

---

## UN FORUM POUR APPRENDRE ET FAIRE DES MATHÉMATIQUES ENSEMBLE

---

Emmanuel VIEILLARD -BARON  
Irem de Strasbourg

### Introduction

Parmi les outils de communication les plus révolutionnaires amenés par Internet figurent sûrement en bonne place les forums de discussions. Ils permettent aux internautes d'initier ou de participer à des échanges avec des interlocuteurs partout dans le monde. Chaque forum est spécialisé sur un ou plusieurs domaines et vu leur grand nombre et leur grande diversité, on en trouvera toujours un pour aborder les sujets dont on souhaite débattre, aussi pointus soient-ils. Les discussions sur les forums sont généralement archivées puis répertoriées par les principaux moteurs de recherche. Ces archives constituent de véritables trésors dans lesquels on peut puiser les solutions à de nombreux problèmes. Certains forums sont spécialisés dans les mathématiques. Ils représentent un nouvel outil

d'apprentissage, de pratique et de diffusion des mathématiques qu'on ne peut comparer à aucun de ceux qui existaient auparavant. Nous allons décrire le fonctionnement d'un de ces forums, celui du site :

<http://www.les-mathematiques.net>

et expliquer en quoi il permet d'apprendre autrement.

### Histoire et présentation du forum

Le forum du site <http://www.les-mathematiques.net> a été créé au dernier trimestre de l'année 2000. A l'époque, Internet commençait tout juste à cesser d'être « statique ». En effet, le contenu des pages webs stockées sur les serveurs n'étaient pas, pour la plupart

des sites, modifiables par les internautes depuis leur navigateur. Il n'était par exemple en général pas possible de remplir un formulaire dans un navigateur, de le valider et de charger son contenu sur le serveur sollicité. Dans cette même période, des langages comme Php (Hypertext Preprocessor) permettant de réaliser des pages « dynamiques » (c'est-à-dire dont le contenu est modifiable à distance) commençaient à devenir populaires. La démocratisation de cette technologie a permis la création sur Internet de toute une myriade de forums dont celui en question ici. Plus spécialement, dans un forum consacré aux mathématiques, il est important d'avoir la possibilité de saisir des formules et de pouvoir illustrer ses propos par des images. Le mariage, sous Linux, de différents logiciels libres tels que LaTeX, LaTeX2html (<http://www.tug.org/mailman/listinfo/latex2html>), Phorum, (<http://www.phorum.org>), ... a permis d'apporter ces fonctionnalités essentielles au forum.

### De l'aide pour les étudiants à la construction d'une micro société

L'objet initial d'un forum est bien sûr de donner la possibilité aux internautes d'y soumettre, à d'autres internautes, des questions. Les personnes les plus concernées *a priori* par un forum consacré aux mathématiques sont certainement les étudiants. Les forums leur permettent d'être mis en relation avec des personnes capables de répondre à leurs interrogations, que celles-ci portent sur la résolution d'un exercice, sur des difficultés pour comprendre un cours ou qu'elles relèvent de tout autre problème lié aux mathématiques. Sur le forum du site, les personnes répondant aux questions sont des étudiants, des enseignants du secondaire, en classes préparatoires ou à l'université, à la retraite ou en activité mais aussi des amateurs éclairés ou des passionnés de la

discipline. L'idée n'est pas, bien entendu, de se suppléer à l'étudiant dans son travail. C'est une règle tacite sur le forum et elle est bien respectée par ses usagers. Un coup de main n'est apporté à un étudiant que s'il est perceptible que celui-ci a un minimum cherché à résoudre son problème. Dans la plupart des cas, la solution n'est pas délivrée brutalement et les intervenants poussent l'étudiant vers une démarche constructive le faisant cheminer de lui même vers la résolution de son problème.

Voici un exemple (cf. page ci-contre).

Cette méthode permet de faire comprendre aux élèves peu scrupuleux que, s'ils ne montrent pas un désir minimum d'apprendre, leur place n'est pas ici. Se pose néanmoins le problème de la validité des réponses proposées. Cette validité est assurée, dans une certaine mesure, par le même procédé que celle des articles composant l'encyclopédie libre Wikipedia. Si une réponse est erronée, un intervenant vient rapidement la corriger. Ce fonctionnement est possible dès qu'un forum atteint une certaine fréquentation.

