

---

## DE L'IMPORTANCE DU CONTROLE DE LA QUALITE DES FABRICATIONS POUR JUSTIFIER UN ENSEIGNEMENT DE STATISTIQUE ET DE PROBABILITES

---

Bernard COURTEBRAS<sup>1</sup>

Chercheur attaché au GHDSO<sup>2</sup>  
Université Paris 11

*Résumé : cet article s'attache à montrer comment la nécessité, pour les entreprises, de développer le contrôle de la qualité des fabrications, a été traduite, dans le système scolaire, par l'instauration d'un enseignement de statistique et de probabilités.*

Les années cinquante-soixante se caractérisent, au niveau économique, par une maîtrise des entreprises sur les consommateurs dans la mesure où l'ensemble de leurs besoins fonctionnels (se loger, s'équiper, se nourrir, se vêtir, se déplacer, s'informer, communiquer, etc.) n'est pour l'essentiel pas encore satisfait. Dans ce contexte de relative pénurie, où l'offre domine, les consommateurs cherchent d'abord à satisfaire leurs besoins élémentaires. Puis, au fur et à mesure que la demande se développe, les entreprises, appelées à augmenter la production, répondent à cette demande par une standardisation des produits. Or cette standardisation des produits de consommation suppose la standardisation du procès de production indissociable d'une organisation hiérarchique de la division du

travail articulée autour de la séparation dirigeants/exécutants. L'émergence des techniciens est corrélative de cette évolution qui place les salariés au sein d'une organisation du travail dans un rapport de domination inhérente à la division technique et sociale du travail. C'est dans ce contexte que la maîtrise de la qualité des produits et des services s'impose comme une priorité des entreprises à partir des années quatre-vingt. Cette exigence s'inscrit dans le contexte d'une économie concurrentielle où la qualité est devenue une dimension essentielle de la compétitivité. Cette situation peut être expliquée à partir de plusieurs facteurs, notamment le fait que, dans les sociétés développées, les besoins quantitatifs en équipements se trouvant pour l'essentiel satisfaits, les consommateurs de produits manufacturés et de services, les utilisateurs des services publics collectifs (trans-

---

<sup>1</sup> Contact : Bcourtebras@aol.com

<sup>2</sup> Groupe d'Histoire et de Diffusion des Sciences d'Orsay

ports, administrations, hôpitaux, etc.) deviennent de plus en plus exigeants quant à la qualité des biens et des services. Défauts, malfaçons, pannes, défaillances sont de plus en plus mal tolérés. Dans ce contexte, il est impératif, pour les entreprises, de s'adapter à ces exigences sous peine de perdre des marchés. De plus, la course à l'innovation, en engendrant la production accélérée de nouveaux produits, conduit leurs producteurs à ne mettre sur le marché que des produits parfaitement au point, tout en réduisant les délais de conception et de réalisation. Il faut donc également prendre en considération le prix de la "non-qualité". Les coûts des remplacements de fournitures défectueuses, des réparations de malfaçons, imputables à des défauts de conception ou d'exécution, peuvent atteindre des pourcentages notables de la valeur ajoutée des entreprises<sup>3</sup>. De plus, les impératifs de garantie de fiabilité, de sécurité, associés aux équipements modernes, très complexes et très coûteux (centrales nucléaires, satellites, aviation, transports ferroviaires, armement, etc.) ne font que croître. Tout "raté" dans la conception et la réalisation de ces équipements peut en effet engendrer des effets d'une gravité exceptionnelle. La notion de "risques calculés" est donc au cœur de la maîtrise de la qualité. C'est dans ce contexte d'émergence du problème du contrôle de qualité des fabrications que les concepteurs des programmes de mathématiques vont inscrire un enseignement de calcul des probabilités en sections de techniciens supérieurs mais également dans l'enseignement secondaire général et technique et dans la formation des ingénieurs.

<sup>3</sup> Ceci n'est pas incompatible avec le développement de l'obsolescence artificielle : de nombreux produits sont en effet conçus de manière à empêcher leur réparation éventuelle au moyen de pièces de rechange désormais supprimées ou introuvables et très coûteuses ; la durée de vie de certaines pièces essentielles est programmée de manière à obliger au remplacement de l'appareil complet.

