *AB* à *BC* est comme *BI* à *IC* (par hypothèse *BC* est égal à *BE*). Aussi, *AH* est à *HG* comme *GI* à *IC* (Livre VI, Proposition 4). En alternant, *AH* est à *GI* comme *HG* est à *IC*. Mais comme *HB* et *GI* sont égaux, et *BI* et *GH* sont égaux, alors *AH* est à *HB* comme *BI* est à *IC*. Alors comme *AB* est à *BC* comme *BI* à *IC* et comme *AH* est à *HB* comme *BI* est à *IC*, donc *AB* est à *BC* comme *AH* est à *HB*. Et donc *BIGH* est un carré inscrit dans un triangle rectangle (Livre VI Proposition 15 Lemme).

Une autre procédure plus simple dit : On a la figure comme avant. On prend *ABE* comme diviseur. et on divise le dividende *AC*. On obtient *AJ*, *IB* chacun étant égal aux côtés du rectangle. Maintenant on prend *CBE* qui est égal à *ABE* [dans la figure d'avant] comme dividende et on divise le dividende *AC*. On obtient *JC* et *EF* chacun étant égal au côté du rectangle. Donc, *HBIG* est un carré [32].

31 Xu utilise ici la notation décimale, même si il n'utilise pas le point pour démarquer les entiers des décimales. En Europe, Simon Stevin a introduit le point décimal en 1585, et Clavius l'avait utilisé pour la première fois dans son traité *Astrolabium* de 1593. Mais en Chine, les fractions décimales étaient en utilisation depuis plus d'un millénaire.

32 Traduit de Xu Guangqi 徐光啟 *Les principes de Gougu* (*Gouguyi* 勾股義, env. 1610) in [Gu, Shuchun et al. 1993], vol. 4, p. 29-30.

L'Exposé complet et classifié des méthodes mathématiques des Neuf chapitres (1450)

Problème 18

On a une base (*gou*) de 6 *bu* et une hauteur (*gu*) de 12 *bu*. On demande combien fait le côté d'un carré inscrit ? La réponse dit : Le côté du carré [fait] 4 *bu*.

La surface du carré inscrit de 16 et la surface du rectangle de 16 sont égales. Le grand et le petit 'triangle' de surface blanche et le grand et le petit 'triangle' de surface noire sont égaux.

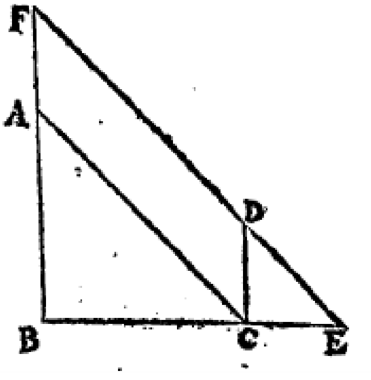
La méthode dit : La base (*gou*) 6 *bu* multipliée avec la hauteur (*gu*) 12 *bu*, ce qui donne 72 *bu* [carré], fait le dividende. La base (*gou*) 6 et la hauteur (*gu*) 12, ce qu'on obtient fait le diviseur 18. Quand on divise on obtient le côté du carré 4. Ceci correspond à ce qu'on demande[33].

33 Traduit à partir de [Gu, Shuchun et al. 1993] vol. 2, p. 274.

Les Eléments d'Euclide

Livre VI, Proposition 4

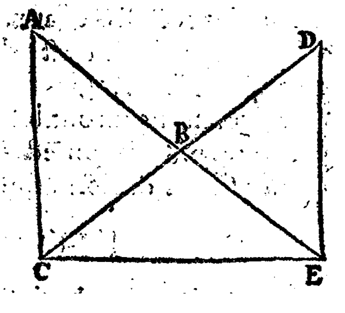
« *Dans les triangles équiangles sont en proportion les côtés autour des angles égaux, et homologues ceux qui sous-tendent les angles égaux.*



