REPERES - IREM. N° 96 - juillet 2014

L'ELEVE ACTEUR DANS LA CONSTRUCTION DE SON SAVOIR EN LYCEE PROFESSIONNEL

Hamid HADIDOU, Cécile AMALRIC,
Céline CURELI, Frédéric THEISEN

Irem Toulouse

Remerciement à tous les membres de la CII-LP *pour leurs conseils et leur expertise*

Résumé : Privilégier la démarche d'investigation est une exigence des programmes de mathématiques de la voie professionnelle. Ce travail montre à travers quelques exemples de séquences, comment la démarche d'investigation rend l'élève acteur dans la construction de son savoir. Les différentes compétences travaillées sont ici mises en évidence. On constate que cette pratique pédagogique permet à un plus grand nombre d'élèves de s'investir et de s'exprimer. Les échanges et les questions sont souvent pertinents et rendent la séquence, bien que parfois bruyante, enrichissante aussi bien pour les élèves que pour l'enseignant. Mais encore faut-il que la problématique de départ soit judicieusement adaptée.

Introduction

Par son approche inductive, la démarche d'investigation en mathématiques peut permettre à l'élève de se mettre en valeur, de développer les compétences et d'acquérir de nouvelles connaissances nécessaires à son intégration dans un monde en perpétuelle évolution. Il faut cependant, éviter les écueils et respecter certaines règles de base afin de donner toutes les chances de réussite à la démarche.

Dans cet article sont énoncés quelques règles et critères à respecter pour qu'une situation ou problématique puisse fonctionner et conduire ainsi l'élève à se sentir concerné. Dès lors, la situation d'apprentissage est menée à travers un processus de démarche d'investigation.

Trois exemples de situations différentes sont décrits et systématiquement analysés. Ces trois exemples montrent comment la démarche d'investigation peut être intégrée dans une classe soit pour introduire une notion nouvelle, soit pour approfondir des connaissances déjà acquises. Il est par ailleurs, abordé le lien entre la démarche d'investigation et l'évaluation des compétences.

1. — Comment est intégrée la démarche d'investigation dans les classes ?

Dans les lycées professionnels : l*a démarche pédagogique* [1] *doit privilégier une démarche d'investigation et s'appuyer sur l'expérimentation*.

Le processus de démarche d'investigation peut être intégré dans les classes de plusieurs façons :

— A travers une activité de découverte pour introduire une nouvelle notion,

— A travers un travail pour réinvestir et consolider les acquis antérieurs de l'élève,

— En travail d'approfondissement en classe ou sous forme de devoir à faire à la maison,

— En évaluation :

- soit diagnostique ou formative,
- soit en contrôle en cours de formation (CCF).

Il est évident que dans ces cas, les élèves auront été préparés préalablement à une telle démarche. Par ailleurs, l'instauration de l'épreuve (CCF) pour la certification finale, comportant une démarche expérimentale, a induit un changement dans les pratiques pédagogiques des enseignants. Le cas des CCF sera abordé dans le paragraphe II de cet article.

Quel que soit l'objectif visé, la démarche d'investigation se présente sous la forme d'une situation ou d'une problématique suivie d'une question ouverte.

1. 1. *La problématique posée doit répondre à un certain nombre de critères :*

— La situation doit être inspirée de préférence de l'environnement de l'élève pour qu'il se sente concerné.

— La situation proposée doit être claire et accessible à l'élève afin de faciliter sa compréhension par celui-ci. Elle peut être présentée par l'intermédiaire de divers supports (textes, films, images…)

Remarque : On peut, à ce niveau, introduire dans le texte des mots nouveaux pour enrichir le vocabulaire de l'élève, lorsqu'il s'agit d'une activité formative, d'approfondissement ou d'un devoir à la maison.

— La question doit être *féconde*. En effet, celle-ci doit amener l'élève à :

- Se poser des questions,
- Mobiliser ses connaissances,
- Se documenter en utilisant les moyens à sa disposition tels que : documents fournis, dictionnaires et encyclopédies, recherche sur internet,…
- Proposer et réaliser des activités expérimentales,
- Rendre compte de ses conclusions

1. 2. *Une phase importante : la définition de la règle du jeu.*

Pour que le processus de démarche d'investigation fonctionne, il est indispensable d'expliquer l'organigramme de la démarche à suivre et de définir et fixer le rôle des acteurs de ce jeu à savoir l'élève et l'enseignant (encadré ci-contre).

1. 3. *Le déroulement d'une séance :*

Le déroulement d'une séance comporte trois grandes étapes : l'*appropriation* de la situation, l'*expérimentation* et la *restitution*. Selon les pratiques, il peut y avoir une mise en commun juste après l'étape d'appropriation de la situation. Voici un exemple de déroulement d'une séance où l'enseignant place la mise en commun à la dernière étape.

