LE CHAPITRE *PROBABILITES* EN TROISIEME

Thierry CHEVALARIAS
thierry.chevalarias@ac-poitiers.fr
Irem de Poitiers

Pour la mise en œuvre de ce chapitre dans ma classe de troisième, j'ai repris les trois grands objectifs que l'on peut assigner à l'enseignement des probabilités en collège [Ducel-Saussereau], à savoir :

— Développer une réflexion générale sur l'aléatoire (à nombre fini d'issues).

— S'interroger sur la mathématisation du hasard et sur sa finalité.

— Introduire et faire fonctionner quelques concepts probabilistes.

Je me propose de vous faire partager le déroulement de ce nouveau chapitre de troisième, en particulier en détaillant les activités successives que j'ai mises en place dans ma classe.

I. Activité d'introduction : à la recherche de l'inconnu par l'aléatoire

La première expérience que j'ai proposée à mes 21 élèves est celle du « tirage » d'une bille dans une bouteille opaque dont on ne connaît pas *a priori* le contenu [Brousseau], mais que l'on voudrait connaître.

L'expérimentation se fait à l'aide d'une bouteille d'eau en plastique de 50 cl, avec un bouchon sport, que j'ai peinte en blanc et dans laquelle j'ai mis des billes en terre (8 billes blanches, 5 rouges et 4 bleues, mais je ne le dirai jamais aux élèves). Les élèves travaillent par groupe de deux (j'avais eu le temps de préparer à l'avance quinze bouteilles identiques).

La première question que je leur ai posée est : « Comment faire pour connaître le contenu de la bouteille ? »

Les élèves ont rapidement comme idée de faire tomber une bille dans le bouchon, noter sa couleur, puis recommencer cela plusieurs fois. Mais combien de fois ?

Je commence alors à parler de protocole. Nous définissons ensemble la façon de mélanger et donc de « tirer » une bille. Nous avons choisi ainsi : Le « tirage » se fait après avoir secoué la bouteille et l'avoir retournée. Alors une bille en terre se met dans le bouchon sport, il faut noter alors sa couleur puis recommencer. Certains élèves ont noté sur leur cahier d'exercice « protocole : faire tourner puis renverser ». Puis ils passent à l'expérimentation. Les élèves de la classe sont répartis en 10 groupes de 2 (j'avais une absente ce jour) et je leur demande de faire 40 tirages chacun (le nombre de tirages a été fixé de manière arbitraire, je l'avais estimé au vu du temps nécessaire et du bruit que cela faisait), puis ils me donnent leurs résultats que je note directement dans un classeur Excel qui est vidéo projeté.

Quand chaque groupe a donné son résultat, je demande leur avis sur ce que l'on a obtenu. Les élèves voient alors qu'il n'y a pas de règle générale entre les groupes, mais des résultats sont plus courants que d'autres. Chaque couleur a été obtenue en plus grand nombre par au moins un groupe, mais cela arrive plus souvent avec les billes blanches.

Vient alors la question de savoir ce que l'on peut faire de plus avec ces résultats. La première idée proposée par les élèves est de cumuler les résultats. Mais cette idée a été rapidement abandonnée. Intuitivement, pour eux, leur résultat donnait une indication du contenu : par exemple, le Groupe 2 doit avoir plus de billes rouges que le Groupe 6 dans sa bouteille. Certains élèves n'ont donc pas eu beaucoup d'efforts à faire pour convaincre les autres que si on additionnait des résultats venant de bouteilles de composition différente, cela ne les renseignerait pas pour autant sur leur propre bouteille. Pour ces élèves, cumuler des résultats sert à éviter de faire soi-même tous les tirages car si un autre élève procède dans les mêmes conditions et avec le même matériel, il doit obtenir des résultats que l'on aurait pu avoir à sa place. Comme dans leur première idée le matériel était différent, cela n'avait donc, pour eux, aucun intérêt de cumuler leurs résultats. A cet instant, je leur donne l'information qui leur manquait : j'ai bien rempli chaque bouteille avec le même contenu. Je commence alors à l'aide du tableur qui est toujours vidéo projeté à cumuler les résultats en travaillant avec eux sur la formule à écrire dans la case.

