LES PRATIQUES MATHEMATIQUES AU PRISME DES CULTURES EN PAYS D'ISLAM (VIII^e-XV^e S.)

Ahmed DJEBBAR
Université des Sciences
et des Technologies de Lille

Cet article est issu d'une version remaniée d'une présentation réalisée lors du colloque « Mathématiques et interculturalité » organisé à l'Irem de Lille en 2009. Il est également consultable en ligne sur le portail des IREM (onglet : Repères IREM) : http://www.univ-irem.fr/

Introduction

Dans cet article, nous parlerons de pratiques mathématiques, au pluriel, non pas seulement parce que c'était l'usage dans la tradition scientifique des pays d'Islam, mais également pour mettre en lumière certaines spécificités ou certaines différences de ces pratiques lorsqu'elles sont mises en relation avec leur environnement. D'un autre côté, et malgré les facteurs d'unification de l'empire musulman que furent la religion, la langue arabe et la culture dominante, nous parlerons, là aussi, de cultures, au pluriel parce que, derrière cette unité apparente, il y a une grande diversité de croyances, de langues, de modes de vie et donc de cultures. Ce qui amènera à s'interroger sur d'éventuels liens ayant pu exister entre telle ou telle composante de ce contexte multiforme et le contenu des mathématiques.

Lorsqu'on tente de périodiser la phase arabe des mathématiques, en ayant à l'esprit le thème du colloque, on constate qu'il est possible de la diviser en quatre grandes séquences qui se juxtaposent partiellement. Celle des pratiques locales dont l'existence est indiscutable au vu des documents qui nous sont parvenus mais dont les origines sont encore incertaines, celle de l'appropriation des savoirs anciens (VIII^e-IX^e s.), celle de la réactivation de ces savoirs, suivie d'un long processus d'innovation (IX^e-XIV^e s.), enfin celle des transferts, vers d'autres aires culturelles (XII^e-XV^e s.), d'une partie du corpus mathématique hérité des traditions antérieures et prolongé de nouvelles contributions.

Au cours de chacune de ces phases, le facteur culturel s'est exprimé d'abord en marquant de son empreinte certains aspects des mathématiques pratiquées et parfois même en étant à l'origine d'interrogations, de démarches ou d'orientations nouvelles. Il s'est également exprimé au niveau des échanges interculturels qui ont été favorisés par les activités scientifiques en général et par celle des mathématiques en particulier. Ces échanges n'ont pas revêtu la même forme tout au long du développement des activités scientifiques en langue arabe dans l'espace gouverné au nom de l'Islam. Certains ont été invisibles et seuls leurs résultats se manifestent dans les écrits savants. D'autres peuvent être décrits parce qu'ils ont fait intervenir des acteurs de la science et des décideurs à l'intérieur de l'empire musulman ou bien hors de ses frontières.

Mais, avant d'aborder ces quatre moments de l'histoire des activités mathématiques des pays d'Islam et la nature des éléments culturels qui y étaient à l'œuvre, il est nécessaire d'évoquer, brièvement, le contexte dans lequel sont nées les premières activités mathématiques en langue arabe. Cela aiderait peut-être à mieux comprendre pourquoi ces activités se sont orientées dans telle direction et pas dans telle autre, et pourquoi certaines pratiques ont connu des évolutions rapides alors que d'autres donnent l'impression de s'être figées, dès le début de la nouvelle de la nouvelle tradition scientifique, en répétant des procédés millénaires après les avoir assimilés et, parfois, adaptés à des situations nouvelles.

Les premières traductions en arabe d'ouvrages scientifiques grecs et indiens sont attestées vers la fin du VIII^{e} siècle. Donc, pendant près de cent cinquante ans, les problèmes posés par la gestion du territoire de l'empire et par la vie quotidienne ont été résolus en recourant à un ensemble de savoir-faire mathématiques locaux produits dans le cadre de cultures et de modes de vies différents (sauf peut-être pour le calcul indien, c'est-à-dire le système décimal positionnel, qui était présent au Proche Orient avant l'avènement de l'Islam). Cette situation va se perpétuer pendant des siècles dans certains corps de métiers et ce pour deux raisons. La maîtrise des méthodes anciennes par leurs utilisateurs et le fait que les mathématiques savantes qui ont été traduites ne proposaient pas toujours des outils pratiques ou performants qui pouvaient se substituer aux méthodes traditionnelles. Cela a amené les mathématiciens à intégrer ces savoir-faire dans le corpus savant en les enrichissant parfois par des démonstrations, des généralisations ou des extensions de leurs domaines d'application. Cela s'est fait dans les trois disciplines savantes anciennes, c'est-à-dire la géométrie, la science du calcul et la théorie des nombres. Mais cela a concerné aussi l'algèbre dès ses débuts, en particulier avec le livre d'al-Khwārizmī (m. 850) [1].

Un autre facteur ayant eu des conséquences sur les pratiques scientifiques, induit par l'avènement d'un nouveau contexte culturel dans les vastes territoires de l'empire musulman, a été la promotion de la langue arabe au détriment de toutes les autres. Ce ne sont pas des décrets politiques mais une dynamique à la fois culturelle et idéologique qui a entraîné, tout à la fois, le recours à cette langue pour traduire le savoir ancien et la marginalisation, relativement rapide, des langues scientifiques de la région (le grec, le syriaque et le persan). Mais, comme la langue du Coran n'avait pas de tradition mathématique savante, les traducteurs (relayés par les mathématiciens) ont été amenés à forger une nouvelle langue pour exprimer des notions ou pour nommer des objets et des outils rencontrés, pour la première fois, dans les ouvrages traduits. On conçoit tout à fait que, dans le contexte d'affrontement politique et militaire islamo-byzantin qui a caractérisé les VIII^{e}-IX^{e} siècle,

1 [**Rashed**, 2007]

le grec ait pu reculer devant l'irrésistible progression de l'arabe. Mais la situation était toute différente pour le syriaque et le persan, deux langues au passé scientifique incontestable et dont les promoteurs étaient des citoyens à part entière du nouvel empire. D'ailleurs, la suite des évènements témoignera de la persistance du persan qui redeviendra, à partir de la fin du XI^e siècle, une langue de rédaction d'ouvrages mathématiques et astronomiques. Mais plus de trois siècles de leadership de la langue scientifique arabe aura pour conséquence « *d'arabiser* » en grande partie le lexique mathématique des ouvrages persans. Ce qui est un bel exemple de l'immixion d'une dimension culturelle dans le « *discours* » scientifique [2].