La démarche à suivre par l'élève	Le rôle des élèves	Le rôle de l'enseignant
Je lis et je comprends, J'émets une hypothèse, J'expérimente ma méthode de résolution, ▪ j'invalide mes hypothèses, dans ce cas j'émets une nouvelle hypothèse, ▪ je valide et je conclus, Je propose ma solution.	Nous sommes acteurs de ce jeu, Nous nous investissons, Nous restons concentrés, Nous sommes à l'écoute les uns des autres, Nous échangeons, Nous sommes autonomes, Nous n'appelons le professeur qu'en cas de blocage.	Il est l'arbitre du jeu, Il est présent tout en restant en retrait, Il encourage, Il peut donner des indices mais pas la solution.

L'appropriation de la situation :

Les élèves travaillent par groupes de deux ou quatre si l'environnement de la classe le permet. Le professeur circule parmi les groupes pour s'assurer que le problème est bien compris dans un premier temps. Il répond aux questions sous forme de conseils utiles au déblocage de la situation afin d'éviter l'abandon.

L'expérimentation :

Les élèves émettent des conjectures et les vérifient. Le fait qu'une conjecture ne soit pas confirmée n'est pas un échec, mais plutôt une étape dans l'avancement du travail. Le professeur circule parmi les élèves, réagit aux questions et aux suggestions, vérifie l'état d'avancement, guide, évite les écueils, encourage et valorise leur travail.

La restitution :

La restitution se fait sous la forme d'une mise en commun des méthodes de résolution et démarches qui sont alors notées au tableau.

Chaque groupe présente sa solution à toute la classe. Un débat s'instaure pour étudier les différentes propositions. Au cours de ce débat les élèves évaluent eux-mêmes le travail de leurs camarades. Loin d'être négligeable dans le processus d'apprentissage, cette phase de restitution permet aux élèves de s'exprimer oralement, de poser des questions et d'argumenter. Elle aboutit ainsi à la consolidation des acquis et à un apprentissage en profondeur.

Dans l'exemple qui suit, proposé à une classe de terminale professionnelle (groupement C) [1] de 18 élèves, l'un des objectifs de l'enseignant est de faire découvrir une nouvelle fonction.

Exemple 1 : *Pourquoi la fonction logarithme ?*

Prérequis :

— Calcul de pourcentages,
— Suites numériques,
— Connaissance des fonctionnalités d'un tableur, de la calculatrice.

Objectifs :

— Résoudre l'équation $q^x = a$,
— Justifier l'utilisation de la fonction logarithme décimal pour résoudre l'équation $q^x = a$,
— Réinvestir les prérequis.

1ère partie :

Situation : Vous disposez d'une somme d'argent de 1250 €. Vous avez besoin du double de cette somme pour réaliser votre projet d'achat d'un scooter qui vous tient à cœur. Vous décidez de placer votre argent dans un compte épargne à « intérêts composés » au taux de 1,5 % annuel.

Question : Combien de temps devez-vous attendre pour réaliser votre projet ?

Quelques indications :
À combien estimez-vous cette durée ? 5 ans, 10 ans, 50 ans, 70 ans ou plus ?
Expérimentez la méthode que vous avez choisie pour trouver la durée exacte.
Votre conjecture est-elle validée ? Votre résultat est-il possible ?

Ces questions sont proposées d'entrée aux élèves avec le texte de la situation. Elles ont pour but d'amener l'élève à émettre une conjecture et la vérifier en proposant une méthode de résolution, puis d'arriver à une conclusion.

La problématique posée peut-elle conduire à la mise en place d'une démarche d'investigation ?

Analysons la problématique en nous référant aux critères fixés précédemment (paragraphe I.1).

— Le choix de la somme de 1250 € et le projet d'achat d'un scooter issus de l'environnement de l'élève lui permettent de se sentir concerné.

— L'élève est amené à émettre une conjecture, à la vérifier et conclure.

— Un seul obstacle apparait : « intérêts composés ». Cela a pour but d'attirer l'attention de l'élève et de provoquer sa curiosité. Il incite l'élève à chercher une explication et à se documenter.

— Les élèves se posent des questions et confrontent leurs idées.

— La situation conduit l'élève à mobiliser des connaissances et à expérimenter : utilisation du calcul de pourcentages, formules des suites numériques, utilisation du tableur et de la calculatrice.

Remarque : Des documents préparés par l'enseignant sont à la disposition des élèves à leur demande.

— Explication de la notion d'intérêts composés à partir d'un exemple simple

— Calcul de pourcentage (augmentation ou réduction).

— Suites géométriques et arithmétiques.

— Fiches d'utilisation TIC

Matériel disponible : calculatrices et ordinateurs avec tableur et accès internet.

