

---

## DES RESSOURCES POUR UNE PRATIQUE REGULIERE DE LA GEOMETRIE DYNAMIQUE AUX CYCLES 2 ET 3

---

Groupe NUMATECOL<sup>1</sup>  
Irem de Lyon

*Résumé* : Dans cet article nous présentons les résultats de notre recherche-action débutée en janvier 2013. Nous avons étudié l'apport de l'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique en cycle 2 et en cycle 3 dans l'apprentissage de la géométrie. Nous avons fait l'hypothèse qu'il faut une utilisation régulière du logiciel de géométrie dynamique en proposant des activités différentes des activités traditionnelles pour accompagner la géométrie papier crayon et la géométrie mentale. Pour cela nous avons observé le travail d'élèves de CM1 sur ordinateur en 2013, celui d'élèves de sixième en 2014 et d'un groupe ULIS sur tablettes en 2015.

### Introduction

Marie Hélène Salin (2014) souligne, dans sa conférence inaugurale du XLème colloque de la COPIRELEM sur l'enseignement de la géométrie à l'école, qu'il est nécessaire de poursuivre les recherches pour comprendre plus finement la complexité des savoirs visés en géométrie à l'école primaire. Avec le développement du numérique, certaines recherches se sont intéressées aux potentialités des technologies dans l'apprentissage. Artigue (2002) constate que ces technologies sont très souvent utilisées pour des tâches très proches de celles proposées dans un environnement papier-crayon. Or les techniques instrumentées permettent d'en proposer de nouvelles qui exploitent tout le potentiel cognitif de ces technologies. Artigue

(2009) préconise donc, d'une part, de repenser les scénarios didactiques et, d'autre part, de penser l'utilisation des technologies dans la durée et « de développer des ressources moins ponctuelles que celles qui dominent aujourd'hui et suffisamment explicites. »

Le plan du gouvernement visant à faire poursuivre l'intégration de l'usage du numérique à l'école a relancé la réflexion sur la place de ces technologies :

---

<sup>1</sup> Alexandre Franquet, San Diego French-American School ; Cécile Nigon, ESPE de Lyon; Anthony Simand, collège Honoré d'Urfé; René Thomas, Irem de Lyon.

<http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?rubrique158>

« Élément clé de la refondation de l'École, la diffusion des usages du numérique dans l'enseignement constitue un puissant levier de modernisation, d'innovation pédagogique et de démocratisation du système scolaire. » (Eduscol, enseigner avec le numérique).

Cette volonté s'est concrétisée dans les nouveaux programmes de mathématiques entrés en vigueur à la rentrée 2016 : dès le cycle 2, il est fait mention de « l'initiation à l'usage d'un logiciel permettant de représenter les solides et de les déplacer pour les voir sous différents angles, et de l'usage du papier calque, des découpages, des pliages, des logiciels permettant de déplacer des figures ou parties de figures. ». En cycle 3, il est précisé « [qu'en] complément de l'usage du papier, du crayon et de la manipulation d'objets concrets, les outils numériques sont progressivement introduits ». Aussi, « [les] activités géométriques peuvent être l'occasion d'amener les élèves à utiliser différents supports de travail : papier et crayon, mais aussi logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation ou logiciels de visualisation de cartes, de plans ».

Le travail de notre groupe de recherche /action s'inscrit dans la logique de ces deux axes : proposer des ressources pour une pratique régulière du logiciel de géométrie dynamique. Notre hypothèse de travail repose sur l'idée qu'une progression en géométrie prenant en compte des activités dans différents espaces de travail dont l'écran d'ordinateur permet de construire des connaissances fonctionnelles. Nos activités exploitent les potentialités du mouvement pour faciliter, d'une part, la construction d'images mentales et du vocabulaire, d'autre part, le passage d'une géométrie dessinée à une géométrie abstraite (Houdement, Rouquès, 2016).

Dans une première partie, nous nous intéresserons aux potentialités du logiciel de géométrie

dynamique comme outil cognitif au sens de Depover et al (2007). Puis nous ferons un constat sur les usages actuels du logiciel de géométrie et analyserons les activités proposées dans quelques manuels de CM1 et CM2 parus à l'occasion de la mise en place des programmes 2016. Enfin, dans une dernière partie, nous présenterons quelques activités que nous avons expérimentées en cycle 3 au niveau CM1 et 6ème ainsi qu'en ULIS.

### **1. — Le logiciel de géométrie dynamique, un outil cognitif (Depover et al, 2007) pour l'apprentissage de la géométrie.**

Depover et al définissent dans leur ouvrage la notion d'*outil à potentiel cognitif* (Depover et al., 2007) : technologie susceptible de présenter un intérêt pour les apprentissages. Le logiciel de géométrie dynamique répond à ce critère. En effet, celui-ci permet en particulier de tracer des figures. On peut donc légitimement s'intéresser à son potentiel pour l'apprentissage de la géométrie. Les auteurs définissent ensuite la notion d'outil cognitif qui est un « environnement dont les effets cognitifs se sont actualisés dans le cadre d'un contexte particulier et en fonction de certains usages. ». Ils soulignent le rôle essentiel que jouent les contextes humain et matériel dans les effets positifs observés en termes d'apprentissages.

Ils analysent les échecs relatifs de l'intégration des TICE dans le milieu scolaire par l'utilisation qui en est faite et montrent ainsi l'importance du contexte humain. En effet les enseignants vont souvent utiliser les technologies pour proposer des activités similaires aux activités traditionnelles comme l'a montré M. Artigue (2002). Par exemple, en géométrie, on va retrouver des activités de construction de figures très proches des activités papier-crayon. Or les auteurs ont consta-

té qu'une utilisation créative des technologies permettait d'obtenir de meilleurs résultats car elle favorise les interactions. Dans le micro-monde de GeoGebra, une utilisation créative se traduit par le choix d'activités qui exploitent l'aspect dynamique. Le mouvement permet à l'élève de manipuler les figures et d'obtenir en retour des rétroactions qui lui permettent de se corriger en testant la robustesse de la figure et de faire évoluer ses images mentales. Le contexte matériel a lui aussi son importance. Les auteurs montrent qu'une utilisation en classe apporte des effets bénéfiques plus importants par rapport à une utilisation en *laboratoire* (salle informatique). L'organisation en salle informatique entraîne une pratique plus rigide car elle oblige l'enseignant à prévoir une séance complète avec le logiciel alors qu'une utilisation en classe favorise l'intégration dans le déroulement de la séance et permet une utilisation ponctuelle, par exemple, pour un atelier géométrie dans un dispositif de travail en ateliers. C'est dans ce cadre-là que nous avons expérimenté nos séances en CMI. L'enseignante disposait de quatre ordinateurs dans sa classe.

La volonté du gouvernement et de certaines collectivités territoriales d'équiper les écoles et collèges de tablettes numériques, nous a incités à expérimenter des séances avec celles-ci. C'est avec ce dispositif que nous avons travaillé avec les élèves d'une classe d'ULIS du collège d'Annonay. Nous avons constaté plusieurs aspects positifs qui nous semblent intéressants à développer. Tout d'abord la séance avec tablettes se déroule en classe, ce qui n'occasionne pas de déplacements. Ensuite, les élèves ne se retrouvent pas dans une configuration *laboratoire* comme le définissent Depover et al. On peut donc envisager une utilisation ponctuelle de la tablette dans le déroulement de la séance. L'enseignant-e n'a pas besoin de

mobiliser une heure entière en salle informatique. Actuellement dans les collèges, les enseignants réservent la salle informatique pour une heure quand elle est disponible. Ces contraintes ne favorisent pas une utilisation régulière du logiciel. Si le déploiement des tablettes se confirme, les enseignants pourront repenser leur utilisation du logiciel en classe. Ils pourront par exemple proposer une activité avec le logiciel, suivie d'une synthèse et d'un moment dédié à l'entraînement sur la notion. Nous pensons, comme l'ont montré Depover et al., que ce contexte matériel a une place importante dans la construction comme outil cognitif du logiciel de géométrie dynamique. Les avantages liés à l'utilisation de la tablette seront développés dans le paragraphe 1.2. Nous allons maintenant expliciter les apports du logiciel de géométrie dynamique lorsqu'il est utilisé dans un dispositif favorisant la construction personnelle des connaissances dans des activités créatives.