Rappelons que les méthodes statistiques de contrôle de fabrication sont apparues à peu près en même temps, dans les années 1920, dans différents pays : France, Allemagne, États-Unis, Grande-Bretagne, avec des méthodes et des succès différents. Dès 1925, on peut repérer deux utilisations possibles des statistiques par rapport aux problèmes de fabrication : *le contrôle de processus* et *le contrôle de réception*<sup>4</sup>.

### 1. Méthodes statistiques de contrôle de fabrication : le contrôle de réception

Le contrôle de réception consiste, lorsqu'il y a livraison d'une fourniture à un client, en une opération administrative de caractère légal ou contractuel. Il s'agit d'une opération souvent ponctuelle qui consiste à juger la qualité d'une livraison sur la foi d'un échantillon présumé représentatif du tout. Le développement du raisonnement statistique a permis de préciser les règles de cette opération. Les exercices scolaires, proposés ici, n'illustrent qu'en partie, le principe du contrôle de réception dans la mesure où les contraintes économiques inhérentes à la prise de décision en situation d'incertitude ne sont pas complètement prises en compte. Certaines questions fondamentales ne sont en effet pas abordées. A combien revient la décision d'accepter un lot de pièces défectueuses, de refuser un lot de pièces bonnes ? Quel est le prix d'un test statistique ? A quel niveau se

<sup>4</sup> W.A. SHEWHART, *Statistical Method from the Viewpoint of Quality Control*, The Graduate School, U.S. Department of Agriculture, Washington, 1939. Traduction française J.M. GOGUE, *Les fondements de la maîtrise de la qualité*, éditions Economica, 1989

D. BAYART, *Des objets qui solidifient une théorie, l'histoire du contrôle statistique de fabrication*, in F. CHARUE-DUBOC, *Des savoirs en action, Contributions de la recherche en gestion*, éditions L'Harmattan, 1995

D. BAYART, *Savoir organisationnel, savoir théorique et situation, le contrôle statistique sur échantillons*, Revue Entreprises et Histoire, n° 13, décembre 1996

**Partie A**

A la sortie d'une machine usinant des têtes de rivets, 100 pièces ont été mesurées et on a obtenu les résultats suivants pour la moyenne et l'écart-type :

$$\bar{x} = 6,663 \text{ mm et } \sigma = 0,057 \text{ mm .}$$

1. Peut-on accepter l'hypothèse que la mesure des têtes de rivets est 6,65 mm au niveau 0,05 ?
2. Peut-on accepter l'hypothèse que la tolérance d'erreur de la machine de fabrication est inférieure à 0,05 mm au niveau 0,05 ?

**Partie B**

Une autre série de 50 rivets a été fabriquée par une deuxième machine.

$$\bar{x}' = 6,667 \text{ mm et } \sigma' = 0,063 \text{ mm .}$$

1. Peut-on accepter l'hypothèse que la mesure des rivets est 6,65 mm au niveau 0,05 ?
2. Peut-on accepter l'hypothèse que les deux séries de rivets sont identiques au niveau 0,05 ?

*Exercice proposé à l'École Supérieure d'Ingénieurs en Électronique et Électrotechnique*<sup>5</sup>

situe l'équilibre entre les différents coûts liés aux manques à gagner, aux pertes possibles ou aux gains espérés ?

L'analyse de l'exercice de décision statistique proposé aux élèves ingénieurs nous permet d'aborder un certain nombre de questions, notamment celle de la détermination du niveau de signification d'un test statistique. Cette détermination (par exemple 0,001 ou 0,05), qui constitue rarement un objet d'enseignement, semble davantage du ressort des économistes et des gestionnaires que de celui des statisticiens. En effet, le problème de l'évaluation des coûts de l'acceptation d'un lot de pièces défectueuses, du refus d'un lot de pièces bonnes est directement lié à celui de la maîtrise des coûts de production. Or les responsables d'entreprises résistent d'autant plus facilement à engager des dépenses supplémentaires susceptibles d'améliorer la qualité des objets fabriqués que les coûts de la production d'objets défectueux demeurent faibles. Il est également nécessaire d'intégrer à ce débat, les

