COMPOSER DES ENVIRONNEMENTS POUR RESOUDRE DES PROBLEMES DE GEOMETRIE

Isabelle PUIG RENAULT
Salon de Provence

Résumé : Aider le passage des preuves pragmatiques aux preuves intellectuelles en proposant à des élèves de cinquième de résoudre un problème posé sous forme de question ouverte assisté par deux environnements composés, tel est l'enjeu de l'activité proposée. Une analyse *a priori* de l'activité permettra de définir les variables didactiques et l'orchestration instrumentale, une *a posteriori* montrera les différences entre attendus et réalisations. Enfin, la conclusion pointera quelles perspectives peut apporter cette expérimentation.

Introduction

Etablir une conjecture et donner des preuves pour valider cette conjecture est un des objectifs de la classe de mathématiques ; c'est aussi un des pas vers la démonstration formalisée qui est la forme aboutie du raisonnement déductif à construire tout au long des années du secondaire [1]. Mais pour permettre l'apprentissage de ce raisonnement spécifique, l'enseignant doit proposer des problèmes qui donnent un vrai enjeu de vérité. En effet, les élèves se heurtent souvent à la difficulté suivante : « Raisonner sur ce qui est vrai apparaît comme une démarche inutile, voire dénuée de sens. Ainsi, en mathématique, beaucoup d'élèves ne comprennent pas pourquoi il faut démontrer ce qui se voit, ou ce qui peut se vérifier, sur une figure » (Duval, 90 p195).

L'activité mathématique que nous allons décrire dans cet article consiste en un problème de pavage, posé sous forme de question ouverte. Ce problème a été proposé, dans le cadre d'un mémoire de Master, à des élèves de cinquième dans un environnement de gabarits [2] (Puig Renault, 2006). Pour le prolongement de cette étude et dans un travail de recherche [3], il a été proposé, en pré-expérimentation, dans un environnement différent (logiciel Cabri Géomètre), puis dans deux environnements

1 Ainsi, on peut lire dans le BO spécial n° 6 du 28 août 2008 (p12, programme du collège) : « Dans le cadre du socle commun, qui doit être maîtrisé par tous les élèves, c'est la première étape, « recherche et production d'une preuve » qui doit être privilégiée, notamment par une valorisation de l'argumentation orale. La mise en forme écrite ne fait pas partie des exigibles. »

2 Dans le cadre d'un mémoire du Master 2 Recherche *Histoire, Philosophie et Didactique des Mathématiques* (direction V. Durand-Guerrier)

3 Dans le cadre d'un doctorat dirigé par L. Trouche (Laboratoire LEPS, Lyon 1) et dont le sujet provisoire est : « Engagement des élèves dans une démarche de preuve et orchestration d'une situation de pavage, dans un environnement composite. »

–l'un de gabarits et l'autre de géométrie dynamique –composés. Cette dernière expérimentation, conçue pour une classe de cinquième, doit donner des éléments de réponse au questionnement suivant :

- comment penser cette organisation afin d'accompagner les élèves dans le passage des preuves pragmatiques (expérimentales) aux preuves intellectuelles (déductives, Balacheff, 1985) ?
- comment composer ces environnements pour que le passage de l'un à l'autre apporte à la résolution du problème ?
- quel dispositif concevoir pour aider à la transition d'un environnement à l'autre ?

Dans une première partie, nous présenterons la situation de pavage : le cadre dans lequel elle a été construite, des variables didactiques qui ont été privilégiées. Dans une deuxième partie nous relaterons deux pré-expérimentations dans deux environnements testés séparément. Dans la partie suivante, nous réfléchirons pourquoi et comment composer ces environnements. Dans une quatrième partie nous exposerons l'expérimentation dans un environnement composite et quels enseignements nous pouvons en retirer. Enfin nous conclurons sur les perspectives que peuvent engendrer ces expérimentations.

1. Première partie : conception d'une situation et de son exploitation didactique

Afin que les élèves conjecturent et élaborent des preuves, nous allons leur proposer de résoudre un problème de pavage posé sous forme de question ouverte. Pour ce faire, nous allons concevoir une situation qui se réfèrera aux cadres de la théorie des situations de G. Brousseau (1998) et à celui de l'orchestration instrumentale de L. Trouche (2005). Nous préciserons, dans cette partie, comment notre recherche s'inscrit dans ce cadre, pourquoi nous avons choisi un sujet sur les pavages, quelles sont les variables didactiques privilégiées.

1.1 *Cadre de cette situation*

Il s'agira de mettre en oeuvre une situation didactique dans laquelle la résolution du problème sera de la responsabilité de l'élève (Brousseau, 1998). Le cadre de la théorie des situations, nous permet de concevoir le problème posé sous la forme d'un défi que l'élève résoudra par différentes stratégies. Ce cadre permet, en outre, de penser et de construire les articulations entre expérimentation, formulation et validation (Kuntz & al., 2007). Nous nous appuierons également sur les travaux de T. Dias et V. Durand-Guerrier (2005) qui ont montré la dimension expérimentale des mathématiques en tant que « démarche de construction des connaissances ».

Nous proposerons de résoudre le problème dans deux environnements dont un de géométrie dynamique (logiciel Cabri Géomètre). Un logiciel de géométrie donne une possibilité substantielle : la conservation des propriétés des figures, lors d'un mouvement. Il offre des rétroactions qui permettent d'autres explorations que celles avec des gabarits.

Luc Trouche a étudié les processus à travers lesquels un artefact, outil pour les apprentissages mathématiques, se réalise en instrument (Rabardel, 1999) et comment ces processus peuvent être assistés par l'enseignant (Trouche, 2005, p 93). Le repérage de ces difficultés a amené L.Trouche à élaborer le concept de « orchestration instrumentale » qui prendra en compte les modes de gestion des artefacts. P. Drijvers (& al., 2009) continuera de filer la métaphore musicale pour montrer les trois aspects que ce concept intègre, à savoir, la configuration didactique (choix et place des artefacts), le mode d'exploitation des différents artefacts et enfin la réalisation didactique (où comment gérer les artefacts et guider les élèves *in situ*) : « An instrumental orchestration in our view consists of three elements : a didactical configuration, an exploitation mode and a didactical performance. » (Drijvers *ibid,* p2).

Nous nous réfèrerons à ce cadre pour concevoir la situation de pavage.

1.2 *Ce que nous apporte le sujet des pavages*

Nous avons choisi une question portant sur les pavages, que nous avons décidé de restreindre aux pavages périodiques, pour le niveau auquel nous nous intéressons. Les pavages suscitent de l'intérêt, chacun en connaît des représentations dans la vie quotidienne, sous forme de carrelage, de motifs de tissus mais aussi dans l'histoire culturelle avec les pavages de l'Alhambra [4] ou les lithogravures de M. C. Escher. L'aspect ludique de ce sujet est indéniable : faire un pavage c'est composer un puzzle un peu particulier. Présenté sous cet abord, le sujet est accessible, mais nous savons aussi que les problèmes qu'il suscite sont nombreux, de difficultés très diverses, certains même ont été résolus très récemment et d'autres ne le sont pas encore totalement [5]. Pour s'intéresser à un pavage, il faut définir trois paramètres : un espace à paver, un motif de pavage et un mode de recouvrement de l'espace à l'aide de ce motif. Pour donner un problème à résoudre, on peut choisir de fixer deux de ces trois paramètres. Dans la situation décrite, nous avons fixé de paver le plan, à charge pour les élèves de trouver s'il est possible de le faire avec un polygone donné : le triangle.