Voir dans le tableau ci-contre les *différentes propositions des élèves*.

Restitution :

La restitution se fait sous la forme d'une mise en commun des résultats par les différents

<table>
<tr><th>Propositions des élèves</th><th>Commentaires</th></tr>
<tr><td>Certains élèves négligent l'expression « intérêts composés » et calculent le capital acquis en intérêt simple.</td><td>Le professeur alerte sur l'importance de l'indication et explique si nécessaire la signification.</td></tr>
<tr><td>« Je prends la somme initiale, je la multiplie par le nombre 1,015 et je compte le nombre d'années écoulées jusqu'à ce que je trouve 2 500 €. Pour cela, j'utilise la calculatrice. »</td><td>Cette méthode est longue et la comptabilisation du nombre d'années, qui doit être précise, est source d'erreurs. Mais elle a l'avantage d'amener les élèves à s'organiser et à être rigoureux.
Certains élèves, voyant la durée trop longue, passent à l'utilisation d'un tableur.</td></tr>
<tr><td>Les élèves qui sont plus à l'aise et qui maitrisent le tableur pensent tout de suite à utiliser celui-ci.
<table>
<tr><td>fx</td><td colspan="2">=C2*1,015</td></tr>
<tr><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr>
<tr><td>durée en années</td><td>Capital en €</td><td></td></tr>
<tr><td>0</td><td>1250</td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>1268,75</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>1287,78</td><td></td></tr>
<tr><td>43</td><td>2371,10</td><td></td></tr>
<tr><td>44</td><td>2406,67</td><td></td></tr>
<tr><td>45</td><td>2442,77</td><td></td></tr>
<tr><td>46</td><td>2479,41</td><td></td></tr>
<tr><td>47</td><td>2516,60</td><td></td></tr>
</table></td><td>Cela nécessite la programmation des cellules (voir figure), pour l'obtention de la durée « colonne B » et pour l'obtention du nouveau capital « colonne C ».
Cette méthode est relativement rapide. Le capital et l'année correspondante sont visibles sur le tableau. Il n'y a donc pas de comptage manuel comme dans le cas précédent. Il suffit d'interpréter les résultats obtenus.</td></tr>
<tr><td>Une troisième méthode est exploitée par les élèves : L'utilisation de la formule d'une suite géométrique.
« Je constate qu'il s'agit d'une suite géométrique. Son premier terme est $u_0 = 1250$ et sa raison est $q = 1,015$. »
Le terme de rang n (la n^e année) s'obtient à l'aide de la formule : $u_n = u_0 \times q^n$ issue du document ressource.
« Je procède par tâtonnement et je calcule u_n pour $n = 10, 20, ...50$ puis 45, 46, 47 ».</td><td>Le professeur souligne ici l'intérêt de l'étude des suites numériques en mathématiques que l'on rencontre dans beaucoup de situations de la vie courante.</td></tr>
</table>

groupes. Un élève est choisi par chaque groupe pour présenter le travail. Les autres élèves peuvent intervenir pour compléter une information. Le professeur valorise le travail des élèves : la diversité des méthodes proposées, l'effort fournit et l'aboutissement à la solution. Il souligne l'avantage de recourir à l'ordinateur ou à la calculatrice afin d'éviter une utilisation excessive d'additions et de multiplications. Or, il y a encore quelques décennies, nous ne disposions pas de ces outils et les calculs étaient longs et fastidieux.

Le professeur peut alors souligner le fait que la réponse à la question existait pourtant déjà et parler de l'évolution des outils de calculs: tables de logarithmes, calculatrice, tableur.

Il introduit alors une nouvelle fonction par l'intermédiaire de cette discussion :

Méthode de résolution à l'aide de la fonction logarithme décimal.

1) *Mise en équation du problème :*

« Besoin du double de la somme initiale » se traduit par : $u_n = 2 \times u_0$

Comme $u_n = u_0 \times q^n$, on a alors

$$u_0 \times q^n = 2 \times u_0.$$

En simplifiant par u_0 (u_0 étant non nul) on obtient : $q^n = 2$ (E_1)

Pour q = 1,015 l'expression (E_1) devient :

$$1{,}015^n = 2 \qquad (E_2)$$

Il « suffit » alors de résoudre cette équation dont l'inconnue est n.

Remarque : Certains élèves, contents de voir cette expression simple, sous-estiment sa complexité et la confondent souvent avec l'équation du 1er degré $1{,}015 \times n = 2$. C'est l'occasion de les laisser faire et de constater par eux-mêmes la non cohérence du résultat.

2) *Introduction de la fonction logarithme décimal.*

Dans l'équation $1{,}015^n = 2$, l'inconnue est en exposant.

Il faut donc chercher n tel que :

$$\underbrace{1{,}015 \times 1{,}015 \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times 1{,}015}_{\text{n fois}} = 2$$

où le nombre 1,015 apparaît n fois.

