UNE BASE DE PROBLEMES EN LIGNE POUR LE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Marie-Pierre LEBAUD
Irem de Rennes

Résumé : Nous présentons une ressource en ligne destinée aux élèves préparant un baccalauréat professionnel et expliquons certains choix faits lors de sa conception pour être en adéquation avec les contraintes institutionnelles d'un enseignement de savoirs mathématiques dans une finalité professionnelle. Des exemples d'aides apportées aux élèves sur des contenus de connaissances sont détaillés et justifiés par rapport au public concerné.

1. Introduction

Notre travail s'inscrit dans le cadre de l'enseignement des mathématiques dans un enseignement à finalité professionnelle : le Baccalauréat Professionnel. Si des recherches sont menées concernant les savoirs mathématiques présents dans les enseignements non mathématiques (Bessot, Laborde 2005) en lycée professionnel, il existe, cependant, peu de ressources en ligne adaptées à ces programmes mathématiques. En fait, ceux-ci sont essentiellement une troncature des programmes de l'enseignement général et la contrainte d'enseigner des savoirs mathématiques légitimés par leurs applications professionnelles se traduit surtout par le caractère instrumental de ces savoirs. Notre objectif était alors de développer une ressource en ligne portant sur des exercices de mathématiques tenant compte de certaines spécificités de cet enseignement et adaptée aux élèves de ces filières.

Les travaux présentés ici ont été menés dans le cadre d'un groupe [1] IREM-DESCO : la base ainsi créée est en accès libre à l'URL http://lp.irem.univ-rennes1.fr/, elle sera désignée sous le nom « Math LP help » dans la suite. Nous nous plaçons dans cet article du point de vue du concepteur d'une ressource dont l'objec-

1 Le groupe a travaillé de septembre 2004 à juin 2007. Il se constituait de Véronique Guyot (LP Coëtlogon, Rennes), Vincent Jaouen (LP La Champagne, Vitré), Marie-Pierre Lebaud (UFR mathématiques et IREM, université de Rennes I), Gérard Le Moigne (LP Coëtlogon, Rennes) et Gwenaëlle Lucotte-Le Visage (LPT La Providence, Saint-Malo).

tif est de soutenir les apprentissages mathématiques d'élèves dans une filière professionnelle.

Nous allons d'abord présenter le cursus en lycée professionnel ainsi que le profil des élèves préparant un Baccalauréat Professionnel et certaines spécificités institutionnelles concernant les contenus de connaissance. Nous expliquerons ensuite les principes généraux du site Math LP help, avant de décrire plus précisément quelques contenus de connaissance et les choix faits par rapport à certaines spécificités de l'enseignement professionnel.

1.1. Les études en lycée professionnel

Le lycée professionnel prépare les jeunes à acquérir une première qualification professionnelle qui leur permet soit de poursuivre des études, soit de s'insérer dans la vie active. A l'issue de la classe de 3ème, les élèves peuvent y préparer en deux ans un certificat d'aptitude professionnelle (C.A.P) ou un brevet d'études professionnelles (B.E.P). Environ 31 % des élèves de troisième s'orientent vers un B.E.P et 4 % vers un C.A.P.[2]. Les spécialités de C.A.P. donnent accès à un métier précis et ont pour principal objectif une entrée directe dans la vie professionnelle._ Les formations qui conduisent au B.E.P dispensent une formation plus générale afin de faciliter la poursuite d'études. Après obtention du diplôme de B.E.P, l'élève prépare le baccalauréat professionnel en deux ans. Le taux de poursuite d'études en bac pro est de l'ordre de 40 %. *A priori*, le baccalauréat professionnel vise des débouchés professionnels immédiats, mais une poursuite d'études est possible vers un brevet de technicien supérieur (B.T.S.) (moins de un pour cent des élèves poursuivent leurs études après un baccalauréat professionnel). Le diplôme du baccalauréat professionnel a été créé en 1985 : en 1990, 25 000 élèves l'ont obtenu. Actuellement, ils sont environ 100 000 (pour 280 000 en baccalauréat général et 140 000 en baccalauréat technologique).

Ce que nous appellons Baccalauréat Professionnel par la suite englobe les deux années d'enseignement préparant au diplôme lui-même : programmes et manuels ne dissocient pas la Première et la Terminale. En 2009, le bac professionnel devrait progressivement s'obtenir en trois ans (seconde, première, terminale pro) au lieu de 4 ans actuellement (2 années de B.E.P. + 2 années de Bac Pro).

1.2. L'enseignement en lycée professionnel

L'enseignement est basé sur la maîtrise de techniques professionnelles (travaux pratiques en atelier ou en classe, stages en entreprise). Le caractère professionnel de la formation est très largement affirmé avec, en moyenne, 16 semaines de stage en entreprise réparties en première et en terminale. Les élèves ont plus de la moitié de leurs cours en enseignement professionnel. L'enseignement général doit participer à la culture professionnelle et doit être contextualisé au regard des pratiques et des vécus professionnels et sociaux.

L'horaire dédié aux sciences est d'environ 3 h 30 hebdomadaires (dont 2 h en classe dédoublée quand l'effectif est supérieur à 24 élèves). Cet enseignement englobe à la fois les mathématiques et les sciences physiques. Il est généralement assuré par un seul enseignant qui doit assurer la continuité entre les deux programmes. Celui-ci construit sa progression

2Les statistiques citées proviennent du site du ministère de l'Éducation Nationale (rentrée 2006).

et élabore le contenu des séquences en proposant des situations d'apprentissage qui permettent de contribuer à la découverte d'un champ professionnel ou d'un métier.

1.3. Les élèves en Baccalauréat Professionnel

L'orientation en lycée professionnel est en fait souvent une orientation par défaut, pour des élèves dont les notes ne permettent pas un passage en seconde générale. À l'obtention du diplôme, 44 % des élèves ont un an de retard et 22 % en ont au moins deux. Le redoublement a souvent eu lieu avant l'entrée au lycée professionnel : en arrivant, ces élèves sont déjà en situation d'échec, voire de refus de l'enseignement traditionnel. La moyenne des admis au baccalauréat professionnel est d'environ 9.5/20 pour les épreuves scientifiques et techniques. Elle dépasse 13.5/20 pour les épreuves professionnelles.

Les élèves de lycée professionnel sont donc en majorité des élèves qui ont connu un échec scolaire et qui se désintéressent des enseignements généraux et en particulier des mathématiques « abstraites ».

1.4. Des contenus de connaissance spécifiques

Nous allons plus particulièrement illustrer, dans cet article, deux spécificités institutionnelles de l'enseignement en lycée professionnel qui concernent respectivement l'usage de la calculatrice ou du tableur et la notion d'arrondi.

L'emploi de la calculatrice ou du tableur fait partie intégrante du programme de mathématiques. C'est l'un des contenus qui apparaît clairement comme un outil, au service d'une pratique professionnelle. Ces compétences sont explicitement utilisées dans l'enseignement professionnel des deux années d'étude.

La notion d'arrondi est encore plus spécifique de l'enseignement en LP ; des nombres comme $\ln 2$ ou 1/3 ne se retrouvent pas dans le travail, par exemple, du menuisier. De plus, l'usage de calculatrices non formelles demande de savoir arrondir les résultats trouvés. Ce contenu de connaissances est travaillé dans la préparation au B.E.P., mais nos expérimentations avec des élèves de deuxième année de baccalauréat professionnel nous ont amené à modifier certaines aides pour prendre en compte cette notion qui leur pose encore problème.