### 1. 1. *Le mouvement et ses rétroactions au service de la construction d'images mentales*

Soury-Lavergne (2006) a explicité le rôle fondamental du mouvement en géométrie dynamique :

“Tous les travaux sur l'utilisation didactique de ce type de logiciels mettent en avant le rôle et l'intérêt du déplacement pour l'apprentissage (Laborde et Capponi, 1994). Le déplacement permet d'une part l'exploration des figures et d'autre part l'obtention de rétroactions, deux fonctions qui font des environnements de géométrie dynamique des espaces d'expérimentation mathématique. Le déplacement apparaît comme une fonctionnalité centrale de ces logiciels et pour bénéficier des potentialités de ces logiciels, il faut « faire bouger » les figures.”

Restrepo (2007) a défini la notion de *figure molle*. Pour cela, elle s'est appuyée sur la catégorisation des différentes utilisations du mouvement (Arzarello et al. 2002 ; Olivero 2002) :

“Voici la catégorisation qu'ils ont donnée :

- Le déplacement erratique (*wandering dragging*) : déplacement de manière aléatoire des points de base, sans plan précis, pour découvrir des configurations intéressantes ou des régularités de la figure.
- Le déplacement limité (*bound dragging*) : déplacement des points semi-déplaçables, c'est-à-dire des points qui se trouvent sur un objet et qui ne peuvent être déplacés que sur cet objet.
- Le déplacement guidé (*guided dragging*) : déplacer les points de base de la construction pour lui donner une forme particulière.
- Le déplacement du lieu muet (*Lieu muet dragging or dummy locus dragging*) : déplacement d'un point de base pour que la construction conserve une certaine propriété géométrique ; le point déplacé suit une trajectoire, même si l'utilisateur n'en est pas conscient : le lieu n'est pas visible et ne 'dit' rien à l'utilisateur, qui ne voit pas forcément que le point se déplace suivant un lieu.
- Le déplacement linéaire (*line dragging*) : tracer de nouveaux points correspondant aux positions occupées par un point de la figure lorsque celle-ci conserve une certaine propriété et qu'elle suit une ligne (une droite, un cercle...).
- Le déplacement lié (*linked dragging*) : lier un point à un objet et le déplacer sur cet objet.
- Le déplacement pour valider une construction (*dragging test*) : déplacer des points déplaçables ou semi-déplaçables pour voir si la construction garde les propriétés appa-

rentes de l'état initial. Si c'est le cas, alors la figure passe le test ; dans le cas contraire, si la figure ne passe pas le test, alors la construction n'était pas construite selon les propriétés géométriques attendues.”

Dans une *figure molle*, l'élève ajuste sa figure pour répondre aux contraintes imposées par la situation. Nous pensons que ce type d'activité favorise la création d'images mentales. Nous avons expérimenté une séquence d'enseignement sur le cercle en CM1. Nous avons présenté cette séquence lors du XLème colloque de la COPIRELEM (Nigon & Thomas, 2014). Parmi les activités proposées dans cette séquence, nous avons choisi de proposer deux activités similaires : l'une dans la cour, l'autre dans un environnement informatique. Une élève (Saïda) a été positionnée devant une balise préalablement placée dans la cour. Les autres élèves devaient se placer à la même distance de la balise que Saïda.

Dans l'environnement informatique, nous avons proposé l'énoncé suivant :

**Consigne pour les binômes :**

- Placer un point A à peu près au centre de l'écran.
- Placer un point B n'importe où sur l'écran.
- Placer 5 points qui soient tous à la même distance de A que le point B.

*Lorsque vous pensez avoir réussi, vous enregistrez votre travail et vous vous préparez à exposer votre méthode à la classe.*

*Pour placer rapidement 5 points à la même distance d'un point donné il suffit...*

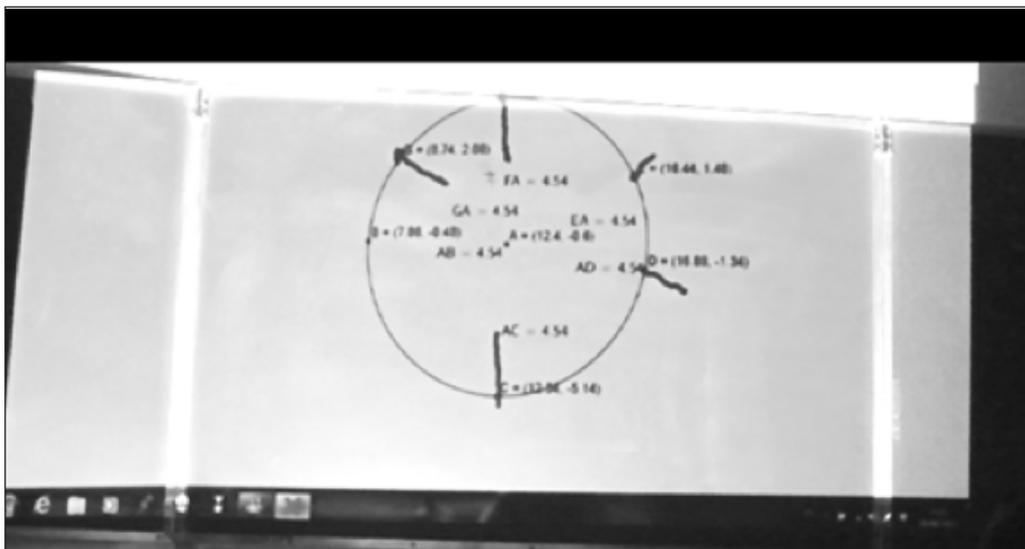


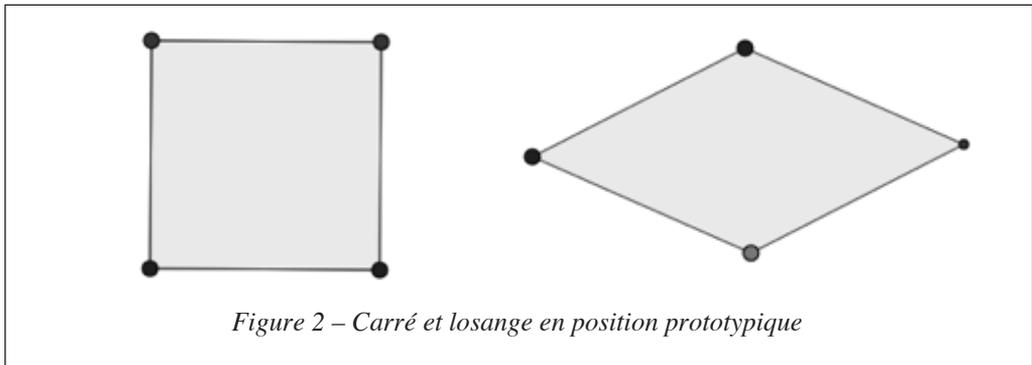
Figure 1 – Production d'un élève de CMI

Un binôme d'élèves a commencé par placer les points  $A$  et  $B$ , puis il a fait afficher la distance  $AB$ . Il a placé ensuite un point  $C$  n'importe où sur l'écran puis il a fait afficher la distance  $AC$  et enfin il a ajusté le point  $C$  pour que les distances  $AB$  et  $AC$  soient les mêmes. Il a reproduit cela pour les quatre autres points. Sans le vouloir, lors de la mise en commun, l'élève qui manipulait la souris a activé le mode *trace* du point qu'il déplaçait. Cela a permis de garder la trace de la procédure utilisée. Une élève a fait la remarque que c'était « comme dans la cour » (on ajuste sa position).

Lorsque la professeure a proposé de tracer le cercle de centre  $A$  passant par  $B$  pour retrouver la procédure des autres binômes qui avaient tracé directement le cercle puis placé cinq points dessus, les autres élèves ont commenté : « ça va forcément marcher ». Tous semblaient convaincus que les points, puisqu'ils étaient à la même distance de  $A$  que le point

$B$ , seraient sur le cercle de centre  $A$  passant par  $B$ . Ainsi, l'hypothèse de l'existence d'un apprentissage est crédible car les élèves sont capables de faire le lien entre être « à la même distance de  $A$  » et « être sur le cercle de centre  $A$  ». Coutat (2006) a montré que de telles activités permettaient la conceptualisation des propriétés géométriques, ici la définition du cercle comme ensemble des points équidistants du centre. Nous pensons que cela favorise également la construction de l'image mentale du cercle qui n'est plus le dessin obtenu à la suite d'un tracé au compas.