1.3 *Choix de variables didactiques*

Ce paragraphe décrit les choix adoptés, pour ce qui concerne les pré-requis de la situation, le motif du pavage, les questions posées du problème. Enfin nous montrerons quelles sont les réponses que peuvent apporter les élèves.

Concentrant notre étude sur le passage des preuves pragmatiques aux preuves intellectuelles dans la résolution d'un problème, nous voulons donner rapidement le vocabulaire de base des pavages, nous le ferons donc dans une première séance. Les deux définitions qui seront utiles à la résolution du problème seront :

> « Faire un pavage : c'est recouvrir le plan avec des *figures* superposables sans laisser de trous ni de chevauchement. »
>
> « *Le* motif : c'est *la* plus petite figure que l'on reproduit pour faire un pavage. »

Ensuite, le choix du motif s'est porté sur le triangle. En effet, au niveau où l'on se situe, la cinquième, on étudie, les propriétés des triangles et des quadrilatères, les propriétés des symétries. Faire un pavage avec des triangles nécessite de connaître et d'appliquer ces propriétés.

Les définitions sont posées, le motif choisi, reste à formuler les questions du problème afin de permettre aux élèves de s'engager dans une démarche d'investigation et de preu-

4 Cf site de Eveilleau qui montre les 17 pavages représentés à l'Alhambra : pagesperso-orange.fr/therese.eveilleau/

5 Cf par exemple les sujets de mathenjeans : http://mathenjeans.fr.st/

ve. Le parti pris a été de poser deux questions : la première permettant de conjecturer l'existence du pavage et la deuxième de donner des preuves qui pourront convaincre de cette existence. La première question ne doit pas donner d'indication ni sur la réponse, ni sur la méthode. La deuxième question vient, en complément, afin que les élèves ne se contentent pas d'une figure pour seule justification.

1ère question : *peut-on faire un pavage avec n'importe quel triangle ?*

2ème question : *qu'est ce qui prouve que la réponse à la première question est juste ?*

La réponse à la première question est qu'il est possible de paver avec n'importe quel triangle ; la composition de différentes isométries permet de le faire. A ce niveau de connaissances, les élèves pourront utiliser une des manières suivantes pour le composer :

- soit ils construisent des parallélogrammes à l'aide de deux triangles et par symétries centrales successives ils créent un quadrillage (ce sont les propriétés des symétries centrales qui justifient cette construction) ;
- soit ils associent les triangles trois par trois pour construire une ligne qu'ils dupliqueront par symétries (la somme des angles d'un triangle justifie le fait de faire une ligne) ;
- soit ils construisent un hexagone à l'aide de 6 triangles et le reproduisent par symétrie centrale (ce sont les propriétés des symétries centrales qui justifient cette construction).

Les élèves peuvent raisonner sur un triangle quelconque (triangle générique) ou raisonner sur chaque nature de triangles (disjonction de cas). Remarquons qu'avec des triangles particuliers d'autres composées d'isométrie permettent de paver, notamment des rotations pour des triangles équilatéraux, des triangles isocèles (avec un angle de 120°) ou des triangles rectangles isocèles (cf annexe 1).

2. Deuxième partie : choix des environnements

Cette situation a été conçue, adaptée et testée dans plusieurs classes de cinquième, les différentes expérimentations jalonnant les travaux de recherche de ces quatre dernières années.

2.1. *Dans l'environnement* gabarit :

La première pré-expérimentation a été réalisée en 2006 dans une classe de cinquième, elle s'est déroulée sur deux séances. Dans la première, on présentait différentes images de pavages pour illustrer les définitions. On donnait ensuite individuellement des pavages dans lesquels les élèves devaient isoler les motifs. Pour terminer la séance, les élèves devaient réaliser un pavage à l'aide de deux motifs distribués sous forme de gabarits en carton souple : triangles équilatéraux et hexagones. Dans la deuxième séance, on posait le problème par les deux questions présentées précédemment. Les élèves travaillaient par petits groupes et avaient à leur disposition une dizaine de gabarits de triangles de deux natures différentes (natures repérées par leur couleur) et devaient donner leurs réponses sur papier affiche afin de les présenter ensuite à leurs camarades. Libre à eux, d'utiliser les gabarits pour les coller, les reproduire, ou d'en tracer d'autres. Une mise en commun des productions permettait de conclure.

Il était attendu que les élèves trouvent la conjecture : « on peut paver avec n'importe quel triangle» et donnent la justification de leurs figures par les propriétés des symétries ou encore des propriétés d'angles.

Les observations de cette classe à l'aide d'enregistrements audio placés devant deux des groupes de 4 élèves, ont fait émerger les points suivants déclinés en quatre phases :

- *à propos de la conjecture* : on a pu noter que les élèves entraient rapidement dans l'activité et restaient motivés pour résoudre le problème pendant tout le déroulement de la séance. La classe était divisée en groupes de 3 ou 4 élèves, les avis sur la conjecture divergeaient au sein des groupes et entre les groupes : au cours des expérimentations et des discussions, les élèves ont pu changer plusieurs fois d'avis sur la possibilité de paver ou non ;
- *à propos de la démarche expérimentale* : les élèves ont pratiqué beaucoup d'essais et très divers. Les échanges enregistrés ont été très fournis et témoignent d'une recherche active ;
- *à propos de la formulation* : pour les arguments échangés à l'oral, le vocabulaire de la géométrie a été utilisé afin de différencier les triangles (triangles isocèles, rectangles, ...), quelquefois pour justifier les constructions (les symétries). Les arguments avancés ont été de différentes natures : soit ils se reportaient directement à l'action : «ça marche c'est les essais qui le prouvent », soit ils différenciaient les cas de pavages suivant la nature des triangles, soit ils faisaient référence à la définition : « ça marche car il n'y a pas de trous .... ça ne marche pas car il y a des trous».
  Les angles n'étaient évoqués que pour la construction de triangles mais pas pour la justification des pavages...
  Les arguments échangés à l'oral, ne se retrouvaient pas tous à l'écrit.... Il fut difficile pour les élèves de reconnaître la transformation qu'ils avaient employée ;
- *à propos de la validation* : on peut noter qu'au cours de l'expérimentation, les élèves appréhendaient les figures de différentes manières. Ils utilisaient leur appréhension opératoire, en opérant différentes modifications de leur dessin (Duval, 1994) pour composer leurs pavages. Cependant les tracés à partir de gabarits pouvaient être peu fiables (des trous ou des chevauchements apparaissaient car les reproductions n'étaient pas exactement à l'identique) et mal interprétés (des figures, qui se chevauchent, peuvent être vues comme des pavages avec des défauts de réalisation, alors qu'en fait, elles ne constituent pas un pavage par erreur de transformation employée).

Globalement, la situation a « fonctionné » dans cet environnement, les élèves ont émis des conjectures qu'ils ont tenté de justifier mais la démarche de preuve s'est faite surtout à l'oral et n'a pas toujours abouti. A l'issue de cette première expérimentation de la situation, on pouvait s'interroger sur le potentiel qu'offrirait un autre environnement, notamment sur l'approche du problème, sur les différents essais, sur les justifications données.

2.2 *Dans l'environnement* Cabri Géomètre

Ne pas donner de justifications à l'aide des transformations utilisées pouvait suggérer, entre autres, de tester cette activité dans un autre environnement, comme un environnement de géométrie dynamique. Le problème a été ainsi proposé à une autre classe de cinquième, en 2007, avec le logiciel Cabri Géomètre.