1.5. Notre démarche

Puisque nous cherchions à développer la motivation de ces élèves, le recours à une base d'exercices en ligne organisés selon un certain classement et disposant d'aides de différents types était un moyen naturel (Ruthven et Hennessy, 2002, Cazes, Gueudet, Hersant, Vandebrouck, 2004). Cependant, les bases déjà existantes ne nous paraissaient pas adaptées à la finalité professionnelle de l'enseignement des mathématiques dans ces filières. Nous avons donc développé la base « Math LP help » : d'une part, le classement des exercices est explicitement fait suivant les programmes des baccalauréats professionnels et, d'autre part, les aides apportées dans les problèmes proposés prennent en compte les spécificités de ces programmes. Pour créer cette base, nous avons d'abord cherché des problèmes adaptés et surtout défini un environnement d'aides pouvant soutenir l'élève dans sa démarche de résolution. Les expérimentations, dans un mouvement de conception dans l'usage (Folcher 2007), nous ont beaucoup aidé à améliorer cet environnement ainsi qu'à identifier des spécificités de cet enseignement.

2. Présentation de Math LP-help

2.1. Des choix généraux

Nous avons travaillé à partir de **textes des épreuves de Baccalauréat Professionnel** qui traduisent bien l'aspect pratique des mathématiques enseignées en lycée professionnel. Nous les avons, parfois, un peu modifiés pour mieux les adapter à l'usage de l'ordinateur, mais sans jamais changer la structure du problème d'origine (découpage en parties et questions) ou la nature de la tâche d'une question. Un tel texte sera appelé *session* dans la suite de l'article.

Pour apporter une aide à la résolution de ces problèmes, nous proposons également des exercices d'application de notions mathématiques et des résumés de cours ; ceux-ci sont accessibles soit dans les aides des questions des sessions, soit directement par thème ou par spécialité de baccalauréat professionnel (où nous proposons d'autres exercices n'apparaissant pas dans les aides des sessions). Sur un thème donné, nous avons préféré ne proposer qu'un exercice suivant la nature de la tâche, et non une batterie d'exercices. Il existe cependant des exercices (intitulés « Réviser les... ») présentant suffisamment de questions pour s'entraîner plus longuement sur quelques notions pouvant demander plus de pratique comme la dérivation.

L'apprentissage de l'emploi de la calculatrice fait partie intégrante du programme de mathématiques, nous y faisons donc directement appel à chaque fois que nécessaire. Des cours d'utilisation sont proposés afin de développer son usage auprès des élèves. Le site ne propose pas, volontairement, d'outil pouvant remplacer la calculatrice ; c'est un outil que l'on conseille d'utiliser (là où c'est utile) pour qu'il devienne d'usage courant pour l'élève et que celui-ci continue à s'en servir dans sa pratique professionnelle.

Enfin, les élèves ont un formulaire de mathématiques au Baccalauréat. Celui-ci n'est pas forcément très utilisé durant l'année de préparation, les enseignants préférant souvent que l'outil de référence soit le cahier de cours. Il fait rarement l'objet d'un apprentissage (Assude 2001) pendant les cours. Nous avons donc apporté aux sessions de Bac Pro des aides liées à l'emploi de ce formulaire. On retrouve ces aides dans les exercices intitulés « Calcul accompagné de... ».

2.2. L'organisation du site en bref

L'accès aux exercices et sessions se fait par modules de Bac Pro tels qu'ils sont décrits dans les programmes officiels parus au bulletin officiel du 9 mai 1995 : activités numériques et graphiques, fonctions numériques, activités géométriques, ... C'est sous cette forme que nous nous référons au site dans la suite. Toutefois, en observant travailler les élèves, nous nous sommes rendus compte que cette organisation ne leur convenait pas dans la mesure où ils ne savaient pas dans quel module chercher tel type d'exercices. Nous avons donc fait également une entrée par spécialité : métiers de l'électricité, métiers du bâtiment, ... C'est généralement par ce biais qu'ils accèdent aux exercices. Ils reconnaissent mieux les termes employés.

Le site propose également un accès direct aux sessions mises en ligne : ces trois entrées possibles nous semblent pouvoir faciliter la prise en main de cette ressource et donc la rendre accessible à un large public d'enseignants et d'élèves.

2.3. Mise en ligne d'une session de Bac Pro

a) Les principes

Nous avons donc travaillé à partir de textes du baccalauréat professionnel ; l'épreuve de sciences est une épreuve de 2 h comportant des exercices de mathématiques et des exercices de sciences physiques. La partie mathématique représente les trois quarts de la note, c'est cette partie que nous avons mis en ligne.

Nous avons choisi de séparer les exercices d'une session afin de pouvoir, sur le site, les classer par module du programme. Cependant, si l'on accède au site par spécialité, on retrouve les exercices regroupés pour permettre à un élève de faire toute la partie mathématique d'une session d'examen de sa spécialité.

Nous avons retenu quatre principes pour la mise en ligne d'une session :

- chaque page html correspond à une question du sujet d'origine ;
- l'élève peut donner une réponse et vérifier sa validité ;
- pour chaque question, il a accès à des aides ;
- il peut accéder à la question suivante sans avoir validé de réponse.

Ces principes répondent, d'après nous, à nos objectifs d'aider l'élève dans sa progression et de le laisser libre d'organiser son travail comme il le souhaite. Les sujets étant déjà très détaillés et guidés, nous ne proposons pas de découper encore le travail mathématique d'une question, mais nous essayons de présenter des aides augmentant les possibilités d'activités mathématiques de l'élève.

Nous suggérons aussi de rendre un écrit à un enseignant, même s'il est tout à fait possible de travailler en complète autonomie. C'est sous cette forme que nous avons toujours testé la base : nous récupérions à la fin de la séance les copies des élèves.

b) A propos des aides

Au début, nous avions voulu distinguer deux types d'aide :

- des outils (formulaire, calculatrice, tableur, résumés de cours...)
- des indications sur la question.

L'aide de type « outils » était supposée être une aide sur la notion mathématique traitée dans la question, tandis que l'aide de type « indications » était liée à la question elle-même. Par exemple, pour un calcul de dérivée, l'aide de type « outils » était l'extrait du formulaire correspondant à la dérivation ou un exercice sur la dérivation de fonctions « ressemblantes » et l'aide de type « indications » était un calcul accompagné de la dérivée de la fonction donnée dans la question (ce calcul accompagné est d'ailleurs fait aussi grâce au formulaire, mais on demande quelle formule l'élève veut utiliser et un commentaire est donné sur son choix).

Il nous semblait important de distinguer ces deux types dans la présentation et l'élève avait donc accès à deux menus déroulants : l'un intitulé outils et l'autre aides. Après expérimentation, il a été rapidement clair que cette distinction perturbait l'élève et ne remplissait donc pas son objectif. Un élève ne pouvait pas comprendre si sa difficulté à répondre provenait de sa méconnaissance d'une notion ou d'un problème de compréhension liée à la question elle-même. De plus, la dénomination « outils » était trop liée à l'usage soit de la calculatrice, soit d'un tableur, c'est-à-dire à un outil de calcul, ce qui n'était pas du tout notre conception de cette rubrique.

Nous avons donc finalement regroupé les deux types d'aide sous un même bouton « help ! » (voir annexe 1). L'aide se présente alors, généralement, sous la forme d'une phrase indicative (généralement donnant un début de procédure), puis la liste des « outils » possibles. Ceux-ci ont des registres variés : textes mathématiques, extraits du formulaire officiel, exercices, feuilles de calcul d'un tableur préremplies ... Dans ce cas, nous avons pu observer que l'élève fait un choix dans la liste proposée (et est capable de nous justifier ce choix) ; il ne se contente pas de regarder les aides les unes après les autres jusqu'à ce qu'il ait trouvé la réponse. Notre but est ainsi d'enrichir ses possibilités d'activités mathématiques en soutenant sa réflexion, mais en le laissant libre de ses choix.