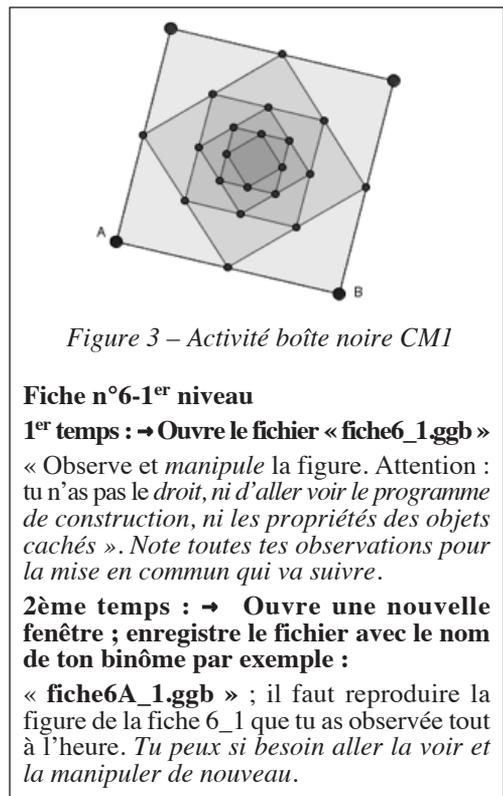
Nous avons également remarqué que le mouvement permettait de construire des figures prototypes (Noirfalise, 1991) moins dépendantes de la forme et de l'orientation. En effet Noirfalise a montré que des figures stockées en mémoire à long terme, qu'il appelle *figures prototypes*, sont mémorisées avec une forme et une orientation. Par exemple, la figure rec-



tangle, et la figure carré, sont mémorisées dans leur position prototypique où les côtés sont parallèles aux bords de la feuille de papier ou du tableau et donc la figure posée sur un de ses côtés, alors que la figure losange est mémorisée dans la position avec ses diagonales orientées parallèlement aux bords de la feuille de papier ou du tableau et « posée sur un sommet ».

Or si une figure *prototype* est uniquement mémorisée dans une position particulière, elle est difficilement reconnaissable dans une configuration où elle apparaît dans une autre orientation. Dans l'environnement du logiciel de géométrie dynamique, les élèves utilisent le mouvement afin de tester la robustesse de la figure ou d'explorer les propriétés dans une activité de type « boîte noire ». Ils ont donc l'habitude de faire varier la taille et l'orientation des figures. Elles ne sont plus fixes comme dans l'environnement papier crayon. Cela permet à l'élève de se construire des images mentales indépendantes de la taille et de l'orientation. Prenons par exemple l'activité ci-contre.

Elle a été proposée en classe de CM1 sous la forme d'une activité « boîte noire ». Les élèves disposaient de la feuille de route (figure 4) visant à placer côte à côte sur l'écran le modèle et leur feuille de travail.



*Figure 4 – Feuille de route*

Les élèves manipulent les points  $A$  et  $B$  pour observer les invariants de la figure. Ils observent les alignements, les milieux et les carrés. Ceux-ci sont dans des positions différentes et ont des tailles différentes. En bougeant les points on peut obtenir d'autres tailles et d'autres orientations. On n'est plus dans une figure fixe. L'élève rencontre, grâce au mouvement, de nombreuses configurations sans avoir à tracer les figures. Ce qui contribue à créer des images mentales beaucoup moins marquées par la taille et l'orientation. Le logiciel permet également de valider très facilement les observations. Les élèves font afficher les angles et les longueurs des quadrilatères. Cela permet un travail sur les propriétés des figures en complément du travail sur les images mentales.

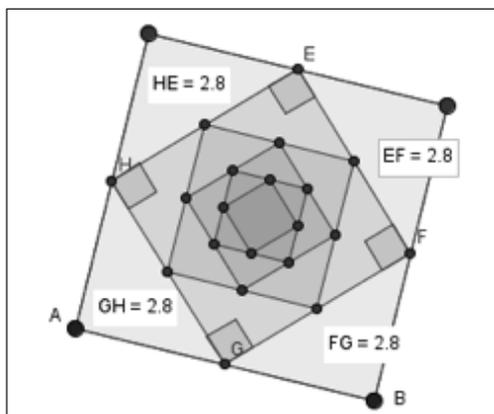


Figure 5 – Boîte noire

1. 2. *L'utilisation de la barre d'outils pour développer le vocabulaire*

Nous avons choisi une organisation de travail en binômes pour les activités avec le logi-

ciel. Pour les CM1, la salle de classe disposait de quatre ordinateurs placés au fond de la classe, plus un ordinateur portable couplé au vidéo-projecteur pour les mises en commun. Les élèves travaillaient en ateliers parallèles.



Figure 6 – Disposition de l'atelier GeoGebra en CM1

Pour la classe d'ULIS, le choix s'est porté sur des tablettes utilisées également dans la salle de classe avec un travail individuel. Ce matériel portable permet de disposer les élèves en groupes, ils peuvent montrer facilement leur travail à l'enseignant ou aux autres élèves comme ils le feraient avec une ardoise. De plus les dernières évolutions en tablettes et logiciels ont rendu très fluides les manipulations des commandes de géométrie dynamique. La gestuelle pour ouvrir les menus, activer les commandes et tracer les figures paraît naturelle à des jeunes qui utilisent de moins en moins la souris dans leur environnement familial.

Par rapport à l'ordinateur, nous n'avons pas constaté d'obstacle particulier, au contraire, les réflexes liés au quotidien des élèves les rendent particulièrement à l'aise. Dans le contexte de l'ASH nous avons pu relever l'efficacité d'élèves dyspraxiques et le plaisir qu'ils ont eu à réaliser de belles productions. Par ailleurs, l'utilisation de la tablette permet d'orienter sa figure beaucoup facilement que sur un écran d'ordinateur, où l'on peut constater dans de telles situations des élèves tordant le cou pour tenter de mieux appréhender l'objet géométrique. On trouvera des éléments sur l'intérêt d'utiliser GeoGebra pour contourner des difficultés liées aux problèmes moteurs et au traitement de l'information visuo-spatiale sur le site de l'association "le cartable fantastique", entrée "outils pour compenser". Pour les temps de mise en commun, les élèves avaient la possibilité de prendre la main sur l'ordinateur relié au vidéoprojecteur avec la version en ligne du logiciel GeoGebra qui offre l'avantage d'une présentation identique à celle de l'application sur tablettes. Enfin pour les élèves de sixième, les activités ont été proposées en salle informatique avec un travail en binômes.

Le travail en binômes a été choisi afin d'observer les échanges langagiers au moment

où les élèves avaient une tâche de production à effectuer. C'est le premier moment d'utilisation du langage géométrique. La deuxième observation s'est faite lors de la mise en commun. Plusieurs binômes passaient au tableau et montraient à l'aide du vidéoprojecteur leur recherche et leur production. Mathé (2012) a montré l'importance du langage dans l'acquisition des connaissances en géométrie :

« L'analyse de la situation évoquée dans ce texte met en évidence le rôle essentiel que les interactions langagières sont susceptibles de jouer dans le processus de construction de connaissances en classe de géométrie. Partie prenante de l'action matérielle qu'elles accompagnent, les interactions langagières sont d'abord le lieu de l'expression d'interprétations spontanées et contradictoires des objets de la situation. Elles constituent ensuite un lieu de questionnement d'ordre référentiel très riche, permettant aux élèves d'interroger la manière de voir et d'agir sur les objets matériels en géométrie et ainsi leur interaction avec le milieu, tout en commençant à construire les concepts géométriques, enjeux d'apprentissage. »

Dans la situation du cercle présentée dans le paragraphe précédent, on a pu observer les échanges sur l'utilisation des outils. Les élèves réfléchissaient à l'outil dont ils avaient besoin pour faire un tracé et quand ils cliquaient sur une icône de la barre d'outils, ils disaient : « on va prendre l'outil cercle » ou « l'outil point » etc. Pour le cercle, il y a plusieurs possibilités : le créer à partir *du centre et d'un point* ou à partir *du centre et de son rayon*. Il y avait donc questionnement des élèves. Ces mots de vocabulaire ont été prononcés en même temps que l'action de construction du cercle. L'environnement GeoGebra permet donc des interactions langagières qui accompagnent les actions sur les commandes du logiciel et permet ainsi, comme

le souligne Mathé (2012), la construction des concepts géométriques.