La phase des savoir-faire locaux

On sait que, bien avant l'émergence de la troisième religion monothéiste, des pratiques mathématiques existaient dans un cadre culturel arabe, c'est-à-dire avec une terminologie, des opérations, et des transactions particulières qui sollicitaient ces pratiques. Les témoignages postérieurs à l'avènement de l'Islam évoquent une seule discipline, l'arithmétique, un seul domaine d'activité, le commerce et une seule méthode, celle du calcul dit de « *la main* » ou des « *articulations* » ou bien qualifié d'« *aérien* » (dans le sens de « *mental* »). C'est, semble-t-il, avec la diffusion du « *calcul indien* », appelé aussi « *calcul de la tablette* » et « *calcul de poussière* » que l'on a accolé au calcul local des qualificatifs à connotation culturelle [3]. On a alors parlé de « *calcul arabe* » ou de « *calcul byzantin* ». C'est ce que fait al-Uqlīdisī (X^e s.) dans son ouvrage intitulé « *al- Fuṣūl fī l-ḥisāb al-hindī* » [Les Sections sur le calcul indien] [4].

On sait aussi que des pratiques géométriques préislamiques s'étaient perpétuées dans la région du Croissant Fertile après l'avènement du nouveau pouvoir, avec des résultats, parfois démontrés, et des procédures pour résoudre des problèmes. Certaines de ces pratiques semblent appartenir au corpus mésopotamien. D'autres pourraient provenir de la tradition métrologique grecque. D'autres semblent être des procédés développés dans le cadre de pratiques propres à certains métiers. Mais, les auteurs postérieurs au VIII^e siècle qui ont eu connaissance des méthodes utilisées, et qui les ont exposées dans leurs ouvrages, n'évoquent jamais leurs sources. Ce qui pourrait signifier que cet héritage avait perdu toute référence culturelle et qu'il appartenait désormais à un fond commun, sans connotations particulières.

Ainsi, al-Khwārizmī consacre un petit chapitre à la présentation de figures géométriques élémentaires avec, en particulier, l'exposé d'une version « archaïque » du théorème de Pythagore (V^e s. av. J.C.) puisqu'elle se limite au cas du carré [5]. Il traite également un problème d'inscription d'un carré dans un triangle isocèle qui se trouve déjà dans les *Metrica* de Héron d'Alexandrie [6]. De son côté, al-Ḥubūbī (X^e s.) fournit une procédure, qu'il appelle « *la méthode des surfaces* », pour résoudre un problème d'héritage avec donation [7]. Il y a enfin Ibn Ṭāhir al-Bahgdādī (XI^e s.) qui expose, à propos de la multiplication et de la division, des justifications géométriques éloignées de « l'esprit euclidien » et qui s'apparentent plus à des « *monstrations* » qu'à des démonstrations [8].

2 Sur cette arabisation du lexique mathématique persan ; [**Munshī**, 1989]

3 *La main* = al-yad ; *articulation(s)* = ᶜaqd → ᶜuqūd ; *aérien* = hawā'ī ; *calcul indien* =ḥisāb hindī ; *calcul de la tablette* = ḥisāb at-takht ; *calcul de poussière* = ḥisāb al-ghubār ; *arabe* = ᶜarabī ; *byzantin* = rūmī.

4 [**Al-Uqlīdīsī**, 1985]

5 [**Rashed**, 2007]

6 [**Héron**, 1899-1914], Vol. IV, p. 254-256.

7 [**Al-Ḥubūbī**], ff. 14a-14b.

8 [**Al-Baghdādī,**], p. 190-191.

Ces mathématiques, que nous venons de décrire brièvement et d'illustrer par quelques exemples, seront pratiquées durant toute la période des conquêtes (632-754) qui comprend la phase des quatre califes « bien dirigés » (632-661) et celle de la dynastie omeyyade (661-754). Mais rien ne nous permet d'affirmer que le calcul indien n'avait pas commencé à se diffuser de plus en plus vers l'ouest, durant cette première phase, concurrençant ainsi les anciennes techniques locales. On sait en effet que cet outil, constitué du système de numération positionnel décimal et d'un ensemble d'algorithmes arithmétiques, était connu au Proche Orient à l'époque du grand savant Sévère Sebokht (m. 667)[9]. Et cela pourrait signifier qu'il était déjà utilisé localement. Mais il faut attendre le début du IXe siècle pour que sa diffusion commence à se faire à grande échelle. L'initiateur de cette opération n'est autre qu'al-Khwārizmī qui a explicitement attribué ce nouveau système aux mathématiciens de l'Inde[10].

Ainsi donc, au cours de cette longue phase, la nouveauté n'était pas dans les méthodes employées mais dans leur appropriation à travers une seule langue, l'arabe. Cette langue qui, comme on l'a déjà dit, était, jusqu'à la fin du VIIIe siècle, sans tradition scientifique véritable (en dehors de l'expression orale d'une numération décimale et d'un ensemble de fractions), va jouer le rôle d'intermédiaire entre les savoir-faire mathématiques des différentes cultures de l'espace musulman. Elle va garder, sous diverses formes, des traces de l'origine culturelle des outils utilisés. Il y a d'abord des références à des traditions de calcul associées à certaines régions. Nous l'avons déjà signalé pour l'Inde et l'empire byzantin auxquels il faut ajouter la Mésopotamie avec, en particulier, son calcul sexagésimal. Mais on trouve aussi des références à la Perse. Dans les problèmes de gains et de pertes, on utilisait les expressions persanes « *dah-yāzdah* » [dix-onze], « *dah-dawāzadah* » [dix-douze] et « *dah-sayāzdah* » [dix-treize] pour signifier que le gain ou la perte était de un, deux ou trois dixièmes du montant de l'investissement[11]. On trouve également des traces culturelles dans la transcription, en lettres arabes, des mots ou des expressions étrangères. Le titre des *Eléments* d'Euclide a d'abord été rendu par *al-Usṭuqusāt* [stoiceía], avant de devenir «al-uṣūl» (qui a le sens de « *fondements* »). La *Syntaxe mathématique* de Ptolémée a toujours été appelée par les astronomes des pays d'Islam « *al-Majisṭī* » [l'Almageste]. Le terme « *jayb* » qui désigne le « *sinus* » est le résultat d'un raccourcissement de l'expression indienne « *jiva ardha* » suivie d'une arabisation du mot « *jiva* » qui a donné « *jība* » dont la prononciation est aussi « *jayb* » en l'absence de voyelles. Il y a enfin des expressions servant à nommer des procédures avec des mots arabes dont l'étymologie est éloignée du sens technique de ladite opération mathématique. A titre d'exemple, on peut citer la méthode du « *bāb* » [chapitre] qui désigne un procédé de résolution de problèmes du premier degré.