Rappelons qu'une aide est systématiquement proposée pour chaque question d'une session.

c) A propos des autres choix

Avant de commencer à travailler sur une session, l'élève est supposé avoir sous forme papier le texte complet du problème ainsi que le formulaire correspondant (il peut le télécharger sur le site). C'est un point important. Nous avons en effet choisi de séparer les questions (une seule par page html), mais avec l'optique, d'une part que l'élève aurait toujours accès à l'ensemble du problème (et il nous semble plus pratique de l'avoir sous format papier que de garder une fenêtre de plus ouverte dans le navigateur) et d'autre part qu'il ait également une trace papier de son travail. Le site l'y oblige puisqu'il ne garde pas en mémoire les résultats obtenus. C'est voulu par les concepteurs : la rédaction sur papier d'une solution fait partie du travail demandé par Math LP-help. Cette base d'exercices a été conçue pour apporter des aides aux élèves, l'une d'entre elles étant la possibilité de vérifier leurs réponses, mais elle ne remplace pas le travail sur feuille demandé aux élèves pendant les cours (ou l'examen de Bac Pro).

d) Le problème du codage

Pour pouvoir faire interpréter les réponses de l'élève par l'ordinateur, nous avons dû faire un choix sur le codage (voir annexe 2). Nous nous sommes imposé deux contraintes : d'une part être le plus simple possible, d'autre part avoir un codage utilisable à partir de n'importe quel clavier.

Nous nous sommes alors basés sur les conventions d'écriture et pas sur le codage des calculatrices. Par exemple, dans une multiplication, on n'écrit pas le signe, sinon l'ordinateur jugera la réponse fausse. Pour mettre en exposant, on n'utilise pas la combinaison de touches qui permet de le faire automatiquement ; en effet ce raccourci de clavier peut dépendre du système d'exploitation. Le terme x^2 se code x^2. Cette écriture nous semble également redonner un sens à l'utilisation des parenthèses, puisque pour coder e^{2x}, on tapera e^(2x) ; l'écriture $e^{2}x$ correspondrait à e^2x.

La seule exception porte sur l'écriture des décimaux : nous demandons de les écrire avec une virgule, mais nous avons quand même laissé (sauf oubli !) la possibilité de mettre un point, cette écriture étant trop couramment employée par les élèves.

Afin de familiariser les élèves à ce codage, nous avons prévu un petit exercice de manipulation qu'il est fortement conseillé de faire avant toute utilisation du logiciel. Celuici est accessible depuis les trois types d'accès aux exercices (par session, par spécialité et par module).

Les expérimentations faites montrent que la prise en main du codage apporte une difficulté aux élèves. Ceux-ci doivent s'investir dans l'apprentissage de la syntaxe utilisée ; cependant il nous semble que cette surcharge cognitive reste assez légère et que le petit exercice de manipulation (une dizaine de formules volontairement compliquées) parvient à surmonter ce problème.

3. Un exemple de session sur les fonctions

3.1. Le programme

A propos des fonctions, le programme de Baccalauréat Professionnel fixe les objectifs suivants :

> « Le programme est organisé autour des objectifs suivants :
>
> Exploiter la dérivation pour l'étude locale et globale des fonctions ;
>
> • Progresser dans la maîtrise des fonctions indiquées dans les programmes
>
> • Mettre en valeur l'utilité du concept de fonctions dans des situations issues de l'algèbre, des disciplines professionnelles et de la vie économique et sociale. Les différentes phases sont à distinguer : description de la situation à l'aide d'une fonction, traitement mathématique, contrôle et exploitation des résultats.
>
> Le programme combine les études qualitatives (croissance, allure des représentations graphiques...) avec des études quantitatives (recherche d'extremums...) » (Programme 1998).

Les obstacles rencontrés par les élèves pour ce concept de fonction sont liés à :
— l'absence de sens dans la lecture des expressions algébriques ;
— l'absence d'une représentation mentale du concept de fonction ;
— la difficulté à associer une courbe ou un tableau de valeurs non aléatoires au concept de fonction et réciproquement ;
— la difficulté à différencier le sens associé à l'utilisation de lettres (dénomination des points d'une figure, point variable d'une figure, variable numérique, unité de mesure).

On retrouve des difficultés connues en lycée général. En lycée professionnel, il s'ajoute la difficulté liée aux changements de registres : le langage naturel ou technique fait partie de tous les exercices proposés dans les sessions. Le problème est toujours associé à une situation à finalité professionnelle. À partir d'une description d'un problème concret, l'élève doit progresser dans sa démarche au moyen de l'étude d'une fonction mathématique dont il doit trouver un certain nombre d'informations lui permettant de résoudre le problème de départ. La partie modélisation ou mise en équation (passage du problème professionnel à l'écriture d'une fonction) est souvent donnée à l'élève, mais pas toujours. L'élève aura, par contre, toujours une interprétation à faire des résultats obtenus.

Nous allons maintenant présenter un exemple de session où nous allons expliquer les choix faits par rapport aux différentes difficultés ou spécificités institutionnelles présentées plus haut. Nous ne reviendrons pas sur les problèmes de modélisation et sur la pertinence en terme de finalité professionnelle des sessions données au Baccalauréat Professionnel, ces deux thèmes n'entrant pas dans le cadre de notre travail.

3.2. Description d'une session « type »

La session décrite ici est un texte d'examen du Baccalauréat Professionnel des Métiers du Bâtiment, spécialité Aménagement Finition, année 2006. Le formulaire est toujours fourni aux élèves en même temps que le texte (voir annexe 3).

Ce problème se décompose en trois parties : une partie modélisation où l'on calcule le volume d'un parallélépipède, une partie étude de fonctions où la fonction est le volume calculé en fonction d'une des hauteurs et enfin une partie exploitation des résultats ; ce qui correspond parfaitement aux demandes du programme. Le sujet est très guidé : chaque partie est détaillée en plusieurs questions et les éléments nécessaires à la résolution des questions suivantes sont souvent donnés pour ne pas bloquer l'élève dans la suite faute d'une information importante.

En annexe de la session, on trouve un tableau de variation, un tableau de valeurs partiellement rempli et un repère où les échelles sont indiquées, ces trois éléments sont également une constante de ce type de texte.

Nous avons choisi cette session pour avoir un support d'exemples, mais elle est très représentative des exercices portant sur les fonctions : on commence par décrire un problème concret, il y a ensuite une mise en équation (calcul d'un volume), puis l'étude d'une fonction. Cette étude doit alors permettre de résoudre le problème pratique de départ, ici trouver le volume maximal du parallélépipède. Les annexes fournies sont également toujours de même type : un tableau de valeurs partiellement rempli, un tableau de variations et un repère.

Il s'agit, ici, d'un problème d'optimisation : il faut construire un silo à l'intérieur des combles d'une construction. Le silo a une forme parallélépipédique rectangle et on cherche le volume maximal qu'il peut atteindre en tenant compte de la contrainte des dimensions des combles déjà existants.