Que les triangles *ABC*, *DCE* soient équiangles, ayant d'une part l'angle sous *ABC* égal à celui sous *DCE*, d'autre part celui sous *BAC* [égal] à celui sous *CDE* et encore celui sous *ACB* à celui sous *CED*. Je dis que sont en proportion les côtés des triangles *ABC*, *DCE* autour des angles égaux et homologues ceux qui sous-tendent les angles égaux.[34] »

Livre VI, Proposition 15

« *Dans les triangles égaux ayant un angle égal à un [angle], les côtés autour des angles égaux sont inversement [proportionnels]; et parmi les triangles ayant un [angle] égal à un angle, ceux dont les côtés autour des angles égaux sont inversement [proportionnels], ceux-là sont égaux.*



34 Traduit in [Vitrac 2005] vol. 2, p. 167. Figure in [Henrion 1632] p. 217.

Que les triangles *ABC*, *ADE* soient égaux ayant un angle égal à un [angle], celui sous *BAC* à celui sous *DAE*. Je dis que dans les triangles *ABC*, *ADE*, les côtés autour des angles égaux sont inversement [proportionnels] ; c'est-à-dire que comme *CA* est relativement à *AD*, ainsi [est] *EA* relativement à AB....... Mais alors que les côtés des triangles *ABC*, *ADE* soient inversement [proportionnels] et que comme *CA* [est] relativement à *AD*, ainsi [soit] *EA* relativement à *AB*. Je dis que le triangle *ABC* est égal au triangle *ADE*.[35] »

Livre VI Proposition 16

« *Si quatre droites sont en proportion, le rectangle contenu pas les extrêmes est égal au rectangle contenu par les moyennes; et si le rectangle contenu par les extrêmes est égal au rectangle contenu par les moyennes, les quatre droites seront en proportion.*

Soient quatre droites *AB*, *CD*, *E*, *F* : comme *AB* [est] relativement à *CD*, ainsi [est] *E* relativement à *F*. Je dis que le rectangle contenu par *AB*, *F* est égal au rectangle contenu par *CD*, *E*.[36] »

35 Traduit in [Vitrac 2005] vol. 2, p. 190-191. Figure in [Henrion 1632] p. 225.
36 [Vitrac 2005] vol. 2, p. 193. Figure in [Henrion 1632] p. 226.