Pour cela, Il faut effectuer de nombreuses multiplications et les comptabiliser, comme cela a été fait précédemment.

Mais il existe une fonction dont une propriété permet de transformer un produit en une somme : la fonction logarithme décimal, repérée sur la calculatrice par la touche **log**.

En effet :

$$\log(a \times a \times \ldots \times a) = \log(a) + \log(a) + \ldots + \log(a)$$

pour a réel strictement positif.

C'est-à-dire :

$$\log(a^n) = n \times \log(a)$$

Si on applique cette fonction à l'égalité (E_2) on trouve :

$$\log(1{,}015^n) = \log(2)$$

Soit :

$$n \times \log(1{,}015) = \log(2) \qquad (E_3)$$

d'où $n = \dfrac{\log(2)}{\log(1{,}015)}$, $n \approx 46{,}55$.

On constate qu'en utilisant les propriétés de la fonction logarithme, l'équation (E_2) est ramenée à une équation du premier degré (E_3), très facile à résoudre. La durée $n = 47$ ans est ainsi déduite à partir du résultat d'une simple division.

2ème partie :

La durée (47 ans) de financement étant bien trop longue, une discussion sur le taux proposé par la banque et la durée de placement correspondante s'engage avec les élèves. Le professeur et les élèves peuvent alors redéfinir ensemble le problème en imposant une durée de placement (par exemple, 5 ans) et en cherchant le taux qui permettrait de réaliser les économies espérées. Cette nouvelle question permet d'introduire (ou d'évoquer) la fonction réciproque repérée sur la calculatrice par la touche $\boxed{10^x}$.

Question : Dans la situation étudiée précédemment, la durée de 47 ans étant trop longue, quel taux la banque devrait-elle proposer pour que l'on puisse réaliser les économies souhaitées en 5 ans ?

Pour une durée de 5 ans, l'équation devient :

$$q^5 = 2$$

On peut résoudre cette équation de proche en proche, mais la façon la plus rapide consiste à résoudre l'équation :

$$\log(q) = \frac{\log(2)}{5},$$

c'est-à-dire $\log(q) \approx 0{,}06$.

L'élève se heurte à un nouvel obstacle : *Comment trouver q ?* Le professeur signale alors l'utilité de la fonction réciproque de la fonction logarithme décimal, repérée ici par la touche de la calculatrice $\boxed{10^x}$.

$\log(q) = 0{,}06$ conduit à $q = 10^{0{,}06}$.

A l'aide de la calculatrice, on trouve : $q \approx 1{,}148$ d'où le taux de 14,8 %. Le professeur laisse les élèves commenter leurs résultats. (Ce taux existe-t-il sur le marché ? ….)

En conclusion :

A travers cette activité, et à la suite d'un processus d'investigation, l'enseignant montre l'apport des fonctions logarithme décimal et sa fonction réciproque, dans la résolution d'un problème de la vie économique. Les élèves ont été par ailleurs, sensibilisés à l'évolution des mathématiques. Le travail peut se poursuivre en faisant une recherche plus approfondie sur l'historique des logarithmes et des calculs empiriques.

Exemple 2 : *Approfondissement d'une notion.*

Prérequis :

— Notion de suites numériques,
— Générer expérimentalement des suites numériques à l'aide d'un tableur.

Objectifs :

— Identification de la nature de la suite numérique
— Modéliser une situation concrète par une suite numérique.

Il s'agit d'une activité proposée en accompagnement personnalisé en classe de 1ère professionnelle électrotechnique [1]. Le groupe est constitué de huit élèves dont la plupart sont motivés. Les élèves ont travaillé par groupes de deux. La salle est équipée d'ordinateurs et d'un accès au réseau internet.

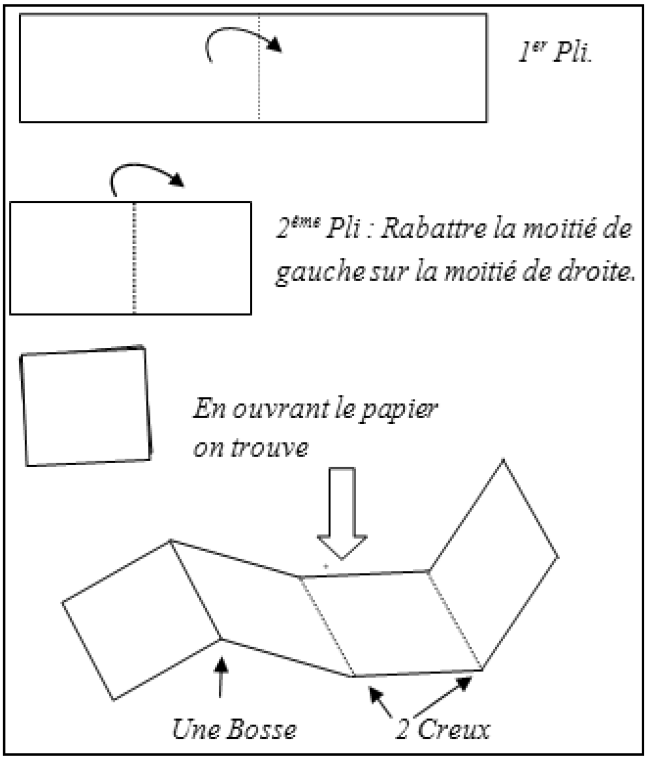
Situation : *la légende de l'échiquier* « On ne riz pas ! »
Afin de nourrir son peuple affamé, l'empereur de Corée demanda un don de riz à l'empereur de Chine. Ce dernier, avare et fier, refusa.