La première partie du problème est destinée à calculer le volume du silo en fonction de sa hauteur x, paramètre variant dans un intervalle déterminé par la hauteur des combles. Ceux-ci sont représentés au moyen d'une figure en perspective et d'une coupe verticale passant par le faîte. Les valeurs de certaines dimensions sont données dans le texte accompagnant les figures. La largeur du silo étant donnée en fonction de x, l'élève n'a plus qu'à déterminer la longueur du parallélépipède. Pour cela, il doit retrouver les informations nécessaires à la fois dans le texte et sur les figures. Les deux premières questions demandent le calcul de la tangente d'un angle en considérant deux triangles rectangles ayant un sommet commun. De ces deux calculs, on peut déduire la longueur du silo en fonction de x. La dernière question porte alors sur le volume du silo, une fois connues ses trois dimensions. Les difficultés essentielles portent sur la lecture des figures, les formules de trigonométrie et le calcul littéral (aussi bien pour extraire la variable x dans une égalité que pour développer le produit des trois dimensions du parallélépipède pour obtenir son volume).

La deuxième partie porte sur l'étude d'une fonction dont l'expression correspond au volume calculé précédemment : la fonction est donnée afin qu'un élève n'ayant pas su faire la première partie puisse continuer le problème. On demande l'expression de sa dérivée, puis la recherche des valeurs d'annulation de cette dérivée (il s'agit d'un trinôme) avant de tracer le tableau de variations. Toutes les valeurs demandées doivent être arrondies. Les deux dernières questions demandent respectivement de compléter un tableau de valeurs donné en annexe et de tracer la représentation graphique de la fonction, le repère étant fourni. Les difficultés les plus souvent rencontrées portent dans ce type de questions sur le calcul de la dérivée et la recherche des racines d'un polynôme du second degré. Les autres questions sont souvent assez bien résolues avec l'aide de la calculatrice.

La troisième partie exploite les résultats obtenus concernant la fonction étudiée précédemment : il s'agit dans une première question de faire le lien entre le volume du silo et la fonction étudiée, en l'occurence de trouver le domaine de définition de la fonction représentant le volume du silo. Il s'agit encore ici d'une lecture sur les figures : l'élève doit passer du langage technique au langage mathématique et avoir bien compris la notion de fonction pour penser à en chercher l'ensemble de définition. On demande ensuite de déterminer graphiquement les valeurs de la hauteur du silo qui permettent d'obtenir un volume donné et enfin la valeur de la hauteur pour laquelle ce volume est maximal. Pour ces deux dernières questions, seule la méthode graphique est utilisable par l'élève : d'une part, il s'agit de résoudre une équation du troisième degré, ce qui n'est pas du domaine de connaissances d'un lycéen, et d'autre part, les valeurs demandées n'apparaissent pas dans le tableau à compléter précédemment. Contrairement aux élèves de lycée général, les élèves de lycée professionnel manipulent beaucoup les lectures graphiques ; il est important qu'ils sachent les faire dans leur pratique professionnelle : des applets présentant certaines données de la lecture à faire, avec des parties mobiles, sont alors d'une grande utilité. Nous utiliserons souvent ce type d'aides dans les résolutions graphiques.

3.3. Les aides apportées

Nous ne parlerons ici que de quatre types d'aides liées aux questions I-1) (calcul d'une tangente dans un triangle rectangle), II-1) (calcul de la fonction dérivée) II-3) (détermination d'un tableau de variation) et III-2) (détermination graphique d'antécédents).

a) Calcul d'une tangente dans un triangle rectangle

Il s'agit de calculer la tangente d'un angle dans un triangle rectangle, les longueurs nécessaires étant connues.

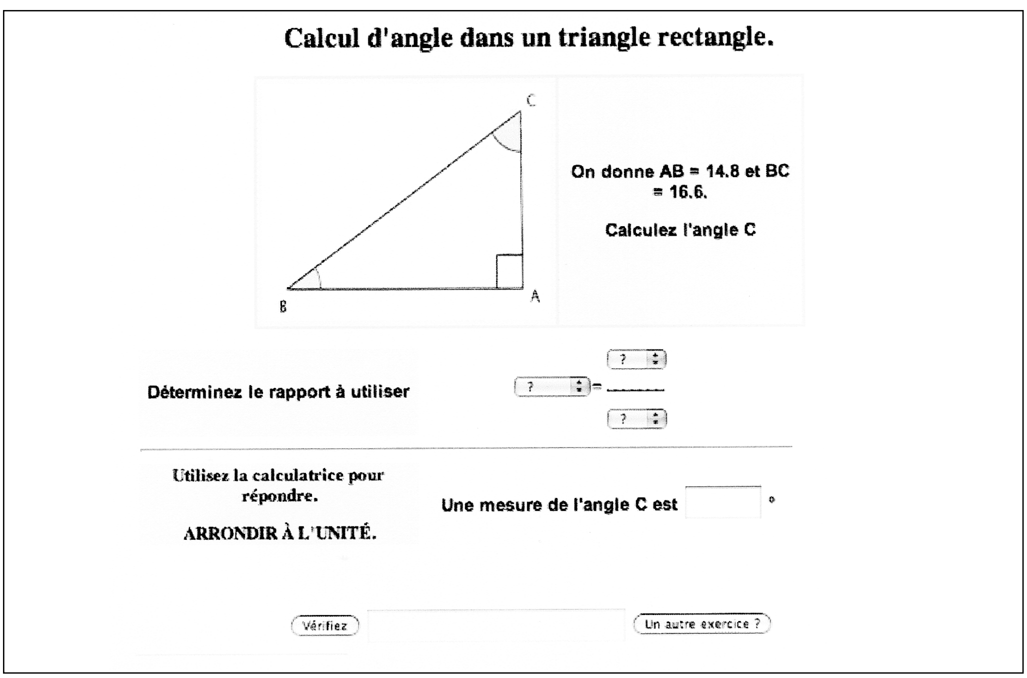
Une première difficulté est évidemment la manipulation des relations trigonométriques dans un triangle rectangle. Une deuxième, inhérente à la question elle-même, est de retrouver dans le texte les valeurs connues : la longueur AH se lit sur la figure, mais la longueur BH n'y est pas indiquée et se retrouve dans le paragraphe d'introduction.

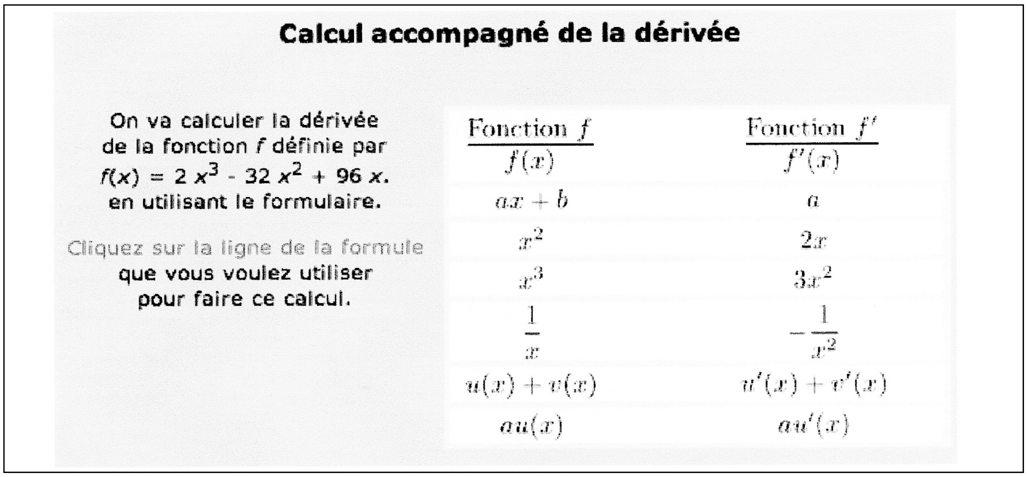
En aide, l'élève peut accéder soit à l'extrait du formulaire correspondant aux formules de trigonométrie dans un triangle rectangle, sans autre commentaire, soit à un exercice intitulé « Calcul d'angle dans un triangle rectangle ».