Les élèves de cette classe avaient déjà utilisé ce logiciel et étaient capables de tracer des figures symétriques. Comme dans la pré-expérimentation avec des gabarits, l'expérience a été réalisée sur deux séances. La première séance permettait une appropriation des définitions de « pavage » et « motif » en trois parties : diaporama de présentation, reconnaissance de motif et continuation d'un pavage réalisé à l'aide de deux motifs. Dans une deuxième séance, le problème était posé sous la forme des deux questions. Les élèves étaient placés en binômes devant les ordinateurs, et consignaient les différents essais auxquels ils avaient procédé dans un tableau sur papier. Les essais Cabri étaient également enregistrés dans un fichier. Du temps était aménagé dans la séance pour que les duos se regroupent par quatuors pour discuter de leurs résultats. En fin de séance, on procédait à une mise en commun des résultats, les fichiers commentés étaient vidéo-projetés.

Les enregistrements et les productions d'élèves ont fait apparaître les éléments suivants déclinés en cinq points :

- *à propos du déplacement* : de nombreux travaux ont montré que le processus d'appropriation du déplacement est long et lent (Soury-lavergne, 1999, Restrepo, 2008). Avant de résoudre ce problème dans un environnement de logiciel dynamique, un travail de préparation était nécessaire. Il ne s'agit pas seulement de connaître les commandes de base de construction de polygone et d'effacement mais d'assister les genèses instrumentales (Trouche, 2005). Spécifiquement dans cette situation, on peut utiliser le déplacement pour déplacer un centre de symétrie afin « d'ajuster » le pavage, pour passer d'une nature de triangle à une autre en déplaçant les sommets (déplacements liés (Arzarello, 2002)). Cependant les élèves ont utilisé le déplacement pour ajuster une figure à une mesure donnée mais pas pour conjecturer ;
- *à propos de la conjecture* : l'entrée dans le problème fut plus lente que dans l'environnement *gabarit*, mais on a pu remarquer une adhésion complète au problème, avec une grande activité (témoignée par les différents essais enregistrés) même si les réponses écrites pouvaient être laconiques. On peut noter, aussi, que les élèves d'un essai à l'autre, d'un groupe à l'autre, ont oscillé entre différentes conjectures tout au long de la séance ;
- *à propos de la démarche expérimentale* : les différents essais ont été très divers d'un groupe à l'autre : certains essayaient de produire un quadrillage en divisant l'espace, d'autres reproduisaient les polygones par report de mesures et enfin d'autres par symétrie. La plupart ont commencé par traiter le problème par des cas particuliers de polygones. Les transformations employées ont été majoritairement : la symétrie axiale toujours par rapport à un des côtés ou la symétrie centrale par rapport à un des sommets ou par rapport à un centre situé à l'extérieur de la figure. Peu découvriront le centre de symétrie au milieu des côtés qui convient au pavage de tous les triangles. Une même stratégie a été souvent reconduite qu'elle soit gagnante ou pas. Par exemple, si la stratégie du premier essai était réalisée à partir de symétrie axiale par rapport aux côtés, elle était utilisée pour les autres essais ;
- *à propos de la formulation* : les arguments avancés se sont rapportés soit à la définition (pas de trous ni de chevauchement), soit aux procédures. Ils seront reliés ou non à la nature des triangles ;
- *à propos de l'interprétation des figures* : on

a gagné, dans cet environnement, des figures plus fiables, ici pas de défauts de réalisation. Cependant ces figures ne sont pas toujours bien interprétées. Ainsi les tracés de symétriques peuvent poser quelques difficultés. Les élèves ne suivant pas les protocoles de tracés faisaient apparaître des points qu'ils ne savaient pas ensuite interpréter. Ou encore, après plusieurs transformations d'un triangle par symétrie par rapport aux côtés, ils concluaient qu'ils avaient pavé alors qu'ils n'avaient constitué qu'un polygone qui ne pavait pas. Les problèmes de validation des figures n'ont pas été tous réglés par des figures bien tracées, loin s'en faut.

La situation étant conçue et expérimentée dans deux environnements séparément, la question peut se poser de la composition de ces deux environnements dans l'accompagnement de la démarche de preuve.

3. Troisième partie : Pourquoi et comment composer ces environnements?

Pallier les faiblesses de chacun des environnements sera un de nos objectifs. Nous avons pointé celles qu'il nous semblait possible d'atténuer, à savoir la non-fiabilité des figures dans l'environnement gabarit, le non-emploi du déplacement dans l'environnement de géométrie dynamique et enfin des expériences qui n'apportent pas toujours les bonnes conclusions.

Composer les environnements pour prendre les avantages de chacun, jouer sur leur complémentarité pour les différentes entrées qu'ils donnent, pour permettre les réfutations des contre-exemples et enfin pour passer certains obstacles, ce sont les arguments que nous défendrons dans les paragraphes suivants.

3.1. *Faiblesses de chacun des environnements*

Certaines des faiblesses repérées sont spécifiques aux environnements. Même si le problème de l'interprétation des figures se pose dans les deux environnements, dans l'environnement *gabarit* s'ajoute le fait que les figures peuvent s'avérer non fiables dans leurs tracés. Pour l'environnement *Cabri géomètre,* le non- recours au déplacement éloigne souvent les élèves de la solution.

On peut ensuite remarquer que les expérimentations seront différentes d'un environnement à l'autre et pourront pour certaines mener à des blocages. Pour premier exemple, on arrive très rapidement à composer une figure avec les gabarits mais sans pouvoir nécessairement expliquer sa construction. Pour deuxième exemple, dès qu'on utilise la symétrie axiale, avec Cabri Géomètre, on parvient très facilement à dupliquer sans forcément faire un pavage. On détient une stratégie mais si on ne l'applique pas aux bons points, on ne pavera pas.

Les essais ne sont pas menés de la même manière d'un environnement à l'autre, l'approche des solutions est différente. Il semble qu'à l'aide des gabarits, les élèves essayaient différentes solutions, avec un même gabarit, «pour voir si ça marche». Dans l'environnement informatique, les essais pour un même triangle sont souvent interrompus dès lors que les élèves ont essayé une transformation, qu'elle donne un pavage ou non.

3.2. *Les atouts de chacun*

Le fait de ne pas traiter les figures dans le même ordre peut permettre de mieux balayer l'ensemble des cas d'un environnement à l'autre. On peut passer du particulier au général. Les différents gabarits de triangles permettent de traiter cas par cas. Mais on peut traiter du cas général directement avec Cabri Géomètre et par déplacement visualiser tous les triangles.

Cet environnement composite doit permettre de passer les obstacles. Si deux figures se chevauchent, les élèves peuvent émettre les deux interprétations suivantes : soit ils n'ont pas utilisé la bonne transformation (cas de Cabri Géomètre) et alors ils utiliseront une autre transformation, soit ils ont trouvé un candidat pour lequel le pavage n'est pas possible. Ce dernier argument (faux dans le cas du triangle) ne pourra être réfuté que s'il y a confrontation avec un autre groupe ou/et à un autre environnement, pour passer l'obstacle.

La première idée reçue pour paver est que la régularité du pavage vient de la régularité de la figure. Or un carré pave mais pas un pentagone régulier, un triangle quelconque pave. Le fait de passer d'un environnement à l'autre fera passer de figures régulières à des figures quelconques (ou vice versa) et permettra de donner des contre exemples à cette « fausse » propriété.

Il faudra donc trouver des modes d'exploitation qui optimisent cet environnement composite en valorisant les différentes entrées, les différents exemples, en permettant le va et vient entre le général et le particulier, entre le global et le local, en permettant de valider ses constructions et de justifier ses validations.

3.3. *Comment les composer*

Proposer de travailler dans les deux environnements composés doit permettre d'établir un dialogue entre les expériences communes. Cependant, ayant déjà noté que les entrées dans les deux environnements sont différentes, il faut encore déterminer dans quel ordre on les composera, comment on aidera au passage de l'un à l'autre.