La phase des traductions

Entre le milieu du VIIIe siècle et le début du Xe, un puissant mouvement d'appropriation des savoirs mathématiques anciens a permis de mettre à la disposition des premiers scientifiques des pays d'Islam une masse considérable de textes qui avaient été produits dans des contextes culturels non arabes (essentiellement indiens et grecs). L'instrument de ce transfert a été l'arabe dont la diffusion, jusqu'à l'avènement de l'Islam était limitée à l'Arabie et à son prolongement dans le Croissant Fertile, consé-

9 [**Nau**, 1910], p. 225

10 [**Al-Khwārizmī**, 1992], p. 1

11 [**Al-Baghdādī**, 1985], p. 266-267.

quence de la migration de certaines tribus, du Sud vers le Nord, bien avant le VII^{e} siècle. C'est donc tout à fait normalement que se sont manifestés deux obstacles majeurs à caractère strictement culturel. L'ignorance des langues étrangères par la majorité des Arabes et l'absence de lexiques mathématiques bilingues. Ces obstacles ont été contournés en faisant appel aux membres de la nouvelle élite cosmopolite qui maîtrisaient le pehlevi, le sanskrit, le syriaque ou le grec. Pour la terminologie, il semble que le syriaque (qui partage avec l'arabe une même origine araméenne) ait été d'un grand secours dans la première phase des traductions. Puis, avec la constitution de la première communauté de mathématiciens s'exprimant en arabe, les traductions de la fin du VIII^{e} siècle ont été jugées peu satisfaisantes et de nouvelles traductions ont été commandées.

Ce travail de longue haleine a ainsi permis de faire émerger de vrais spécialistes de la traduction dont les profils culturels et confessionnels étaient à l'image de la diversité qui caractérisait la nouvelle société. Pour prendre l'exemple des *Eléments* d'Euclide, on sait que les deux premières versions en arabe ont été réalisées par le musulman al-Ḥajjāj Ibn Maṭar (VIII^{e} s.), que la troisième est l'œuvre du chrétien Isḥāq Ibn Ḥunayn (m. 910) et que la quatrième, celle qui nous est parvenue, est le résultat d'une révision de la précédente, faite par le grand mathématicien Thābit Ibn Qurra (m. 901) qui était un sabéen, c'est-à-dire de confession païenne. On retrouve cette même diversité à propos de la traduction des *Coniques* d'Apollonius (III^{e} s. av. J.C.) et de l'*Almageste* de Ptolémée (m. vers 168).

En fait, cette interculturalité, favorisée par le phénomène d'arabisation des héritages scientifiques et philosophiques préislamiques, a pris des dimensions beaucoup plus larges en faisant intervenir, en plus des traducteurs, un nombre important d'acteurs. Les personnes qui se sont occupées de rechercher les manuscrits puis de les proposer aux personnes intéressées, les mécènes qui finançaient l'entreprise (par conviction ou par imitation des califes) et les scientifiques concernés directement par le résultat des traductions. A tous ces intervenants, il faut ajouter les copistes et les relieurs. Enfin, au bout de la chaîne, il y avait les libraires et les vendeurs itinérants qui proposaient les textes traduits aux utilisateurs (lorsque leurs moyens financiers le leur permettaient) mais aussi et surtout aux détenteurs de bibliothèques privées. Ce sont ces derniers qui assuraient une véritable circulation du contenu des textes traduits et, plus tard, celle des ouvrages nouveaux, en permettant aux chercheurs, aux enseignants et parfois même aux étudiants de fréquenter leurs bibliothèques.

Au niveau du contenu, les traductions vont mettre à la disposition des premiers mathématiciens de langue arabe une partie de la production de deux grandes aires culturelles, celle de l'Inde et celle de la Grèce antique. Pour la première, nous ne disposons d'aucun titre d'ouvrage de mathématiques ayant été traduit à Bagdad. Pourtant les témoignages des scientifiques eux-mêmes évoquent l'emprunt aux Indiens de la notion de *sinus* et, surtout, du *système décimal positionnel* avec les algorithmes arithmétiques qui l'accompagnent. Par contre l'héritage grec est bien référencé. On y trouve Les *Eléments* et les *Données* d'Euclide (III^{e} s. av. J.C.), les *Coniques* d'Apollonius (III^{e} s. av. J.C.), la *Mesure du cercle* et la *Sphère et le cylindre* d'Archimède (m. 212 av. J.C.), quelques chapitres *Arithmétiques* de Diophante (II^{e} s.) et l'*Introduction arithmétique* de Nicomaque de Gérase (II^{e} s.). On y trouve même des ouvrages d'auteurs grecs inconnus mais attribués, par les bibliographes des pays d'Islam, à des mathématiciens de renom, comme Pythagore et Archimède.

L'appropriation de tous ces savoirs, d'abord par la traduction puis par l'étude, l'assimilation et la critique, n'a pas été synonyme « *d'arabisation* », au sens culturel, ou « *d'islamisation* ». Il y eut une période de juxtaposition des deux héritages mathématiques que nous venons d'évoquer avec la conservation de leurs spécificités respectives, c'est-à-dire une dominante algorithmique pour la tradition indienne et une dominante hypothético-déductive pour celle de la Grèce antique et hellénistique. Puis cette juxtaposition a laissé place, là où cela était possible, à une forme de synthèse qui est en fait la seule caractéristique de la tradition mathématique arabe, en plus bien évidemment de ses contributions originales. Or cette caractéristique n'a aucune marque culturelle ou religieuse. C'est plutôt l'unification d'une double démarche scientifique totalement profane et transcendant les particularités culturelles du milieu où elle a été élaborée et où elle a opéré.

Il faut enfin signaler que le développement tous azimuts des activités mathématiques et, plus particulièrement, leur intervention comme « *prestataires de services* » pour résoudre des problèmes liés à la pratique religieuse (direction de la Mecque, moments des cinq prières quotidiennes, calendrier lunaire) vont contribuer à la diffusion, dans l'opinion, d'une image positive de la science en général et des mathématiques en particulier. Mais, parallèlement, ce succès va provoquer des réactions négatives de la part de certains hommes de religion qui vont être, au nom d'une spécificité à la fois culturelle et religieuse, les pourfendeurs des « *sciences des Anciens* », c'est-à-dire des savoirs considérés comme « *étrangers* » parce que produits par des peuples païens. Dirigées, au départ, contre la philosophie, ces attaques ont été étendues aux sciences rationnelles. C'est ce qu'a fait, en particulier, le grand théologien al-Ghazālī (m. 1111) et, plus tard, Ibn Taymiyya (m. 1328) qui va jusqu'à nier les progrès apportés par l'algèbre.

Cela dit, il est important de préciser que les promoteurs de ce discours étaient très minoritaires au cours de la première phase du développement des sciences. Et même lorsque leur nombre augmentera, au XII^{e} et au XIV^{e} siècle, c'est-à-dire à l'occasion des grands affrontements provoqués par les Croisades puis par les invasions mongoles, l'effet de leurs opinions sur la dynamique des sciences sera négligeable [12]. On peut même dire que, au niveau de la pratique quotidienne, l'effet de ce discours sur celui des philosophes et des scientifiques était inexistant, au vu des relations fécondes qui se sont tissées entre discours scientifique et discours philosophique [13].