Dans cet exercice, il faut déterminer un des deux angles non droits à partir des longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle. Les données étant aléatoires, il n'y a aucune raison que l'élève se retrouve dans le cas de la question à résoudre. L'exercice peut être réitéré autant de fois que souhaité et on peut avoir besoin d'une des trois fonctions trigonométriques pour déterminer l'angle demandé. Dans le cas d'un savoir enseigné en B.E.P., nous avons jugé préférable d'entraîner l'élève sur tous les types de calcul que l'on peut rencontrer dans la trigonométrie du triangle rectangle.

Pour valider sa réponse, l'élève doit déterminer une mesure de l'angle, mais aussi préciser le rapport de longueurs utilisé, ceci afin de vérifier que le changement d'appellation des sommets du triangle entre le formulaire et le texte de l'exercice n'est pas une difficulté pour lui. De plus, dans les question suivantes de la session, la même tâche lui sera demandée mais cette fois-ci avec des variables. Il doit donc avoir bien identifié les rapports intervenant.

La calculatrice est nécessaire pour ce calcul puisque nous n'avons pas voulu privilégier les angles remarquables : ce n'était pas le cas dans la question de la session (où l'on demande juste la valeur de la tangente de l'angle, et non l'angle) et la reconnaissance de valeurs particulières obtenues pour des fonctions trigonométriques nous paraissait être une tâche différente de celle deman-





dée. De plus, l'usage de la calculatrice doit devenir naturel et ne doit pas constituer un obstacle pour les élèves de lycée professionnel. Nous n'hésitons donc pas à l'employer couramment dans les aides.

En fait, une difficulté est apparue, lors des expérimentations, sur la notion d'arrondi : nous avons changé finalement l'exercice en demandant un arrondi à l'unité qui semble poser moins de problèmes aux élèves que l'arrondi au dixième que nous demandions auparavant et qui ne se justifiait pas vraiment dans cet exercice.

La notion d'arrondi est, cependant, très importante dans ces formations professionnelles et nous avons donc prévu dans le module « Activités numériques/Révisions - Consolidation » un exercice d'entraînement sur ce thème (nécessitant une calculatrice). De plus, pour des questions de sessions demandant un résultat arrondi, nous proposons à chaque fois une aide correspondante constituée d'un résumé sur cette notion et d'un petit QCM (ne nécessitant pas la calculatrice : par exemple, on demande d'arrondir 0, 33336 au centième).

b) Calcul de la dérivée d'une fonction

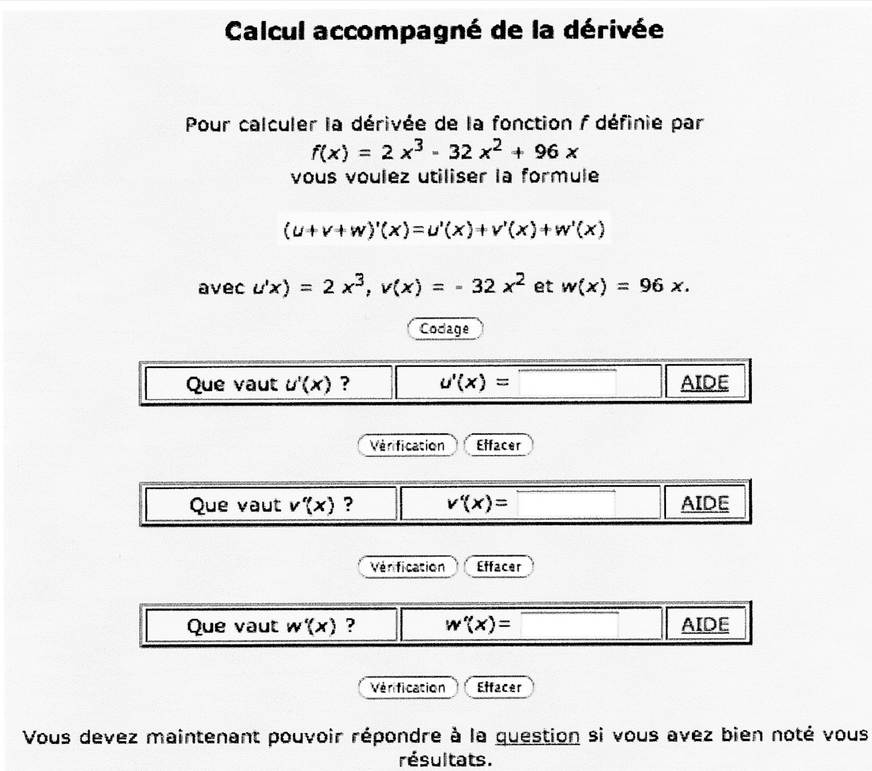
La fonction à dériver est polynomiale d'expression $f(x) = 2x^3 - 32x^2 + 96x$. Elle correspond au volume du parallélépipède que les élèves ont calculé dans la première partie. Dans cette session, la longueur variable pour la modélisation faite dans la première partie se nomme déjà x, il n'y a donc pas de changement de notation entre les différentes questions contrairement à ce que l'on rencontre dans beaucoup de sessions. Il est probable que cela aide les élèves dans l'interprétation qu'ils auront à faire dans la troisième partie.

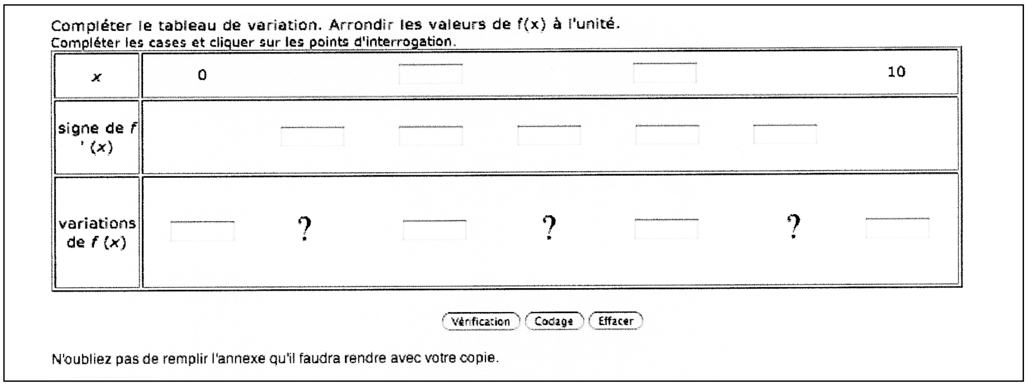
Pour cette question, l'élève a accès à quatre types d'aides : une indication lui demandant d'interpréter cette fonction comme la somme de trois autres, l'extrait nécessaire du formulaire, un exercice d'entraînement au calcul de dérivées s'il souhaite faire d'autres calculs du même type et enfin un calcul accompagné de cette dérivée au moyen du formulaire. Nous nous intéressons à cette dernière aide. Il s'agit nullement dans ce type d'aide de lui décomposer le travail à faire, mais de l'accompagner dans son calcul.

L'écran propose une copie du formulaire et l'élève doit choisir la ligne qu'il va utiliser pour faire son calcul : si celui-ci est faisable *via* la formule choisie, il peut continuer son calcul, toujours en étant très accompagné. En cas de mauvais choix, on lui donne une raison et il peut choisir une autre ligne du formulaire.

Une fois identifiée une formule adaptée (ici la somme de deux fonctions), l'élève a accès à une page lui demandant d'identifier les **trois** fonctions nécessaires au calcul. On va lui demander ensuite de calculer la dérivée de ces fonctions : il peut donner directement la réponse, mais il a aussi accès à une aide qui va l'accompagner dans le calcul de ces dérivées toujours au moyen du formulaire.

