L'UTILISATION DU DEPLACEMENT DANS DES LOGICIELS DE LA GEOMETRIE DYNAMIQUE 3D

Mathias HATTERMANN
Institut für Didaktik der Mathematik
Gießen, Allemagne

Résumé : Dans l'enseignement des mathématiques, les logiciels de géométrie dynamique (DGE) ont été bien étudiés. Leur usage a amélioré et modifié les cours de mathématiques 2D dans le monde entier. Plus récemment, Archimedes Geo3D et Cabri 3D ont été développés en Allemagne et en France. Il y a encore peu d'études examinant les environnements 3D. Face à l'importance du développement de l'orientation spatiale et de l'utilisation du déplacement, l'étude suivante s'intéresse au comportement des étudiants utilisant ces environnements-3D. Il s'agit d'étudiants allemands en formation (pour devenir professeur de collège) qui avaient des connaissances préalables des environnements-2D.

1. Cadre théorique

Pendant les trois dernières décennies, plusieurs logiciels de géométrie dynamique ont été développés pour enrichir et encourager l'apprentissage des mathématiques. Les plus connus sont Cabri-géomètre, GEOLOG, Geometer's Sketchpad, Geometry Inventor, Geometric Supposer et Thales. En Allemagne, Cinderella, GeoGebra, Geonext, Zirkel-und-Lineal sont très populaires. Euklid-DynaGeo est le plus répandu dans les écoles allemandes. La géométrie dynamique est très efficace pour faire des constructions exactes, découvrir des relations, développer ou réfuter des conjectures ou encore imaginer des idées de démonstrations.

Les systèmes de géométrie dynamique (DGE) sont caractérisés par trois fonctions essentielles : « le déplacement », la fonction « lieu géométrique » et la capacité de programmer des « macros », pour une introduction voir Straesser (2002). Le déplacement est la caractéristique la plus importante dans ces environnements, parce qu'il introduit le mouvement dans la géométrie plutôt statique d'Euclide. A cette époque on devait s'imaginer des mouvements dans les constructions ou travailler avec des outils incommodes pour visualiser les dépendances des objets. Avec les nouveaux logiciels, il est possible de bouger des points de base (ce sont des points qui ne sont ni des points d'intersection, ni des points avec des coordonnées fixes). Si l'utilisateur bouge certains de ces points, la construction sera actualisée par le logiciel. Pour l'utilisateur, les liens, les propriétés et les dépendances internes de la figure sont conservés pendant qu'il bouge un point. Avec la fonctionnalité « lieu géométrique », il a la possibilité de visualiser la trace d'un ou de plusieurs points en bougeant un point de base. Les macros sont utilisées pour remplacer plusieurs pas de construction par un seul appel à la macro. Il suffit de désigner les objets initiaux et la macro programmée construit les objets finaux.

Les systèmes 2D ont été bien étudiés par la communauté de didactique des mathématiques et particulièrement par le groupe PME (Laborde & al. 2006). Par exemple, on peut trouver des recherches sur les thèmes suivants : « DGE et la transition des propriétés spatiales à la théorie » (Arzarello et al. 1998, 2002) ou encore « Tâches de construction » (Soury-Lavergne 1998). Noss & al. (1994) ont montré que beaucoup de débutants ont de grandes difficultés pour construire des figures invariantes au déplacement. « La notion de dépendance et de relation fonctionnelle » (Hoyles 1998 et Jones 1996) est un autre thème instructif : on a montré que les collégiens ont d'énormes difficultés à comprendre la notion de dépendance. Il faut les encourager à appliquer le déplacement pour aider à la compréhension des niveaux spatiauxgraphiques et des niveaux théoriques. Ainsi « le déplacement » peut servir comme outil d'externalisation de la notion de dépendance. Plusieurs chercheurs ont montré que les collégiens n'utilisaient pas spontanément le déplacement; il faut d'abord les encourager à s'en servir. La plupart des collégiens ont peur de détruire la construction en appliquant le déplacement et ils n'aiment pas l'employer sur l'écran complet. Arzarello et son groupe ont élaboré une hiérarchie de modalités différentes du déplacement et ils ont classé ces modalités en processus « ascendants » et « descendants ». Ces différentes modalités ont pour fonction de révéler les transitions cognitives, du degré perceptif au degré théorique. (Arzarello & al. 1998, 2002 et Olivero 2002). Il y a une grande variété et un grand nombre de recherches concernant l'usage du déplacement pendant des processus de justification ou de démonstration (Mariotti 2000). D'autres objets de la recherche étaient « The design of tasks » (le design des tâches) (Laborde 2001), » The Role of Feedback » (comment fonctionnent les rétroactions) (Hadas & al.2000) et « The use of geometry technology by teachers » (l'utilisation de la technologie géométrique par des enseignants) (Noss & Hoyles 1996). Pour un résumé des résultats importants de notre étude, décrit à la suite, en anglais, voir Hattermann (2008).

2. Description de l'étude

2.1. *Description générale*

Les résultats des recherches mentionnées précédemment concernent des systèmes à deux dimensions. L'étude actuelle présente les premiers résultats concernant l'usage du déplacement dans les logiciels de géométrie dynamique à trois dimensions. Au moment de l'étude, deux logiciels 3D sont disponibles, Archimedes Geo3D, développé par Andreas Goebel, un professeur allemand, et Cabri 3D, développé par Jean-Marie Laborde. La première question à traiter est la suivante : « Est-il possible de transférer les résultats concernant l'usage du déplacement en 2D aux systèmes 3D ? » La réponse à cette question n'est ni facile ni claire, parce qu'il y a des différences significatives entre les systèmes 2D et 3D. Dans les environnements 2D, l'utilisateur a la possibilité de bouger les points dans le plan entier au moyen de la souris. Ce n'est plus possible dans les systèmes 3D, parce que dans ces environnements il n'existe qu'une variabilité restreinte. On a seulement la possibilité de bouger le curseur dans un plan. La fonctionnalité spécifique du déplacement d'un logiciel de géométrie dynamique repose avant tout sur la bidimensionnalité du périphérique d'entrée (en général la souris sur un tapis plan). Cette problématique du recueil en entrée de positions spatiales, a été un obstacle certain, qui a retardé l'apparition de DGE dans l'espace. On n'a pas la variabilité complète en travaillant avec une souris et un DGE en trois dimensions. Donc, pour bouger les points dans l'espace entier, l'utilisateur doit agir d'une manière différente. Dans ces systèmes 3D il faut appuyer sur un bouton du clavier pour bouger un point sur une droite perpendiculaire au plan dans lequel se trouvait le point auparavant. Ces mouvements sont implémentés différemment dans Archimedes Geo3D et Cabri 3D.