« Empereur de Chine, toi qui es le plus grand producteur de riz au monde, pourrais-tu me faire don de quelques grains de riz seulement … juste assez pour remplir les cases de mon échiquier de la manière suivante : un grain de riz sur la première case, deux sur la deuxième case, quatre sur la troisième case et ainsi de suite en doublant la case précédente. En contre partie, je m'engage à te céder mon territoire. » L'empereur de Chine flatté et persuadé d'agrandir son royaume rapidement, s'engagea à remplir cette demande.

Question : L'empereur de Chine a-t-il bien fait d'accepter ?

Cette situation n'est pas issue de l'environnement des élèves, dont la plupart ne jouent pas aux échecs, mais elle intrigue et provoque leur curiosité. En effet, la situation est simple et facile à comprendre et la question telle qu'elle est posée « l'empereur de chine a-t-il bien fait d'accépter ? » oblige l'élève à prendre une décision et à émettre une conjecture. Il se voit donc contraint de vérifier sa conjecture et de suivre le protocole de la démarche d'investigation précisé dans le paragraphe I.2).

<table>
<tr><th>Propositions et questions des élèves :</th><th>Commentaires</th></tr>
<tr><td>Réponse spontanée de la plupart des élèves : « c'est l'empereur de Corée qui se fait avoir dans cette transaction ! »</td><td>« Prouvez-le. »</td></tr>
<tr><td>« Combien y a-t-il de cases dans un échiquier ? »</td><td>« C'est une bonne question, mais il vous appartient de trouver cette donnée indispensable »
Or, avec un peu d'observation, la figure montre qu'il y a 64 cases (8 × 8 = 64). Sinon, une recherche sur internet permet aux élèves de répondre à leur question. Dans ce cas, on peut leur faire remarquer qu'une bonne observation de la figure leur aurait permis de gagner du temps.</td></tr>
<tr><td>Les élèves proposent l'utilisation de la calculatrice ou du tableur.
<table>
<tr><th>A</th><th>B</th></tr>
<tr><td>numéro de la case</td><td>nombre de grains</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>61</td><td>1,15292E+18</td></tr>
<tr><td>62</td><td>2,30584E+18</td></tr>
<tr><td>63</td><td>4,61169E+18</td></tr>
<tr><td>64</td><td>9,22337E+18</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Total =</td><td>1,84467E+19</td></tr>
<tr><td>Masse totale en tonnes</td><td>4,01016E+11</td></tr>
<tr><td>Masse en milliards de tonnes</td><td>401</td></tr>
</table></td><td>Ceux qui utilisent la calculatrice abandonnent très vite car les calculs sont très lourds et ils rechignent à les reprendre pour faire la somme des grains de toutes les cases. On peut leur suggérer dans ce cas l'utilisation du tableur.</td></tr>
<tr><td>Certains élèves ne donnent que la quantité de riz dans la 64^{ème} case</td><td>Ils oublient de faire le total des grains dans toutes les cases, mais le nombre trouvé ($\approx 9.10^{18}$) reste cohérent avec l'ordre de grandeur de la somme et est suffisant pour répondre à la problématique.</td></tr>
<tr><td>Un groupe a recherché sur internet la production mondiale de riz, de l'ordre de 400 millions de tonnes.</td><td></td></tr>
<tr><td>« combien pèse un grain de riz ? »</td><td>Une balance et des grains de riz peuvent être à disposition des élèves.</td></tr>
</table>



Cette situation a provoqué l'étonnement et l'implication de tous les élèves. Elle a permis de mettre en œuvre une démarche scientifique, de montrer les limites de la calculatrice, d'utiliser le tableur et de faire des recherches sur le réseau internet.

L'année d'après, cette même situation a été reprise avec les mêmes élèves en classe de terminale. Pour répondre à la problématique, ils ont mis en application la formule de la somme des 64 premiers termes de la suite. Dans ce cas, une simple calculatrice a suffi.