Voici ce que le tableur nous donne :

Rouge	118	29.50%
Bleue	108	27.00%
Blanche	174	43.50%

Nous avons fait compter le nombre total de billes blanches, rouges et bleues qui ont été

	Gr 1	Gr 2	Gr 3	Gr 4	Gr 5	Gr 6	Gr 7	Gr 8	Gr 9	Gr 10
Rouge	13	20	9	12	15	7	10	8	15	9
Bleue	15	7	15	12	9	11	11	14	4	10
Blanche	12	13	16	16	16	22	19	18	21	21

« tirées » dans la colonne 2. Dans la colonne 3, nous avons cherché une autre façon de traduire ce résultat pour le rendre « plus facile à communiquer ». Les élèves ont alors proposé de le traduire en pourcentage.

Les élèves jugent qu'ils n'ont pas assez d'information pour conclure. Comme il reste suffisamment de temps avant la fin de la séance, je décide de les laisser faire une deuxième série d'observations dans les mêmes conditions. Nous obtenons alors les résultats du cadre ci-dessous. Après cumul, nous obtenons ceci :

Rouge	117	29.25%
Bleue	98	24.50%
Blanche	185	46.25%

Nous en déduisons que la proportion de billes blanches dans la bouteille a l'air d'être supérieure à celle des billes rouges qui semble, elle-même, supérieure à celle des billes bleues. Mais cela ne donne aucun renseignement sur le contenu proprement dit de la bouteille, cela ne donne que des informations sur les rapports de nombre entre ces billes.

Je leur indique alors le nombre total de billes que j'ai mis dans la bouteille (ici, 17). A l'aide du tableur vidéo projeté, je calcule alors à partir du pourcentage trouvé une estimation du nombre de billes de chaque couleur dans la bouteille.

Nous obtenons pour chaque série :

Rouge	118	29.50%	5.015
Bleue	108	27.00%	4.59
Blanche	174	43.50%	7.395

Rouge	117	29.25%	4.9725
Bleue	98	24.50%	4.165
Blanche	185	46.25%	7.8625

Nous en avons alors déduit que, d'après notre expérimentation, il y aurait 5 billes rouges, 4 ou 5 billes bleues et 7 ou 8 billes blanches dans la bouteille. Nous nous sommes mis d'accord sur le fait que nous avons trouvé « une » réponse à notre problème. Les élèves ne m'ont pas demandé de cumuler les résultats des deux séries.

Ce travail a permis de parler de manière informelle de protocole d'expérimentation et de cumul de résultats. Elle s'est déroulée sur deux séances d'une heure. La première séance a entièrement été prise par la phase d'expérimentation. Le début de la deuxième heure a été utilisé pour l'exploitation des données. En tout, l'activité a pris à peu près 1 heure et 30 minutes.

II. Stabilisation de la fréquence et probabilité *a priori*

La deuxième expérience aléatoire que j'ai proposée à mes élèves est la suivante : jeter un jeton bicolore (une face blanche et une

	Gr 1	Gr 2	Gr 3	Gr 4	Gr 5	Gr 6	Gr 7	Gr 8	Gr 9	Gr 10
Rouge	10	15	7	9	15	11	6	19	13	12
Bleue	10	7	10	15	7	4	13	10	10	12
Blanche	20	18	23	16	18	25	21	11	17	16

face bleue ou rouge suivant les jetons) 50 fois et noter le nombre de fois qu'apparaît chacune des faces.

Le matériel utilisé est un lot de jetons bicolores (blanc et bleu ou blanc et rouge) que j'ai commandé chez un marchand de matériel pour école primaire (Celda). Nous avons commencé par nous mettre d'accord sur le fait que tous les jetons donnés étaient identiques, donc il n'y avait pas de face qui devait être privilégiée. Puis nous avons défini notre façon de lancer le jeton et de lire le résultat : nous avons décidé de jeter le jeton en l'air, l'attraper puis le retourner et lire la face du dessus.

Généralement, les élèves se sont partagé les tâches, l'un effectuant le lancer et l'autre notant le résultat ; puis ils comptabilisent les apparitions de chacune des faces. Ces résultats sont ensuite notés sur une feuille de tableur vidéo projetée comme pour l'activité précédente.