2.2. *Questions de la recherche*

L'objectif principal de la recherche concernait l'étude du comportement des étudiants dans un environnement 3D (Archimedes Geo 3D ou Cabri 3D) pendant le processus de résolution d'une tâche et de l'usage du déplacement. Est-ce que les étudiants utilisent les fonctions du logiciel 3D, s'ils ont d'autres ressources, par exemple un crayon et une feuille de papier ou un modèle, avec lesquels ils peuvent effectuer la tâche ? Est-il possible que les étudiants n'utilisent pas du tout le déplacement ? Comment les étudiants valident-ils leurs solutions ? On a choisi des participants avec des connaissances préalables dans des systèmes 2D. L'idée de la tâche numéro un (construction d'un cube) était de créer un environnement de travail pour familiariser les étudiants avec le logiciel 3D spécifique. L'idée de la tâche numéro deux, la plus importante, était d'étudier le choix des outils (papier/crayon, modèle, DGE) pendant un processus de résolution ainsi que l'usage du déplacement par les étudiants.

2.3. *Participants*

La recherche a eu lieu en juillet 2007 à l'université de Gießen. Quinze étudiants en troisième ou quatrième année d'études, envisageant de devenir professeur au collège, ont participé à l'investigation. Les participants avaient des connaissances préalables concernant des systèmes en deux dimensions, parce qu'ils avaient dû assister à un cours magistral sur les « ordinateurs dans les cours de mathématiques ». Pendant ces cours magistraux ils avaient travaillé avec Euklid DynaGeo, un système 2D, et ils avaient réussi à un partiel où il fallait résoudre des tâches avec Euklid DynaGeo, avec des systèmes CAS et avec des tableurs comme Excel.

En outre, les étudiants ont participé à un séminaire sur les coniques, où ils ont travaillé avec Cabri 3D sur les intersections d'un plan et d'un cône pour trouver le cercle, l'ellipse, l'hyperbole ou la parabole. Ils ont construit un cône dans Cabri 3D et défini un plan pour observer les différentes intersections. Deux étudiants qui étaient responsables de la séance aidaient les autres en cas de difficultés. Les participants à l'étude n'avaient jamais travaillé avec Archimedes Geo3D auparavant. Il y avait sept groupes (six groupes de deux et un groupe de trois). Trois groupes travaillaient avec Archimedes Geo3D et quatre groupes résolvaient les tâches données avec Cabri 3D.

Chaque groupe travaillait dans une pièce, séparé des autres participants et leurs actions sur l'écran étaient enregistrées par un logiciel spécialisé. De surcroît, une webcam et un microphone étaient installés pour enregistrer les étudiants et leurs interactions.

2.4. *Tâche numéro un*

La première tâche consistait à construire un cube à l'aide du logiciel 3D sans l'usage de macros facilitant ces constructions. Les participants devaient se familiariser avec l'environnement pendant le processus de résolution. En outre, j'ai voulu savoir si les étudiants effectueraient des constructions spatiales pour résoudre la tâche ou s'ils utiliseraient des constructions en environnement 2D. Par exemple, j'ai voulu savoir si les participants préféreraient des cercles ou des constructions connues de la géométrie plane ou s'ils essaieraient de construire des points en passant par des sphères. Il faut mentionner que les étudiants n'étaient pas familiers avec la mise en œuvre de rotations et de réflexions. Pour les utiliser, ils devaient en apprendre l'usage en moyen du logiciel. De plus, il était instructif de voir si les participants utiliseraient le déplacement pour valider leurs constructions.

2.5. *Tâche numéro deux*

Pour la résolution de la deuxième tâche les étudiants avaient différentes possibilités. Ils pouvaient soit utiliser une feuille de papier et un crayon, soit le logiciel, soit un modèle de cube, soit leur imagination pour trouver une solution. Lors de l'emploi du logiciel, on regardait si les étudiants utilisaient le déplacement et de quelle manière. Voici la tâche numéro deux : « Un étudiant affirme : Il est possible que l'intersection d'un cube et d'un plan soit : a) un triangle équilatéral, b) un tri-

Les solutions de la tâche numéro deux

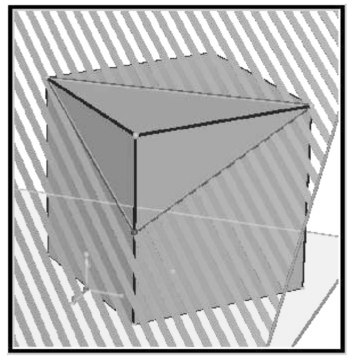


Image 1 : Le triangle équilatéral

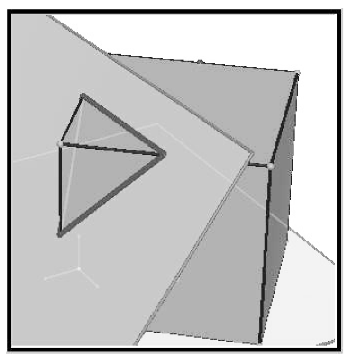


Image 2 : Le triangle isocèle

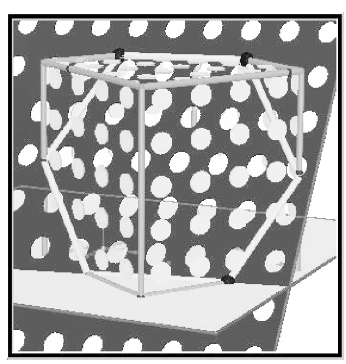
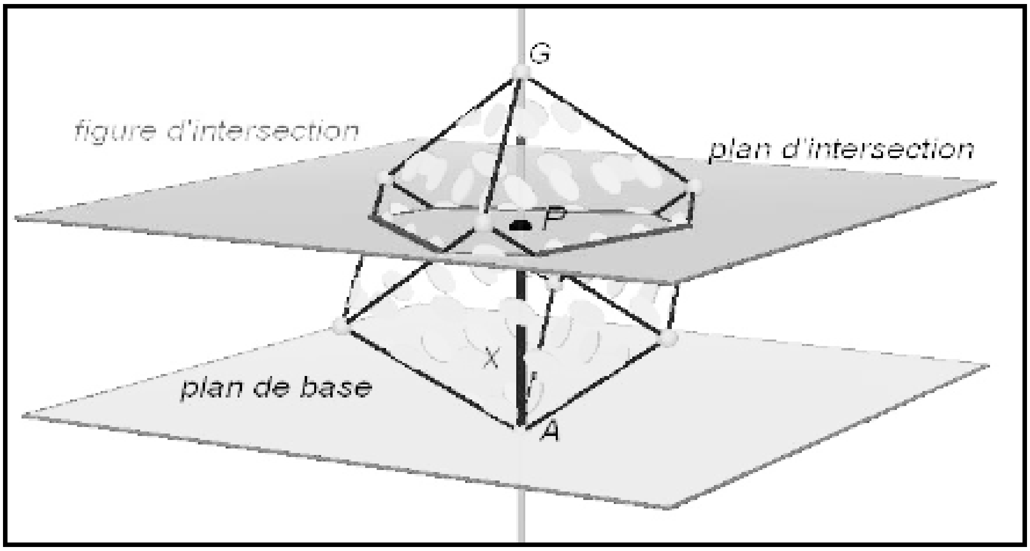