problèmes d'images des entreprises qui sont étroitement liées à la qualité et à la fiabilité de leurs produits. On perçoit, à travers cette brève évocation des enjeux, que la définition du niveau de confiance dépend de nombreux paramètres et qu'elle ne peut être du ressort du seul statisticien. Rappelons comment est défini le niveau de signification  $\alpha$  d'un test statistique. On considère une hypothèse  $H_0$ , qui est généralement une hypothèse de stabilité : cette hypothèse caractérise la situation qui induit le moins de changements dans la production, le moins d'investissements ; c'est l'hypothèse qui, *a priori*, devrait être conservée. L'hypothèse  $H_1$  est alternative. La probabilité qu'un test statistique conduise à retenir l'hypothèse  $H_1$  alors que l'hypothèse  $H_0$  est vraie est, par définition, égale à  $\alpha$ . Il s'agit d'un risque de première espèce, la quantité  $1 - \alpha$  désignant le niveau de confiance du test d'hypothèses. (Exemple : si  $\alpha$  vaut 0,05 ou 5 %, le niveau de confiance du test est alors  $1 - 0,05$  soit 0,95

<sup>5</sup> Source : TD n°7, 01/02, MA301, *Probabilités et statistiques*, ESIEE de Paris.

*Exercice proposé à l'épreuve de mathématiques du BTS électrotechnique*<sup>6</sup>

Une machine fabrique des pièces de forme circulaire en série. A chaque pièce tirée au hasard, on associe son diamètre exprimé en millimètres. On définit ainsi une variable aléatoire  $X$ . On suppose que  $X$  suit la loi normale de moyenne  $m = 32$  et d'écart-type  $\sigma = 1$  (en mm).

**I** — Pour être utilisable, une pièce doit satisfaire à la norme suivante :  $31 \leq X \leq 33$ .

**1.** Quelle est la probabilité  $p$  qu'une pièce soit utilisable ?

**2.** Prix de revient moyen de fabrication.

Le coût de fabrication d'une pièce est noté  $f$ . Dans un lot de 100 pièces fabriquées dont le coût de fabrication est donc  $100f$ ,  $100p$  seulement d'entre-elles sont utilisables ; il en résulte que le prix moyen  $M$  de fabrication est  $M = 100f / 100p = f/p$ .

**a)** Calculer le prix moyen de fabrication avec la machine précédente si  $f = 10,80$  F.

Pour diminuer le pourcentage de pièces défectueuses, on pourrait utiliser une machine plus moderne : l'écart-type serait de 0,5 mm et  $X$  suivrait alors une loi normale  $N(32 ; 0,5)$ , mais le coût de fabrication  $f_2$  serait alors de 12 F pour cette nouvelle machine.

**b)** Calculer, pour cette nouvelle machine, la probabilité  $p_2$  pour qu'une pièce soit utilisable.

**c)** Déterminer le prix de revient moyen  $M_2$  de fabrication pour cette nouvelle machine. En déduire la machine que l'on aurait intérêt à choisir.

**II** — Pour cette question, les pièces sont fabriquées avec l'ancienne machine.

Pour contrôler la fabrication, on prélève à intervalles réguliers des échantillons de 20 pièces. On appelle  $\bar{X}$  la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de  $n = 20$  pièces, associe la moyenne des diamètres des pièces de cet échantillon. On suppose que cette variable aléatoire  $\bar{X}$  suit alors la loi normale de moyenne  $m = 32$  et d'écart-type  $\sigma / \sqrt{n}$ .