Nous allons examiner quel scénario nous pourrons adopter pour la ou les séance(s) de résolution du problème. Les configurations didactiques suivantes peuvent être exploitées :

- *première éventualité* : un environnement pour chaque séance : toute la classe fonctionne sur le même schéma. A chaque séance, on se place dans un environnement différent pour résoudre le problème. L'inconvénient majeur de ce fonctionnement réside dans le fait qu'on risque de ne plus s'intéresser qu'au nouvel environnement sans liaison avec le problème d'une séance à l'autre ;
- *deuxième éventualité* : deux environnements dans une même séance : on partage la classe en faisant fonctionner chaque demi-groupe dans des environnements différents, puis on met en commun les différentes réalisations. On peut relever un inconvénient important à cette configuration : les expériences ayant été très différentes, le dialogue risque, pour la mise en commun, d'être difficile ;
- *troisième éventualité* : deux environnements dans une même séance que toute la classe explorera. Chacun aura l'expérience des différents environnements, mais dans des temps différents. Cette éventualité offre l'avantage de plusieurs pistes à explorer pour tous les élèves et, pour cette raison, sera choisie.

Une fois choisie la configuration de la séance, nous devons déterminer aussi quelles sortes de triangles nous allons proposer aux élèves dans chacun des environnements. Pour les gabarits, lors de la pré-expérimentation, on a donné aux élèves des prototypes de triangles de telle sorte qu'ils n'aient pas à douter de leur nature. Il faut ensuite choisir leur nombre (combien de types et combien d'unités pour chaque type), leur accès (libre ou contrôlé). Pour le logiciel Cabri Géomètre, on pourra choisir de mettre à disposition des macros qui permettront d'utiliser des triangles particuliers. On fera le choix, pour aider au passage d'un environnement à l'autre de donner des triangles, en libre accès, de chaque nature (triangle isocèle, triangle rectangle, triangle rectangle isocèle, triangle équilatéral et triangle quelconque) repérés par des couleurs; celles-ci seront aussi les repères des macros (remplies de couleur) du fichier Cabri Géomètre. La place des artefacts étant définie et leurs variables associées déterminées, reste à écrire le scénario pour les élèves et le professeur définissant à chaque moment leur place dans l'action.

3.4. *Des modes d'exploitation*

Nous allons définir les différentes séances et l'articulation entre chacune d'elles.

D'une part, les travaux cités plus haut sur la géométrie dynamique ont mis en avant la nécessité de travailler l'instrumentation du déplacement. D'autre part, le problème posé ne pourra s'appréhender que si le vocabulaire employé a été défini (cf 1.3). Ces deux raisons ont motivé la réalisation de deux séances de préparation, l'une consacrée à la présentation des pavages et à l'ancrage du vocabulaire, l'autre employée à travailler spécifiquement les tracés de symétriques avec Cabri Géomètre et les déplacements liés entre les symétriques et/ou les centres et axes de symétrie. Une séance dite « cruciale » qui fera suite à ces deux séances posera directement le problème.

Les séances préparatoires, donc au nombre de deux, se découperont de la façon suivante :

- la première séance, d'une durée d'une heure, aura pour objectif d'établir et de stabiliser le vocabulaire (travailler sur le motif, la répétition de celui-ci et le mode de reproduction) et de construire des références par rapport aux définitions : des exemples et des contre-exemples (Deledicq & al., 2002). Enfin, grâce à ces connaissances nouvelles les élèves auront à compléter un pavage composé à l'aide d'un losange et d'un cerf-volant (cf annexe 2).
- la seconde séance demandera des prérequis sur les transformations : symétrie axiale et centrale (définition, construction de symétriques, propriété des symétries). Les élèves auront à construire des symétriques par symétrie centrale et symétrie axiale de quadrilatères générés à l'aide de macros. Ces macros fonctionnent comme des objets Cabri, elles conservent leurs propriétés par déplacement. Cette séance permettra d'utiliser le déplacement pour connaître son incidence sur les objets, pour valider sa construction. De plus cette séance sera l'occasion de faire travailler les élèves en binômes par ordinateur (cf annexe 3).

Après ces deux séances préparatoires, viendra la séance cruciale, d'une durée de 1h30, dans laquelle le problème sera proposé sous la forme de deux questions dans un environnement composite (cf questions posées en 1.3). Pour cette séance, on conservera les binômes qui se regrouperont en quatuors à certains moments.

Les gabarits, en libre accès, seront en carton léger, voir leur description page suivante.

Triangle : nature	Mesures en cm	Couleur
Isocèle avec un angle obtus (avec un angle d'environ 120°)	4 ; 4 ; 7	Bleu clair
Un triangle isocèle un angle obtus non division entière de 360°	4,5×2, 8,5 fait un angle de 142°	Autre bleu
Isocèle avec un angle aigu non division entière de 360°	3 ; 4 ; 4	Autre bleu
Isocèle avec un angle aigu non division entière de 360°	4,5 et 2,2	Autre bleu
Rectangle	3,4,5	Jaune
Equilatéral	3,3,3	Violet
Rectangle isocèle vert	3, 3 pour deux des côtés	Vert
Scalène	3 ; 5 ; 5,5	Marron clair
Scalène avec un angle obtus	3 ; 4,5 ; 6	Marron foncé

Les tailles des gabarits sont soumises aux impératifs suivants : contenir dans l'affiche, manipulables, le plus fiables possible, mesurées au mm près.

La séance sera partagée en cinq phases (cf Annexe 4) :

Première phase : par binômes, une demi-classe travaillera dans un environnement et l'autre dans un autre ;

Deuxième phase : après une quinzaine de minutes les binômes se retrouvent par quatuors pour échanger sur ce qu'ils ont trouvé ; ils complèteront leurs réponses, forts de cette confrontation ;

Troisième phase : les binômes échangeront leur environnement ;

Quatrième phase : ils se retrouveront, à l'issue d'une quinzaine de minutes, par quatuors pour échanger sur ce qu'ils auront trouvé, ils complèteront, s'il y a lieu, leurs réponses ;

Cinquième temps : une mise en commun des réponses sera faite, soutenue par les affiches composées dans l'environnement *gabarit* et les fichiers composés dans l'environnement *Cabri Géomètre*.

Dans la deuxième phase, les élèves devront trouver un terrain d'entente pour échanger car ils n'ont pas faits les mêmes expériences. Dans la quatrième phase, les élèves auront exploré les deux environnements mais n'auront pas fait les mêmes expériences. Les confrontations entre élèves pourront être fructueuses par ces expérimentations différentes. Le fait de les décrire et les justifier entre soi permettra d'avancer vers la résolution du problème.

Cependant, on pourra se trouver dans des cas moins favorables pour lesquels : des groupes restent sur leurs positions (erronées ou non) sans dialogue possible ou des groupes s'entendent sur une position erronée et ne trouvent pas leurs erreurs. La confrontation à la classe entière, dans la cinquième phase, devrait pallier cet inconvénient. Les différents écrits proposés devraient permettre de faciliter le passage d'un environnement à l'autre, de consigner les avancées de ses recherches et de noter le résultat des échanges entre les binômes. Les traces écrites seront posées sur différents supports : les affiches (une par quatuor) se verront le reflet des travaux avec les gabarits, les dossiers Cabri Géomètre (un par binôme) comporteront les différents essais avec le logiciel et la feuille polycopiée d'expérience (individuelle : cf. Annexe 6), à compléter au cours des expérimentations, permettra de faire le lien entre les expériences et les échanges.