Image 3 : L'hexagone régulier

Image 4



angle isocèle, c) un triangle rectangle isocèle, d) un hexagone régulier. Construisez un cube à l'aide de la fonction cube, vérifiez les affirmations trouvées expérimentalement et justifiez vos résultats! ». Je me suis demandé quelle approche serait privilégiée par les étudiants pour trouver une solution. Utiliseraient-ils une feuille de papier et un crayon pour trouver une solution ? Essaieraient-ils d'imaginer les différents points d'intersection entre un cube et un plan sans logiciel ou transféreraient-ils leurs expériences en 2D dans des environnements 3D ? Appliqueraient-ils le déplacement et si oui, de quelle manière ? Il faut préciser que les étudiants n'étaient pas obligés d'employer le déplacement. En cas d'utilisation, allaient-ils définir un plan à l'aide de trois points quelconque non alignés dans l'espace ? Ce choix conduisent à des difficultés, parce qu'une utilisation contrôlée du déplacement n'est pas possible si les points qui définissent le plan ne sont pas attachés à un objet (voyez la section 4.3). D'un autre côté, il est plus facile d'attacher trois points à trois arêtes appropriées pour définir le plan, parce qu'avec cette configuration l'utilisateur a la possibilité de bouger les points et en conséquence de bouger le plan de façon contrôlée.

Il y a déjà eu des recherches concernant les sections du cube par un plan. Rommeveaux (1991) a travaillé avec 37 binômes de deux classes de seconde indifférenciées (15/16 ans) en utilisant la maquette d'un cube, des feutres adaptés et des feuilles de brouillon dans un environnement « classique ». Elle distinguait une appréhension globale et une appréhension analytique dépendant de la première section dessinée sur la maquette. Il faut mentionner que le cube était donné d'une manière particulière (image 4), parce que la diagonale du cube est perpendiculaire au plan de base. Il fallait donner l'évolution du périmètre p de la section du cube par (P) en fonction de la hauteur x à partir de A sur l'axe (AG).

Dans l'expérimentation conduite par Rommeveaux, dix binômes sur 37 ont découvert des hexagones grâce aux dessins sur la maquette; de plus, elle a constaté que les dessins faits sur la maquette guidaient la démarche. En outre la présence de ces dessins paraissait indispensable à la conduite d'un raisonnement et la maquette était très importante dans la phase heuristique. Mais d'un autre côté, il semblait aussi que toutes les possibilités que donne l'objet tridimensionnel n'étaient pas exploitées. Il y avait des élèves qui ne concevaient pas la diversité des sousfigures planes extraites du cube.

3. Résultats

3.1. *Tâche numéro un*

Les deux tâches ont été proposées à sept groupes dont cinq ont construit le cube. Un des groupes travaillait avec un ordinateur qui n'avait pas assez de mémoire : il lui était donc presque impossible de réussir la construction. Il est remarquable que les groupes qui travaillaient avec Archimedes Geo 3D ont mis entre 40 et 50 minutes pour la construction du cube alors que les deux groupes qui travaillaient avec Cabri 3D l'ont fait en seulement 15 à 28 minutes. Le fait que le groupe qui a travaillé le plus vite est celui qui était responsable de la réunion concernant les « cônes » pendant le séminaire précédent est également instructif. Ce groupe avait des connaissances avancées sur l'utilisation de Cabri 3D. Autre point d'intérêt, deux groupes utilisèrent des opérations spatiales, par exemple des sphères, pour la construction du cube. Les trois autres groupes ont préféré des cercles pour mesurer des distances équidistantes. Deux groupes essayèrent de travailler avec des rotations, mais sans les utiliser correctement (nous donnons un exemple en section 4.1.). Un autre résultat remarquable est lié à la vérification des constructions : On a pu observer que seuls deux des cinq groupes ont tenté de vérifier leurs constructions du cube. Le premier groupe a mesuré presque tous les segments du cube, tandis que le groupe le plus expérimenté a employé le déplacement pour valider la construction. Deux autres groupes ont été encouragés à se servir du déplacement pour contrôler leurs constructions et on a constaté une certaine hésitation, la même que celle observée avec des élèves s'initiant aux logiciels 2D.

3.2. *Tâche numéro deux*

Le processus de résolution de la tâche numéro deux est différent de celui de la première tâche. Je me suis intéressé aux questions suivantes : est-ce que les étudiants pourraient répondre correctement aux questions ? Quels seraient les outils utilisés par les étudiants pour trouver des solutions ? Est-ce qu'ils appliqueraient le déplacement et de quelle manière ? On peut constater que tous les groupes ont trouvé le triangle équilatéral et le triangle isocèle. Les questions à propos du triangle rectangle isocèle et de l'hexagone régulier étaient plus difficiles. Deux groupes ont conjecturé que le triangle rectangle isocèle n'existe pas, mais ils n'ont pas été capables de justifier leur affirmation. Un groupe a justifié son inexistence, tandis qu'un autre groupe n'a pas répondu à cette question. Trois groupes ont affirmé que le triangle rectangle isocèle existe et deux de ces groupes ont utilisé la fonction « mesurer » dans Cabri 3D pour valider leur affirmation. Cabri 3D indique un angle de 90° bien que cet angle soit en réalité inférieur à 90°, en raison du modèle mathématique du logiciel. Il y eut des discussions vives entre les membres d'un groupe, mais en fin de compte l'autorité de l'ordinateur a conservé l'avantage et les participants se sont mis d'accord sur l'existence du triangle rectangle isocèle. (Pour les détails voir la section 4.2). Deux groupes ont trouvé l'hexagone régulier et un groupe l'a trouvé moyennant un coup de pouce. Deux groupes ont affirmé que l'hexagone régulier n'existe pas, tandis que deux groupes n'ont pas répondu à cette question.

Un autre point remarquable est l'usage du modèle réel du cube pour trouver des figures d'intersection. En général, le premier pas consiste à analyser le modèle réel en imaginant des différentes sections à l'aide des rotations du cube et parfois d'une feuille de papier utilisée comme plan d'intersection. Chaque groupe a essayé de trouver des validations pour ses conjectures à l'aide du modèle réel : l'utilisation du modèle dominait de toute évidence l'utilisation du logiciel. En outre, j'ai pu constater que les étudiants n'appliquaient pas le déplacement comme prévu, ils préféraient « la vieille stratégie » de l'investigation du cube et des sections en imaginant le cube, le plan et les points d'intersection. Ils se sont servi du logiciel pour valider des conjectures constituées hors de l'environnement du logiciel. Ces étudiants ont défini un plan au moyen de trois points fixes et, par conséquent, ils ne pouvaient pas bouger le plan. De temps en temps les participants ont eu des attitudes inattendues : considérant la figure sur l'écran comme « modèle réel » ils ont essayé d'imaginer les points d'intersection en bougeant une feuille de papier représentant le plan, devant l'écran de l'ordinateur !