LA PHASE DE REACTIVATION DES SAVOIRS

A partir du début du IX^{e} siècle, nous entrons dans une phase d'enrichissement de l'héritage mathématique ancien et de créativité à différents niveaux. La dynamique va se poursuivre jusqu'au début du XV^{e} siècle, à des rythmes différents suivant les régions et les époques. Durant cette longue période, se constitue et se consolide une communauté mathématique dont les membres appartiennent aux différentes ethnies, confessions et cultures de l'empire musulman avec, parfois, quelques apports extérieurs, en particulier de la Chine et de l'Inde. Au-delà de leur diversité, ces scientifiques avaient en commun leurs spécialités et la langue arabe comme outil d'expression. Pour le reste, ils faisaient des

12 Pour un aperçu des différentes formulations de ce rejet des héritages anciens ; [**Swartz**, 1981], p. 185-215.

13 - Les relations entre philosophie et mathématique en sont un exemple. Voir [**Djebbar**, 1984]

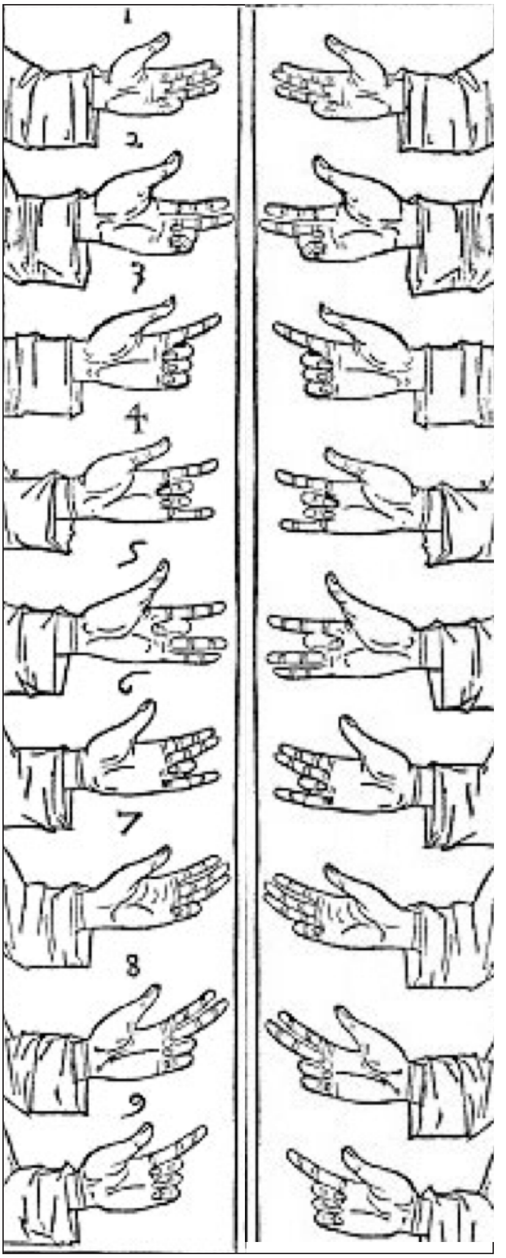
mathématiques de la même manière en ayant recours, suivant la nature des problèmes traités, soit aux outils de la démonstration soit à ceux du calcul et de la résolution de problèmes. Il y avait bien sûr, ici ou là, des éléments spécifiques à telle ou telle tradition régionale. Mais, comme on va le voir à travers quelques exemples, aucun ne remettait en cause la manière de pratiquer les mathématiques.

Dans le domaine du calcul digital, la représentation des nombres à l'aide des doigts différait peu d'une aire culturelle à une autre, comme le montre la comparaison entre les conventions arabes et celles de l'Europe latine (Fig. 1), mais le principe de la numération et celui du calcul étaient identiques.

Dans la numération indienne, la graphie de certains chiffres a également connu des variantes. Sans rentrer dans les détails, on peut dire qu'il y avait deux manières d'écrire les neuf symboles et le zéro. Celle de l'Orient et celle de l'Occident musulmans (Figures 2 et 3 de la page suivante). Mais, les opérations qui utilisaient ces chiffres étaient, à l'origine, identiques avant de s'enrichir de nouveaux algorithmes inventés à différentes époques, en réponse à des besoins spécifiques [14].

Dans le chapitre des fractions, c'est le développement quantitatif des calculs qui a amené certains praticiens du Maghreb ou d'al-Andalus (qui sont d'ailleurs restés anonymes) à introduire un symbolisme permettant d'éviter des erreurs de lecture. En Orient musulman, la graphie des fractions n'a pas évolué dans la même direction [15]. Enfin, au niveau de la terminologie, on constate quelques différences dont on ne connaît pas encore les origines.

Figure 1 – *Numération digitale latine*



14 [**Ibn al-Bannā**, 1968], p. 44-67.
15 [**Djebbar**, 1992], p. 223-245.

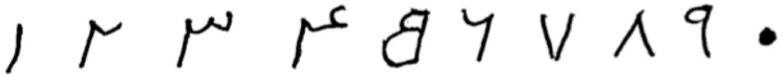


Figure 2 : *Numération indienne de l'Orient musulman*

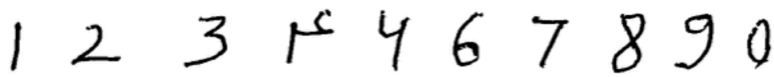


Figure 3 – *Numération indienne de l'Occident musulman*

C'est ainsi que le « *dénominateur* » est dit « *makhraj* » en Orient et « *imām* » en Occident musulman [16].

Il faut également signaler un autre type d'intervention des spécificités locales ou régionales dans le domaine arithmétique. On le trouve dans l'un des nombreux domaines d'application des fractions, celui des poids et mesures. On y constate une grande diversité d'unités et de sous unités dans les longueurs, les aires, les volumes, les poids et les monnaies. Ce qui nécessite, parfois, des développements sur les conversions de ces unités, les unes par rapport aux autres, avant le traitement des problèmes inspirés par les transactions commerciales [17].

En géométrie, aussi, les différences qu'on peut observer ne se situent pas au niveau des démarches et des méthodes, mais plutôt au niveau de la terminologie et du traitement de certaines figures planes ou solides. Dans la géométrie de la mesure, on constate que les manuels d'al-Andalus qui nous sont parvenus calculent les volumes de certains solides qui ne sont traités dans aucun ouvrage connu d'Orient. Il s'agit de la « *fanīqa* » [sac de paille], de « *ḥūt aṭ-ṭa^{c}ām* » [poisson de froment] et de « *^{c}urmat aṭ-ṭa^{c}ām* » [tas de froment] [18]. A l'inverse, certaines figures planes, apparemment liées à l'architecture et à la décoration, sont mentionnées dans les manuels orientaux mais sont absentes de ceux de l'Occident musulman qui nous sont parvenus. C'est le cas, par exemple, du *muṭṭabbal* [figure en forme de tambour], du *naôlī* [figure en forme de fer à cheval] et du *dhū ash-shuraf* [figure à balcons] [19].