Le dispositif mis en place, en fonction de ce qui précède, doit permettre à chacun de passer les différentes étapes. Les deux environnements aideront l'élève à produire des différents essais, à lire et interpréter les représentations. La collaboration entre soi doit permettre de justifier ses résultats. Ensuite, dans la gestion de la séance, changer de configuration doit faciliter le passage des étapes. L'avancée des travaux sera reflétée par les différents écrits. Nous avons défini des configurations didactiques et leur mode d'exploitation, à charge de chacun, maintenant, de jouer sa partition musicale.

4. Quatrième partie l'expérimentation : la réalisation didactique

Nous allons préciser dans cette partie comment s'est déroulée l'expérimentation dans une de mes classes de cinquième en 2008, lors des deux séances préparatoires (sur des plages d'une heure) et de la séance cruciale (sur une plage de deux heures, dans une demi-classe). Nous mettons en relief deux exemples de productions enfin nous précisons ce que nous suggèrent les réponses des élèves.

4.1. *Le scénario expérimenté*

A la fin de la première séance, les élèves ont été capables de continuer le pavage composé de quadrilatères soit en utilisant des découpages, soit en utilisant règle et compas.

Une séance suivante, avec le logiciel Cabri Géomètre, a permis en travaillant par binômes de tracer des symétriques de quadrilatères par symétrie centrale et symétrie axiale. Les élèves n'ont pas tous eu le temps de réaliser les trois essais prévus.

Dans la séance cruciale, les premières 20 minutes ont été consacrées aux explications du fonctionnement de l'activité, la place et les tâches de chacun. Les temps des différentes phases suivantes ont été respectés. Les groupes ont présenté leurs affiches dans l'ordre suivant : le premier groupe a montré son désaccord sur le fait que le triangle isocèle pave ou non (réaction de la classe avec les partisans du oui et ceux du non), le deuxième a fait quelques essais mais n'est pas arrivé à une conclusion, le troisième a exposé tous les cas de triangles et les a justifiés.

Dans une phase finale, chacun a écrit une conclusion sur sa feuille polycopiée en tenant compte des exposés des groupes et de leurs expériences. J'ai proposé, pour terminer, d'expérimenter par chacun, dans l'environnement

Cabri Géomètre, le pavage avec un triangle isocèle à l'aide de symétries centrales, comme proposé et expliqué par le dernier groupe.

4.2. *Quelques réalisations*

Nous nous proposons ici de détailler deux exemples de réalisations qui ont évolué au cours de la séance.

Le premier exemple montre les apports mutuels des deux environnements renforcés par les interactions entre les groupes dans le cas du triangle isocèle.

Dès lors que les élèves n'arrivent pas à paver avec un des triangles, ils concluent que le pavage est impossible sans penser à une autre manière de paver.... Cet enchaînement, que l'on avait noté dans les pré-expérimentations, sera contrarié, ici, avec les triangles isocèles pour un groupe d'élèves. Un des binômes composera un pavage à l'aide de triangles isocèles gabarits et tentera de le reproduire avec le logiciel mais sans succès (trois essais infructueux construits sur le fichier Cabri Géomètre). Persuadé que le pavage est possible sans toutefois arriver à le justifier, il devra alors trouver d'autres procédures pour reproduire le triangle (cf Annexe 5 : cas du binôme1 du quatuor2). Le rôle complémentaire des deux environnements jouera sur la manière de paver mais ne permettra cependant pas d'aboutir au résultat, les élèves n'utilisant pas la bonne symétrie avec le bon centre (en l'occurrence la symétrie centrale par rapport aux milieux des côtés). Il faudra la coopération des autres groupes, c'est-à-dire des échanges sur les différentes symétries à employer, pour qu'enfin dans la phase finale, le binôme construise le pavage à l'aide de Cabri Géomètre.

Un deuxième exemple montre les différentes approches du problème d'un environnement à l'autre par le traitement des symétries.

Certains élèves utilisent, au cours de nombreux essais, la même stratégie que celle-ci soit gagnante ou pas. Ainsi ils ont presque toujours utilisé la même symétrie avec Cabri Géomètre : par exemple la symétrie par rapport aux côtés des triangles (stratégie qui n'aboutit que si le triangle présente des régularités). Le fait d'avoir expérimenté avec des gabarits a forgé la certitude que les pavages étaient possibles, le fait d'avoir à les reproduire avec le logiciel a permis de questionner sur les symétries même si elles ne sont pas toujours bien employées. Les élèves ont l'image d'un pavage réussi grâce aux gabarits, ils doivent alors ajuster leur construction sur Cabri Géomètre pour le reproduire et pour comprendre et justifier comment on le constitue.

Les différentes réponses des élèves peuvent être analysées du point de vue de la conjecture, de la validation et de la démarche de preuve :

- *à propos de la conjecture* : suivant leurs différents essais, leur passage d'un environnement à l'autre et leurs échanges, les élèves changent de conjecture. Ils peuvent penser que le pavage n'est possible que pour certains triangles dans la première phase et après discussion changer d'avis, puis dans une autre phase réaliser effectivement le pavage ;
- *à propos de la validation par la figure* : la figure peut ou non permettre de valider la conjecture. On peut observer que les élèves peuvent confirmer leur conjecture alors que la figure ne constitue pas un pavage : soit ils invoquent des défauts de réalisation (cas des gabarits), soit leur conviction prime sur la perception visuelle. On peut observer

que dans d'autres cas, la figure infirme leur hypothèse : par exemple lorsqu'ils réalisent une figure composée de triangles isocèles reproduits par symétrie axiale ;

- *à propos de la démarche de preuve* : les preuves pragmatiques attachées à la figure : « ça marche mes essais le prouvent » sont les preuves données dans un premier temps. Ensuite les élèves font référence à la définition (il y a des trous, des espaces). D'un environnement à l'autre et lors des échanges, ils vont différencier les cas et trouver diverses procédures, ils feront alors référence à ces cas et procédures dans leurs justifications. D'autre part le théorème : « je n'arrive pas à paver avec le triangle isocèle, alors le triangle isocèle ne pave pas » a été mis en échec pour un des duos grâce à la confrontation avec l'autre groupe, se rendant à l'argument que l'erreur de conjecture venait de la procédure et non de la nature du triangle ;
- *à propos de la formulation* : d'un support à l'autre et au cours du temps les conclusions vont évoluer, on le remarque pour tous les élèves. L'évolution peut se faire de la simple constatation à l'explication de sa démarche : sur l'affiche on lira : « *triangle isocèle : ça marche malgré quelques imperfections* », dans le dossier Cabri Géomètre : « *ça marche pour tous les triangles* » et enfin la dernière conclusion sur le polycopié sera complétée : « *On peut faire un pavage dans n'importe quel triangle mais que avec la symétrie centrale par rapport aux milieux d'un des côtés du triangle* ».

5. Cinquième partie : des réponses au questionnement

Après avoir montré quelques réalisations, nous allons examiner quelles réponses nous pouvons apporter au questionnement sur l'accompagnement de la démarche de preuve, l'apport des environnements composés et sur le dispositif pour passer d'un environnement à l'autre.

5.1. *Des preuves pragmatiques aux preuves intellectuelles*

Si tout ce chemin n'a pas été parcouru, les élèves se sont approchés du but : ils ont trouvé une conjecture, ils ont distingué différents cas, ils ont donné des justifications à leurs constructions. Tout d'abord, les différentes entrées ont permis de décider d'une conjecture. Les figures tracées avec le logiciel de géométrie ont apporté d'autres cas à ceux tracés avec les gabarits. Dans la plupart des réponses, c'est un raisonnement par disjonction des cas qui a été invoqué. Ensuite, pour ce qui concerne les justifications, il est à remarquer que les figures validées dans l'environnement gabarits ont été ensuite questionnées, quand il a fallu les réaliser, dans l'environnement Cabri Géomètre. Apporter une réponse, c'était d'abord décider d'un mode de reproduction, puis de choisir une transformation, en l'occurrence, une symétrie.