Voici, page ci-contre, dans les colonnes 2 et 3, les résultats obtenus par les 21 élèves.

Nous constatons que les résultats sont disparates et que personne n'a trouvé le même nombre de blancs que de couleurs. Pourtant, cela ne fait pas changer les élèves d'avis sur le fait que le nombre de chances d'avoir un côté ou l'autre est le même. Les élèves ont alors noté sur leur cahier d'exercice « On peut dire que le jeton est symétrique donc il y a autant de chances qu'il tombe sur la couleur que sur le blanc. En terme de chance : 1 chance sur 2 ». Considérant que tous les essais étaient faits avec le même matériel et dans les mêmes conditions, nous cumulons alors les résultats. Dans les colonnes 4 et 5, le cumul a été fait de haut en bas, et dans les colonnes 6 et 7, il a été fait de bas en haut.

Nous observons dans les colonnes 4 et 5 que le nombre de blancs est toujours supérieur au nombre de couleurs. Mais dans les colonnes 6 et 7, nous voyons que le nombre de couleurs est supérieur au nombre de blancs puis les résultats s'équilibrent d'abord pour finalement donner un nombre de blancs supérieur. Nous en déduisons que la façon de cumuler peut amener différentes interprétations.

Grâce à aux colonnes 6 et 7, j'ai aussi pu revenir sur l'idée intuitive mais fausse que « plus le nombre de lancer est important, plus le résultat est juste ». Or dans ces colonnes, le résultat attendu est obtenu (400 pour chaque) puis on le « perd ». J'en ai profité pour insister sur le fait que l'augmentation du nombre de lancers réduit généralement l'écart entre la valeur théorique et la valeur expérimentale, mais nous pouvons avoir la réponse attendue (ici à 400 lancers), puis la perdre...

Cette activité a nécessité environ trois quarts d'heure. Elle a permis d'insister sur le fait que l'augmentation du nombre de tirages ne donne pas pour autant la valeur attendue : cela ne fait que minimiser l'écart entre la valeur attendue et la valeur expérimentale ; mais nous pouvons tout à fait rencontrer la valeur attendue au bout d'un certain nombre de tirages et ne plus l'avoir après. Elle a également permis d'insister sur les deux approches possibles et le lien entre les deux. Les élèves ont noté sur le cahier d'exercice que, dans le cas du lancer de jetons, on estime le résultat *a priori* et que dans le cas de la bouteille mystère, on avait estimé le résultat après l'expérience, donc nous avons estimé le résultat *a posteriori*. En passant, cela a permis aux élèves latinistes de rappeler à tous qu'il ne faut pas mettre d'accent sur le « a » de *a priori* et de *a posteriori*.

Col. 1	Col. 2	Col. 3	Col. 4	Col. 5	Col. 6	Col. 7
	Couleur	**Blanc**	**Couleur**	**Blanc**	**Couleur**	**Blanc**
1	21	29	21	29	522	528
2	23	27	44	56	501	499
3	22	28	66	84	478	472
4	30	20	96	104	456	444
5	26	24	122	128	426	424
6	14	36	136	164	400	400
7	27	23	163	187	386	364
8	17	33	180	220	359	341
9	28	22	208	242	342	308
10	29	21	237	263	314	286
11	24	26	261	289	285	265
12	31	19	292	308	261	239
13	26	24	318	332	230	220
14	21	29	339	361	204	196
15	29	21	368	382	183	167
16	24	26	392	408	154	146
17	22	28	414	436	130	120
18	27	23	441	459	108	92
19	27	23	468	482	81	69
20	27	23	495	505	54	46
21	27	23	522	528	27	23

III. Réflexion sur l'aléatoire

Je demande aux élèves de proposer un jeu (réel ou imaginaire) auquel j'ai une chance sur 4 de gagner. Il s'agissait de donner le jeu avec sa règle. Les élèves ont eu de nombreuses idées, voici quelques exemples de jeux proposés :

1) *Le jeu de courte-paille* : on dispose de 4 pailles dont une plus courte cachée dans la main. On tire une paille au hasard, si c'est la plus courte, on a gagné.