Finalement, on a pu constater que l'usage du déplacement n'était pas compris par les étudiants (exemple en section 4.4.), soit parce qu'ils ne l'avaient pas compris dans des systèmes 2D, soit qu'ils ne savaient pas transférer leurs connaissances dans les systèmes 3D. Un des groupes fournit une illustration de ce point : les étudiants ont défini beaucoup de points fixes sur chaque arête du cube, puis ils ont défini un plan à l'aide de trois points. Après vérification de la section du cube, ils ont supprimé le plan et en ont construit un autre au moyen de trois points différents ! Et ainsi de suite. Dans des cas exceptionnels, certains groupes ont utilisé le déplacement de façon contrôlée. Mais même le groupe le plus expérimenté est parti de trois points arbitraires dans l'espace pour la définition du plan, se condamnant à ne rien pouvoir bouger ! D'où la démotivation des étudiants.

Ayant trouvé une idée en travaillant dans l'environnement du logiciel, certains participants ont discuté cette idée de façon plus détaillée à l'aide du modèle. Les étudiants avaient les mêmes problèmes de vérification des résultats que dans la tâche numéro un (construction du cube). Chaque groupe a trouvé le triangle équilatéral et le triangle isocèle, mais seulement deux groupes ont donné des justifications correctes à l'aide du théorème de Pythagore par exemple.

Voici quelques paroles significatives d'étudiants : « Je ne sais pas, je n'ai pas assez d'imagination pour résoudre la tâche. », « Pour définir le plan on ne peut pas déplacer le plan, parce qu'il faut utiliser trois points fixes. » « Est-ce qu'il y a une fonction avec laquelle on peut bouger le plan ? » La première citation montre que l'étudiant se donnait beaucoup de mal à imaginer la figure, mais il ne voyait pas la possibilité de résoudre la tâche avec le logiciel. Ces citations expliquent l'incapacité de comprendre et d'utiliser le déplacement. Le participant a le désir de bouger le plan pour analyser des figures différentes, mais il en est incapable, parce qu'il n'a pas assez de compétences avec l'instrument.

4. Conversations entre des participants de l'étude

Cette section présente des extraits des diverses conversations entre les participants. Il y a quatre situations révélatrices à étudier en détail, parce qu'elles montrent des problèmes typiques en environnement logiciel. Plusieurs groupes ont rencontré certains des problèmes figurant ci-dessus et en conséquence les extraits sont exemplaires. Nous présentons les situations dans lesquelles les conversations se sont déroulées, puis nous donnons des extraits des conversations transcrites et à la fin de chaque épisode une interprétation de la situation. Nous avons ajouté des images pour que le lecteur soit capable de mieux imaginer la situation dans laquelle les participants se trouvaient. Si nous avons supprimé une phrase ou plusieurs, nous avons marqué ces passages avec [...]. Nous avons traduit les épisodes en français, vous trouvez les transcriptions des conversations originales en allemand dans la section 6.

4.1. *Épisode 1*

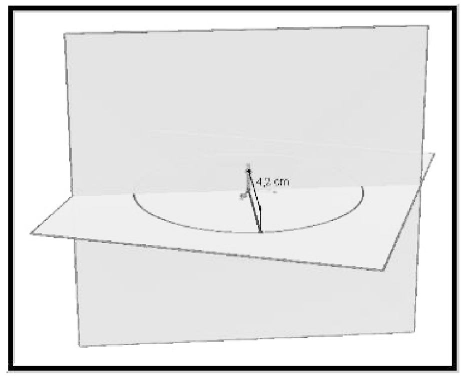


Image 5

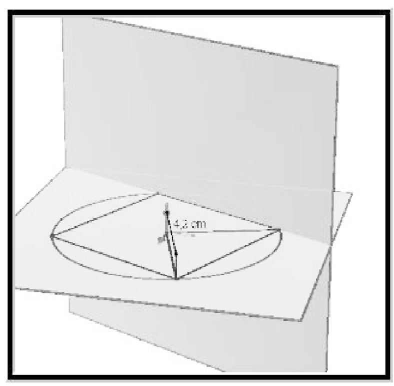


Image 6

Les participants sont en train de résoudre la tâche numéro un, la construction du cube. Ils ont commencé avec la construction d'un cercle dans le plan de base en utilisant l'origine du repère comme centre et un point de base pour définir le rayon du cercle. Ils ont construit un segment entre l'origine du repère et le point définissant le rayon du cercle, puis ils ont mesuré le rayon du cercle. A l'aide de la construction « plan perpendiculaire » au segment construit auparavant, contenant l'origine du repère, ils ont construit les points d'intersection du plan perpendiculaire et du cercle (image 5). Puis ils ont construit le quatrième sommet du carré en se servant de la fonction « symétrie centrale ». Le plan perpendiculaire était masqué et les quatre segments du cube étaient construits. Les participants ont continué avec la construction d'un plan perpendiculaire contenant un segment du cube dans lequel la face latérale du cube doit résulter (image 6). Maintenant ils sont en train de discuter comment ils pourraient continuer.

Il y a la proposition de tourner trois segments sur le quatrième segment à 90 degrés.

(1) P1 : On peut bouger tout simplement… mais où ? Comment ?

D'où vers où ?

(2) P2 : Faut que ce point soit orthogonal à...

(3) P1 : Tiens, bouge ce point, bouge ce segment… mais non, bouge autour de ce segment…

(4) P2 :… bouge… autour du point… autour de CE point.

(5) P1 :… autour de ce point… non… mais oui, c'est ce qu'il a déjà dit…

(6) P2 :… ça ne marche pas…

(7) P1 : Mais si, ça marche... mais faut bouger ce point… autour de ce segment et de combien de degrés ? Oui, mais vers où ?

(8) P2 : Dans ce plan… mais contre un point nouveau dans le plan ?

(9) P1 : Angle de rotation défini par deux points (ouvrir la rubrique aide des outils)… ah, bon alors… bouge ce point autour de ce segment

(10) P2 : C'est trop compliqué ? On peut faire autrement !

Interprétation

On peut observer que les étudiants essaient d'utiliser la fonction « rotation », mais ils ne maîtrisent pas l'emploi de cette rotation. Ils n'ont pas été entraînés à cette utilisation et ils essaient d'apprendre eux-mêmes à l'aide de l'ordinateur, mais sans y réussir. Le logiciel donne des informations en touchant des points ou des arêtes avec le curseur, par exemple : « Rotation autour de ce segment », « Rotation déplaçant ce point »... « en direction de ce point »... Il n'est pas facile de comprendre ces notices explicatives quand on n'a pas encore réalisé une rotation dans Cabri. On peut observer que les étudiants font un gros effort pour utiliser cette fonctionnalité et ils lisent aussi l'aide des outils, mais, finalement, ils ne réussissent pas. Ils veulent donner un angle de rotation parce qu'ils sont habitués à définir une rotation à l'aide d'un angle. À la phrase numéro dix on remarque que les étudiants trouvent la rotation trop difficile et ils décident de résoudre le problème d'une façon différente.