Certains intervenants, qu'ils soient élèves ou enseignants, reviennent très régulièrement sur le site et ce depuis plusieurs années. Ils forment un noyau dur sur lequel s'appuie tout le fonctionnement du forum et qui est la source de sa richesse. Ces personnes, bien que ne s'étant dans la plupart des cas jamais physiquement rencontrées, tissent des liens entre elles et finissent par bien se connaître à la fois quant à leurs goûts mathématiques et à leur personnalité. Ainsi certains étudiants sont suivis depuis le collège ou le lycée, ils sont maintenant en classe préparatoire, dans une grande école ou suivent un cursus scientifique à l'université. D'autres ont été accom-

<p><b>Fabrice2</b></p>	<p>Bonjour, voici une nouvelle question ...</p> <p>On considère <math>\mathcal{L}</math> un sous-espace vectoriel de l'ensemble des matrices <math>2 \times 2</math> à coefficients complexes <math>M_{2,2}(\mathbb{C})</math>.</p> <p>On suppose que <math>\mathcal{L}</math> ne contient pas de matrice de rang 1 et qu'il contient la matrice identité. On demande de montrer que <math>\mathcal{L}</math> est l'ensemble des homothéties vectorielles. Si je ne m'abuse une homothétie vectorielle (dans le plan) est une application linéaire <math>f</math> qui vérifie pour tout <math>\mathbf{u} \in \mathbb{C}^2</math>, <math>f(\mathbf{u}) = \lambda \mathbf{u}</math>. Sa matrice est donc de la forme <math>\begin{pmatrix} \lambda &amp; 0 \\ 0 &amp; \lambda \end{pmatrix}</math>. Or je ne vois pas pourquoi la matrice <math>\begin{pmatrix} 0 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math> par exemple n'appartiendrait pas à <math>\mathcal{L}</math>. Avez une idée sur la question ? Merci.</p>
<p><b>gb</b></p>	<p>Bonsoir, Si la matrice <math>A = \begin{pmatrix} 0 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math> appartenait à <math>\mathcal{L}</math>, alors la matrice <math>A + I = \begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> appartiendrait aussi à <math>\mathcal{L}</math>, ce qui contredirait l'hypothèse que <math>\mathcal{L}</math> ne contient aucune matrice de rang 1.</p>
<p><b>Fabrice2</b></p>	<p>oui effectivement c'est une bonne raison pour que cette matrice n'appartienne pas à <math>\mathcal{L}</math> !</p>
<p><b>gb</b></p>	<p>Pour des raisons de ce type, <math>\mathcal{L}</math> ne contient que des matrices d'homothéties...</p>
<p><b>Fabrice2</b></p>	<p>mais sinon avez vous une piste pr montrer que <math>\mathcal{L}</math> est l'ensemble des homothéties vectorielles ? merci d'avance</p>
<p><b>gb</b></p>	<p>Si <math>A</math> est élément de <math>\mathcal{L}</math>, alors, pour tout complexe <math>\lambda</math>, <math>A + \lambda I</math> est également élément de <math>\mathcal{L}</math>. Ça ne te dit rien ?</p>
<p><b>Teg</b></p>	<p>Bonsoir, voici quelques éléments: Toutes les matrices <math>M</math> de <math>\mathcal{L}</math> sont soit de rang 0 (il y en a une seule), soit de rang 2. Si une matrice est de rang 2, tu peux la trigonaliser !! quelle est sa forme? Vu que <math>I</math> est dans <math>\mathcal{L}</math>, quelles autres matrices peut tu former à partir de celle ci? (et quelles sont les conditions pour qu'elles soient dans <math>\mathcal{V}</math> ?)</p> <p>je te laisse développer ...En espérant t'aider, Teg</p>
<p><b>gb</b></p>	<p>Il n'y a peut-être pas besoin de trigonaliser : Soit <math>\lambda</math> une valeur propre de <math>A</math>, <math>A - \lambda I</math> est un élément non inversible de <math>\mathcal{L}</math>, donc de rang 0, et <math>A = \lambda I</math>, c'est essentiellement fini...</p>
<p><b>Fabrice2</b></p>	<p>A = ?</p>
<p><b>Fabrice2</b></p>	<p>d'accord j'ai compris .... si <math>\text{rg}(A - \lambda I) = 0</math> alors <math>A - \lambda I =</math> matrice nulle donc <math>A = \lambda I</math> nécessairement...merci</p>

pagnés pendant toute la durée d'un ou plusieurs cycles universitaires et passent ou ont passé les concours pour devenir enseignant. Plus qu'une aide sur des problèmes ponctuels, ces jeunes trouvent sur le forum une communauté qui les soutient et qui les conseille. Les années passant, ils apportent à leur tour de l'aide à des étudiants moins expérimentés. Certains intervenants ont posté presque 10 000 messages sur le forum. Ils apportent chaque jour une aide sérieuse, précieuse et constructive à de nombreuses personnes.