2) *Le lancer d'un dé à 4 faces* : on choisit une face, on jette le dé sur la table, on attend qu'il s'arrête. S'il s'arrête sur la face choisie au départ, on gagne.

3) *Un* QCM *à 4 réponses dont une seule est juste* : On coche une case au hasard, si c'est la bonne réponse, on gagne.

4) *Le bonneteau (ou bonnetot) avec les 4 as* : on détermine l'as gagnant, on pose les cartes face contre la table, on les mélange puis on retourne une carte, si c'est la bonne, on gagne.

5) *Le stylo 4 couleurs* : prendre un stylo 4 couleurs, choisir une couleur, fermer les yeux, faire tourner le crayon, s'arrêter, toujours en fermant les yeux, puis enclencher la couleur. Si c'est la couleur déterminée au départ, on a gagné.

6) *Jeu de dé* : 4 personnes lancent un dé en même temps, celui qui a le plus grand nombre gagne.

7) *Les petits chevaux et ses variantes*
— Variante 1 : 4 joueurs et chacun a un cheval
— Variante 2 : 4 joueurs et chacun a deux chevaux

Après discussion, nous avons supprimé tous les jeux où la stratégie intervient. Par exemple, nous avons réfléchi sur le jeu des petits chevaux. La situation est différente suivant que les joueurs n'ont qu'un seul cheval (alors il n'y a pas de stratégie) ou 2 chevaux (alors la stratégie intervient selon le cheval que le joueur choisit de déplacer et ce n'est plus uniquement du hasard). Nous avons également supprimé le jeu du stylo 4 couleurs car les élèves ont estimé que l'attache du crayon permettait de se repérer même les yeux fermés.

Ces échanges avec la classe ont permis de commencer à appréhender ce que l'on appelle le hasard et à quelles conditions une situation peut être dite aléatoire.

IV. Probabilité *a priori* et expérience aléatoire

Voici trois exercices donnés aux élèves, dans lesquels il s'agit de déterminer la probabilité de certains événements liés à une expérience aléatoire, mais cette fois, sans réaliser cette expérience.

1) *Jet d'un dé.* Je jette un dé à 6 faces supposé parfait. Quelle est la proportion de chances :

a. D'avoir un 6 ?

b. D'avoir un nombre pair ?

c. D'avoir un nombre strictement supé rieur à 4 ?

NB : Toutes les réponses devront être argumentées.

Le bilan de cet exercice a permis de parler des aspects théoriques (probabilité *a priori*), et de noter sur le cahier de cours la définition d'issue, d'événement, d'événement élémentaire, d'événement impossible, d'événement certain, en donnant des exemples s'appuyant sur le lancer de dé. Nous avons clairement défini dans le cas du dé ce qu'étaient les issues : « 1 », « 2 », « 3 », « 4 », « 5 » et « 6 ». Nous avons ensuite explicité la notion d'événement lié à cette expérience aléatoire en donnant plusieurs exemples (« avoir un multiple de 5 », « avoir un nombre pair », « avoir un nombre supérieur à 2 », « avoir 7 », « avoir un nombre compris entre 1 et 6 ». Nous nous sommes mis d'accord pour dire que « avoir beau temps » n'était pas considéré comme un événement lié à cette expérience aléatoire. Pour être un événement lié à une expérience aléatoire, il faut avoir un « lien » avec l'expérience réalisée. Puis j'ai défini la probabilité :

<u>Définition de la probabilité</u> :

- Une urne contient des boules indiscernables au toucher. Elle contient entre autres des boules blanches. La probabilité de tirer au hasard une boule blanche est la proportion de boules blanches dans cette urne.

Exemple : Si une urne contient 3 boules blanches et 4 boules d'autres couleurs, alors la probabilité de tirer au hasard une boule blanche est 3/7.

- Dire qu'un événement a une probabilité de k/n signifie que réaliser cet événement revient à tirer au hasard une boule blanche dans une urne contenant des boules blanches en proportion k/n.

Exemple : Si un événement a une probabilité de 2/3, cela revient à tirer au hasard une boule blanche dans une urne contenant 3 boules dont 2 boules blanches, ou dans une urne contenant 6 boules dont 4 boules blanches, ou…

- La probabilité est comprise entre 0 et 1 de par sa définition.