Exemple 3 : *Scénario d'une séance d'introduction des suites numériques – Cas particulier de la suite géométrique*.

Activité inspirée du projet européen PRIMAS [2]: Pliage d'une feuille de papier. Durée de la séance : environ 20 min

Il s'agit d'une activité proposée à une classe de 1ère professionnelle [1] de 24 élèves. La salle est une petite salle de cours normale. Après la fin d'un chapitre sur les statistiques, le professeur propose de faire une pause et de jouer à plier un papier. Mais il exige l'écoute des uns et des autres.

Prendre une bande (10 cm × 30 cm) en papier. La plier comme le montre la figure ci-dessus.

Le professeur explique la situation en pliant lui-même un papier deux fois. Puis il demande aux élèves de plier en respectant la règle de pliage et de compter le nombre de creux et de bosses en fonction du nombre de plis.

« Amusez-vous et notez vos observations »

Après une dizaine de minutes, le professeur recueille et note les observations des élèves au tableau. [Voir les observations des élèves et les commentaires du professeur page suivante.]

Le professeur demande : « Qui a pensé à noter les trois paramètres ? ». Parmi ceux qui y ont pensé, deux ont établi un tableau à trois colonnes. Le professeur insiste sur la nécessi-

Propositions des élèves	Commentaires
« Si on retourne la feuille, les bosses deviennent des creux et inversement »	« Qu'en pensez-vous ?» Les élèves vérifient et confirment la proposition de leur camarade.
« Si on continue à plier, le comptage devient difficile parce que ça se multiplie »	Les élèves constatent la croissance rapide de la série.
« Je suis arrivé à 28 bosses, mais je n'ai pas compté les plis »	Cet élève comme certains autres, n'ont pas respecté la consigne de départ. Le professeur fait remarquer cette entrave à la règle.
« Je pensais qu'il y aurait un nombre de bosses égal au nombre de creux »	Cet élève a émis une hypothèse et l'a vérifiée expérimentalement.

té d'organiser l'information afin de pouvoir l'exploiter.

Les élèves prennent d'autres feuilles et l'expérience est refaite avec plus d'attention. Le professeur trace le tableau et note les propositions des élèves (ci-dessous).

Professeur : Que faut-il pour vérifier facilement les hypothèses de l'étape 5 ?

Elèves : Il faut une bande plus grande. Ici, on remarque que les élèves demandent un matériel adapté à l'expérience.

Professeur : Et si je vous donne une feuille de deux mètres. Quels seraient les résultats pour 10 plis ?

Elèves : (Après un « ouf » général) Un élève propose 1 024 puis refait le calcul et annonce 512. « Monsieur, c'est 2 à la puissance 9.

	Nombre de plis	Nombre de creux	Nombre de bosses	Remarques
Etape 1	1	1	0	
Etape 2	2	2	1	
Etape 3	3	~~3~~ 4	~~2~~ 3	Certains èlèves suggèrent de rajouter une unité à chaque fois. Les autres proposent de multiplier par deux pour obtenir le nombre de creux puis de retrancher un à celui-ci pour obtenir le nombre de bosses. Après vérification expérimentale, tous les élèves sont d'accord pour retenir la deuxième proposition.
Etape 4	4	8	7	L'hypothèse est vérifiée expérimentalement.
Etape 5	5	16	15	L'hypothèse est difficilement vérifiable expérimentalement car la feuille de papier n'est pas assez grande. « Il faut s'y reprendre ».

Puisqu'à chaque fois on multiplie par 2 ». L'élève a l'approbation de quelques- uns de ses camarades. Cet élève a non seulement remarqué que la suite est géométrique, mais il a trouvé la raison et l'expression du terme de rang n. Il faut noter qu'ici le premier terme est 1. Qu'aurait proposé cet élève, si le premier terme était différent de 1 ?

Professeur : Que pensez-vous de ces suites de nombres ?

Elèves : C'est proportionnel. Puis après reflexion et discussion, ils annoncent que ce n'est pas proportionnel au nombre de plis. Ils concluent que chaque terme de la suite du milieu du tableau s'obtient en multipliant le précédent par 2.

Professeur : Si on note n le nombre de plis et u_n le nombre de creux, la suite que vous venez de définir est appelée « suite géométrique » de raison q = 2 et de premier terme $u_1 = 1$.

Les élèves déduisent facilement la relation générale du terme de rang *n* en fonction de la raison et du terme précédent.

Remarque : Les élèves ne se sont jamais intéressés à la suite correspondant au nombre de bosses. En effet, celle-ci n'est ni arithmétique, ni géométrique. De plus, chaque terme se déduit du terme de la suite de la colonne « Nombre de creux» en retranchant « un ».

Professeur : Que pensez-vous de la suite de la colonne «Nombre de bosses» ?