Dans la géométrie plus savante, les différences que l'on relève sont au niveau de la terminologie et elles s'expliquent aisément. A titre d'exemple, l'expression « *ḍarb alif fī bā* » qui signifie « *le produit de a par b* » est une formulation « *arithmétisée* » de l'expression euclidienne « *rectangle contenu par a et b* ». On la trouve dans l'une des traductions des *Eléments* réalisée par al-Ḥajjāj (VIII^{e} s.). Après lui, Isḥāq, qui a réalisé la troisième version arabe de cet ouvrage, a préféré rester fidèle à la formulation grecque originelle.

16 [**Souissi**, 1968], p. 152, 296.
17 [**Djebbar**, 2007], p. 130.
18 [**Djebbar**, 2005], p. 17-18
19 [**Al-cĀmilī**, 1981], p. 84-86

Un septième et la moitié d'un septième et le quart
Pour le refus d'un désir inassouvi
Un septième et un sixième d'un quart sont la part de seins bien arrondis
Qui se sont refusés au péché de mon étreinte et qui m'ont repoussé
Le reste, qui est cinq parts, est pour des paroles d'elle
Qui étancheraient ma soif si elles étaient entendues
Car me voilà, entre ses mains, une proie de l'amour et de la jeunesse
Le cœur tout entier largement ouvert.

Figure 4

Mais, si la dimension culturelle est peu présente dans la matière mathématique elle-même, cette discipline va être «mise en culture» par son introduction partielle dans un ensemble de publications destinées à des lecteurs généralement différents des professionnels de la science. En effet, avec le développement des activités scientifiques très spécialisées et avec, parallèlement, l'émergence de groupes sociaux de plus en plus instruits, un besoin a commencé à s'exprimer parmi les élites des villes, celui de s'informer sur les grandes orientations de la science et sur le contenu de ses différentes disciplines. La réponse à cette demande a été exprimée par la diffusion d'écrits de genres différents mais qui s'adressaient à un même lectorat. Il y a eu d'abord des ouvrages biobibliographiques, comme le *Fihrist* [Le Catalogue] d'Ibn an-Nadīm (m. 995) qui contient un chapitre consacré aux mathématiques [20]. On y trouve une présentation détaillée de la production grecque dans ce domaine avec des indications précieuses sur ce qui est parvenu aux Musulmans à travers les traductions. On y trouve aussi des « *fiches* » sur les mathématiciens qui ont publié en arabe depuis le début du IX^{e} siècle jusqu'à l'époque de l'auteur. Au cours de ce même siècle, deux encyclopédies ont été publiées. Elles étaient de natures différentes mais visaient le même public. Les *Rasā'il* [Epîtres] des Ikhwān aṣ-ṣafā' (X^{e} s.) et les *Mafātīḥ al-ôulūm* [Clés des sciences] d'Abū ^{c}Abdallah al-Khwārizmī (X^{e} s.). Dans les deux ouvrages, on trouve des chapitres consacrés exclusivement au contenu des mathématiques. Mais si le premier intègre son exposé dans une vision philosophique précise, en vue de la légitimer, le second reste dans un cadre strictement technique se contentant de donner les définitions des objets, des notions et des outils utilisés en géométrie et en théorie des nombres.

Dans le prolongement de cette production à caractère culturel, on doit signaler une activité mathématique qui n'avait aucune autre prétention que celle de distraire, d'intriguer ou d'émerveiller peut-être des auditoires curieux ou partageant la même culture arabe. Cette activité a eu un succès tel qu'elle a abouti à la publication de deux types d'écrits mathématiques : des poèmes faciles à mémoriser et des ouvrages ou des chapitres dans des manuels de calcul.

Dans les poèmes, on se contente d'énoncer des problèmes, sous forme d'énigmes, sans

20 [**Ibn an-Nadīm**, 1871-72], p. 265-285

en donner la solution, celles-ci étant fournies oralement devant l'auditoire (Figure 4). Dans les manuels, qui sont rédigés en prose, on fait intervenir un partenaire dont le rôle est, à la fois, d'énoncer le problème et d'exécuter, mentalement, des opérations arithmétiques ordonnées par le meneur de jeu. L'ensemble des problèmes de cette seconde catégorie porte le nom de « *nombres pensés* » parce que, à l'origine, il s'agissait de déterminer un nombre qui avait telle ou telle propriété. Puis le jeu s'est étendu à d'autres « *énigmes* ». Révéler le nom d'une personne présente ou absente, désigner la main qui cache un objet, trouver le doigt d'une main qui porte une bague, etc [21].

La troisième catégorie d'ouvrages, celle qui connaîtra le plus de développement dans les siècles suivants, est celle des classifications des sciences. Le livre pionnier est la *Risāla fī iḥṣā' al-ᶜulūm* [Epître sur le recensement des sciences] du célèbre philosophe al-Fārābī (m. 950). Dans le chapitre 3, consacré aux mathématiques, l'auteur regroupe sept disciplines : la science du nombre, la géométrie, l'optique, l'astronomie, la musique, la science des graves et la science des procédés ingénieux (c'est à dire la mécanique). On retrouve bien, du moins au niveau des appellations, la classification grecque traditionnelle qui correspond au « *quadrivium* », augmentée de trois domaines qui semblent concerner ce qui deviendra plus tard la physique et la mécanique. Mais les titres de chapitres sont trompeurs et cachent une évolution importante qui s'est opérée tout au long du IXe siècle et dans la première moitié du Xe. Cette évolution a découlé, à la fois, de l'acclimatation des mathématiques préislamiques dans un espace culturel nouveau, avec l'intégration d'une discipline ancienne non grecque — le calcul indien —, l'avènement d'une nouvelle discipline —l'algèbre —, et le développement de l'optique, comme domaine d'application de la géométrie [22].

Cette classification d'al-Fārābī est aussi l'illustration d'une démarche typiquement grecque qui n'a pas été altérée par le transfert des mathématiques d'une aire culturelle à une autre. Il s'agit de l'intervention de la philosophie dans le champ des mathématiques et vice-versa. Al-Kindī (m. après 873) a été le premier, à notre connaissance, à affirmer cette interaction, non seulement en écrivant de nombreux livres techniques traitant d'arithmétique, de géométrie et d'optique mais également en réfléchissant sur les liens entre les deux disciplines [23].