Nous avons également observé des échanges langagiers au moment de la mise en commun en classe de sixième. L'enseignant a proposé à ses élèves une activité type boîte noire.. Les élèves devaient reproduire une figure qui se comporte de la même manière que le modèle (figure 7). Le professeur avait animé la figure. Le bateau pouvait ainsi se déplacer sur l'eau. Le professeur avait mis à disposition des élèves, sur le réseau du collège, un fichier comportant les vagues et la ligne sur laquelle le soleil devait se déplacer. Les élèves devaient enregistrer le fichier sur leur poste puis le compléter avec le bateau et le soleil. Les élèves à l'aide du vidéoprojecteur ont expliqué aux autres binômes leur recherche. Pour cela ils ont pu utiliser la commande *protocole de construction* qui permet de faire défiler étape par étape le film de la construction. Dans la figure 7, le protocole

de construction est affiché sur la droite de l'écran. En cliquant sur les flèches en bas du protocole de construction, les élèves ont fait défiler les étapes de construction une à une en expliquant quels outils ils avaient utilisés.

Ce moment de mise en commun permet d'échanger sur les différentes procédures possibles et donc l'utilisation de différents outils. Les élèves font un effort d'explicitation et d'utilisation correcte du vocabulaire géométrique. Soutenu par le défilement du protocole de construction, le vocabulaire est illustré immédiatement par une image qui renforce le lien entre vocabulaire et concept géométrique. Dans la situation du bateau, les élèves ont ainsi pu utiliser les mots : point, segment, parallèle, milieu, perpendiculaire, triangle rectangle, cercle. Déchargé de l'utilisation des instruments de tracé, les élèves peuvent se concentrer sur les différentes sous-figures ou relations entre ces sous-figures en ayant immédiatement une représentation figurative sur l'écran.

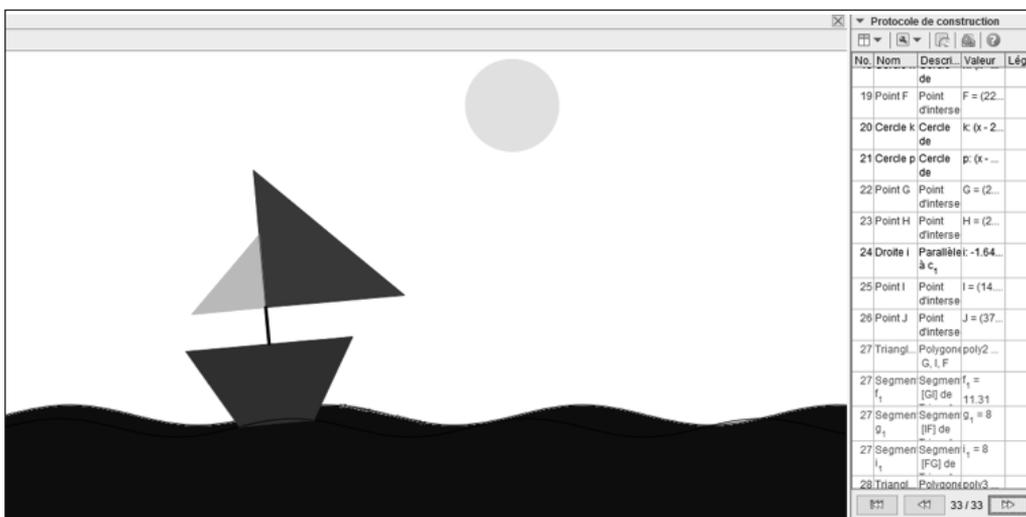


Figure 7 – Boîte noire 6ème

L'enseignante du groupe ULIS avait placé la maîtrise du vocabulaire en objectif d'apprentissage, aussi demandait-elle fréquemment aux élèves de reformuler les descriptions de leurs procédures lors de la présentation à la classe. De plus une synthèse de vocabulaire était établie avec les élèves à l'issue de la plupart des activités.

### 1. 3. *Le mouvement dans la transition géométrie dessinée / géométrie abstraite* (Houdement, Rouques, 2016)

En préambule des programmes de mathématiques en vigueur à la rentrée 2016, il est dit que :

« Les activités géométriques pratiquées au cycle 3 s'inscrivent dans la continuité de celles fréquentées au cycle 2. Elles s'en distinguent par une part plus grande accordée au raisonnement et à l'argumentation qui complètent la perception et l'usage des instruments. [...] À l'articulation de l'école primaire et du collège, le cycle 3 constitue une étape importante dans l'approche des concepts géométriques. Prolongeant le travail amorcé au cycle 2, les activités permettent aux élèves de passer progressivement d'une géométrie où les objets (le carré, la droite, le cube, etc.) et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par le recours à des instruments, par l'explicitation de propriétés pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation ne s'appuie que sur le raisonnement et l'argumentation. »

On retrouve dans cette phrase la notion de *géométrie I* et *géométrie II* définies par Houdement (2007) et la notion de géométrie dessinée / géométrie abstraite, autrement appelées géométrie instrumentée / géométrie déductive (Houdement, Rouques, 2016). Ce qui différencie ces deux géométries, c'est la nature des

objets rencontrés : abstraits-théoriques pour la géométrie abstraite et dessinés-matériels pour la géométrie dessinée. Il faut également tenir compte du mode d'argumentation pour justifier les réponses. En géométrie dessinée, les propriétés sont vérifiées avec les instruments, alors qu'en géométrie abstraite, les propriétés sont démontrées par un raisonnement qui prend appui non plus sur une mesure ou une vérification avec les instruments, mais sur des propriétés préalablement établies ou sur les données de l'énoncé ou sur des signes conventionnels (les codages).

Pour accompagner ce passage, Soury-Lavergne (2006) a montré qu'une instrumentation du déplacement en géométrie dynamique permettait de distinguer les propriétés spatiales des propriétés géométriques afin d'établir avec les élèves les règles du *contrat géométrique* (Berthelot, Salin, 1993). Ce contrat doit rendre explicite les modalités de justifications dans un travail géométrique. C'est par l'utilisation du déplacement que l'on mobilisera les potentialités du logiciel. Il faut donc construire des situations différentes de celles proposées en papier-crayon comme nous l'avons montré dans la première partie. Cependant l'utilisation du mouvement par les élèves est un apprentissage à prendre en compte. En effet Soury-Lavergne (2006) montre qu'il faut un mouvement significatif pour pouvoir observer les invariants géométriques, ce que ne font pas spontanément les élèves qui se contentent de petits mouvements proches de la position initiale. Il faut ensuite interpréter ce que l'on voit. Les élèves vont, dans un premier temps, voir les déplacements spatiaux, par exemple, « la figure est plus grande ou plus petite », avant de voir les propriétés géométriques.

Nous avons porté une attention particulière sur ce point lors du choix de nos activités. Nous avons jalonné notre progression de situations qui nécessitent l'utilisation du mouve-

ment. Les commandes « animation » et « trace » sont rencontrées dès les premières activités, par exemple en observant le comportement d'un point mobile sur un segment, sur une droite et en comparant les traces obtenues. Dans une situation plus complexe comme le petit moulin (figure 8), les élèves doivent reproduire la figure proposée sous forme de boîte noire qui tourne comme un moulin grâce à la commande *animer* du logiciel. Ce défi ne pourra être réussi que si les élèves construisent une figure robuste. Pour cela ils doivent donc étudier les propriétés géométriques de la figure (diamètres perpendiculaires et milieux).

C'est ce travail sur les propriétés géométriques des figures qui participe à la transition géométrie dessinée / géométrie abs-

traite. Notons enfin que ce type d'activité est très apprécié par les élèves. L'enjeu n'est pas le même que dans une reproduction papier-crayon. En effet ce qui motive l'élève, c'est de faire tourner la figure. Un autre atout du logiciel est la possibilité de colorier facilement et donc de créer de belles figures. Enfin le logiciel permet de reproduire des figures complexes sans la manipulation des instruments qui est, pour certains élèves, un obstacle. Cela a été le cas en particulier pour les élèves dyspraxiques du groupe ULIS, ils ont pu créer de belles réalisations, par exemple, des frises grâce à la commande *polygone régulier*, certains étant très créatifs avec les possibilités des palettes de couleur. La motivation est un facteur non négligeable afin d'enrôler les élèves dans les apprentissages.

