LA RUBRIQUE « POINT DE VUE » :

Un lieu de débat pour les enseignants de Mathématiques

La rubrique « POINT DE VUE » *est destinée à être un lieu de débat et un outil de réflexion pour les enseignants de mathématiques sur tous les sujets qui concernent leur profession.*

Elle accueille dans ce numéro un texte de Jean-Claude Thiénard, de l'Irem de Poitiers, qui s'interroge sur les moyens de « redonner du sens » à l'enseignement des mathématiques.

Cette rubrique est ouverte à tous et destinée à recevoir des articles courts, d'environ trois pages…

Nous attendons vos propositions.

Le Comité de Rédaction

Point de vue

REDONNER DU SENS AU MATHEMATIQUES ENSEIGNEES

Jean Claude THIENARD
Irem de Poitiers

Introduction

Le constat que l'enseignement des mathématiques est devenu problématique, voire est contesté au niveau de l'institution, a été maintes fois dressé et détaillé [1]. Le constat plus ancien et plus banal de la difficulté croissante à enseigner cette discipline est largement admis. Le constat que les flux des étudiants vers les études de mathématiques et de physique ne cessent de diminuer alarme depuis quelques années la communauté scientifique. Les raisons de ces différents constats, symptômes d'une situation qui devient préoccupante, sont multiples et ont été maintes fois inventoriées : institutionnelles, sociologiques, politiques, épistémologiques, didactiques.

Si l'on considère que ces constats navrants peuvent, au moins en apparence, apparaître contradictoires avec :

- les moyens mis à la disposition de la communauté enseignante de mathématiques avec la création des IREM,
- la variété et la qualité des travaux conduits par ces instituts depuis trente ans,
- le développement des recherches en didactique des mathématiques,

on comprendra que la communauté des enseignants de mathématiques de tout niveau se sente interpellée et cherche des solutions pour enrayer le mal. Les réflexions menées à différents niveaux dans les Irem et par les chercheurs en didactique semblent converger sur une piste : travailler à *redonner du sens aux mathématiques enseignées.*

Cela signifie que le mal qui ronge l'enseignement des mathématiques, et d'une manière plus générale peut-être l'enseignement scientifique, est identifié : les mathématiques étant enseignées de manière purement scolaire, ni leur *utilité*, ni leur *sens profond* n'émergent au fil des longues heures de cours. Cela a pour consé-

1 Voir bulletin de l'APMEP N° 451, Voir articles de Yves Chevallard cités en bibliographie. Rappelons l'interrogation de Claude Thélot — voir le rapport de la commission Thélot- devant les attaques subies par l'enseignement des mathématiques sur le fait que « *les mathématiques ne sont pas de manière évidente, utiles au citoyen, et que cela devra être démontré* »

quence, l'environnement social et culturel étant ce qu'il est, que des interrogations sur l'importance à donner à cet enseignement se font jour, et pire, que le doute s'installe sur sa *nécessité* « Les maths sont en train de se dévaluer, de manière quasi-inéluctable. Désormais, il y a des machines pour faire les calculs. Idem pour les constructions de courbes... » [2] . Le diagnostic étant posé, la thérapeutique s'impose : *redonner du sens* aux mathématiques enseignées et *en montrer l'utilité*. Tel semble être le problème crucial auquel est confronté l'enseignement des mathématiques, l'alpha et l'oméga de la situation.

I. Re-donner du sens aux mathématiques enseignées.

A. *Quelques réflexions.*

Pourquoi cette problématique aujourd'hui ? Le sens des mathématiques enseignées était-il plus visible il y a dix, trente ou cinquante ans ? Assurément non, mais il y a quelques décades les vertus de l'enseignement des mathématiques ne faisaient pas question [3] ; la massification de l'enseignement secondaire — résultant de la volonté politique de conduire 80% d'une classe d'âge au niveau du baccalauréat — a remis en cause, voire renversé les vieux consensus, rompus les vieux équilibres et fait voler en éclats les objectifs et les canons de la pédagogie traditionnelle. En particulier les consensus qui s'étaient élaborés sur la place des mathématiques dans la formation générale au début des années 1900 se sont insidieusement effrités sans que personne n'y prenne vraiment garde jusqu'à leur remise en cause brutale.