2) *Tirage d'une carte.* On tire une carte dans un jeu de 32 cartes bien battu. Quelle est la probabilité d'avoir :

a. Une dame ?

b. Un cœur ?

c. La dame de cœur ?

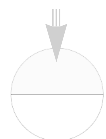
d. Ni une dame, ni un cœur ?

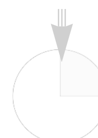
NB : Toutes les réponses doivent être justifiées.

Cet exercice a été résolu par dénombrement et a donné la possibilité de parler d'événement contraire pour le calcul de la question d). Nous avons cherché à expliciter les issues attendues. Comme il était plus facile de dénombrer les issues non voulues, on a calculé le nombre de dames et de cœurs. C'est à partir des événements élémentaires relatifs à ces issues que les élèves ont calculé la probabilité.

La définition d'événement contraire, de la somme des probabilités des événements élémentaires ainsi que le calcul de la probabilité de l'événement contraire ont été notés sur le cahier de cours.

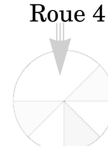
3) *Roue de loterie*. Dans chaque cas, on tourne la roue de manière aléatoire, estimer la probabilité de tomber sur le secteur coloré.

Roue 1 : 

Roue 2 : 

Roue 3 : 

Roue 4 : 

Roue 5 : 

Remarque : Dans les dessins ci-dessus, il y a un curseur pour indiquer le lieu où sera lu le résultat après avoir tourné la roue

Lors de la correction j'ai insisté sur le fait, mis en évidence par les élèves, que c'est la proportion qui est importante et pas la place des secteurs sur la roue.

Ces trois exercices ont permis, dans des contextes divers, de faire travailler la définition de la probabilité.

V. Jeux équitables : confrontation théorie-expérimentation

Le « jeu du huit » (jeu librement inspiré d'un exercice du manuel Sesamath de troisième édition 2008) se joue à deux : chacun lance *en même temps* deux dés cubiques puis additionne les valeurs des deux dés. Si la somme est **8**, le joueur marque 1 point. Le gagnant est le premier qui atteint 5 points. Maëva et Jonathan décident de jouer à ce jeu mais ils ne possèdent que trois dés !

Jonathan propose : « Tu n'as qu'à prendre deux dés et moi je prendrai le troisième. Quand tu lanceras tes deux dés, moi je lancerai le troisième et j'ajouterai 2. De cette façon, si je fais un 6 avec le dé, je marquerai 1 point ».

Au bout de plusieurs parties, Maëva décide d'arrêter : « J'en ai assez, je n'ai pas de chance aujourd'hui, tu gagnes plus souvent que moi ! ». Est-ce uniquement une question de chance si Maëva perd plus souvent qu'elle ne gagne ?

Faites l'expérience par groupes de deux et complétez le tableau (voir plus loins).

A est celui qui joue avec 2 dés (qui joue à la place de Maëva) et **B** est celui qui joue avec 1 dé (à la place de Jonathan). Est-ce que l'expérimentation confirme l'opinion de Maëva ? Supposons que tous les dés utilisés par les différents groupes soient parfaitement identiques ; on peut alors cumuler les résultats de chacun des groupes.

Est-ce que le cumul des résultats confirme l'opinion de Maëva ?

Qui a le plus de chances de gagner à ce jeu ?

— Que doit-on changer dans la règle du jeu si l'on veut que les deux joueurs aient autant de chances de gagner théoriquement ?

Expérimentation : Elle s'est passée sur deux séances d'une heure.

La première heure, les élèves ont été mis par groupe de 2 (il y avait encore un absent). Nous avons commencé par lire collectivement le texte de l'exercice et expliquer la règle du jeu. Chaque groupe a alors reçu deux dés identiques, un dé à face coloré (chacune ayant une couleur différente) et une feuille pour noter les scores.

Les deux dés identiques n'étaient pas les mêmes dans chaque groupe, certains avaient deux dés « classiques » et les autres avaient deux dés blancs où j'avais écrit les chiffres de 1 à 6 dessus mais pas avec la même place que dans un dé « classique ». Les élèves doivent alors jouer trois parties et je dois récupérer les scores dans un classeur vidéo projeté. Le temps que tout le monde ait pu finir ses parties et m'ait fourni les résultats, l'heure était passée et j'ai décidé d'exploiter les résultats la séance suivante.