Il y a enfin deux autres aspects de l'interculturalité qui ont concerné les mathématiques parce qu'elles avaient connu un développement important et parce qu'elles apparaissaient comme des activités qui transcendaient les particularismes culturels et religieux des communautés et des groupes vivant dans les cités de l'empire musulman. Le premier concerne les débats interconfessionnels et il est illustré par un texte du IXe siècle qui met en scène des intellectuels de Bagdad, de confessions différentes, parmi lesquels on trouve un mathématicien et pas le moindre puisqu'il s'agit de Thābit Ibn Qurra (m. 901). Ce n'est pas en tant que sabéen, pratiquant une religion païenne, que ce savant intervient mais en tant que mathématicien. Pourtant les échanges concernaient un sujet éminemment religieux, celui de la finitude ou de l'infinitude du nombre des âmes créées par Dieu. Pour sortir de l'impasse dans laquelle s'était apparemment engagée la discussion des débatteurs présents, Thābit a fourni une réponse tout à fait originale pour l'époque en admet-

21 [**Hermelink**, 1977], Vol. II, p. 44-52 ; [**Djebbar**, 2004], p. 303-322

22 [**Al-Fārābī**, 1968], p. 93-110

23 Il aurait écrit une « *Epître sur le fait que la philosophie ne peut être assimilée que par les mathématiques* » ; [**Ibn an-Nadīm**, 1871-72], p. 255

tant le principe de l'existence de plusieurs types d'infinis et en tentant de « *démontrer* » que l'on pouvait concevoir une relation d'ordre entre ces infinis. Cela lui a permis de justifier l'existence d'une infinité d'âmes sans que cela entre en contradiction avec l'infinitude de Dieu qui les a créées [24].

Le second aspect est relatif à la perception qu'ont eue les mathématiciens des pays d'Islam (au-delà de leurs différences sociales, culturelles et confessionnelles) de la manière dont ont été élaborées les différentes composantes de leur discipline. Ceux qui se sont exprimés sur le sujet révèlent une vision profondément humaniste dans laquelle les savoirs mathématiques apparaissent comme le résultat d'un long processus historique qui a eu lieu, concrètement, dans le cadre de communautés, de cultures ou de civilisations différentes, mais qui les a transcendées toutes.

Parmi les savants qui se sont exprimés sur le sujet, as-Samaw'al (m. 1175) a été le plus explicite. Cela ne semble pas être étranger à son profil et au milieu où il a vécu. C'est en effet un mathématicien de Bagdad dont le père était originaire du Maghreb, et plus précisément de la ville de Fez. Il a été un scientifique novateur en algèbre et en arithmétique puisque les recherches de ces dernières décennies le créditent du développement de la théorie des polynômes abstraits et de celle des fractions décimales. Il a également exercé brillamment la médecine et cette seconde activité, par les contacts qu'elle permet, n'a pu que favoriser les échanges avec les élites de son époque. Une autre particularité de ce savant, qu'il a partagée d'ailleurs avec un certain nombre de ses concitoyens, est son parcours religieux. Né et élevé dans le Judaïsme, il s'en éloigne à l'âge adulte et se convertit à l'Islam. Dans un écrit peu connu, intitulé *Kitāb fī a*[c]*wār al-munajjimīn* [Livre sur les travers des astrologues] et qui s'adresse à un lectorat relativement large, as-Samaw'al évoque, en ces termes, les sciences en général et les mathématiques en particulier.

« *Lorsque les gens ont été envahis par les allégations des esprits creux et qu'il n'est rien parvenu d'autre à leurs oreilles, la majorité d'entre eux s'est imaginée que les Anciens avaient produit tout ce qui était possible de connaître en science et qu'il n'était plus possible à personne de connaître autre chose que ce que connaissaient les Anciens (…). Cela vient soit du fait que, pour eux, ce qui peut être accessible en science rationnelle est fini et que les esprits ne peuvent en composer autre chose (…), soit du fait de leur croyance qu'il y avait chez les Anciens un degré d'infaillibilité et d'intelligence qui n'a pas d'équivalent chez ceux qui sont venus après eux (…).*

Il reste, maintenant, à résoudre la division de l'angle en cinq parties égales, l'inscription dans un cercle d'un polygone régulier à onze côtés, à treize côtés et à dix sept côtés, les équations cubiques trinômes, les équations quadrinômes et celles d'ordre supérieur ainsi que d'autres choses qui sont, jusqu'à ce jour, non résolues alors que les démonstrations ont établi leur existence et le fait qu'elles ne sont pas impossibles.

Leur impossibilité pour nous et pour tous ceux qui nous ont précédés provient du fait que les sciences et les prémisses dont nous disposons ne suffisent pas pour les résoudre et qu'elles ont besoin d'autres prémisses qui ne sont pas apparues à nous. Mais, il n'est pas impossible que vienne, après nous, celui à qui Dieu fera entrevoir cela et qui résoudra cela à partir de ces prémisses d'une manière qui ne s'est dévoilée encore à personne » [25].

24 [**Pines**, 1965], III, p. 160-66. Sur d'autres problèmes de l'infini que se sont posés les scientifiques et les philosophes, voir [**Djebbar**, 1984]

25 [**As-Samaw'al**], f. 1b.

La phase des transferts

Les mathématiques écrites en arabe ont commencé à se diffuser dans d'autres espaces culturels dès le X^e^ siècle. Mais, c'est essentiellement aux XII^e^-XIII^e^ siècles que cette diffusion s'est intensifiée et qu'un processus d'acclimatation a vu le jour aux deux extrémités de l'empire musulman en Chine et en Europe.

En Chine, on signale la présence de l'astronomie, et donc indirectement des mathématiques, pendant la dynastie des Song. C'est Ma Yize (X^e^ s.), un scientifique persan, qui aurait été sollicité pour initier des activités astronomiques et astrologiques à Beijin. Mais il semble que cela n'a pas abouti à la constitution d'une tradition « *gréco-arabe* » distincte des pratiques traditionnelles chinoises.

Avec l'avènement de la dynastie des Yuan, une nouvelle opportunité s'est présentée, favorisée par les contacts des conquérants mongols eux-mêmes avec les élites des espaces culturels musulmans conquis par leurs armées. En 1271, le grand Khan Kubilaï fonde, à Beijing, un bureau astronomique et recrute des dizaines de spécialistes musulmans pour y travailler. Une bibliothèque est constituée à cet effet, et elle est alimentée par des ouvrages d'auteurs musulmans dont certains titres ont été enregistrés dans un catalogue qui nous est parvenu. On sait aussi, grâce à des sources archéologiques, que des techniques des carrés magiques, élaborées en pays d'Islam ont circulé en Chine au XIII^e^ siècle. C'est également à la même époque que s'est diffusée, probablement à partir de la Perse, le procédé de multiplication appelé « *méthode du filet* » [26].