4.2. *Episode 2*

Le groupe est en train de résoudre la tâche numéro deux (les intersections d'un cube et d'un plan) et ils ont trouvé le triangle équilatéral et le triangle isocèle. Maintenant ils cherchent le triangle rectangle isocèle. Ils ont défini un plan par deux points fixes — deux points sur le « plan supérieur » — et un point tractable sur une arête du cube. C'est un exemple de l'utilisation exceptionnelle du déplacement, parce qu'en général les étudiants construisent des plans fixes pour trouver des points d'intersection. Les participants mesurent deux arêtes de la figure d'intersection et un angle de 71 degrés au début de l'investigation (image 7). Dans ce qui suit ils bougent le point sur l'arête et observent l'angle marqué. Sur l'image 8 on trouve une situation intéressante. Cabri indique un angle de 90 degrés, bien que ce ne soit pas possible. En cas d'un angle d'intersection de 90 degrés, la figure d'intersection du plan et du cube est un carré. Dans la conversation suivante, on peut observer l'origine de l'utilisation du déplacement avec la discussion du point tractable (phrase un et trois) et la discussion de la configuration/forme de la figure d'intersection en fonction de l'angle mesuré.

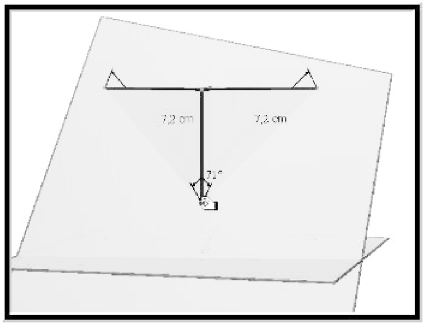


Image 7

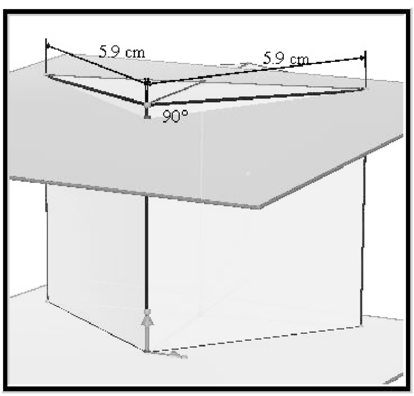


Image 8

(1) P1 : Mais regarde, si on peut varier le plan que c'est…

(2) P2 : ça ne marche pas, faut recommencer...

(3) P1 : Ah, avec le point librement mobile, non ?

(4) P2 : Ben alors, plaçons-le sur le côté, vite fait… (murmure) … Point sur l'arête. Définir le plan — faut que ça saute — et le...

(5) P1 : D'abord élimine l'autre plan, pour que ça ne soit pas trop troublant…

(6) P2 : Bien simple, je masque qu'il est là.

(7) P1 : Bon, et maintenant on peut faire varier le point, peut-être le plan va varier aussi.

(8) P2 : Il faut d'abord construire les angles et les longueurs et après on peut voir comment ça change… c'est peut-être plus facile à reconnaître... mais ils changent pas, bon, faut les bouger tellement que les deux inégaux… ça sera isocèle.

(9) P1 : La tâche c) c'est construire un triangle isocèle et un triangle rectangle … et l'angle, il faut avoir 90°... (P2 bouge le point)... ça ne marche pas... mais si... ça marche si le plan en haut…

(10) P2 : 90

(11) P1 : ... se trouve sur le plan supérieur quasiment.

(12) P2 : Hourra, attend ! Faut mesurer encore une fois la distance... dis donc, on a réussi une tâche…

(13) P1 : Murmure

(14) P2 : Alors je peux mieux le voir, encore une fois l'angle ici et l'angle là et subito presto on a encore réussi une tâche.

(15) P1 : Tiens va sauvegarder 2c… et maintenant c'est l'hexagone régulier qu'il faut trouver...

(16) P2 : Attends ! Je veux voir encore une fois la rotation…

(17) P1 : En principe ça marche seulement si le plan…`je dis se trouve sur la partie supérieure du cube... sinon 90° sont pas possible.

(18) P2 : Mais non, c'est juste, ça va bien, il mesure depuis le bas

(19) P1 : Voilà on va sauvegarder comme ça.

Interprétation

On peut distinguer trois parties dans cette conversation. Dans la première partie (phrases 1 à 7) les étudiants parlent de la stratégie qu'ils veulent utiliser pour trouver des différentes figures d'intersection. Ils consentent à bouger un point sur une arête pour faire varier le plan.

Dans la deuxième partie (phrases 8 à 16) les étudiants trouvent un triangle rectangle isocèle avec leur stratégie de mouvement. L'étudiant 1 constate qu'il y a seulement un angle de 90 degrés si le plan se trouve sur le cube (phrases 9 et 11), mais l'étudiant 2 ne s'occupe pas de l'autre étudiant, il est en train de travailler avec le logiciel, de mesurer des arêtes, d'observer l'angle, de changer l'aspect (phrases 12, 14 et 16). Il semble qu'il n'écoute pas son partenaire, parce qu'il compte sur le logiciel et sur les informations données. L'étudiant deux est joyeux, parce qu'il est sûr d'avoir trouvé la solution correcte. Il y a une courte hésitation (phrase 16), mais après l'observation d'un autre aspect de la situation, il est sûr de sa solution.

Dans la troisième partie (phrases 17 à 19) il y a une courte discussion. L'étudiant 1 a réfléchi encore une fois et il doute de l'affirmation de son partenaire, parce qu'il a découvert qu'un angle de 90 degrés peut advenir seulement si la figure d'intersection est un carré (phrases 9 et 11) et il exprime cette conviction à son partenaire. Mais celui-ci n'est pas intéressé à cette objection, il compte sur le logiciel et sur ses yeux. Ses yeux lui disent que la figure d'intersection est un triangle et le logiciel lui dit que l'angle a 90 degrés, alors pour lui le tour est joué ! Mais on peut constater aussi que l'étudiant 1 ne veut pas discuter avec son partenaire bien qu'il ait raison. L'autre opinion est basée sur Cabri 3D et on peut penser que c'est la raison pour laquelle l'étudiant renonce à continuer à discuter. Alors, il accepte la solution erronée, sans contredire et invite son partenaire à mémoriser le fichier.

4.3. *Episode 3*

Les étudiants ont construit un cube et ont défini un plan à l'aide de trois points quelconques dans l'espace. Ils ont utilisé la fonction « découpe de polyèdre » pour trouver les points d'intersection (image 9). En cherchant d'autres configurations ils ont commencé à bouger un point définissant le plan. Ils bougent très lentement et très prudemment. Après une ou deux secondes, on peut observer que le plan s'est déplacé un petit peu et les étudiants ont continué à bouger le point spécifique (image 10). Un instant plus tard, le plan avait une position complètement différente de la situation précédente bien que les expérimentateurs aient bougé très peu un seul point (image 11).