La seule (et première) remarque que nous avons eu le temps de faire à la fin de l'heure est : « Les résultats sont très différents ! »

Voici une copie des résultats obtenus. Il n'y a finalement que 24 parties car j'ai arrêté l'expérimentation au bout d'un certain temps pour être sûr de récupérer les résultats dans la feuille de tableur vidéo projetée avant la fin de la séance. Il est à remarquer que le temps pris par chaque groupe pour les 3 parties prévues a été très divers. Certains ont eu le temps d'en faire six quand d'autres n'ont pu en faire qu'une.

La deuxième heure, les élèves commencent par revoir les résultats du classeur Excel toujours vidéo projeté au tableau et nous

Nb lancers	9	12	13	39	54	12	26	33	23	30	25	25	29	14	26	24	18	12	38	40	21	18	22	36
A	5	5	5	5	4	5	2	5	5	5	3	1	5	2	4	2	5	5	5	5	4	5	5	5
B	2	2	3	3	5	4	5	4	3	4	5	5	3	5	5	5	3	3	4	5	5	5	4	3
Gagnant	A	A	A	A	B	A	B	A	A	A	B	B	A	B	B	B	A	A	A		B		A	A

nous demandons ce que l'on peut en faire. Certains proposent de cumuler les résultats pour compter le nombre de victoires par exemple. Vient alors la question de savoir si on a le droit, et si oui, à quelle condition ? Lors de notre première expérimentation, pour pouvoir cumuler les résultats, tous avaient suivi le même protocole et supposé le matériel de jeu identique. Cette fois-ci, nous nous mettons d'accord pour dire que tous les dés utilisés ont la même propriété (chaque face a autant de chance de sortir) et que la façon de lancer n'influence pas le résultat. Les élèves étaient d'accord pour dire que par raison de symétrie, quelle que soit la place des constellations sur le dé, cela ne change pas la probabilité de sortie de la face et que les faces sont « équiprobables » (ils l'ont exprimé avec leurs propres termes, je ne leur ai pas donné le mot). A l'aide du tableur, je commence alors à cumuler et à calculer les pourcentages de gain de A et de B en nombres de parties, puis le pourcentage de points marqués en nombre de lancers. A chaque fois, je leur demande la formule à écrire dans le tableur pour obtenir ce que nous voulons.

Voici les résultats obtenus :

Vict A	Vict B	Pts A	Pts B	Lancers
14	8	102	95	599
63.64%	36.36%	17.03%	15.86%	

Bilan : la différence entre A et B est significative en termes de victoires mais pas en termes de points marqués. Il est alors difficile de conclure après l'expérimentation.

A la demande d'un élève, nous décidons alors de nous occuper du « cadre théorique » et de regarder l'expérience *a priori*. Nous avons « compté » combien de situations font gagner A et B.

Pour B, pas de problème, il y a une chance sur 6 de marquer 1 point à chaque lancer, d'après ce que nous avons supposé sur les dés.

Pour A, il faut trouver un moyen de lister les réponses. Après discussion, nous utilisons un **tableau à double entrée** avec un dé de chaque côté, nous aboutissons alors au fait qu'il y a 5 chances sur 36 de marquer 1 point à chaque lancer.

Ci-dessous le tableau obtenu qui a permis de conclure :

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Donc nous en déduisons que A est pénalisé par rapport à B.

Comme autre variante pour comptabiliser les cas, je leur ai montré la méthode de **l'arbre complet**.

Pour finir d'étudier cette situation, les élèves cherchent alors la réponse à la dernière question : Que doit-on changer dans la règle du jeu si l'on veut que les deux joueurs aient autant de chances de gagner théoriquement ? C'est-à-dire si on cherche à « rééquilibrer » le jeu.

Ils me proposent de remplacer « avoir 8 » par « avoir 7 » pour celui qui a 2 dés car il y a 6 chances sur 36 d'avoir 7 avec deux dés ce qui revient au même que le nombre de chances d'avoir 8 avec un dé. Ils ont lu leur proposition à l'aide du tableau à double entrée.