Cela dit, c'est bien l'Europe médiévale qui a bénéficié le plus, et dans la durée, de la production mathématique arabe. Dans un premier temps, la circulation d'une partie de ce savoir semble avoir emprunté deux canaux principaux : celui des échanges commerciaux et celui des relations entre membres des communautés juives vivant d'un côté et de l'autre de la Méditerranée. Des traces de cette circulation sont datées du milieu du X^e^ siècle, mais le phénomène va se développer, essentiellement, à partir de la fin du XI^e^. Il y eut d'abord la publication de manuels mathématiques en hébreu, comme le *Ḥibbur ha-Meshiḥa we ha-Tishboret* [Le livre de la surface et des mesures] d'Abraham Bar Ḥiyya (m. vers 1145) et le *Sefer ha-Middot* [Livre des mesures] d'Abraham Ibn Ezra (m. 1167) [27]. Le contenu de leurs écrits, ainsi que les méthodes et la terminologie utilisées, révèlent des liens très forts avec la tradition mathématique arabe d'al-Andalus [28]. Il s'agit d'un savoir appris en arabe, retravaillé, peut-être enrichi, et rendu en hébreu.

A partir du XII^e^ siècle, ce sont des « *latinisants* » qui prendront le relai. Un premier groupe d'entre eux est resté dans le cadre de ce transfert direct qui consiste à assimiler des connaissances mathématiques dans leur langue d'origine, puis à les rédiger en latin, en conservant de nombreux éléments caractéristiques de la tradition arabe et parfois même des références à des aspects de la société andalouse ou maghrébine (métrologie, monnaie, etc.). Parmi ces « passeurs » bilingues, deux ont publié des ouvrages qui nous sont parvenus et qui nous permettent de confirmer la nature de cette activité. Le premier est anonyme, probablement d'origine ibérique. Il a peut-être appris les mathématiques en arabe dans une des villes

---

26 [**Martzloff**, 1990], p. 168

27 [**Levy**, 2001], p. 295-305 ; [**Levy & Ch. Burnett**, 2006], p. 57-238

28 [**Djebbar**, 2005], p. 121-125 ; [**Moyon**, 2008], Vol. 1, p. 149-153

reconquises par les Castillans à partir de la fin du XI^{e} siècle. Son livre est intitulé *Liber Mahameleth*. Ce dernier mot est une simple transcription du mot arabe « *mu*^{c}*āmalāt* » qui signifie « *transaction* ». Il est évident que l'auteur connaissait le sens de ce terme et s'il a préféré le garder c'est parce qu'il renvoyait à une discipline bien connue qui portait ce nom. Il s'agit du « *Ḥisāb al-mu*^{c}*āmalāt* ». [Calcul des transactions]. Il nous est même parvenu des titres d'ouvrages appartenant à ce chapitre et écrits par des mathématiciens andalous prestigieux, comme az-Zahrāwī et Ibn as-Samḥ, tous deux du XI^{e} siècle.

Le second mathématicien de cette catégorie n'est autre que Leonardo Pisano (m. après 1240). Si l'on en croit l'introduction de l'édition de 1228 de son fameux traité « *Liber abacci* », il aurait passé une partie de son adolescence à Bejaïa, une ville du Maghreb Central, qui était, à l'époque, un foyer scientifique et un port où se réalisaient des échanges commerciaux importants avec l'Europe du Sud. Après une période de formation et de perfectionnement, d'abord à Bejaïa puis en Orient, il revient dans sa ville natale et se met à rédiger des ouvrages mathématiques de haut niveau pour l'époque. L'analyse comparative de certains chapitres de sa *Practica Geometriae* et, surtout, de son *Liber Abaci* [29], révèle que leur auteur était bien informé d'une partie au moins de la production arithmétique et algébrique arabe de l'Orient et de l'Occident musulman [30].

Le dernier aspect du phénomène de transfert des mathématiques de l'espace culturel musulman à l'espace latin est celui des traductions. Il est, incontestablement, le plus important quantitativement et celui qui a le plus duré. En effet, au hasard de la découverte des manuscrits, et en fonction de l'intérêt des utilisateurs européens, des ouvrages mathématiques grecs ou arabes ont été traduits et parfois même imprimés jusqu'au XVI^{e} siècle [31].

Les personnes qui avaient décidé de se lancer dans cette aventure n'avaient, pour la plupart, aucune qualification mathématique et, au départ, ils ignoraient tout de la langue arabe et, a fortiori, de la culture qu'elle exprimait. Une première phase a donc consisté, pour eux, à apprendre l'arabe là où cela était possible, c'est-à-dire dans des espaces chrétiens au sens politique mais encore arabe au sens culturel. Deux de ces espaces venaient de se constituer, résultat de la « *Reconquista* » castillane dans la Péninsule ibérique et de l'offensive normande en Sicile. Tolède et Palerme. Récupérées définitivement par des pouvoirs chrétiens, ces deux villes, fortement imprégnées de culture arabe, ont été les pôles principaux de l'activité de traduction.

Parmi les traducteurs travaillant dans ces deux métropoles régionales, certains ont été plus intéressés par les ouvrages mathématiques. Ce fut le cas de Gérard de Crémone, de Robert de Chester, d'Adélard de Bath et Jean de Séville. Pour nous limiter aux écrits arabes, on peut citer comme titre d'ouvrages qui ont bénéficié d'une ou de plusieurs versions latines. Le *Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa l-muqābal* [Livre abrégé sur le calcul par la restauration et la comparaison] d'al-Khwârizmî (m. 850), le *Kitāb fī misāhat al-ashkāl al-basīta wa l-kuriya* [Livre sur la mesure des figures planes et sphériques] des frères Banū Mūsā et le *Kitāb ash-shakl al-qattā*^{c} [Livre sur la figure sécante] de Thābit Ibn Qurra.

29 [**Sigler**, 2002]
30 [**Hughes**, 2008] ; [**Moyon**, 2011]
31 Une rédaction arabe des *Eléments* d'Euclide, attribuée faussement à Naṣīr ad-Dīn aṭ-Ṭūsī (m. 1274), a été publiée à Rome en 1594, par l'imprimerie Médicis.

Il est important de remarquer que ce travail de traduction n'a pas toujours été effectué d'une manière individuelle et isolée. Il a été l'occasion parfois de rencontres et d'échanges entre des personnes de langue et de cultures différentes mais qui arrivaient à communiquer et même à réaliser un travail de traduction grâce à la médiation d'une troisième langue. Le roman ou le castillan [32].

Les initiatives que nous venons d'évoquer brièvement ont ainsi permis à un savoir grec, indien et arabe de traverser les frontières qui séparaient deux grands espaces culturels de la Méditerranée du XII^{e} siècle, celui de l'Islam et celui de la Chétienneté d'Occident. Le caractère profane et universel du contenu des ouvrages mathématiques n'a pu que faciliter sa réception en Europe. En effet, les objets, les outils et les méthodes, que découvraient, au-delà des Pyrénées, les praticiens de cette discipline, n'avaient aucune spécificité culturelle. En dehors de quelques termes techniques qui trahissaient l'origine arabe des sources, le contenu scientifique répondait à une norme que l'on qualifierait aujourd'hui « *d'internationale* ».

32 [**Vernet**, 1985], p. 123-126.