Entre quelles limites  $m - h$  et  $m + h$  doit être située  $\bar{X}$  pour que la machine puisse être considérée comme bien réglée avec une probabilité de 0,99 ?

ou 95 %). Il s'agit donc de minimiser au maximum l'erreur de première espèce qui consiste, à partir des résultats du prélèvement d'un échantillon, à abandonner une hypothèse à laquelle on croyait, qui de plus est vraie, pour retenir l'hypothèse  $H_1$  : la valeur  $\alpha$  doit donc être la plus petite possible. Mais, en procédant

ainsi, on induit un autre type d'erreur qui consiste, à partir des résultats du prélèvement d'un échantillon, à conserver l'hypothèse  $H_0$  alors que l'hypothèse  $H_1$  est vraie. Dans ce cas, on commet une erreur dite de seconde espèce  $\beta$  qui sanctionne une trop grande prudence. En effet, si on minimise trop  $\alpha$ , on est quasiment certain de passer à côté de l'innovation : plus  $\alpha$  est faible, plus le test perd de son

<sup>6</sup> Exercice 2 de l'épreuve de mathématiques du BTS électrotechnique, session 1992.

sens puisqu'il va pratiquement toujours conduire à conserver l'hypothèse  $H_0$  quelle que soit l'hypothèse  $H_1$  et ceci en prenant un risque de seconde espèce qui peut facilement dépasser 50 %. Au niveau des dépenses, le risque  $\alpha$  coûte par le fait d'avoir changé d'hypothèse, et donc investi, alors que cela n'était pas nécessaire ; le risque  $\beta$  coûte par le fait que l'hypothèse  $H_1$  était vraie mais que l'hypothèse  $H_0$  a été maintenue ce qui induit un manque à gagner. Tout le problème consiste donc à jouer avec l'ensemble des différentes contraintes : minimiser les risques  $\alpha$  et  $\beta$ , minimiser le prix du test en jouant sur la taille de l'échantillon. On comprend alors que ce n'est qu'après qu'aient été fixées les limites du prix du test et qu'ait été précisée la nature, plus ou moins importante, de la volonté d'investir, que la valeur de  $\alpha$  peut être posée.

L'exercice scolaire proposé aux élèves de BTS (encadré de la page 8), en particulier dans sa partie II, illustre davantage un souci de sensibilisation au problème du contrôle des fabrications qu'il ne témoigne d'une véritable formation à cette question. Le fait, pour un étudiant, d'être capable de le résoudre ne garantit en rien qu'il soit informé des contraintes inhérentes au contrôle de qualité, ni qu'il soit en mesure de mettre en œuvre les protocoles adéquats lors de la réception de produits fabriqués.

## 2. Méthodes statistiques de contrôle de fabrication : le contrôle de processus

Le contrôle de processus consiste à suivre les performances des activités de fabrication d'aussi près que possible. Les conclusions statistiques sont produites avec un temps de cycle court. Les idées de rétroaction (feedback), d'apprentissage,

d'auto-correction sont centrales pour le pilotage du processus industriel. Le problème du contrôle de processus a été étudié par SHEWHART<sup>7</sup>. Pour SHEWHART, il ne s'agit pas uniquement d'utiliser les statistiques inférentielles afin de prendre des décisions en situation d'incertitude, mais de les intégrer à un processus de production de connaissances. La conception d'un processus "autocorrecteur" apparaît comme une nouveauté majeure pour l'époque (1931-1939) et anticipe la formulation du concept de feedback qui intervient en 1947 (élaboration de la théorie cybernétique par N. WIENER<sup>8</sup>). A l'époque, il existe trois étapes de contrôle considérées comme indépendantes : la spécification, la production et le jugement de la qualité. Une personne spécifie l'objet voulu, une autre, en prenant la spécification comme guide, réalise l'objet, enfin, un inspecteur de la qualité mesure cet objet pour vérifier s'il répond aux spécifications. L'innovation introduite par SHEWHART est de considérer que ces trois étapes doivent s'enchaîner selon un mouvement en spirale au lieu de s'enchaîner linéairement. Il fait alors un rapprochement entre les trois étapes du processus de production et celles de la méthode scientifique. Dans ce cadre, la spécification, la production et l'inspection correspondent respectivement à la formulation d'une hypothèse, à la réalisation d'une expérience et à un test d'hypothèse. Par analogie, et dans la mesure où les trois étapes de la production apparaissent comme un processus dynamique d'acquisition de connaissances, il lui apparaît préférable de les envisager selon un mouvement en forme de spirale qui contri-

7 - 1891-1967.