Les différentes justifications ont été données soit par rapport à la définition, soit par rapport aux symétries mais aucune n'a fait référence aux angles. Ces derniers n'ont été évoqués que pour leur mesure dans la construction, ils ne sont pas apparus dans les arguments de pavage. Il est indéniable que le concept d'angle est difficile à appréhender (Balacheff, 1987). Les élèves pour certains ont tenté de composer des lignes avec leurs triangles mais n'ont jamais justifié avec la somme des angles d'un triangle.

5.2. *La composition des environnements et la résolution du problème*

Composer les environnements et permettre des interactions entre les élèves a donné une résolution plus satisfaisante que lors des pré-expérimentations. On peut confirmer cette assertion par le fait que le passage d'un environnement à l'autre a permis de se poser des questions, a joué dans la progression vers la solution du problème.

Le fait de travailler dans les deux environnements a permis d'explorer différentes pistes. A la fin de la séance, les élèves ont trouvé majoritairement la conjecture. Leurs justifications diffèrent comme précisé plus haut. L'argument décisif de composer des parallélogrammes (dit sous la forme « des sortes de rectangles »), avec deux triangles, a été évoqué, à l'oral, lors des commentaires des affiches mais cette preuve n'a pas de trace écrite.

5.3. *Le dispositif mis en place*

Le fait de passer d'un environnement à l'autre avec, d'une part, une conclusion écrite à chaque changement d'environnement, et d'autre part, des échanges sur l'avancement dans la résolution du problème, au sein des différents groupes, a permis de nourrir la démarche de preuve de chacun des élèves. On peut remarquer une évolution au cours du temps sur les écrits, sans qu'on puisse dire si l'ordre dans lequel les élèves ont abordé un environnement ait joué.

Au sein des groupes – binômes et quatuors – il a fallu se mettre d'accord sur la conclusion à donner, les discussions ont été rudes parfois pour se décider sur les résultats. On peut aussi ajouter que si globalement dans chacun des deux environnements, expérimentés séparément, les réponses étaient succinctes, elles apparaissent dans cette expérimentation avec combinaison, plus développées. Cependant, on note quelques éléments qui peuvent être encore ajustés, notamment dans l'accompagnement du passage d'un environnement à l'autre. Dans cette expérimentation, les gabarits étaient en libre accès. Les élèves ont testé les différents gabarits systématiquement sans que forcément ceci leur pose question. Des macros pour tracer des triangles particuliers, déformables, étaient mises à disposition comme les triangles quelconques le sont par ce logiciel. On peut se poser la question de comment allier le mieux possible ces deux environnements au travers du choix des triangles, gabarits et macros.

Enfin, le déplacement peu ou pas employé pour conjecturer peut questionner aussi sur les séances de préparation. Celles-ci doivent mieux prendre en compte l'instrumentation du déplacement.

La composition de ces deux environnements, accompagnée par un dispositif spécifique, a permis de tirer profit des potentialités des deux environnements tout en intégrant les contraintes de chacun.

5.4. *Perspectives*

La partie précédente permettait de donner des éléments de réponses au questionnement. Cependant, il apparaissait des points sur lesquels le dispositif pouvait être amélioré, la distance entre les environnements questionnée et le problème prolongé pour faire apparaître la nécessité d'argumenter sur les angles. On peut penser qu'élargir le problème à d'autres polygones pourrait favoriser l'apparition de la mesure des angles parmi les critères de pavage ou de non pavage : les quadrilatères, dont les arguments de pavage sont très proches de ceux des triangles, les pentagones ou les hexagones qui ne pavent pas nécessairement le plan.

On peut encore travailler sur la distance que l'on laisse entre ces deux environnements. Si l'on prend pour exemple les gabarits, on peut jouer sur leur nature (forme et accès) et les approcher de macros créées avec Cabri Géomètre. Dans cette expérimentation, les macros étaient déformables, on pourrait proposer des macros indéformables pour être plus proche de l'environnement *gabarit*.

Conclusion

Afin de s'assurer de la possibilité de mettre en œuvre ce dispositif en situation de classe habituelle, nous avons proposé à un professeur volontaire de la tester. Les premiers résultats montrent que cette situation semble reconductible, les détails de l'analyse donneront plus d'éléments de comparaison.

D'autre part, nous envisageons de contribuer avec cette situation au projet Européen Intergeo dont l'objectif est «to make digital geometry content for mathematics teaching in Europe more accessible, usable and exploitable » Il s'agira d'élaborer une fiche à déposer sur le site I2geo [6] en ne perdant pas de vue qu'en tant que ressource (Trouche, 2005), cette fiche devra spécifier quelle sera l'interaction entre les différents sujets, expliciter les différentes démarches et prévoir sous quelle forme les traces seront communiquées. Elle pourra alors, être complétée et enrichie par l'apport des enseignants, qui l'ayant consultée sur le site, l'auront expérimentée et évaluée.

6 http://i2geo.net/xwiki/bin/view/Main/

Bibliographie

1. ARZARELLO F., OLIVERO F., PAOLA D., ROBUTTI O. (2002), A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Vol.34 (3), pp. 66-72.
2. BALACHEFF N. (1985), Processus de preuve et situations de validation. IMAG.
3. BALACHEFF N. (1987), Dévolution d'un problème et construction d'une conjecture, le cas de la « somme des angles d'un triangle », *Cahier de didactique des mathématiques* n°39.
4. BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, La pensée Sauvage Grenoble.
5. DELEDICQ A., RABA R. (2002), *Le monde des pavages.* ACL Les éditions du Kangourou (3ème édition).
6. DIAS T., DURAND-GUERRIER V. (2005), Expérimenter pour apprendre en mathématiques, *Repères IREM,* 60, pp. 61-78.
7. DUVAL R. (1990), Pour une approche cognitive de l'argumentation. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 3 pp195-221. IREM de Strasbourg.
8. DUVAL R. (1994), Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères IREM,* 17, pp. 121-138.
9. DRIJVERS P., DOORMAN M., BOON P., VAN GISBERGEN S. (2009), Instrumental orchestration : theory and practice. *CERME 6 Lyon.*
10. KUNTZ G., BACCONNIER B., CARRAUD F., DIAS T., DURAND-GUERRIER V., POYET F., TRGALOVA J., TROUCHE L. (2007), Démarche expérimentale et apprentissages mathématiques. *Les dossiers de la Veille scientifique et technologique* de l'INRP.
11. PUIG-RENAULT I. (2006), Etude d'un moment sensible dans l'apprentissage de la géométrie : une situation de pavage. *Master HPDS Université Lyon1.*
12. RABARDEL P. (1999), Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. *Actes de l'école d'été de Didactique des mathématiques* (1999).
13. RESTREPO A. (2008), Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez les élèves de 6ème. *Thèse*, Université J Fourier Grenoble.
14. SHEPHARD G.C., GRUNBAUM B. (1987), *Tilings and patterns.* WH Free Manand Company NY.
15. SOURY-LAVERGNE S. (1999), Les primitives de Cabri Géomètre-Géomètre dans le préceptorat distant de Télé-Cabri Géomètre. *Actes de l'école d'été de Didactique des mathématiques* (1999).
16. TROUCHE L. (2005), Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25-1, pp. 91-38.