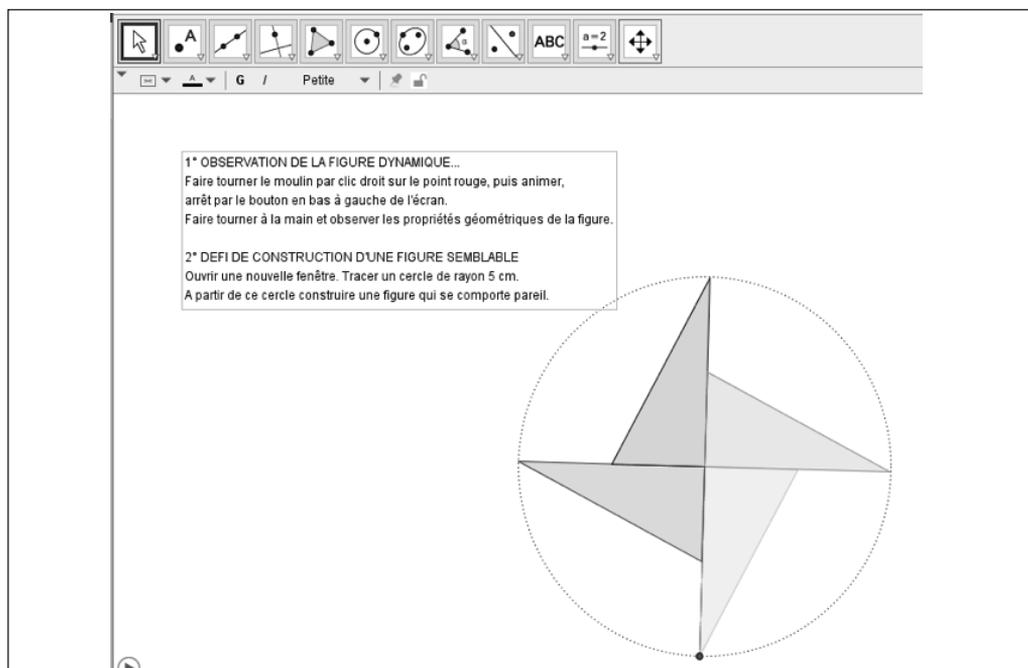


Figure 8 – Boîte noire 6<sup>ème</sup> : le petit moulin

Avant de détailler les ressources produites, nous nous sommes intéressés aux ressources déjà existantes. Aucune d'entre elles ne propose une utilisation régulière du logiciel GeoGebra tout au long du cycle, contrairement à ce qui nous semble pertinent. Nous avons cependant rencontré deux ressources que nous allons présenter ci-dessous et qui peuvent compléter nos propositions d'activités. Nous nous sommes également intéressés à ce que proposent les manuels publiés à l'occasion de la réforme des programmes en 2016.

## 2. — Présentation de ressources

La mention de l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique n'apparaissait pas dans les programmes de l'école primaire entrés en vigueur en septembre 2009. Néanmoins des expérimentations ont été menées et nous pouvons trouver des ressources sur internet. Deux nous paraissent intéressantes à mettre en œuvre.

### 2. 1. Des ressources sur internet

#### 2. 1. 1 *Les expérimentations de l'Irem de la Réunion*

L'Irem de la Réunion a publié des ressources autour de l'usage des TICE à l'école primaire. Quatre articles sont consacrés à l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique. Le logiciel choisi est CaRMetal. Le premier article propose des activités de prise en main du logiciel, puis de construction de « belles figures ». Nous appelons « belles figures » des figures géométriques, qui, par leur rendu esthétique, donnent envie aux élèves de les reproduire. Dans ce type d'activités, ce n'est pas l'animation des points qui motive les élèves, mais la possibilité de créer et de décorer des figures artistiques. Nous avons exploité cette idée dans notre séance sur les polygones, que nous déve-

loperons en troisième partie. Le deuxième article présente une séquence d'enseignement en CE2 comportant six séances espacées de quinze jours et qui exploitent le mouvement. Ce travail est assez similaire à nos expérimentations sur un niveau de l'école. Le troisième article relate une adaptation d'une activité extraite du livre ERMEL géométrie. Enfin le dernier propose un compte rendu d'une activité sur le rectangle en CM2. Les auteurs ont fait la même hypothèse que nous : les activités doivent permettre d'utiliser les potentialités du mouvement pour faciliter, d'une part, la construction d'images mentales et du vocabulaire, d'autre part, le passage d'une géométrie dessinée à une géométrie abstraite.

#### 2. 1. 2. *Les activités papier-crayon adaptées pour une utilisation avec un logiciel de l'Irem Paris-nord*

Les activités proposées permettent, au travers de la construction de *belles figures*, de revoir les notions de base de la géométrie. Le site propose en téléchargement des fichiers GeoGebra dans lesquels certains points de la construction sont déjà placés. Les élèves doivent compléter les fichiers.

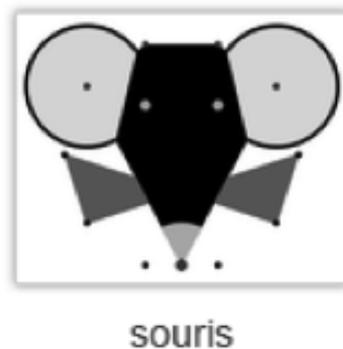


Figure 9 – Ressource Irem Paris nord

On retrouve dans ces activités l'idée de motiver les élèves par l'aspect *artistique* des figures géométriques.

## 2. 2. Les nouveaux manuels de CM1 et de CM2 (programme 2016)

Nous avons analysé quatre manuels de CM1 et un seul manuel de CM2. Les éditeurs n'ont pour l'instant pas tous édité les manuels de cycle 3, d'où notre impossibilité à réaliser une analyse exhaustive. Sur les quatre manuels de CM1, un seul propose des activités utilisant un logiciel de géométrie dynamique. Il s'agit du manuel *Outils pour les maths*. Il propose en fin de manuel une double page pour une prise en main du logiciel GeoGebra. Les premières activités ont pour objectifs de découvrir les différentes icônes du logiciel. Ensuite, quatre activités de reproduction de figures sont proposées. Celles-ci sont similaires aux activités papier/crayon et n'exploitent pas le mouvement. Ce manuel propose également dans chaque chapitre de géométrie un exercice utilisant le logiciel. Des fichiers sont disponibles en téléchargement sur le site de l'éditeur. Ces exercices sont des exercices d'entraînement sur la notion étudiée. Les tâches sont les mêmes que dans les activités papier/crayon. Les auteurs de ce manuel offrent la possibilité d'une utilisation régulière du logiciel. Celle-ci gagnerait en efficacité par rapport à l'apprentissage, s'il était proposé des activités qui exploitent l'aspect dynamique du logiciel.

Dans le manuel *Au rythme des maths, CM2*, nous trouvons une double page en fin de manuel sur le logiciel GeoGebra avec deux activités de construction qui n'exploitent pas le mouvement.

Nous allons maintenant présenter notre parcours de formation qui a pour objectif d'intégrer l'utilisation de GeoGebra dans la progression en

géométrie en proposant des activités régulières basées sur les potentialités du logiciel que nous avons développées en partie 1.

## 3. — Un ensemble cohérent de ressources pour les cycles 2 et 3

L'objectif en fin de parcours est la construction de *figures robustes* au sens d'ERMEL. Pour les élèves, leurs constructions résistent aux déplacements des points de base et c'est un premier outil d'auto-validation. Pour le maître, cette robustesse atteste la mise en œuvre des propriétés géométriques par les élèves. C'est une étape qui témoigne du passage de la géométrie perceptive à la géométrie déductive. C'est pourquoi l'objectif de construire un carré de côté donné avec les commandes de base n'apparaît qu'au milieu du cycle 3. Il en est de même pour la construction de figures de dimensions données, triangle, rectangle, etc. Les procédures en jeu mettent en œuvre une utilisation avancée de la commande *cercle* qui justifie un travail de fond sur ce concept que nous avons programmé en amont dans la progression que nous détaillerons dans la partie suivante. Un intérêt du logiciel est de permettre l'accès à une vision globale de ces configurations grâce à des outils appropriés comme *polygone régulier* ou bien l'utilisation de l'outil *grille* qui permettent de différer ces difficultés. Le travail sur écran, tablettes ou ordinateurs, participe à la diversité des contextes envisagés pour les apprentissages géométriques, il a sa place en complément d'activités sur papier, voire dans la cour comme nous avons pu l'expérimenter à propos du concept de cercle. Nous avons choisi d'organiser les séquences par thèmes regroupant plusieurs séances qui peuvent être programmées en cycle 2 ou en cycle 3 lorsque ce thème est abordé.