Elèves : Elle se déduit de l'autre en retranchant « un ».

Au cours de cette activité, les élèves ont tous joué le jeu et se sont investis. Ils ont ainsi découvert et manipulé des suites numériques, la notation indicielle, une suite géométrique. Ils ont observé, conjecturé et expérimenté pour vérifier leurs hypothèses. Ils ont pratiqué une démarche scientifique.

Cette même activité a été proposée à un bon élève de terminale professionnelle, juste après la fin du cours sur les suites numériques. Il a tout de suite établi un tableau (Voir sa copie en annexe 1). Il lui a fallu refaire plusieurs fois l'étape 5 pour vérifier son hypothèse.

Pour déterminer le nombre de creux après 20 plis, il a pensé à définir la suite géométrique et demandé à avoir la formule donnant le terme de rang n en fonction du premier terme et de la raison. Il trouve $u_{20} = 524288$.

Qu'en penses-tu ? « C'est surprenant de trouver une grande valeur alors que je pensais que ce serait une petite valeur ».

Cette activité a permis à cet élève de consolider ses acquis et de mettre en œuvre une démarche scientifique. Il faut noter, que dans ces deux expériences, tous les élèves ont joué le jeu et aucun n'a posé la question à quoi cela pouvait servir ?

2. — Quel est le lien avec l'évaluation des compétences ?

La démarche d'investigation, impulsée par la dernière réforme [1] des lycées professionnels, s'inscrit pleinement dans le cadre de l'évaluation par compétences [3]. Désormais les certifications intermédiaires et finales se font en contrôle en cours de formation. La séance d'évaluation d'une durée de 30 ou 45 minutes doit respecter une grille de compétences (Voir grille - Annexe 2), dans laquelle on retrouve tous les ingrédients de la démarche d'investigation. De ce fait, cette réforme a conduit les enseignants de mathématiques et de sciences physiques et chimiques à changer leurs pratiques d'enseignement, pour répondre aux nouvelles exigences pédagogique d'une part et pour préparer les élèves aux nouveaux modes d'évaluation d'autre part.

L'évaluation est constituée d'une situation issue du domaine professionnel ou de la vie courante, suivie d'une question pour répondre à une problématique.

En mathématiques, elle comporte un ou deux exercices ; la résolution de l'un d'eux nécessite la mise en œuvre de capacités expérimentales. L'évaluation comporte un ou deux appels au maximum, généralement deux. Au cours du premier appel, le professeur s'assure de la compréhension de la situation et évalue l'aptitude de l'élève à émettre une hypothèse et à proposer et défendre une démarche qui lui permet de répondre à la problématique. À la fin de ce premier entretien, de l'ordre de quelques minutes, deux cas sont possibles :

1er *cas :* La proposition de l'élève peut conduire à la résolution de la problématique dans un délai raisonnable. Le professeur demande alors à l'élève de suivre son protocole.

2ème *cas :* La proposition de l'élève ne conduit pas à la résolution du problème. Le professeur apprécie cette partie et fournit à l'élève un protocole à suivre.

Dans tous les cas, l'élève doit expérimenter, simuler en utilisant les TIC (logiciel avec ordinateur ou calculatrice), vérifier la vraisemblance des résultats et conclure en répondant à la problématique.

Un deuxième appel permet au professeur d'évaluer la capacité de l'élève à expérimenter et à simuler en utilisant les TIC.

Conclusion

La réforme du baccalauréat professionnel initiée en septembre 2009 a insufflé de nouvelles pratiques d'enseignement. Parmi elles, la démarche d'investigation a amené un changement de posture de l'enseignant. Comme l'indique le projet européen Primas [1] « l'apprentissage des élèves est recherché au moyen d'*une approche active de questionnement* ». L'enseignant ne donne plus une réponse toute faite. Il permet aux élèves d'exprimer leurs idées, les incite à écrire ces idées et à les formuler oralement. Il organise le débat collectif, encourage un élève, en valorise un autre.

Pour les élèves aussi le changement de posture est réel. Il ne leur suffit plus de recopier le cours et de résoudre des exercices. Les recherches en didactique montrent, en effet, comme le relate le site de la main à la pâte [2], qu'« il ne suffit pas d'apprendre par cœur pour être capable de résoudre des problèmes ». Les élèves, par le biais de la démarche d'investigation, deviennent davantage acteurs de leurs apprentissages. De nouvelles compétences sont mises en jeu. Émettre une hypothèse, l'expliciter au groupe, l'écrire puis la réfuter n'est pas toujours facile pour les élèves qui par habitude de notent que des « choses vraies » dans leur cahier. De même, émettre une hypothèse, la valider, argumenter le résultat reste encore difficile pour ceux d'entre eux qui ne sont pas habitués à travailler en groupe ou à restituer le travail du groupe à la classe.