### **Un espace virtuel où on peut discuter avec des gens qu'on ne rencontrerait pas dans la vie réelle.**

Mais le succès des forums ne réside pas seulement dans le coup de main, ponctuel, qu'ils peuvent apporter. En effet, ils permettent de mettre en relation des personnes possédant un intérêt commun, même si celui-ci est suffisamment anecdotique pour que ces mêmes mises en relation soient rares voir même impossibles dans la vie réelle. Ainsi, que vous soyez chercheur, enseignant ou étudiant, vous pouvez être confronté à un problème difficile dans un domaine suffisamment spécialisé pour ne pas connaître dans votre entourage physique un interlocuteur avec qui vous en entretenir. Voici quelques exemples :

— En tant que chercheur, on peut être amené à devoir comprendre des notions étrangères à sa spécialité. Par exemple, récemment un intervenant souhaitait savoir si, prenant une application surjective  $f$  entre deux espaces vectoriels topologiques localement convexes  $E$  et  $F$ , les bornés de  $F$  sont toujours des images de bornés de  $E$  (Voir <http://les-mathematiques.u-strasbg.fr/phorum5/read.php?4,396513,396513#msg-396513>). Cette question est assez technique et il n'est pas évident de trouver à

qui la poser. Le forum ayant une audience assez large, une réponse, négative, a pu être apportée au problème.

— Un intervenant souhaitait dessiner une ellipse et ses différents éléments caractéristiques en perspective linéaire. Des intervenants lui ont demandé de re-préciser sa question et il s'en est suivi une discussion permettant d'aboutir à la construction recherchée : <http://les-mathematiques.u-strasbg.fr/phorum5/read.php?8,367566,367566#msg-367566> )

— De nombreux mathématiciens amateurs ou professionnels travaillent sur la conjecture de Syracuse. Certains se retrouvent sur le site et formulent des propositions intéressantes à sons sujet : <http://les-mathematiques.u-strasbg.fr/phorum5/read.php?5,281171>.

Le forum est aussi utilisé par des gens partageant un même centre d'intérêt ou travaillant à un même objectif.

— Les questions d'ordre pédagogique entre enseignants, néo-enseignants ou enseignants à la retraite sont ainsi fréquentes. Elles portent, entre autres, sur des échanges d'expériences, sur les interprétations possibles des programmes scolaires ou sur la façon d'aborder certaines notions avec les élèves. On retrouve parfois dans ces interventions la qualité d'échange qu'on rencontre dans certains groupes IREM où la vision des autres permet de prendre conscience de certains éléments et de faire progresser sa propre pratique.

— De nombreux candidats à l'agrégation ou au CAPES fréquentent le site. Outre le fait de poser des questions mathématiques spécifiques à la préparation suivie, ils échangent leurs expériences vécues lors des écrits ou des oraux de ces concours, discutent des

méthodes de travail et des stratégies à mettre en place pour réussir les épreuves. Ils peuvent obtenir des précisions sur l'intitulé des leçons. (Voir : <http://les-mathematiques.u-strasbg.fr/phorum5/read.php?6,381413,page=1> ou <http://les-mathematiques.u-strasbg.fr/phorum5/read.php?6,382139,382691#msg-382691>) et, cerise sur le gâteau, peuvent discuter avec des ex-membres du jury ce qui leur permet d'appréhender plus concrètement ce qui est attendu d'eux. Ces échanges, qui se déroulent au niveau national, peuvent prendre une tournure particulière comme en 2005 où le compas avait été interdit dans un centre d'épreuve alors qu'il était nécessaire au traitement du sujet. Une grande part de la contestation a émané du site et l'épreuve a par ailleurs été annulée et re-programmée.

### Un espace où peut s'exprimer l'intelligence collective

Certains problèmes difficiles sont résolus ou partiellement résolus par le biais d'un travail collectif que la structure même du forum facilite. Le problème suivant a par exemple été posé par un ancien enseignant en classe préparatoire : On considère deux entiers  $m$  et  $n$  premiers entre eux, un groupe  $G$  tel que les applications  $x \mapsto x^m$  et  $x \mapsto x^n$  sont des morphismes de  $G$ . Il s'agit de prouver que  $G$  est commutatif (<http://les-mathematiques.u-strasbg.fr/phorum5/read.php?2,246873>).