Certaines séances ont été expérimentées dans un contexte ULIS pour lequel l'enseignante

visait une réorganisation des connaissances en géométrie. C'est pourquoi nous avons commencé par des activités sur les notions de point/droite/segment ce qui n'est pas toujours la meilleure façon d'aborder les apprentissages géométriques. Aussi nous pointons à propos de la commande « polygone régulier » tout l'intérêt de la mettre en œuvre dès le cycle 2 pour construire et manipuler des figures connues. Ainsi les élèves disposent d'un support efficace pour analyser ces figures et repérer les éléments de base de la géométrie.

Nous avons organisé nos ressources en sept thèmes qui ne sont pas classés chronologiquement :

**THEME 1** : déplacement sur un quadrillage  
Activités présentées sur le site de l'Irem de Lyon.

**THEME 2** : relation d'alignement ; droite ; segment ; milieu / prise en main des commandes de base de GeoGebra.

Activités présentées en 3.1.

**THEME 3** : polygones et polygones réguliers  
Activités présentées en 3.1.

**THEME 4** : relations de perpendicularité et de parallélisme

On peut partir d'observations sur les polygones réguliers pour s'intéresser à ces deux relations. Objectif : utiliser les commandes "*perpendiculaire*" et "*parallèle*" afin d'installer des images mentales qui ne soient pas cantonnées dans des positions prototypiques.

**THEME 5** : le cercle

*Objectifs* : concept du cercle comme ensemble des points équidistants à un point donné en complément des activités dans l'espace réel et vocabulaire approprié (centre, rayon, diamètre, disque).

**THEME 6** : périmètre /aire de polygones

*Objectif* : utilisation des outils de mesure du logiciel pour valider les calculs posés en ligne

Au cycle 2 on privilégie des activités sur la grille.

**THEME 7** : symétrie axiale

*Objectifs* : utilisation la commande du logiciel pour créer des compositions symétriques ; préparation d'exercices sur la grille validés grâce au logiciel.

**THEME 8** : reproduction de figures ou de boîtes noires.

*Objectifs* : analyse d'une figure donnée sur papier pour produire une figure robuste ; manipulation d'une figure donnée sur écran, construction d'une autre se comportant de manière identique.

Nous allons développer quelques situations afin d'illustrer les différents thèmes. L'ensemble des ressources se trouve sur le site de l'Irem de Lyon.

3. 1. *En cycle 2 : les images mentales et le vocabulaire*

*Pour le thème 2*, nous manipulons points, droites, segments, tout en découvrant les principales commandes du logiciel. Le potentiel du logiciel offre une palette d'activités pour la seule commande "point". Ainsi, on apprend à placer des points sur l'écran, à modifier leur couleur, leur forme, leur taille ; à les nommer, les cacher avec différentes méthodes, comme les sous menus (afficher, effacer, renommer, mode trace...).

**Activité** : placer 5 points de couleurs différentes, les déplacer de façon à ce qu'ils soient alignés. Comment vérifier ?

C'est l'occasion de mettre en œuvre des commandes "droites" et "segment", puis d'aborder avec "point sur objet" la notion de la robustesse d'une figure.

**Activité :** tracer un segment  $[AB]$  ; un point  $C$  sur le segment, activer pour  $C$  le mode "trace", animer  $C$ . Recommencer avec une droite  $(AB)$ ...

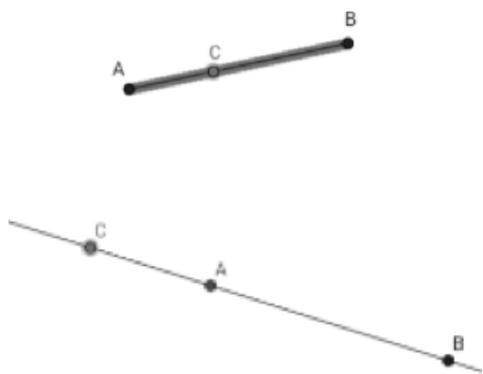


Figure 10 – Capture d'écran, activité segment et droite

Les élèves disposent d'une commande pour lancer ou stopper le déplacement d'un point parcourant un segment puis une droite, ils peuvent visualiser le chemin parcouru grâce à la commande *trace*.

**Activité :** Placer un point  $A$  puis tracer le plus possible de droites passant par  $A$ ...

Créer un effet moiré : tracer une droite  $(AB)$ , activer le mode "trace" ; saisir  $B$  et le faire tourner lentement autour de  $A$ ...

L'aspect visuel du moiré obtenu plaît aux élèves qui jouent avec les couleurs et parlent d'une « infinité de droites ».

On peut découvrir une autre façon de déplacer une droite en la saisissant hors des points  $A$  ou  $B$ . Les élèves observent alors un réseau de droites parallèles ce qui sera réinvesti ultérieurement.

Ces activités permettent également d'utiliser le vocabulaire. Dans un travail en binôme, les interactions langagières pour choisir l'outil à utiliser participent à la construction des concepts géométriques. Les expérimentations ont clairement montré que les élèves utilisent les mots *segment*, *droites* ... au moment où ils utilisent l'outil. Le fait d'animer le point  $C$  sur le segment ou sur la droite permet de construire l'idée qu'un segment est limité (le point se déplace entre les deux extrémités du segment, il est toujours visible), alors que sur la droite, il *disparaît*. Ceci renforce l'idée qu'une droite est infinie et donc que l'on ne peut pas la voir en entier sur l'écran d'ordinateur comme sur une feuille de papier. D'une manière générale, l'utilisation simultanée du vocabulaire et l'observation (et la manipulation) de la figure dynamique semble favoriser la construction du concept.

Pour les thèmes 1 et 3, en cycle 2 nous proposons des activités de construction des figures usuelles en utilisant la grille et l'aimantation des points sur la grille ou la commande *polygone régulier*. L'objectif de ces activités est de permettre aux élèves de se construire des images mentales avant de travailler sur les propriétés des figures. La construction de figures à partir de leurs propriétés est un objectif du cycle 3. Nous avons donc choisi de programmer le thème sur les deux cycles et de travailler en cycle trois sur les figures robustes.

**Activité sur la grille :** sur l'écran afficher un triangle, un quadrilatère et un hexagone.

Dans cette activité, on apprend à gérer couleur et opacité, distinguer les déformations (à partir d'un point « de base » en bleu) et les déplacements (avec la flèche en cliquant sur la surface).

Grâce à l'effet d'aimantation des nœuds du quadrillage, on peut construire les figures suivantes : carré, rectangle, triangle rectangle, rectangle, losange, etc. On peut en vérifier les propriétés avec les commandes de mesure (longueur / angle). Ce travail sera réinvesti dans les activités sur les notions de périmètre / aire.

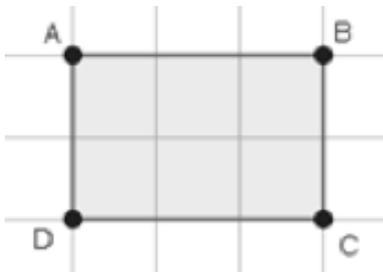


Figure 12 – Capture d'écran, rectangle sur grille

*Remarque :* sur tablette, il est nécessaire d'activer l'effet d'aimantation : cliquer sur l'icône grille, dérouler le menu « aimant » et choisir « attaché à la grille ».

### Activités avec la commande polygone régulier

Grâce à cet outil, il est possible de tracer dès le début du cycle 2 un carré robuste en contournant l'obstacle d'une construction géométrique complexe. Il suffit de désigner un côté et inscrire le nombre de sommets pour

voir apparaître la figure complète, c'est donc la perception globale qui est privilégiée. Ainsi on peut tracer et observer un triangle équilatéral, un carré, un hexagone régulier etc. Ce sont des configurations socialement fréquentées par les élèves et cet outil leur permet, dès le cycle 2, de modéliser des situations issues des arts visuels, de l'architecture, etc. Exemples de figures à reproduire : pavages, frises, éléments de fresques comme la rosace du temple de Diane réalisés sur iPad par les élèves d'un groupe ULIS (figures 12/13 page ci-contre).