Néanmoins, et même si parfois les débuts peuvent être difficile à gérer — car ni l'ensei-

1 http://primas.unige.ch/index.php/projet/la-demarche-d-investigation
2 http://www.fondation-lamap.org/fr/page/11752/1-quelques-principes-de-base-de-la-d-marche-d-investigation

gnant, ni les élèves ne sont habitués à travailler de la sorte (gestion des groupes, niveau sonore, etc.) — , la pratique régulière montre que les élèves parviennent à s'écouter, à s'enrichir mutuellement et acquièrent les compétences requises. Notons que cette pratique pédagogique permet à un plus grand nombre d'élèves « les bons comme les moins bons » de s'investir et de s'exprimer. Les échanges et les questions sont souvent pertinents et rendent les séquences plus dynamiques et enrichissantes aussi bien pour les élèves que pour l'enseignant.

Bibliographie et sitographie.

[1] MEN. Programmes d'enseignement de mathématiques et de sciences physiques et chimiques pour les classes préparatoires au baccalauréat professionnel. Bulletin officiel spécial n°2 du 19 février 2009.

[2] PRIMAS-Team. PRIMAS guide for professional development providers. The PRIMAS project [en ligne]. The PRIMAS project [consulté le 15 avril 2014].Disponible sur :

http://www.primas-project.eu/artikel/en/1300/professional-development/view.do

[3] Commission Inter-Irem Lycées Professionnels. Evaluer par compétences en classe de baccalauréat professionnel. Repères Irem, 88, juillet 2012, Topiques édition, Nancy, 2012.

[4] Guide méthodologique. Fondation la main à la pâte [en ligne]. Fondation la main à la pâte [consulté le 14 mars 2014]. Disponible sur : http://www.fondation-lamap.org/fr/page/11752/1-quelques-principes-de-base-de-la-d-marche-d-investigation

ANNEXE 1

La copie d'un bon élève de terminale professionnelle

THEO.
Tale ELEC
10 / oct. 2013

1 pli = 1 creu et ~~1~~ 0 bosse

2 pli = 2 creu et 1 bosse

3 pli = 4 creu et 3 bosse

4 pli = 8 creu et 7 bosse

5 pli = 16 creu et 15 bosse.

c'est une suite géométrique $q = 2$ et le 1er terme $u_1 = 1$

20 pli = creu et bosse

$U_n = U_1 \times q^{(n-1)}$

$U_{20} = 1 \times 2^{(20-1)}$

$= 2^{19}$

$= 524\,288$

c'est surprenant de trouver une grosse valeur.
alors que je pensais que ce serait petite valeur

GRILLE NATIONALE D'ÉVALUATION EN MATHÉMATIQUES ET EN SCIENCES PHYSIQUES ET CHIMIQUES

ANNEXE 2

1. Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

Capacités	
Connaissances	
Attitudes	

2. Évaluation[4]

Compétences[5]	**Capacités**	**Questions**	**Appréciation du niveau d'acquisition[6]**
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information.		
Analyser Raisonner	Émettre une conjecture, une hypothèse. Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.		
Réaliser	Choisir une méthode de résolution, un protocole expérimental. Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler.		
Valider	Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. Critiquer un résultat, argumenter.		
Communiquer	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.		
			/ 10

3 Chaque séquence propose la résolution de problèmes issus du domaine professionnel ou de la vie courante. En mathématiques, elle comporte un ou deux exercices ; la résolution de l'un d'eux nécessite la mise en œuvre de capacités expérimentales.

4 Des appels permettent de s'assurer de la compréhension du problème et d'évaluer le degré de maîtrise de capacités expérimentales et la communication orale. Il y en a au maximum 2 en mathématiques et 3 en sciences physiques et chimiques.
En mathématiques : L'évaluation des capacités expérimentales – émettre une conjecture, expérimenter, simuler, contrôler la vraisemblance d'une conjecture – se fait à travers la réalisation de tâches nécessitant l'utilisation des TIC (logiciel avec ordinateur ou calculatrice). Si cette évaluation est réalisée en seconde, première ou terminale professionnelle, 3 points sur 10 y sont consacrés.
En sciences physiques et chimiques : L'évaluation porte nécessairement sur des capacités expérimentales. 3 points sur 10 sont consacrés aux questions faisant appel à la compétence « Communiquer ».

5 L'ordre de présentation ne correspond pas à un ordre de mobilisation des compétences. La compétence « Être autonome, Faire preuve d'initiative » est prise en compte au travers de l'ensemble des travaux réalisés. Les appels sont des moments privilégiés pour en apprécier le degré d'acquisition.

6 Le professeur peut utiliser toute forme d'annotation lui permettant d'évaluer l'élève (le candidat) par compétences.