Théorème 4 du *Gouguyi*

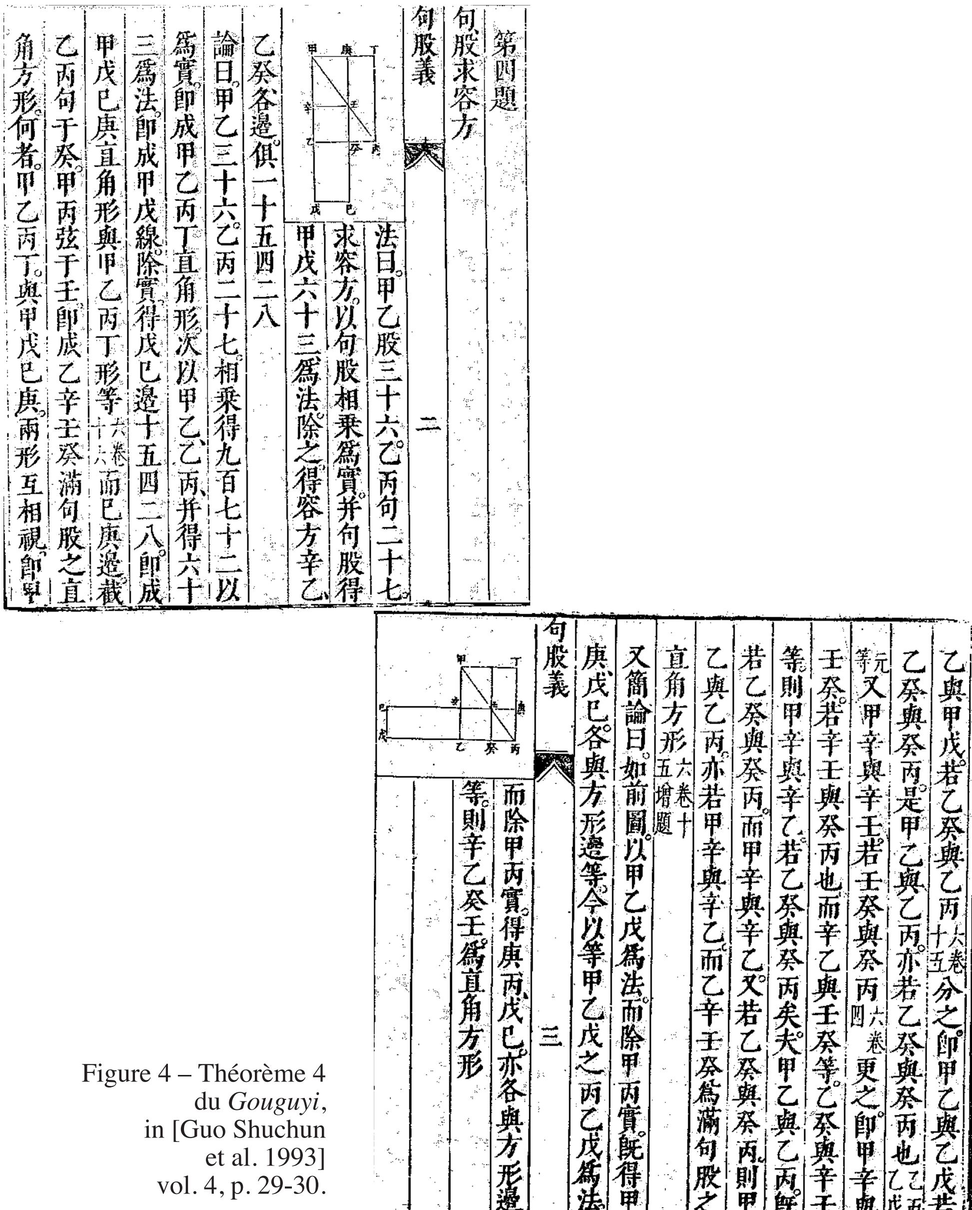

第四題
句股求容方
句股義　二
法曰。甲乙股三十六。乙丙句二十七。
求容方。以句股相乘爲實。并句股得
甲戊六十三爲法。除之。得容方辛乙、
乙癸各邊。俱一十五四二八
論曰。甲乙三十六。乙丙二十七。相乘得九百七十二。以
爲實。卽成甲乙丙丁直角形。次以甲乙、乙丙。并得六十
三爲法。卽成甲戊線。除實得戊巳邊十五四二八。卽成
甲戊巳庚直角形。與甲乙丙丁形等。六卷十六而巳庚邊截
乙丙句于癸。甲丙弦于壬。卽成乙辛壬癸滿句股之直
角方形。何者。甲乙丙丁。與甲戊巳庚。兩形互相視。卽甲
乙與甲戊。若乙癸與乙丙。六卷十五分之。卽甲乙與乙戊。若
乙癸與癸丙。是甲乙與乙丙。亦若乙癸與癸丙也。
元等又甲辛與辛壬。若壬癸與癸丙。六卷四更之。卽甲辛與
壬癸。若辛壬與癸丙也。而辛乙與壬癸等。乙癸與辛壬
等。則甲辛與辛乙。若乙癸與癸丙矣。夫甲乙與乙丙。旣
若乙癸與癸丙。而甲辛與辛乙。又若乙癸與癸丙。則甲
乙與乙丙。亦若甲辛與辛乙。而乙辛壬癸爲滿句股之
直角方形。六卷十五增題
又簡論曰。如前圖。以甲乙戊爲法。而除甲丙實。旣得甲
庚、戊巳。各與方形邊等。今以等甲乙戊之丙乙戊爲法
句股義　三
而除甲丙實。得庚丙、戊巳。亦各與方形邊
等。則辛乙癸壬。爲直角方形

Figure 4 – Théorème 4 du *Gouguyi*, in [Guo Shuchun et al. 1993] vol. 4, p. 29-30.