sites internet consultés dernière date : le 07 juin 2010

http://xavier.hubaut.info/coursmath/doc/cristal.htm : pour expliquer les 17 groupes de pavages
http://pagesperso-orange.fr/therese.eveilleau/pages/jeux_mat/indexF.htm : site pour voir les 17 pavages de l'Alhambra
http://www.math.u-psud.fr/~labourie/preprints/index.html (cours en ligne : article de revue : pavages, problèmes de pavages)
http://www.inrp.fr/vst/Dossiers/Demarche_experimentale/sommaire.htm
http://i2geo.net/xwiki/bin/view/Main/ : pour le projet intergeo

Annexes

Annexe 1 : les différents pavages avec des triangles (illustrations de Shephard et Grunbaum)

Annexe 2 : feuille à compléter en séance 1

Annexe 3 : feuille à compléter en séance 2

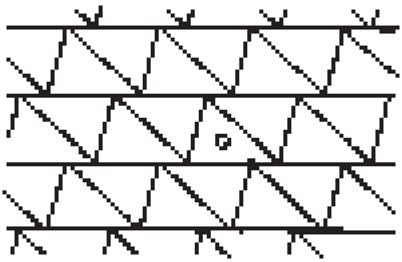
Annexe 4 : tableau synoptique séance cruciale :

Annexes 5 et 6 : production d'élèves : évolution des figures et des écrits : fichier cabri Binôme1 du quatuor2 et feuille d'expérience polycopiée Binôme1 du quatuor1.

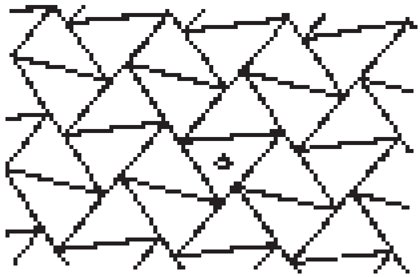
ANNEXE 1

les différents pavages avec des triangles
D'après les illustrations p 473 « the fourteen polygonal tilingsproper isohedral types of by triangles »

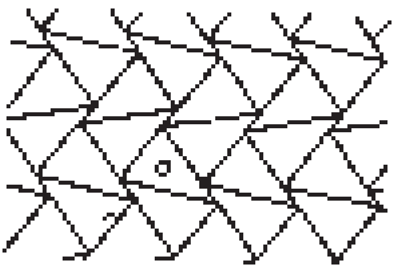
Pavages avec des triangles quelconques



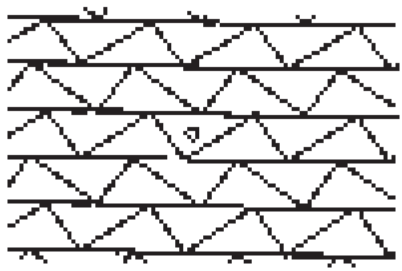
P3-1



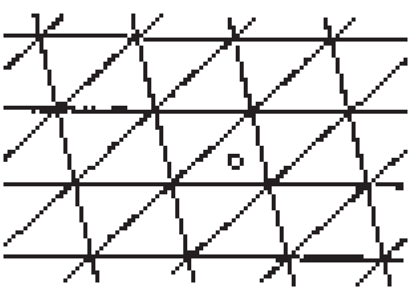
P3-3



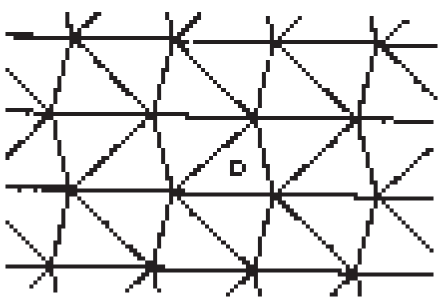
P3-5



P3-4

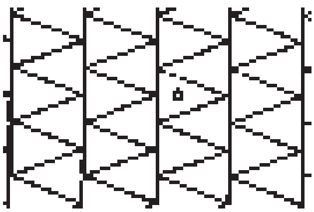


P3-11

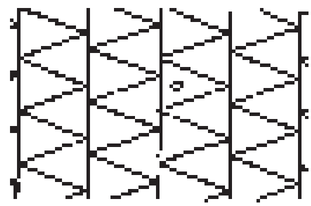


P3-12

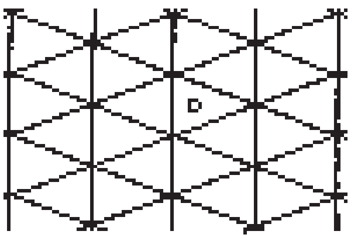
Pavages avec des triangles isocèles



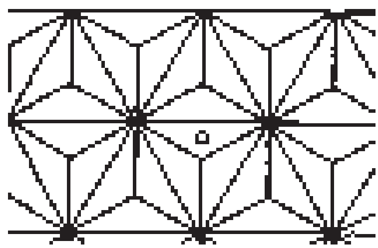
P_1-7



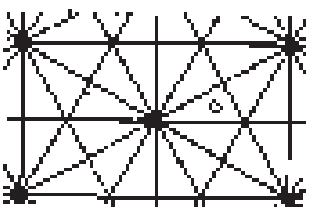
P_1-4



P_1-13

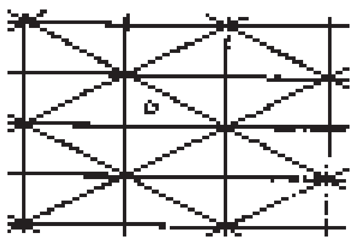


Pavages avec des demi équilatéraux



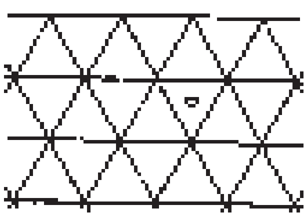
P_1-8

Pavages avec des triangles rectangles



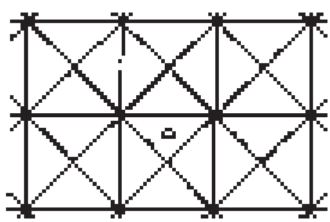
P_1-9

Pavages avec des triangles équilatéraux



P_1-14

Pavages avec des triangles rectangles isocèles



P_1-10

ANNEXE 2

Feuille à compléter en séance 1

Pour les figures suivantes répondre aux deux questions au dos de la feuille :

1. Est-ce-un pavage ?
2. Si non : indique pourquoi. Si oui : trouve à l'aide de quel motif il a été composé et comment il a été composé. Trace ou colorie sur la figure les éléments qui le montrent.

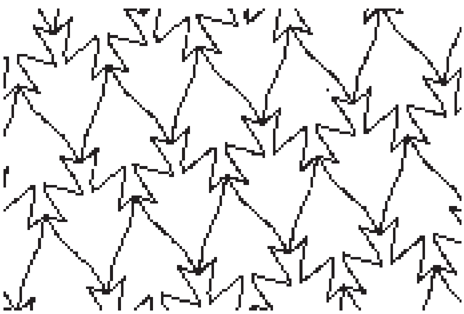


Figure 1

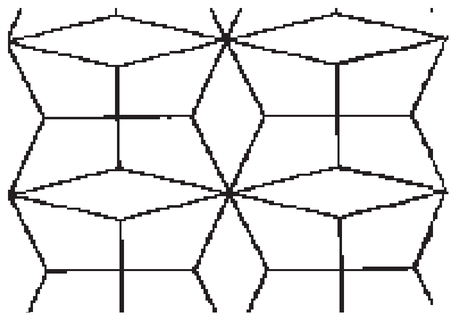


Figure 2

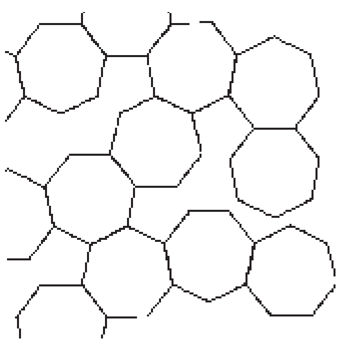


Figure 3

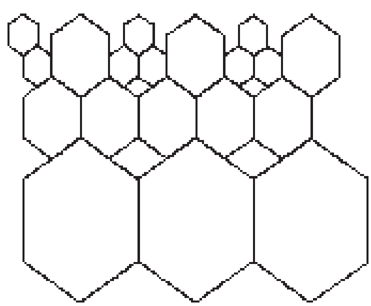


Figure 4

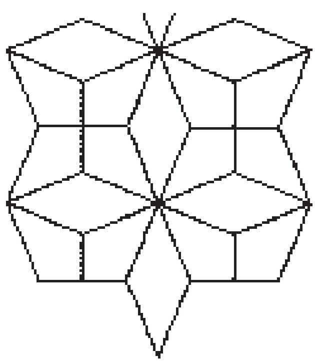


Figure5 :

Continuer ce pavage : utiliser, si besoin est, du papier à découper ou du papier calque.