### Activité de construction du Tangram

Cette activité permet de réinvestir les connaissances de base sur les polygones particuliers : carré, triangle rectangle isocèle, parallélogramme et la commande *milieu*.

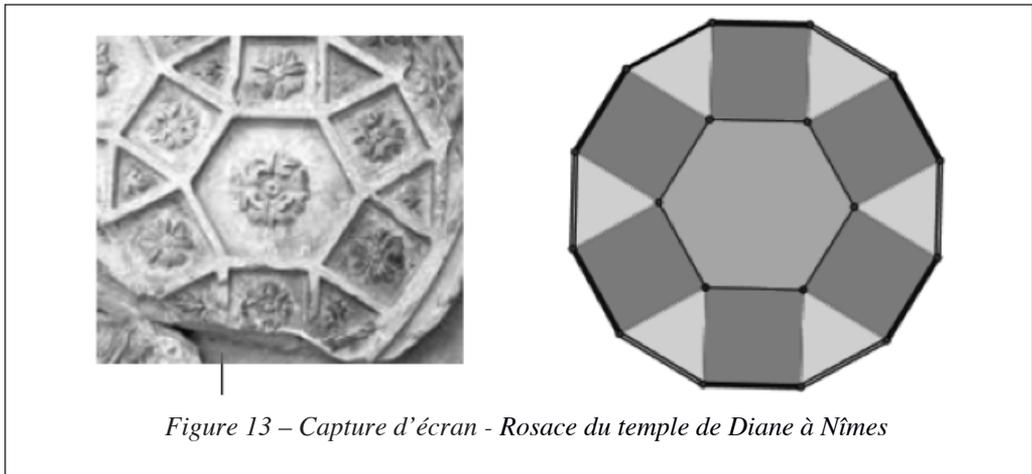
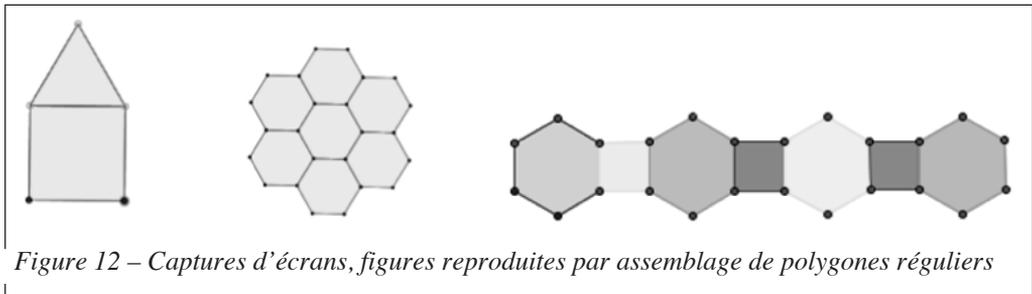
Elle peut être réalisée sur la grille en début d'apprentissage ou plus tard en créant le carré avec la commande *polygone régulier*.

*Prolongement :* la commande *polygone indéformable* permet de créer des copies des sept sous figures que l'on peut déplacer et faire tourner. Ainsi les élèves peuvent fabriquer un véritable jeu, qui peut être utilisé par d'autres, pour créer des compositions selon les modèles proposés. Ces manipulations favorisent l'utilisation du vocabulaire sur les polygones et le relevé de leurs propriétés.

### 3. 2. En cycle 3 : construire la notion de propriété

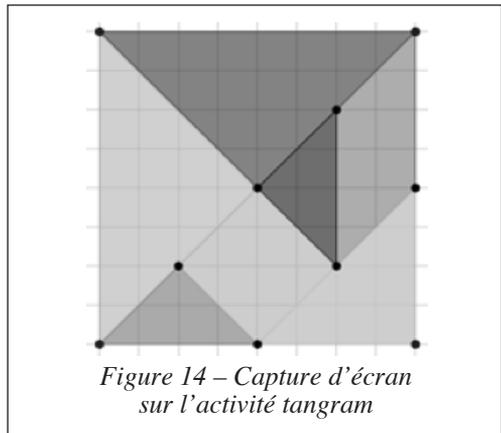
#### 3. 2. 1. Construire une figure qui résiste

Le travail sur les figures planes occasionne pour les élèves un apprentissage des définitions et propriétés. L'objectif de cet apprentissage n'est pas de connaître par cœur ces propriétés comme



on apprendrait une poésie, mais d’être capable de les mobiliser dans des tâches de production de figures, puis de démonstration. Au cycle 3, lorsque l’enseignant demande à l’élève de construire un rectangle, il attend de l’élève que celui-ci utilise les propriétés du rectangle pour le construire. Or si l’élève a une bonne image mentale du rectangle et est assez bon dessinateur, il peut produire un dessin convenable.

L’enseignant ne peut pas évaluer si l’élève connaît les propriétés du rectangle. Sur l’écran d’ordinateur les élèves peuvent aussi avoir l’habileté de représenter une figure bien construite avec des côtés parallèles aux bordures de l’écran,



mais l'enseignant pourra tester la robustesse de la figure. Les élèves observés intègrent naturellement ce nouveau contrat et testent eux-mêmes leurs productions : « maître, ça résiste ! ». Avec le logiciel, en cycle 3, un rectangle est un rectangle s'il résiste lorsque l'on déplace les points, c'est-à-dire que la figure garde les propriétés du rectangle. On peut obtenir un rectangle qui n'a pas la même orientation ou les mêmes dimensions, mais la figure reste un rectangle. Pour réussir, l'élève doit construire une figure qui a trois angles droits. Voici (cadre ci-dessous) les étapes de construction.

Pour valider sa production, l'élève ou l'enseignant va bouger les points bleus. Il aura utilisé en acte les propriétés du rectangle dans une tâche de production. Nous pensons que la pratique de telles activités favorise l'apprentissage des propriétés, ce qui nous a été confirmé en acte lors de l'activité du *petit moulin* citée en 1.2. Dans la phase d'analyse de la figure les élèves repèrent un cercle et deux diamètres perpendiculaires. Pour construire le diamètre d'un cercle qui est déjà tracé, ils placent un point sur ce cercle (autre que le point de définition du cercle qui ne pourrait tourner librement), puis activent la commande *segment*. Ils désignent le point choisi sur le cercle comme première extrémité, puis tirent le segment en le faisant visuellement pas-

ser par le centre pour aller désigner l'autre extrémité, à l'opposé sur le cercle. Ils procèdent ainsi comme ils l'auraient fait avec leur règle et le résultat est visuellement correct. Hélas, plus tard quand ils vont lancer l'animation, le moulin va vite s'écrouler : la construction n'est pas robuste ! C'est une difficulté de cette activité qui peut être débattue en commun afin qu'une procédure correcte puisse être trouvée : le plus souvent tracer la droite passant par le point du cercle et le centre, puis définir le point d'intersection avec le cercle et enfin tracer le diamètre avec la commande *segment*.

On constate ainsi que, si les deux commandes de constructions (1) et (2) ci-dessous sont de difficulté équivalente en contexte papier-crayon, il n'en n'est pas de même avec le logiciel, l'exigence de robustesse faisant de la deuxième un véritable problème.

(1) Tracer un segment  $[AB]$  puis le cercle de diamètre  $[AB]$ .

(2) Tracer un cercle de centre  $O$  puis un diamètre  $[AB]$  de ce cercle.

Avec le logiciel les élèves sont extrêmement mobilisés pour résoudre ce type de problème car il y a une volonté personnelle pour que leur

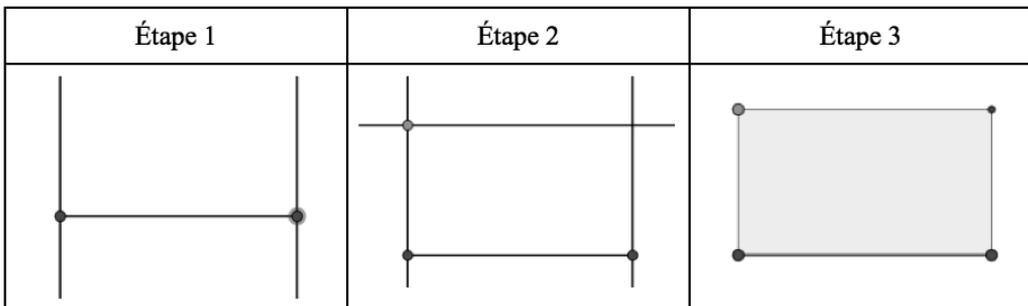


Figure 15 – Construire un rectangle

moulin tourne, ils en ont fait leur défi, c'est une façon efficace de répondre à l'enjeu de la dévolution d'un problème.