Cette remarque a clos cet exercice où nous avons vu une situation que nous n'avons pas pu trancher après expérimentation mais de manière théorique. C'était la première fois que nous utilisions les deux pistes dans un même exercice (*a posteriori* et *a priori*) et que nous avons vu l'utilité de la théorie.

VI. Utiliser les différents outils de calcul

Je termine le chapitre par trois exercices de calcul de probabilités *a priori*.

1) *Lancer deux fois de suite un dé équilibré à 6 face*s. Donner la probabilité :

a. d'avoir 12

b. d'avoir 3

Comparer le nombre de chances d'avoir 7 au nombre de chances d'avoir 9.

Les élèves font alors, dans la grande majorité, le lien avec le jeu du huit et utilisent le tableau à double entrée qu'ils viennent de construire pour répondre aisément.

2) *Dans une urne contenant 2 boules rouges et 3 boules noires, je tire sans remise 2 boules.* Quelle est la probabilité :

a. d'avoir 2 noires ?

b. d'avoir 2 rouges ?

c. de ne pas avoir de rouges ?

NB : Toutes les réponses doivent être justifiées.

Après un temps de recherche où ils ont exploré diverses représentations, je montre aux élèves l'arbre complet et l'arbre pondéré.

3) *Les feux tricolores.* Un feu tricolore reste 20 s au vert puis 40 s au rouge (l'orange est considéré comme le rouge car on doit également s'y arrêter). Tous les matins, je franchis deux feux tricolores. Habituellement, je considère que j'ai une chance sur deux de ne pas m'arrêter à un de ces feux. Ai-je raison de penser cela ? Suis-je particulièrement chanceux si c'est effectivement ce qui se passe ?

L'outil qui leur a semblé le plus efficace est l'arbre, mais il ne paraît pas possible de faire un arbre complet. J'ai alors insisté sur le fait que le plus important était la proportion entre le rouge et le vert. Nous avons donc construit un arbre comportant trois branches depuis la racine (R, R et V) puis encore trois branches au bout des autres (R, R et V).

La classe, d'un niveau faible, s'est bien investie sur ce chapitre. Le fait de pouvoir expérimenter réellement, et d'essayer de répondre à de vraies questions n'est certainement pas indifférent à l'intérêt manifesté par les élèves. L'activité d'introduction me semble cruciale pour bien saisir ce qu'est une expérience aléatoire, et les conclusions que l'on peut en tirer. Les autres expériences ont permis d'introduire le calcul *a priori* d'une probabilité et de bien faire sentir aux élèves l'articulation des deux points de vue : théorique et expérimental. Après coup, certains m'ont demandé si c'était bien des mathématiques, et d'autres m'ont dit que cela leur avait fait du bien de « jouer ». De manière générale, j'ai trouvé que les élèves avaient déjà une bonne perception des choses avant ce cours. Par exemple, il était évident pour quasiment la totalité de la classe, que si l'on prend deux joueurs de loto, même si l'un gagne une fois mais pas l'autre, au prochain tirage, cela ne change rien, ils ont toujours autant de chances de gagner. De même pour une pièce non truquée (je le précise ici mais eux parlent de « pièce », envisageant implicitement le seul cas où elle est non truquée), pour eux, quels que soient les résultats précédents, pour le lancer suivant, il y a toujours autant de chances de tomber sur pile que sur face. Il me semble que l'essentiel dans ce cours de « notion de probabilité » est de ne pas perdre les idées que les élèves se sont forgés par eux-mêmes mais d'en tenir compte en les mettant à l'épreuve et en les enrichissant sans pour autant les noyer dans un excès de langage.

Bibliographie

BROUSSEAU Guy. « Situations fondamentales et processus génétique de la statistique », in *Cours de la XIIème Université d'été de Didactique*, 2003. (Texte accessible sur le site de la CII Collège, via le Portail des IREM)

DUCEL Yves, SAUSSEREAU Bruno. « Quelle problématique pour l'enseignement des probabilités en Troisième ? », in *Repères IREM*, n°77, Topiques éditions, Nancy, 2009.

THIENARD Jean-Claude. « *A propos de l'enseignement du calcul des probabilités. Classes de Premières et Terminales* », IREM Poitiers, 1993.