Expliquer comment vous avez procédé.

Pavages 5ème : séance 2 **Noms ....**

Figure 1 : 1) a) Placer 3 points A, B, C puis tracer à l'aide de la macro «cerf-volant», un cerf-volant nommé ABCD.

b) Tracer une droite (d).

c) Construire le symétrique A'B'C'D' de ABCD par rapport à cette droite (d).

d) Déplacer les objets (points, quadrilatère et droite) et compléter le tableau ci-dessous en donnant les explications demandées :

Nom de l'objet que je déplace	Les objets qui se déplacent en même temps	Les objets qui ne se déplacent pas en en même temps	Explications
Le point A			
Le point			
Le point			
La droite			
La droite			
Les objets suivants ne peuvent pas être déplacés : car			

2) Peut-on placer la droite (d) de telle façon que le cerf-volant et son symétrique soient superposés ? Si oui, la placer et expliquer ci- dessous :

ANNEXE 4

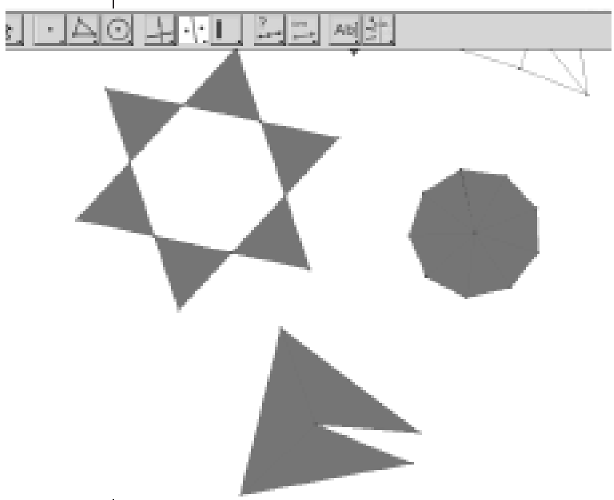
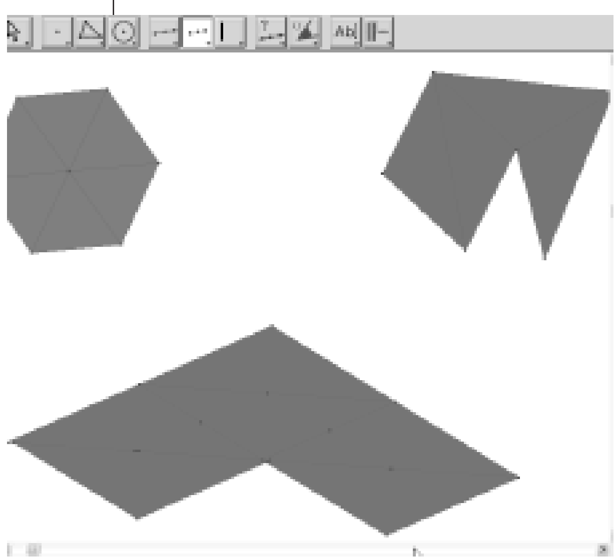
Tableau synoptique séance cruciale

Phase	**objectifs**	**Tâches élèves**	**Tâches professeur**	**Matériel mis à disposition**	**Durée**
Résolution du problème Pour expérimentation avec Cabri Géomètre : instrumentation symétrie et déplacement Pour le raisonnement : conjecturer, expérimenter, élaborer des preuves, les vérifier Pour le travail collaboratif : travail en binôme et quatuors					
	Distribution des tâches		Donner les consignes, mise en place de la classe	Fichier Cabri + feuille d'exp. Gabarits et feuille affiche	10 min
Phase 1	Par demi-classe résoudre le problème dans un des environmts	Résoudre le problème dans le premier environnement	Veiller au bon fonctionnement des binômes		15min
Phase 2	Confrontation avec le binôme associé	Echanger sur les expériences	Veiller au bon fonctionnement des quatuors		10min
Phase 3	Changer d'environnement pour le même probl.	Résoudre le problème dans le deuxième environnement	Veiller au bon fonctionnement des binômes		15min
Phase 4	Confronter les différentes solutions	Mise en commun par groupes de 4	Veiller au bon fonctionnement des quatuors		10min
Phase 5	Mise en commun intergroupes	Présenter les solutions pour certains, prise de notes pour les autres.	Animer le débat en montrant des solutions différentes de trois des quatuors	Video-projecteur	20min
	Retour individuel	Finaliser la réponse écrite			10min

Commentaire Vues partielles du fichier Cabri Géomètre

ANNEXE 5

Exemple d'un binôme avec Cabri Géomètre :
évolution des figures et des écrits

essais du binôme (bi1) avec les triangles isocèles : traces sur le fichier Cabri Géomètre avec des symétries centrales et axiales	
Nouvel essai en haut à gauche : triangle équilatéral. Nouvel essai en haut à droite : triangles isocèles par symétrie axiale. En bas essai à l'issue des échanges avec les autres groupes.	

ANNEXE 6

Exemple d'un binôme dans la séance « cruciale »

FEUILLE D'EXPERIENCES

1 Est-ce qu'on peut faire un pavage avec n'importe quel triangle?
2 Qu'est-ce qui prouve que la réponse à la première question est juste?

Phase 1 :

Essai n°	Figure employée	Méthode employée pour le pavage	Pavage réussi? Pourquoi?
1	triangle isocèle	symétrie centrale	Oui, car il y a ni de chevauchements ni de triangle trous
2	triangle rectangle	symétrie centrale	Oui, car il y a ni de chevauchements ni de trous.
3	triangle quelconque	symétrie axiale	Non.
	triangle quelconque	symétrie centrale	Oui, même raison.

Phase 2 : **Ce que j'ai trouvé à l'aide de l'autre groupe :**

Ma conclusion : Tout les triangles peuvent créé des pavages mais que avec la symétrie centrale et quelques fois avec la symétrie axiale : – triangles ~~isocèles~~ rectangles isocèles
– ~~// rectangles~~
– // équilatéraux

Phase 3 : **Ce que je pense des affiches présentées :**

N°1 Non je ne suis pas d'accord qui le triangle isocèle ~~ne~~ marche avec la symétrie centrale.

N°2 Il aurai du faire le triangle rectangle avec la symétrie centrale.

N°3 Très Bien

Est-ce que j'ai changé d'avis? Nouvelle conclusion? Oui j'ai changer d'avis ça marche dans tout les cas. On peut faire un pavage avec n'importe quel triangle, les essai que nous avons fait marchent mais que avec la symétrie centrale par rapport au milieu d'un des côtés du triangle.