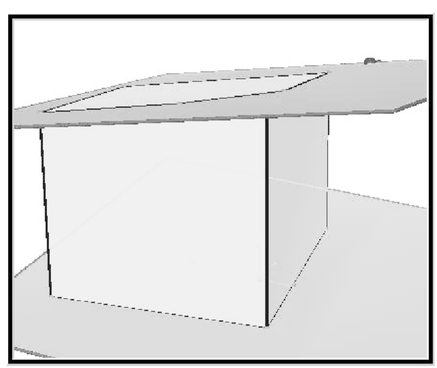


Image 9

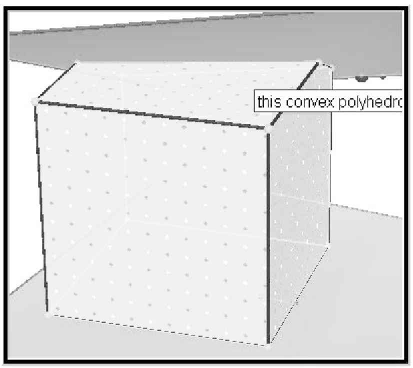


Image 10

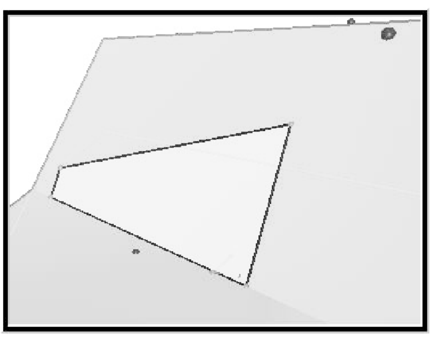


Image 11

Interprétation

Ici, j'ai donné un exemple dans lequel on peut voir le problème de l'utilisation du déplacement en bougeant un plan. Cette situation est exemplaire pour beaucoup de groupes qui ont défini un plan par trois points quelconques dans l'espace. Bouger le plan d'une manière contrôlée n'est pas possible. On peut constater que ces groupes n'ont pas assez de compétence avec l'outil de déplacement. Ils utilisent l'artefact « déplacement », mais ils n'ont pas encore construit les schèmes différents ou adaptés décrits par Rabardel (1995). Il y a un artefact, c'est le déplacement et il y a une situation spécifique, c'est « bouger un plan dans l'espace ». Alors on peut se demander si un schème existe quand on utilise le déplacement comme ci-dessus, parce que le mouvement du plan est alors arbitraire et pas dirigé.

D'un autre côté, on pourrait affirmer que cette utilisation contient un schème, parce que les étudiants utilisent le déplacement dans une situation particulière (ils bougent un plan) et ils bougent les points arbitrairement dans l'espace. Ils n'ont pas encore trouvé la possibilité de bouger les points d'une manière contrôlée. Alors on peut conclure que le schème de l'utilisation de « bouger un plan arbitrairement » n'est pas encore adapté à cette situation dans laquelle on veut observer la figure d'intersection. Quoiqu'un nouveau schème puisse mener à d'autres possibilités pour résoudre la tâche, il n'est pas encore à la portée des étudiants. On a besoin de beaucoup d'expérience dans l'utilisation du déplacement et peut-être faut-il instruire les étudiants sur les possibilités de manipulation du déplacement.

Apparemment il y a au moins deux démarches différentes menant à une utilisation adaptée à la situation. D'abord, il faut encourager les étudiants et les former dans l'utilisation du déplacement comme le décrivent Rolet (1996) et Sinclair (2003). Ensuite, il est indispensable que les étudiants construisent des schèmes adaptés à la situation spécifique. Donc, c'est la tâche de l'enseignant d'introduire l'application du déplacement et de préparer des environnements appropriés pour que les étudiants puissent construire des schèmes différents concernant son utilisation.

Il est possible que les connaissances préalables aux constructions de schèmes différents ne suffissent pas à maîtriser ces situations dans des systèmes 3D, bien que je n'aie pas étudié la production des schèmes pendant cette étude. On ne sait pas si les étudiants ont construit des schèmes dans des systèmes 2D, mais il serait très intéressant d'étudier le transfert des schèmes construit dans des systèmes 2D aux environnements-3D.

4.4. *Episode 4*

Les étudiants sont en train de résoudre la tâche numéro deux. Ils ont trouvé le triangle équilatéral et le triangle isocèle et ils ont des difficultés à expliquer pourquoi le triangle rectangle isocèle n'existe pas comme intersection d'un cube et d'un plan. Maintenant ils cherchent l'hexagone régulier comme figure d'intersection, mais ils n'ont aucune idée pour avancer dans la question. Alors l'enseignant (E) essaie de donner des coups de pouce…

(1) E : Une idée serait de simplement couper le cube par un plan, puis de faire varier le plan et d'observer quelle figure d'intersection en résulte.

(2) P1 : Mais ça ne sera jamais régulier… Comment pourrais-je faire couper ce plan avec une telle précision ?

(3) P2 : Oui, qu'on puisse le bouger comme ça.

(4) E : Eh bien, le plan dépend quasiment de trois points…

(5) P2 : Oui, faut les fixer définitivement…

(6) P1 : C'est pourquoi on a besoin de nos trois points… et pour cela nous avons voulu construire nos points de manière qu'on puisse croire que c'est ainsi

(7) E : Vous voulez fixer les points ?

(8) P1 : Oui!

(9) E : Mais vous pouvez les rendre variables et le poser sur l'arête, ensuite les bouger de sorte que le plan change et après vous regarderez la figure d'intersection.

(10) P1 : Oui, mais si c'est régulier, c'est certainement pas n'importe où… ça doit être un point central d'une arête ou un point angulaire, autrement jamais de la vie ça ne sera régulier. Qu'il ne faut pas bouger n'importe où, c'est évident en principe.

(11) E : Bon.

Interprétation

L'enseignant (E) essaie de donner une aide pour découvrir les différentes figures d'intersection. Les étudiants ont trouvé le triangle isocèle et le triangle équilatéral en définissant un plan par trois points appropriés, mais cette stratégie ne fonctionne plus pour trouver l'hexagone régulier. Au début (phrase deux et trois) les étudiants ne comprennent pas la stratégie proposée, parce qu'ils ne voient pas la possibilité de faire varier le plan au moyen de trois points mobiles sur les arêtes.

L'enseignant essaie d'expliquer qu'on peut définir un plan par trois points (phrase 4). Mais les étudiants veulent définir trois points fixes (phrase 5). Nous pensons qu'ils veulent observer la figure d'intersection après la construction du plan. Si la figure n'est pas un hexagone, ils vont définir le plan par trois autres points. Leur stratégie est de placer les trois points dans l'environnement en position « correcte » pour trouver des points de repère. Mais ils n'ont aucune idée comment trouver les positions approximativement correctes. Après que l'enseignant ait compris leur stratégie, il essaie une fois encore de les convaincre d'une autre approche (phrase 9), mais un étudiant argumente à partir de la symétrie de l'hexagone et affirme qu'il ne faut pas bouger le plan, parce que les points définissant le plan doivent être des points simples comme les milieux d'une arête ou un sommet du cube (phrase 10).