8 - 1894-1964.

bue à rapprocher progressivement l'objet produit d'une limite représentant l'objet idéal où rien, dans la troisième étape, celle du contrôle, n'indique qu'il est nécessaire de modifier la spécification. Ainsi, pour SHEWHART, la production de série devient une méthode permanente et auto-correctrice permettant d'utiliser le plus efficacement possible les matières premières et les produits manufacturés. L'utilité de l'action scientifique en milieu industriel, notamment à base statistique et probabiliste, apparaît alors dans toute sa force, mais le cadre de réflexion dépasse largement celui d'une simple "application" de recettes de calculs. Pour présenter la méthode de SHEWHART sous son aspect concret, opérationnel, un des moyens est de s'attacher aux cartes de contrôle, c'est-à-dire à l'outil cognitif qui incarne la statistique mathématique dans l'atelier de fabrication. Le problème consiste à produire industriellement, "under commercial conditions" (c'est-à-dire avec des machines et des gens ordinaires et sous contraintes économiques), des pièces aussi identiques entre elles que possible. La qualité est, dans cette optique, considérée comme la conformité à des spécifications techniques. Considérons, par exemple, le problème de la capacité des condensateurs : l'objet emblématique de ce problème, dans l'industrie du téléphone, est le microphone au carbone, dont la résistance est une grandeur aléatoire. A l'époque, en 1924, l'expérience montre qu'il est impossible de maintenir constantes les caractéristiques des composants téléphoniques. Il apparaît alors nécessaire de raisonner statistiquement pour appréhender la qualité. L'idée de SHEWHART est de maintenir autant que possible le système de fabrication dans un état constant au fil du temps.

S'il arrive :

- que les facteurs de variation inconnus soient en grand nombre ;
- qu'ils aient chacun, sur les caractéristiques des produits fabriqués, une influence petite ;
- que cette influence soit à peu près égale d'un facteur à l'autre ;
- qu'elle soit indépendante du temps ;

alors les caractéristiques des produits fabriqués sont gouvernées par une loi statistique stable : la loi normale. En effet, si ces facteurs de variation sont des images de variables aléatoires, s'ils sont en grand nombre, si ces facteurs de variation sont indépendants et s'additionnent algébriquement, s'ils ont chacun une influence petite et qu'aucun ne domine les autres, les conditions d'application de "la loi des erreurs" sont alors réunies. Si la caractérisation de cette loi statistique est réalisée, il est alors possible de prévoir en probabilité les valeurs que prendront les caractéristiques des produits fabriqués. D'autre part, si le système de fabrication n'est pas dans cet état, le problème de la possibilité ou non de l'y amener se pose. Il faut, pour cela, repérer les facteurs de variation qui exercent une influence prépondérante et éliminer les principales causes déterministes de manière raisonnée et non pas empirique. Un système se trouvant dans cet état est appelé "Constant System of Chance Causes" : CSCC. La carte de contrôle, outil graphique accompagné de procédures d'échantillonnage et de calcul, est le principal moyen que SHEWHART a inventé. Cet outil combine plusieurs idées :

- Si le système de fabrication est à l'état CSCC, les caractéristiques des produits fabriqués suivent une loi statistique. Il est alors possible, par une analyse statistique de la production déjà effectuée, de déterminer

des limites entre lesquelles les caractéristiques se trouveront avec une probabilité donnée : ce sont les "limites de contrôle". Elles permettent de construire la carte de contrôle. Celle-ci comporte classiquement deux graphiques : l'un pour la valeur moyenne, l'autre pour l'écart-type.