Il arrive que, dans un calcul de dérivées, on puisse utiliser plusieurs formules pour aboutir au résultat demandé : par exemple on peut dériver un quotient de fonctions en uti-





lisant la formule d'un produit à condition de bien identifier les fonctions en jeu. Cela peut même être conseillé dans certains cas suivant ce que l'on va faire de la fonction dérivée dans la suite du problème. *Nous avons choisi de toujours laisser le choix à l'élève de son cheminement*: il peut finir son calcul même si celui-ci peut paraître un peu lourd. Cependant, dans le cas où l'utilisation d'une autre formule serait plus « simple », on le lui signale et il a alors le choix entre continuer sur cette voie ou bien essayer autre chose en revenant au formulaire de départ.

Ce type d'aide a été très utilisé lors des expérimentations : les automatismes nécessaires au calcul de dérivées ne semblent pas acquis par ces élèves. Il peut être utile avant d'aller travailler sur une session de commencer par les exercices de ce type présent dans la partie « Exercices » du module « Fonctions numériques - Dérivation ».

Une fois la dérivée calculée, il était demandé une étude de signes (ce qui correspond ici à l'étude du signe d'un trinôme), puis le tableau de variations de la fonction sur un intervalle précisé dans l'énoncé.

c) Détermination d'un tableau de variations

Le tableau de variations est fourni dans l'annexe : il comporte les trois lignes habituelles (ensemble de définition, signe de $f'(x)$ et variations de f) ainsi que les bornes inférieure et supérieure du domaine d'étude. Si les résultats concernant les liens entre le signe de la dérivée et la monotonie de la fonction sont assez bien connus des élèves, l'écriture du tableau de variations pose plus de problème : sa construction nécessite des connaissances mathématiques spécifiques et il n'y a généralement pas d'enseignement explicite de sa construction et de son codage. C'est souvent une tâche considérée comme non problématique.

Dans les premières versions de Math LP Help, nous n'apportions pas d'autres aides pour remplir ce tableau de variations que le rappel du cours concernant le lien monotonie-signe de la dérivée. Cependant, lors des expérimentations, nous avons constaté que le passage du signe de la dérivée à la construction du tableau de variations posait des problèmes (Coppé, Dorier, Yavuz 2007). La question que nous avions rituellement par les élèves était de savoir quels nombres devaient apparaître dans la deuxième colonne de la première ligne du tableau : ceux-ci peuvent certes être choisis arbitrairement, mais il faut y placer ceux qui correspondent à un changement de variations de la fonction.

L'aide que nous avons alors apportée par l'intermédiaire du logiciel se présente dans le tableau proposé qui comporte également les cases à remplir : ici par exemple, la dérivée s'annule en deux points (calculés à la question précédente) d'où les deux cases dans la ligne correspondant au domaine d'étude. Les flèches indiquant la monotonie sont obtenues en cliquant sur les points d'interrogation. Il y a donc certaines indications présentes dans le tableau proposé aux élèves pour valider leur réponse. De plus, le site signale le nombre de résultats corrects, sans toutefois dire lesquels le sont.

Les aides du bouton « help ! » portent alors sur la notion d'arrondi mais pas sur le codage d'un tableau de variations.

d) Détermination graphique d'antécédents

Cette question du problème présente de nombreuses difficultés pour l'élève : il s'agit au moyen des résultats mathématiques trouvés dans les questions précédentes de répondre à une question concrète. La diversité des notions impliquées dans cette question (coordonnées, repère, langage naturel, représentation graphique...) est un obstacle certain : cette question est peu traitée correctement dans les devoirs sur feuille. On demande à l'élève de passer du registre du langage naturel (volume d'un réservoir) au registre du langage symbolique (fonction), puis d'utiliser une représentation graphique pour obtenir la réponse et enfin de revenir au langage naturel (Duval 1995). Ces changements de registre sont un obstacle certain.

Notons que la fonction proposée étant polynomiale de degré trois, la recherche des solutions ne peut être que graphique.

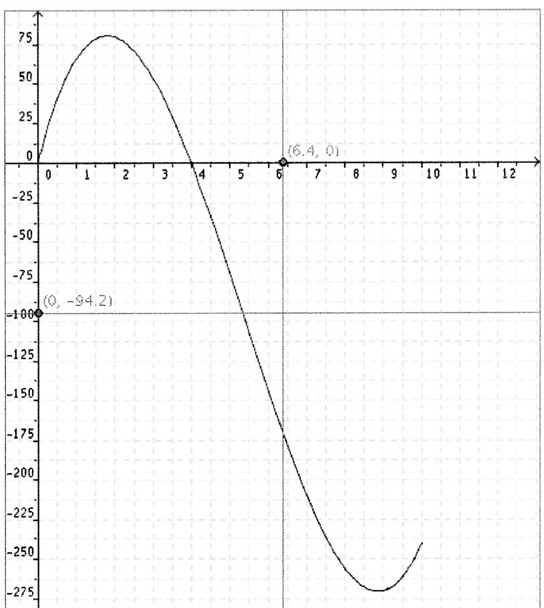
Une autre difficulté provient du fait que le problème ait ici deux solutions : les élèves donnent souvent une seule valeur pour x. Nous avons choisi de demander explicitement deux réponses pour lever cette possible ambiguïté (l'élève doit-il donner toutes les solutions au problème ?). Nous aurions pu d'abord demander combien de solutions avait le problème, mais cela nous semblait alourdir le travail de l'élève sans l'aider dans son raisonnement. La difficulté rencontrée par les élèves porte plutôt sur la lecture graphique des coordonnées d'un point (distinguer l'abscisse de l'ordonnée et savoir les interpréter dans le problème traité) que sur le nombre de solutions.

Nous proposons pour cette question une aide directement lisible sur l'écran : il s'agit d'un applet qui propose la représentation graphique de la courbe, ainsi que deux segments mobiles parallèles aux axes et donnant les coordonnées de leur point d'intersection avec ceux-ci. Le problème n'est plus alors que d'interpréter ces segments mobiles. En cas d'incertitude, l'élève peut aller consulter l'aide du bouton « help ! » qui répondra à cette interrogation. La présence des deux segments mobiles sur le graphique complexifie plutôt la tâche, mais ils sont nécessaires à la résolution du problème posé et l'élève doit alors s'interroger sur leur présence et leur utilité. La manipulation du curseur n'a pas semblé poser de problèmes lors de nos expérimentations. Cependant il est explicitement précisé, dans la question proposée par le logiciel, comment déplacer les segments afin

Exploitation des résultats

PARTIE 3 - QUESTION 2

Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles le volume du silo est égal à 50 m^3. Les droites rouge et verte sont mobiles en déplaçant les points sur les axes.



$V(x)$ = 50 m^3 si x = ______ ou si x = ______.

de ne pas observer un décalage entre le travail attendu et le travail réalisé par l'élève (Cazes, Vandebrouck à paraître).

On a observé une attitude très pragmatique chez les élèves concernant cette question : la valeur 50 n'apparaît que sur un axe ... L'élève place alors le segment mobile qui permet de lire cette valeur et utilise alors l'autre segment pour obtenir les valeurs de x ! Cependant, la question suivante qui porte sur la recherche du maximum de la fonction sur son intervalle de définition ne permet plus ce type de raisonnement et, quelle que soit la méthode précédente, les élèves arrivés à cette question ont ensuite placé correctement les deux segments mobiles.