### 3. 2. 2. Une activité boîte noire en sixième

Pour cette activité, nous allons détailler la mise en œuvre dans la classe. Au cours des deux premiers trimestres de 6ème, l'enseignant a orienté les travaux sur le logiciel de géométrie dynamique dans deux directions :

- découvrir GeoGebra et s'appropriier l'environnement de travail,
- faire vivre des contenus mathématiques ciblés en suivant un protocole.

Les activités géométriques réalisées à l'aide de l'outil numérique étaient régulières et l'enseignant terminait chaque séance en rappelant l'importance de retravailler en dehors de la classe (à la maison ou au CDI) ces activités.

Il a immédiatement senti un engouement de la part des élèves. Ils ont été nombreux à installer le logiciel sur l'ordinateur ou la tablette à la maison. Les élèves étaient très à l'aise avec l'outil numérique et comprenaient rapidement que l'utilisation de GeoGebra nécessitait une maîtrise des propriétés pour réaliser des figures robustes. En suivant les fiches de travail, ils étaient capables de produire, à leur rythme, le travail demandé. Pour aller plus loin, l'enseignant leur a montré des productions plus élaborées, réalisées avec GeoGebra. Ainsi, un petit défi a été lancé en avril, qui consistait à réaliser la piste de circuit ci-dessous et faire en sorte que la voiture puisse être en mouvement tout en restant sur la piste sans protocole de construction.

L'enseignant s'est inspiré d'une fiche de travail trouvée sur internet à l'adresse suivante : <http://lewebpedagogique.com/mathome/files/2012/01/Fiche-42.pdf>

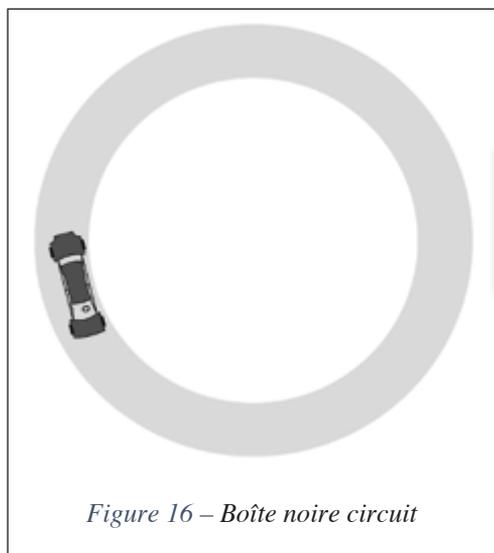


Figure 16 – Boîte noire circuit

qui présente tout le protocole de construction. Après leur avoir montré la production finie, l'enseignant leur a proposé d'y réfléchir et, régulièrement jusqu'à la fin de l'année, l'enseignant a proposé à la classe des moments pour mettre en commun le travail réalisé, les avancées, mais aussi les interrogations et les erreurs. Ce temps était le plus souvent pris en fin de séance en salle informatique. Parfois, plusieurs élèves avaient des pistes de recherche à présenter et d'autres fois, il y avait peu de propositions. La mise en commun régulière relançait le travail dans les périodes où les élèves s'étaient moins investis. Dès que nous abordions une nouvelle notion en classe (angles, symétrie axiale, ...) des élèves essayaient de s'en servir pour poursuivre la construction.

Certains écrivaient sur leur cahier des idées qu'ils avaient eues, d'autres commentaient de tête ce qu'ils avaient fait. De son côté, l'enseignant notait les avancées, les difficultés auxquelles ils étaient confrontés et les questions qu'ils se

posaient pour poursuivre. Le professeur a apporté des éléments d'utilisation du logiciel pour colorier la piste, insérer une image et animer un point. Ils avançaient dans le protocole de construction en expliquant avec les propriétés vues en classe et par essai-erreur. Il était primordial de laisser une place à l'erreur afin de renforcer les connaissances liées au contenu géométrique et à la maîtrise du logiciel. Lorsqu'une mauvaise piste était exploitée, nous nous retrouvions avec une figure qui, une fois animée, ne donnait pas le résultat attendu. La principale difficulté rencontrée fut de leur faire commenter le travail qu'ils avaient réalisé sans pouvoir s'appuyer sur des constructions faites en dehors de la classe. C'est un réel travail de classe, réalisé sur tout un trimestre, qui a permis de mettre en place une dernière séance d'une heure en salle informatique durant laquelle ils ont chacun réalisé le circuit. Les élèves se sont montrés très intéressés et avaient envie de s'investir, avec leurs points forts et malgré leurs difficultés, pour réussir à voir la voiture s'élancer sur le circuit et faire le tour de la piste.

Nous pouvons constater une nouvelle fois au travers de cette activité l'intérêt que représente l'aspect dynamique.

## Conclusion

Ce groupe Irem s'est créé à la suite d'une demande d'accompagnement de professeurs d'école pour la mise en œuvre de séances de géométrie dynamique. Notre volonté est de proposer des ressources clé en main qui permettent d'accompagner l'élève dans son apprentissage de la géométrie.

Dans cet article, nous avons présenté plusieurs expérimentations en cycle 2 et cycle 3 dans différents contextes. Il apparaît qu'une mise en œuvre des technologies numériques, notamment à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique permet à la fois de motiver la plupart des élèves et de renforcer leurs compétences mathématiques (en particulier concernant les propriétés géométriques). L'utilisation du logiciel ne doit pas avoir pour conséquence d'alourdir le temps de travail en géométrie, mais bien de prendre sa place dans une programmation des apprentissages géométriques en ouvrant les possibilités d'activités créatives. Pour cela une utilisation en classe, soit en atelier, soit en binômes avec tablette, nous semble la configuration la mieux adaptée.

## Bibliographie

Artigue M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematics Learning*, n°7, 245-274.

Artigue M. (2009). *L'influence des logiciels sur l'enseignement des mathématiques : contenus et pratiques*. Séminaire DGESCO

Berthelot R. & Salin M.H. (1993) L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N*, 53, 39-56

Coutat, S. (2006) Intégration de la géométrie dynamique dans l'enseignement de la géométrie pour favoriser la liaison école primaire collège : une ingénierie didactique au collège sur la notion de propriété. Université Joseph Fourier.

Depover C ; Karsenti T ; Komis V. (2007). Enseigner avec les technologies. In Presses de l'université du Québec

Houdement C. (2007) À la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège, *Repères-IREM* n°67.

Houdement C ; Rouquès J. (2016). La géométrie dessinée et la géométrie abstraite.

Laborde C. Capponi B. (1994). Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 14. Num. 1-2. p. 165-210.

Mathé.A.C., (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, RDM\_vol.32.2, pp.195-228.

Nigon C. Thomas R. (2014). GeoGebra entre cour de récréation et feuille de papier : illustration avec le concept de cercle au cycle 3. Acte du XLème colloque de la Copirelem.

Noirfalise R. (1991), Figures prégnantes en géométrie, *Repères-IREM* n°2, pp.51-58

Restrepo, A.M (2007). L'instrumentation du déplacement dans un logiciel de géométrie dynamique. In I.B.F. Conne (Ed.), XII école d'été de l'ARDM. Sainte Livrade France.

Salin M.H. (2014). Quelques remarques autour des finalités de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. Acte du XLème colloque de la Copirelem.

Soury-Lavergne, S. (2006). Instrumentation du déplacement dans l'initiation au raisonnement déductif avec Cabri-géomètre. In N. Bednarz (Ed.), Espace mathématique francophone. Sherbrooke (Québec) Université de Sherbrooke.

Au rythme des maths CM2, 2016, éditions Bordas.

Graine de maths, 2016, éditions Nathan.

Maths+ CM1, éditions sed

Opération maths CM1, éditions Hatier

Outil pour les maths CM1, éditions Magnard

<http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?rubrique169>

<http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?rubrique152>

[http://www-irem.univ-paris13.fr/site\\_spip/spip.php?rubrique48](http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?rubrique48)

<http://lewebpedagogique.com/mathome/>

<https://www.cartablefantastique.fr/outils-pour-compenser/comment-compenser/>