- La carte de contrôle ainsi définie permet de "surveiller le système" et de détecter le moment où il cesse d'être dans l'état CSCC. En effet, "under commercial conditions", n'importe quel facteur de variation est susceptible de changer d'intensité. Un échantillon est prélevé dans la production à une fréquence définie, moyenne et écart-type de cet échantillon sont reportés sur les graphiques. Si l'un des deux points tombe hors des limites de contrôle, cela indique une probabilité significative que le système est sorti de l'état CSCC : il faut en rechercher la raison et corriger le système ou son environnement. Il est dit qu'"une cause assignable de variation" a été identifiée.
- La carte de contrôle permet de faire progresser les performances du système en éliminant progressivement les causes assignables de variation. En effet, lorsque le système est remis en l'état CSCC, les limites de contrôle sont recalculées. Les nouvelles limites sont plus resserrées que les précédentes et font généralement apparaître, quand la production continue, des points hors limites de contrôle. Ceux-ci conduisent à repérer de nouvelles causes assignables de variation. Si elles sont de nouveau éliminées, un nouvel état CSCC est obtenu : c'est un deuxième palier. Et ainsi de suite... Le processus itératif de calcul des limites est poursuivi aussi longtemps que cela est intéressant économiquement, c'est-à-dire aussi longtemps que la recherche et l'élimination des causes

assignables de variation coûtent moins cher que la perte induite par les variations des caractéristiques des produits : d'où le nom "Economic Control of Quality" donné à l'ensemble de la méthode. En particulier, il n'est pas utile de chercher une précision meilleure que les tolérances données par le cahier des charges du produit. Le processus d'amélioration comporte des limites, provenant par exemple de la précision des machines, mais ces limites ne sont pas supposées connues *a priori* ; elles émergent à travers le processus de mise sous contrôle et cela suffit pour l'action industrielle. Il est alors possible de constater que la précision des machines n'est pas suffisante pour les exigences du cahier des charges et la question est alors : faut-il changer les machines ou renoncer à cette fabrication ou voir avec le client si l'on peut assouplir les tolérances ? Cette démarche est maintenant standardisée. Des manuels précisent comment faire dans une grande variété de cas, quels types de cartes choisir, la taille des échantillons, comment recalculer les limites de variation. Si la méthode est quasiment devenue une procédure, l'esprit de la méthode est cependant tout à fait différent : il s'agit en effet d'une démarche de questionnement et non d'affirmation. La connaissance, n'étant jamais sûre, est toujours susceptible d'être infirmée par l'expérience.

On perçoit, à travers cet exemple, quand et comment s'effectue le clivage entre l'élaboration réfléchie de la science et la simple application d'outils — réservée aux techniciens. Par rapport à l'organisation industrielle, les cartes de contrôle sont des outils de gestion des performances qui s'insèrent dans le flux de l'activité. A chaque machine peut être associée une carte que l'opérateur renseigne lui-même. Les performances sont ainsi ren-

dues visibles. Les échantillons sont prélevés à un rythme adapté au rythme des machines et de la production. Notons que la mise au point, en 1943, des tests séquentiels par WALD et BARNART, a permis de déterminer, en la minimisant, la taille des échantillons à prélever : celle-ci est alors considérée comme une variable aléatoire<sup>9</sup>. En effet, la méthode séquentielle donne une règle de procédure pour prendre une des trois décisions suivantes à chaque étape de l'expérience : (1) accepter l'hypothèse, (2) rejeter l'hypothèse, (3) continuer l'expérience en retenant une observation supplémentaire. Le fait de pouvoir considérablement réduire la taille des échantillons prélevés a des incidences financières très importantes et

constitue, pour les entreprises qui disposent de cette maîtrise, des secrets industriels. C'est en grande partie pour cette raison, et non, pour des difficultés techniques ou conceptuelles, que la méthode des tests séquentiels est restée longtemps non enseignée. A l'époque actuelle, le suivi peut être automatisé grâce à l'informatique mais l'automatisation vient renforcer le caractère procédural de la démarche<sup>10</sup>. Ainsi, dans la production industrielle, les mathématiques apparaissent comme des "techniques" du contrôle statistique : elles sont présentées comme une "boîte à outils" (statistical tool kit) que l'ingénieur doit apprendre à connaître et que le technicien doit apprendre à utiliser.

---

9 P.G. HOEL, *Statistique mathématique*, tome 2, éditions A. Colin, 1991, p.18

---

10 démarche très éloignée de la philosophie des Lumières pour laquelle les probabilités se rattachent à la fois aux applications et à l'usage de la raison.