4. Une séance en classe

4.1. Le contexte

L'expérimentation décrite s'est déroulée dans une classe de Terminale Bac Pro Productique Bois composée de 10 élèves. en présence du professeur de la classe et de deux membres du groupe IREM. Chaque élève avait accès à un ordinateur et la salle était équipée d'un vidéo-projecteur ce qui a facilité la communication pour expliquer aux élèves où se rendre sur le site.

Il était prévu deux séances d'une heure : le matin, les élèves ont fait des exercices portant sur l'exponentielle. L'après-midi, on leur a proposé une session de Bac Pro (Aménagement finition 2005) et il leur était demandé de rendre une copie comme pour un examen blanc.

Les élèves avaient accès à tous les documents souhaités, en particulier à leurs cahiers de cours, qu'ils ont beaucoup consultés, bien plus que le formulaire fourni avec le texte de la session. Il leur avait été demandé d'amener leur calculatrice. C'est une classe d'élèves motivés et très habitués à la manipulation de l'outil informatique. Cependant, ils rentraient de stage professionnel et n'avaient pas eu de cours de mathématiques depuis deux mois.

4.2. Le déroulement

Prendre une feuille de brouillon pour faire les calculs n'a pas été un réflexe pour les élèves. Ils voulaient tout faire sur l'ordinateur, certains ont d'ailleurs utilisé le bloc-note pour écrire les équations mais ont été rapidement bloqués par la difficulté d'écrire des mathématiques avec un clavier. Cependant, dès que leur enseignant leur a demandé de faire les calculs par écrit, les élèves ont bien joué le jeu. Attitude connue que l'on rencontre aussi auprès des étudiants à l'université.

La plupart des élèves ont fait les trois exercices pendant l'heure allouée. Les deux élèves qui ont fini un peu plus tôt sont allés consulter les fiches de cours sur l'exponentielle proposées sur le site et se sont donc occupés sans perturber les autres.

L'après-midi, les élèves devaient faire un sujet de bac pro. Le texte, l'annexe et le formulaire leur étaient donnés sur feuille. Le site leur permettait de vérifier leurs réponses et de trouver des aides en cas de blocage.

Les réponses demandées dans la session n'étaient pas simplement des valeurs numériques mais aussi des expressions (d'une fonction par exemple). La prise en main des conventions de codage a été assez longue (nous n'avions pas fait l'exercice sur le codage auparavant). En particulier, le fait de ne pas mettre de signe de multiplication les a gênés (habitude sans doute de les mettre pour la calculatrice). Une fois que les élèves ont accepté de consulter la liste des codages nécessaires, ils ont pu se servir pleinement des vérifications apportées par le logiciel.

Nous avions prévu de ne pas les aider pour ce problème sauf sur une question portant sur le signe d'un trinôme car c'était une notion vue l'année précédente. Mais en pratique, nous sommes intervenus sur d'autres questions : calcul de dérivée et codage du tableau de variations. C'est après cette expérimentation que nous avons rajouté les tableaux de variations tels qu'ils sont présentés plus haut. La présence de deux enseignants, en plus du professeur de la classe, semble encourager les élèves à attendre une réponse orale plutôt que d'aller la chercher dans le site... En fait, le bouton « help ! » n'a pas été utilisé naturellement par les élèves bien qu'il leur ait été présenté en début de séance au moyen du vidéo-projecteur. Nous l'avons montré à certains individuellement lors d'interventions ;

ceux-ci s'en sont alors resservi pour les questions suivantes et ont été moins « demandeurs » d'une présence professorale.

Dans les aides, les élèves ont peu utilisé les exercices travaillant la notion : c'est assez compréhensible puisqu'il s'agissait dans ce cas d'un devoir noté en temps limité. De plus, nous avions fait le matin même des exercices du type de ceux qu'on peut trouver dans les aides.

4.3. Bilan

On retrouve l'attrait des élèves pour l'utilisation de l'ordinateur. Eux-mêmes nous disent apprécier ce genre d'activités pour deux raisons principales: un travail individualisé en classe et la possibilité de poursuivre en autonomie en dehors des cours. Ce type de travail suscite un dialogue entre professeur et élève et permet ainsi une individualisation de l'enseignement. Chaque élève a progressé à son rythme, ce qui a permis à l'enseignant de gérer l'hétérogénéité de la classe. Les plus rapides d'entre eux sont allés d'eux-mêmes s'entraîner sur d'autres thèmes tandis que le professeur s'est consacré aux autres élèves.

Les liens vers les aides et les résumés de cours, développés dans le logiciel, ont permis aux élèves de persévérer au lieu d'abandonner dès la première difficulté. Ceux-ci sont allés jusqu'à la fin du problème, alors que, pour un devoir sur papier, ils n'abordent généralement pas les dernières questions. Or, dans le cadre de notre expérimentation, on peut penser que le temps passé sur le site était du temps en moins pour la rédaction d'une solution sur la feuille.

5. Conclusion

Ce travail aura été pour nous l'occasion de développer notre usage de l'ordinateur dans un but pédagogique et de réfléchir à ce que cet outil pouvait apporter à des élèves de bac pro. Nous avons aussi eu le plaisir de créer un site où ces élèves se reconnaissent. C'est un commentaire spontané (« *c'est très bien qu'il y ait un site pour les professionnels* ») que nous avons beaucoup retrouvé dans les questionnaires où nous leur demandions leur avis sur le site. C'est un aspect de la question que nous n'avions pas envisagé au début de notre travail...

Le développement des aides nous a également amenés à développer d'autres types de ressources que l'accompagnement à la résolution d'un problème. Elles ont souvent pris la forme d'animations : par exemple pour le calcul de la médiane en statistiques ou pour visualiser la construction de la dérivée d'une fonction à partir de la définition du nombre dérivé. Ces quelques cours animés sont appréciés des élèves mais nous n'avons pas mené d'études sur l'usage qui peut en être fait dans un enseignement (révision, découverte, ...). Ils sont généralement consultés en fin de séance par les élèves ayant terminé le travail demandé et se promenant sur le site de manière non dirigée.

Lors des expérimentations, nous avons toujours constaté une bonne motivation des élèves : toutes les questions des sessions étaient étudiées alors que, lors du travail papier-crayon, la partie « exploitation des résultats » était peu abordée, situation un peu regrettable au regard de cette formation professionnelle ! Les élèves ont développé une autonomie certaine dans leur travail grâce aux aides à leur disposition. Une recherche sur ce que les élèves font et apprennent réellement avec cette ressource reste à mener. Au-delà, le travail peut se poursuivre par des évolutions de la ressource et des propositions de scénarios d'usage. Un effort de diffusion est en tout cas nécessaire et les échanges avec des utilisateurs sont susceptibles d'enrichir la ressource voire d'enclencher un processus de mutualisation qui n'existe pas encore dans l'enseignement professionnel.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Baccalauréat Professionnel, Enseignements généraux, Horaires Objectifs Programmes Instructions, Centre national de Documentation Pédagogique, (1998)

[2] ASSUDE, T. (2001) *Travail sur des formulaires dans une classe de Terminale*, ères IREM,n°45, pp 109-118

[3] BESSOT, A. , LABORDE, C. (2005) *Vers une modélisation d'une géométrie en acte dans les activités de lecture-tracé du bâtiment*, In *C. Castela & C. Houdement (Eds.) Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, pp. 39-76, Paris, Editions ARDM et IREM de Paris 7

[4] CAZES, C. , GUEUDET, G. , HERSANT, M. , VANDEBROUCK, F. (2004) *Using Web-based learning environment in teaching and learning advanced mathematics*, Actes du colloque ICME 10, Copenhagen

[5] CAZES, C., VANDEBROUCK, F. (à paraître) *Usage de bases d'exercices en ligne au lycée*. In Bloch, I. et Conne, F. (dir.) Actes de la XIVe école d'été de didactique des mathématiques, Saint-Livrade 2007

[6] COPPÉ, S. , DORIER, J.-L. , YAVUZ, I. (2007) *De l'usage des tableaux de valeurs et des tableaux de variations dans l'enseignement de la notion de fonction en France en seconde*, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 27/2, pp. 151-186, La Pensée Sauvage, Grenoble

[7] DUVAL, R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine*, Ed Peter Lang, Paris

[8] FOLCHER, V. (à paraître), *Conception pour l'usage – Conception dans l'usage : propositions pour une rencontre*, In Bloch, I. et Conne, F. (dir.) de la XIVe école d'été de didactique des mathématiques, Sainte-Livrade 2007

[9] RUTHVEN, K. , HENNESSY, S. (2002) *A practitionner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning*, ESM 49 (2-3), pp 47-86

ANNEXE 1

Début du problème

HELP !