Une dizaine de participants ont travaillé sur cette conjecture et ils ont produit un échange comptant plus de 140 messages. La conjecture a été prouvée dans des cas particuliers et un fascicule rassemblant les résultats démontrés a été écrit par un des intervenants.

La collaboration de plusieurs dizaines d'intervenants a permis de dresser la liste des

errata d'un livre important pour la préparation à l'agrégation ou pour les étudiants en classe préparatoire. Cette liste, conséquent à un échange de plus de 180 messages, (<http://les-mathematiques.u-strasbg.fr/phorum5/read.php?11,142638,page=1>) a conduit à la rédaction d'un fascicule de 10 pages récapitulant ces errata. Il est difficile de concevoir actuellement dans quelle autre structure qu'un forum un tel travail aurait pu avoir lieu.

Il est par ailleurs fréquent que la question d'un internaute sur le forum débouche sur une série d'approfondissements passionnants, par un jeu de ricochet entre les intervenants, dépassant très largement le sujet initial.

### Un espace où l'information circule et vit

Ainsi, le webmestre du site officiel de l'agrégation externe fait parfois transiter par le site un certain nombre d'informations (statistiques, dates des résultats, informations sur le déroulement des épreuves,...). Le webmestre n'a pas de droit de modération sur le forum donc il ne peut censurer des messages. Il filtre par contre très certainement ce qu'il communique aux utilisateurs du forum car il détient sûrement des informations confidentielles. Il intervient surtout pour des renseignements d'ordre pratique ainsi que pour indiquer des éléments statistiques sur les réussites ou échec ou concours (ces éléments ne sont pas dans le rapport officiel). Il est aussi intervenu une fois alors qu'un candidat remettait en cause le déroulement de son épreuve III afin de recadrer ses affirmations. On partage sur le site des informations sur la vie mathématique comme celle concernant la preuve proposée d'un célèbre problème, le décès d'un mathématicien ou l'annonce d'une conférence intéressante. Cette intervention est

ensuite disséquée et analysée par les utilisateurs du forum. Les forums remplissent ainsi un rôle que les médias traditionnels n'assurent pas de part la faiblesse de l'effectif des gens intéressés.

### **Un espace où peuvent éclore des initiatives individuelles**

Un intervenant régulier du forum dresse régulièrement le portrait d'un mathématicien lors de son anniversaire. Un autre a lancé un jeu consistant à reconnaître des mathématiciens grâce à leur portrait. Comme expliqué précédemment, un étudiant a lancé sur le forum *un erratum* pour un livre très utilisé en classes préparatoires ou pour la préparation à l'agrégation. Un collectif s'est par ailleurs monté afin d'écrire les corrections des exercices d'un livre de probabilités « Continuous martingales and brownian motion » de Revuz et Yor. De nombreuses initiatives de ce type naissent et s'épanouissent sur le forum.

### **De la discussion à la construction d'une archive de plusieurs centaines de milliers de pages**

Depuis que le forum existe, presque 400 000 messages ont été échangés dans le cadre de près de 50 000 discussions. Le forum compte plus de 2 000 utilisateurs enregistrés et plusieurs milliers d'utilisateurs non enregistrés. Il s'est constitué au terme de 6 années une archive conséquente dans laquelle on peut trouver

les réponses à de nombreuses interrogations. Cette archive est indexée par les moteurs de recherche et, au regard de la masse qu'elle représente actuellement en terme de nombre de pages, il est probable que vous soyez amené à la consulter un jour ou l'autre lors de vos pérégrinations mathématiques sur Internet. Ces dizaines de milliers de pages webs constituent de plus un instantané des mathématiques en ce début de 21<sup>ème</sup> siècle, pour ce qui concerne leur apprentissage mais aussi leur pratique. Il y a fort à parier qu'un jour elles intéresseront des chercheurs en didactique des mathématiques ou en épistémologie : ils y trouveront une masse d'informations permettant de décrypter le comportement des élèves ou de comprendre, par exemple, quelles parties des mathématiques étaient les plus pratiquées à notre époque.

### **En guise de conclusion**

Le forum des-mathematiques.net n'existerait pas sans une solide équipe de modérateurs (ils sont aussi mathématiciens) qui quotidiennement veillent au bon déroulement des échanges. Leur rôle n'est pas de censurer, mais de s'assurer qu'aucun intervenant ne dérape ou que les discussions ne s'éloignent pas trop de sujets purement mathématiques. De plus, ils participent largement à animer les échanges et forment un pilier sur lequel s'appuie une importante partie du fonctionnement du site et sans lequel ce forum ne serait pas un endroit où on apprend et pratique les mathématiques autrement.