Avec cet exemple, on peut constater que les étudiants ne voient pas les avantages d'une utilisation du déplacement dans la situation. Bien que l'enseignant propose une deuxième fois cette approche, ils la refusent. Ils n'ont pas compris les possibilités que permet l'outil de déplacement et bien qu'ils ne réussissent pas à découvrir l'hexagone régulier, ils ne pratiquent pas la stratégie proposée par l'enseignant. Les étudiants sont convaincus que cette nouvelle stratégie ne saurait les conduire à une solution du problème, ni les aider dans leur recherche. Cette conviction les empêche de trouver une nouvelle approche et de construire un nouveau schème à base de déplacement, qui pourrait les mener vers la solution correcte.

5. Conclusion

Concernant la tâche numéro un, les différences de vitesse constatées (entre les différents groupes) dans la construction du cube s'expliquent par l'existence dans Cabri 3D d'un plan de base. Ce plan facilite la construction du cube parce que les étudiants peuvent utiliser ce plan comme face du cube. Dans Archimedes Geo3D, ils doivent construire un plan à l'aide d'une macro, ce qui est une difficulté supplémentaire.

L'analyse de la tâche numéro deux montre que malgré les connaissances préalables dans des environnements 2D, les étudiants n'utilisent pas le déplacement dans des logiciels 3D sans instructions préalables et sans y être encouragés. Ce résultat est comparable à ceux obtenus par Rolet (1996) et Sinclair (2003) et il semble que les étudiants doivent être encouragés et formés à cet usage par les enseignants. Des expériences dans des systèmes 2D ne semblent pas être suffisantes pour travailler dans des environnements 3D. En général, des étudiants ont de grandes difficultés à justifier des faits simples dans des systèmes 3D.

En outre, ils ont tendance à préférer le modèle réel pour résoudre la tâche donnée. Pourquoi ? Parce que les étudiants ne connaissent pas les avantages du logiciel ? Parce qu'ils ne sont pas assez familiarisés avec le logiciel ? Parce qu'ils sont habitués au processus de solution « prends un modèle réel et essaie d'imaginer » de l'école et de l'université ? Parce qu'on peut toucher le modèle réel ? En outre, il est intéressant de noter qu'il y a des étudiants qui essaient d'utiliser l'écran (un objet 2D) de l'ordinateur comme modèle et un feuille de papier comme plan d'intersection pour trouver des réponses aux questions 3D.

Après l'analyse des données, on peut affirmer que les tâches simples pour les étudiants sont résolues par l'imagination et vérifiées à l'aide du logiciel. Dans ce cas, un plan est construit à l'aide de trois points fixes et on n'a pas besoin du déplacement. Si la tâche est plus difficile, ils essaient d'obtenir une idée de solution en travaillant avec le modèle réel.

De plus, le groupe le plus expérimenté doit être étudié d'une manière différente, parce que ces étudiants ont beaucoup plus de connaissances que les autres. Ce groupe essaie de résoudre la tâche numéro deux à l'aide du déplacement. Quelque chose comme un « schème » décrit par Rabardel (1995) semble exister. Ces étudiants utilisent le déplacement comme dans la réunion « cônes », mais ils ne savent pas adapter leur schème à la nouvelle tâche. Pour trouver l'ellipse, l'hyperbole et la parabole, il suffit de bouger le plan de section arbitrairement dans l'espace, mais pour étudier les sections d'un cube et d'un plan, plus de précision est nécessaire. Le groupe essaie de trouver des résultats en appliquant « le vieux schème », insuffisant remplir la tâche. L'adaptation du « vieux schème » à la nouvelle situation ne s'est pas faite.

L'observation du déplacement et des schèmes d'utilisation a montré que davantage de travail préparatoire est nécessaire si l'on veut obtenir un niveau à partir duquel les étudiants sont capables d'utiliser le déplacement de façon précise et de différentes manières. Tout d'abord, les participants devraient se familiariser avec le nouveau logiciel et apprendre à apprécier les avantages du nouvel environnement. À l'avenir, on pourrait répéter, pendant des séances préparatoires, des fonctions spéciales comme des transformations et tout particulièrement le déplacement (une ou deux séances avant toute résolution de problèmes). Pendant ces séances préparatoires, quelques tâches concernant des boîtes noires (centre informatique pédagogie 1996) devraient inciter les étudiants à utiliser le déplacement. Il faut que les étudiants atteignent un niveau de compétence suffisant avec le logiciel pour en mesurer les avantages.

Pour atteindre notre but de recherche de trouver de différentes types de l'utilisation du déplacement, une possibilité serait l'interdiction de l'usage de papier/crayon et d'un modèle réel dans l'environnement logiciel pour forcer les étudiants à l'utilisation du déplacement. La question concernant la tâche numéro deux pourrait être modifiée de la manière suivante : « Trouve toutes les figures résultantes des intersections d'un cube et d'un plan ». Peut-être serait-ce une méthode pour susciter le besoin de déplacement.

On peut discuter s'il est raisonnable de ne donner ni des feuilles de papier, ni de modèle réel aux étudiants. Ainsi pourrait-on pousser les étudiants dans l'environnement du logiciel et aurait-on plus de chances de trouver quelques résultats concernant l'utilisation du déplacement et du développement des schèmes d'utilisation. Mais il serait tout aussi instructif de comparer l'utilisation des trois outils (logiciel, papier/crayon, modèle réel) avec des participants plus conscients des avantages des environnements 3D, par exemple la vitesse de visualisation des figures de section à l'aide du déplacement et la définition des plans au moyen de points variables.

Références

Arzarello, F., Micheletti, C., Olivero, F. & Robutti, O. (1998). Dragging in Cabri and Modalities of Transition from Conjectures to Proofs in Geometry. In A.Olivier, K. Newstead (Eds.), Proceedings of the 22nd Psychology for Mathematics Education International Conference (Vol.2, pp. 32-39). South Africa : Stellenbosch.

Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D. & Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practices in Cabri environments. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 34(3), 66-72.

Centre informatique pédagogique (CIP) (1996). Apprivoiser la géométrie avec CABRI-GÉOMÈTRE (pp. 139-208). Genf, Suisse : Centre informatique pédagogique.

Hadas, N., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environments. Educational studies in Mathematics, 44(1-3), 127-150.

Hattermann, Mathias (2008) : The dragging process in three dimensional dynamic geometry environments (DGE). In : Figueras, Olimpia; Cortina, José Luis; Alatorre, Silvia; Rojano, Teresa; Sepúlveda, Armando (Hg.) : International Group for the Psychology of Mathematics Education. Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PMENA XXX, July 17-21, 2008, Morelia. Mexico : Cinvestav-UMSNH, Bd. 3, S. 129–136.

Hoyles, C. (1998). A culture of proving in school mathematics. In D. Tinsley & D. Johnson (Eds.), Information and Communication Technologies in School Mathematics (pp. 169-181). London : Chapman and Hall.