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 10] par $f(x) = 2x^3 - 32x^2 + 96x$.

PARTIE 2 - QUESTION 2

Montrer que l'équation $f'(x) = 0$ a les mêmes solutions que l'équation $0{,}75x^2 - 8x + 12 = 0$.

$f'(x) = 6x^2 - 64x + 96 =$ ___ $(0{,}75x^2 - 8x + 12)$

Vérification | Codage | Effacer

Résoudre l'équation $f'(x) = 0$. Arrondir les résultats à 10^{-1}.

Que vaut x_1 ?	$x_1 =$
Que vaut x_2 ?	$x_2 =$
Vérification	Effacer

Passer à la question suivante

Partie 1 Q1 Q2 Q3 Q4 Q5 Partie 2 Q1 Q2 Q3 Q4 Q5 Partie 3 Q1 Q2 Q3

Une page d'une session

PARTIE 2 - QUESTION 2

Pour montrer que les deux équations ont le même ensemble de solutions, il suffit de trouver un coefficient a tel que $f'(x)=a(0{,}75x^2 - 8x + 12)$.

Trouver les solutions de $f'(x)=0$ consiste à résoudre l'équation du second degré $0{,}75x^2 - 8x + 12=0$. Accéder

- au formulaire
- à un exercice de révision sur les solutions d'équations du second degré;
- au calcul accompagné des solutions de $f'(x)=0$

Fermer

Le bouton « help ! » ouvre une fenêtre en pop-up donnant différents types d'aides

ANNEXE 2

Comment écrire les formules de mathématiques pour que le logiciel puisse les interpréter.

D'une manière générale, ne mettez pas de blanc dans les formules et écrivez en minuscule.
N'omettez pas les parenthèses dans l'écriture de la valeur d'une fonction en un point: on écrira cos(*x*) et pas cos *x*.
Les nombres décimaux sont écrits avec une virgule.
Ne mettez pas le signe de multiplication. La division se code par le symbole /.

Nombre	Codage
π	pi
e	e ou exp(1)
∞	inf
$\leq$	<=
$\geq$	>=
x^n	x^n
e^x	e^x ou exp(x)

En cas de doute, demandez à votre enseignant(e).

Fermer

ANNEXE 3

Baccalauréat Professionnel
Spécialité : Maintenance - Finition
Session 2006

Un agriculteur aménage les combles d'une construction pour faire un silo de stockage.
Ces combles ont une base rectangulaire $CDEF$ et un faîte $[BS]$; leur hauteur est $BH = 4$ m et on donne $AH = 2$ m.
Le silo réalisé a la forme d'un parallélépipède rectangle $ONMPRVUT$ de longueur $RP = L$, de largeur $TR = \ell$ et de hauteur $PM = x$.
La figure 2 est la coupe verticale, passant par le faîte $[BS]$, de l'ensemble représenté sur la figure 1.
Le but de l'exercice est de déterminer pour quelle valeur de la hauteur x, le silo a un volume maximal.

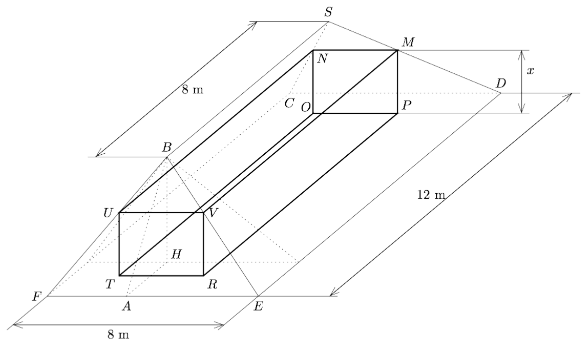


Figure 1

I - Calcul du volume

1) Dans le triangle ABH, calculer $\tan \widehat{A}$.

2) Établir l'expression de $\tan \hat{A}$ en fonction de x et de e.

3) En utilisant les résultats des deux questions précédentes, exprimer e en fonction de x.

4) En déduire la longueur L en fonction de x.

5) On donne la largeur TR du parallélépipède : $\ell = 8 - 2x$.
Calculer, en fonction de x, le volume $V(x)$ du parallélépipède $ONMPRVUT$.

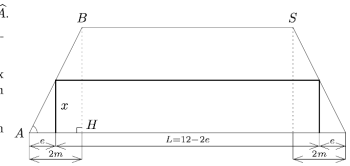


Figure 2

II - Étude de fonctions

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0, 10]$ par $f(x) = 2x^3 - 32x^2 + 96x$.

1) Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la focntion f.

2) Montrer que l'équation $f'(x) = 0$ a les mêmes solutions que $0,75x^2 - 8x + 12 = 0$.
Résoudre $f'(x) = 0$. Arrondir les résultats à 10^{-1}.

3) En justifiant le signe de la dérivée $f'(x)$, compléter le tableau de variation situé sur l'annexe. Arrondir les valeurs à l'unité.

4) Compléter le tableau de valeurs situé sur l'annexe. Arrondir les valeurs à l'unité.

5) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère orthogonal de l'annexe.

III - Exploitation des résultats

1) Préciser les valeurs de x pour lesquelles $V(x) = f(x)$; donner la réponse sous forme d'intervalle.

2) Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles le volume du silo est égale à 50 m^3.

3) Déterminer la valeur de x pour laquelle le volume du silo est maximal.

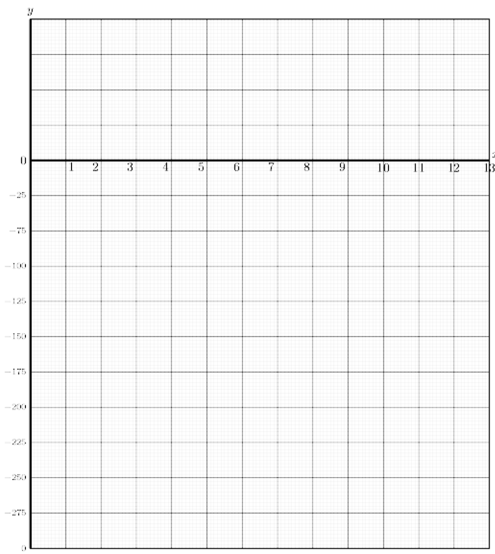
ANNEXE (à rendre avec la copie)

Tableau de variation

x	0	10
Signe de $f'(x)$		
Variation de $f(x)$		

Tableau de valeurs

x	0	0,5	1	1,5	2	3	5	7	10
$f(x)$		40		79		54		−210	−240



FORMULAIRE BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Artisanat – Bâtiment - Maintenance – Productique

Fonction f	**Dérivée f'**
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + ... + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$= 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

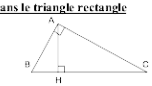
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Écart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Aire : $4\pi R^2$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$