ᶜĀmilī (al-). 1981. *Khulāṣat al-ḥisāb* [L'achèvement du calcul], J. Shawqī (édit.), Beyrouth, Dār ash-shurūq.

Baghdādī (al-). 1985. *at-Takmila fī l-ḥisāb* [Le complément en calcul], A. S. Saïdan (édit.), Koweit, Institut des Manuscrits Arabes.

Djebbar, A. 1984, *Quelques remarques sur les rapports entre Philosophie et Mathématiques arabes*, Actes du Colloque de la Société Tunisienne de Philosophie (Hammamet, 1-2 Juin 1983), *Revue Tunisienne des Etudes Philosophiques*, Mars 1984, n° 2, pp. 3-21.

Djebbar, A. 1992, *Le traitement des fractions dans la tradition mathématique arabe du Maghreb*, Actes du Colloque International sur l'Histoire des fractions (Paris, 30-31 Janvier 1987). In P. Benoit, K. Chemla & Ritter, J. (édit.). *Histoire de fractions, fractions d'histoire*, Bâle-Boston-Berlin, Birkhäuser Verlag, pp. 223-245.

Djebbar, A. 2004. *Du nombre pensé à la pensée du nombre. quelques aspects de la pratique arithmétique arabe et de ses prolongements en Andalus et au Maghreb*, Actes de la «*Rencontre Internationale de Peiresc sur la pensée numérique*» (Peiresc, 7-10 Septembre 1999), C. Alvarez, J. Dhombres & J.-C. Pont (édit.), In *Sciences et Techniques en Perspective*, IIe série, Vol. 8, fascicule 1, pp. 303-322.

Djebbar, A. 2005. Ar-Risāla fī t-taksīr li Ibn ᶜAbdūn, shāhid ᶜalā al-mumārasāt as-sābiqa li t-taqlīd al-jabrî al-ᶜarabī [L'épître sur le mesurage d'Ibn ᶜAbdūn, un témoin des pratiques antérieures à la tradition algébrique arabe], *Suhayl, Journal for the History of the Exact and Natural Sciences in Islamic Civilisation*, Barcelone, Volume 5, partie arabe, pp. 17-18.

Djebbar, A. 2007. *La géométrie du mesurage et du découpage dans les mathématiques d'al-Andalus (Xᵉ-XIIIᵉ s.)*. In P. Radelet de Grave (édit.). *Liber Amicorum Jean Dhombres*, Réminisciences 8, Éditions Brepols, Turnhout.

Fārābī (al-). 1968. *Risāla fī iḥṣā' al-ᶜulūm* [Epître sur le recensement des sciences], U. Amīn (édit.), Le Caire, Librairie Anglo-Egyptienne.

Hermelink, H. 1977. *Arabic Recreational Mathematics as a Mirror of Age-Old Cultural Relations Between Eastern and Western Civilizations*, Actes du Premier Colloque International d'Histoire des Sciences Arabes (Alep, 5-12 Avril 1976), Alep. vol. II, pp. 44-52.

Héron d'Alexandrie. 1899-1914. *Heronis Alexandrini opera … omnia*, Leipzig, Teubner , Vol. IV.

Ḥubūbī (al-). *Kitāb al-istiqṣā'wa t-tajnīs fī ᶜilm al-ḥisāb* [Livre de l'investigation et du classement sur la science du calcul], Ms. Oxford, Bodl. Seld. 3234, 22/1e, ff. 14a-14b.

Hughes. 2008. *Fibonacci's De Practica geometriae*, New York, Springer.

Ibn al-Bannā. 1968. *Talkhīṣ aᶜmāl al-ḥisāb* [L'abrégé des opérations du calcul], M. Souissi (édit.), Tunis, Publications de l'Université de Tunis.

Ibn an-Nadīm. 1871-72. *Al-Fihrist* [Le Catalogue], G. Flügel, Leipzig.

Khwārizmī (al-). 1992. *Le calcul indien (Algorismus)*, A. Allard (édit. & trad.), Paris, Blanchard – Namur, Société des Etudes Classiques.

Levy, T. & Burnett, Ch. 2006. Sefer ha-Middot. A Mid-Twelfth Century Text on Arithmetic and Geometry Attributed to Abraham Ibn Ezra, *Aleph*, n° 6, pp. 57-238.

Levy, T. 2001. Hebrew and Latin Versions of an Unknown Mathematical Text by Abraham Ibn Ezra, *Aleph* n° 1, pp. 295-305.

Martzloff, J.-C. 1990. *Les contacts entre les astronomies et les mathématiques arabes et chinoises vus principalement à partir des sources chinoises. Etat actuel des connaissances*, Actes du 2^{e} Colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques (Tunis, 1-3 décembre 1988), Tunis, Maghreb Edition.

Moyon, M. 2008. La géométrie pratique en Europe en relation avec la tradition arabe, l'exemple du mesurage et du découpage. Contribution à l'étude des mathématiques médiévales, Thèse de Doctorat, Lille, Universté de Lille 1.

Moyon, M. 2011. *Le De Superficierum Divisionibus Liber D'al-Baghdâdî et Ses Prolongements En Europe*. Actes Du 9e Colloque Maghrébin Sur L'histoire Des Mathématiques Arabes (Alger, 12-14 Mai 2007), édit. A. Bouzari et Y. Guergour. Alger, pp. 159-201.

Munshī, ^{c}Alī. 1989. *Lubb al-ḥisāb* [La moelle du calcul], Fac simile, Téhéran, Center for the Publication of Manuscripts.

Nau, F. 1910. Notes d'astronomie syrienne, *Journal Asiatique*, Série 10, t. 16 (1910).

Pines, S. 1965. *Thābit Ibn Qurra's conception of number and theory of mathematical infinite*. Actes du XI^{e} congrès International d'Histoire des Sciences. Varsovie, III, pp. 160-166.

Rashed, R. (édit. & trad.). 2007. *Al-Khwārizmī, le commencement de l'algèbre*, Paris, Albert Blanchard.

Samaw'al (as-). *Livre sur le dévoilement des travers des astrologues*, Ms. Leiden, University Library, n°Or 98.

Sigler, L. 2002. *Fibonacci's Liber Abaci*. New York, Springer.

Souissi, M. 1968. *La langue des mathématiques en arabe*, Tunis, Publications de l'Université de Tunis.

Swartz, M. L. (trad). 1981. The Attitude of Orthodox Islam Toward the Ancient Sciences, *Studies on Islam*, Oxford University Press, pp. 185-215.

Uqlīdīsī (al-). 1985. *Al- Fuṣūl fī l-ḥisāb al-hindī* [Les Sections sur le calcul indien], A. S. Saïdan (édit.), Alep, Institut d'Histoire des Sciences Arabes.

Vernet, J. 1985. *Ce que la culture doit aux Arabes d'Espagne*, Paris.