Jones, K. (1996). Coming to know about dependency within a dynamic geometry environment. In L. Puig & A. Gutierrez (Eds.), Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol.3, pp. 145-151). Spain : University of Valencia.

Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with cabri-geometry. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6, 283-317.

Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and Learning Geometry with Technology. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education (pp. 275-304). Rotterdam : Sense.

Mariotti, M.A. (2000). Introduction to proof : the mediation of a dynamic software environment. Educational Studies in Mathematics, 44(1-3), 25-53.

Noss, R., Hoyles, C., Healy, L., & Hoelzl, R. (1994). Constructing meanings for constructing : An exploratory study with Cabri-geometry. In J. da Ponte,

J. Matos & J.Filipe, (Eds.), Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol.3, pp. 360-367). Lisbon, Portugal : University of Lisbon.

Noss, R., Hoyles, C. (1996). Windows on Mathematical Meanings. Dordrecht, The Netherlands : Kluwer Academic Publishers.

Olivero, F. (2002). The proving process within a dynamic geometry environment (PhD thesis). Bristol, UK : University of Bristol, Graduate School of Education.

Rabardel, P. (1995). Les hommes et la technologie. Approche cognitive des instruments contemporains. Paris : Armand Colin. Translation to English (retrieved on 7.1.2008) at http ://ergoserv.psy.univ-paris8.fr/Site/default.asp ?Act_group=1

Rolet, C. (1996). Dessin et figure en géométrie : analyse et conceptions de future enseignants dans le contexte Cabri-géomètre. (unpublished doctoral dissertation, University of Lyon1). Lyon, France.

Rommeveaux, M.P. (1991). Le premier pas dans l'espace. Annales de didactique et de sciences cognitives, Vol. 4, IREM de Strasbourg, 85-123.

Sinclair, M. (2003). Some implications of the results of a case study for the design of preconstructed dynamic geometry sketches and accompanying materials. Educational Studies in Mathematics, 52(3), 289-317.

Soury-Lavergne S. (1998). Étayage et explication dans le préceptorat distant, le cas de TéléCabri (unpublished doctoral dissertation of University Joseph Fourier). Grenoble, France.

Straesser, R. (2002). Research on Dynamic Geometry Software (DGS) - an introduction. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 34(3), 65.

ANNEXE

Transcriptions des conversations originales en allemand.

Episode 1

(1) P1 : Wir können es doch einfach drehen… aber wohin ? Wie denn ? Von wo nach wo ?

(2) P1 :

(3) P2 : Dieser Punkt muss orthogonal hierzu…

(4) P1 :Also, drehe diesen Punkt... drehe diese Strecke… ah nee, drehe um diese Strecke...

(5) P2 : … drehe um... um den Punkt... um DEN Punkt

(6) P1 : ...um diesen Punkt... nee… ja das hat er eben gesagt..

(7) P2 : das funktioniert nicht...

(8) P1 : doch das funktioniert... aber mit drehe diesen Punkt…um diese Strecke und um wie viel Grad ? Ja, wohin ?

(9) P2 : In diese Ebene… aber gegen einen neuen Punkt in Ebene ?

(10) P1 : Drehwinkel bestimmt durch zwei Punkte (Öffnen der Hilfe)… aha... also... drehe diesen Punkt um diese Strecke

(11) P2 : Warum so kompliziert ? Wir können das auch anders machen!

Episode 2

(1) P1 : Jetzt kuck doch mal, ob man die Ebene entsprechend so verändern kann, dass es ein…

(2) P2 : geht ja nicht, wir müssen es noch mal neu machen

(3) P1 : Ah, mit dem frei beweglichen Punkt, gell ?

(4) P2 : Ja, also wir machen es jetzt einfach mal auf der Seite, mal schnelle.. murmelt : Punkt auf Kante. Ebene definieren über zacki, zacki und dem..

(5) P1 : Lösch erst mal die andere Ebene, damit das nicht so verwirrend ist..

(6) P2 : Ich blend die einfach mal aus, dass sie da ist.

(7) P1 : So und jetzt können wir den Punkt entsprechend verändern, dann würde sich auch die Ebene verändern

(8) P2 : Wollen wir erst mal einzeichnen Winkel und Längen, dann können wir kucken wie es sich verändert.. ist vielleicht einfacher zum Erkennen…also die bleiben ja gleich, gut wir müssten den so bewegen, dass die hier ungleich von den beiden.. dann wär es gleichschenklig

(9) P1 : Die Aufgabe c ist ja, es soll ja ein gleichschenkliges und rechtwinkliges Dreieck sein.. der muss dann oben 90 sein….(P2 zieht am Punkt)..das geht nicht... doch wenns… doch ja klar, wenn die Ebene oben

(10) P2 : 90

(11) P1 : …auf dem Deckel liegt quasi

(12) P2 : Juhu, wart mal vielleicht noch mal den Abstand messen.. sag bloß wir haben eine Aufgabe..

(13) P1 : Murmel

(14) P2 : ja dann seh ich das besser, ich möchte noch mal den und den Winkel..zack, zack, hätten wir auch..noch ne Aufgabe

(15) P1 : So dann speicher mal ab 2c, …und jetzt müssen wir das regelmäßige Sechseck.

(16) P2 : Warte mal ab, ich will noch mal beim Drehen kucken…

(17) P1 : Es geht ja im Prinzip auch nur, wenn die Ebene direkt.. ich sag jetzt mal auf der Oberseite ähm vom Würfel liegt.. weil sonst kann es ja keine 90 Grad sein

(18) P2 : Nee ist schon richtig, er misst das von hier unten dem

(19) P1 : Genau, dann speicher es doch so

Episode 4

(1) E : Eine Idee wäre, dass sie einfach den Würfel mit einer Ebene schneiden und dann die Ebene variieren und dann schauen, welche Schnittfigur sich ergibt

(2) P1 : Aber das wird doch nie ein regelmäßiges. Wie soll ich denn diese Ebene so exakt da reinschneiden können ?

(3) P2 : Ja, dass man die dann auch so dreht

(4) E : Na ja, die Ebene hängt ja quasi von drei Punkten ab.

(5) P2 : Ja, die müssen wir ja erst mal fest…

(6) P1 : Deswegen brauchen wir ja erst mal unsere drei Punkte.. und da wollten wir unseren Punkte erst mal so konstruieren, dass wir denken, es könnte jetzt so sein.

(7) E : Sie wollen die Punkte festlegen ?

(8) P1 : Ja !

(9) E : Sie können ihn ja auch variabel machen und ihn auf eine Kanten legen, dann an ihm ziehen, sodass sich die Ebene ändert und schauen sich dann die Schnittfigur an.

(10) P1 : Ja, aber das wird ja, wenn es regelmäßig ist nicht irgendwo hier so sein..es müsste dann schon ein Seitenmittelpunkt sein oder ein Eckpunkt sonst wird es ja nie im Leben regelmäßig. Dass ich hier nicht rumziehen muss, ist ja irgendwie eigentlich klar.

(11) E : Gut.