L'intérêt social d'un enseignement des mathématiques tel qu'il existe depuis le début du XXème siècle, la croyance en son bien fondé n'allant plus de soi, il y a nécessité de re-justifier celui-ci et donc de *rendre visible son « utilité » et son sens profond*. Cela a une conséquence immédiate : rompre avec l'ancestrale tradition didactique qui consiste à enseigner les mathématiques comme un ensemble de techniques détachées de tout contexte, voire de toute problématique et mettre les élèves en prise avec les significations et les enjeux de l'activité mathématique. Tous ceux qui semblent s'accorder sur ce projet, dont la traduction pédagogico-didactique est de re-donner du sens aux mathématiques enseignées, ne parlent néanmoins pas nécessairement la même langue ; il apparaît en effet rapidement à l'analyse que celui-ci peut être décliné à des niveaux différents, dans des modes divers et étrangers les uns aux autres.

B. *Quel sens donner aux mathématiques enseignées ?*

1. Quelques pistes évoquées dans diverses instances.

• Mettre un questionnement au cœur de l'enseignement des mathématiques ; cela peut se faire à deux niveaux qu'il convient de distinguer :

a) Un niveau *interne*, celui des problèmes : le questionnement a lieu dans le champ des mathématiques,

b) Un niveau *externe*, celui des problématiques : le questionnement a lieu dans un champ non mathématique a priori, et nécessite une transformation des pro-

2 Claude Allègre, ministre de l'Education Nationale

3 Les remises en question ne portaient que sur le rôle de sélection que l'on faisait jouer à la discipline.

blèmes posés par une traduction dans un modèle mathématique.

Le premier niveau a fait l'objet de nombreux travaux et est entré dans certaines pratiques enseignantes par le biais des problèmes ouverts et des activités, au sens didactique du terme. Un exemple du second niveau est le thème des distances inaccessibles qui peut donner l'occasion de découvrir, de réinventer, de développer des pans conséquents de géométrie élémentaire.

Mathématique contextualisée à la Clairaut [4] ou décontextualisée à la Euclide [5], que choisir ? Les deux bien sûr, suivant l'objectif poursuivi. Remarquons que dans les deux cas, bien que l'on opère à des niveaux de complexité très différents, on est dans une optique de construction du savoir, de construction d'outils de pensée qui appelle un style pédagogique qui met au cœur de sa démarche la recherche de problèmes et donc l'heuristique, le débat scientifique [6]…

- Se réapproprier des domaines abandonnés comme la cinématique, les mathématiques financières…

Cette voie permet de mettre en évidence de façon immédiate l'utilité d'un certain type de mathématiques ; elle paraît irréaliste dans l'état actuel des horaires.

- Mettre les élèves en position de chercheur sur des thèmes accessibles proches de sujets de recherche actuels.

Cela a le double mérite de mettre l'enseignant lui-même en position de recherche puisqu'il n'est plus dans la position de celui qui sait a priori et donc de modifier son rapport à la transmission du savoir et des savoir faire, de convaincre les élèves qu'en mathématiques le savoir se construit et s'apprend en cherchant à résoudre des problèmes, que l'on se pose ou qui sont posés par d'autres. Quelques critiques peuvent être adressées à ce mode d'approche :

a) Les problèmes posés risquent de n'être que faiblement connectés aux programmes qui sont déjà trop lourds et ne peuvent donc que venir en plus de ce qui doit être fait.

b) Ne s'inscrivant pas dans un cursus ils ne peuvent qu'être marginaux, de nature essentiellement combinatoire et risquent donc se rapprocher des jeux mathématiques ou des exercices d'olympiades dont on connaît les vertus et les limites.

c) Ce qui est produit a peu de chances de pouvoir s'inscrire dans un processus de construction d'un savoir hypothéco-déductif si essentiel à la formation mathématique [7].

4 Dans ses éléments de géométrie de 1753 Clairaut (voir la préface dans l'annexe IV) propose un enseignement de la géométrie qui trouve sa source dans des problématiques sociales et instrumentales : mesurer des terrains, mesurer des solides (aires et volumes)…il en résulte l'élaboration d'une géométrie fondée sur des *« principes »* qui apparaissent *« naturels »* car abstraits de situations contextualisées liées à des activités courantes. Ces principes se substituent aux axiomes à la Euclide qui eux sont énoncés de façon abstraite en dehors de tout contexte.

5 Les Eléments d'Euclide présentent une somme accumulée de connaissances organisées à partir d'un ensemble de demandes et d'axiomes sous forme déductive. Les êtres mathématiques qui apparaissent n'ont aucun référent dans le monde sensible, ils sont étudiés pour eux mêmes et en relation les uns par rapport aux autres.

6 On pourra se reporter aux écrits de Marc Legrand sur le sujet. Voir bibliographie.

Les pistes qui viennent d'être évoquées appartiennent toutes à la sphère de la didactique, il y en a d'autres n'appartenant pas en propre à cette sphère mais tout aussi importantes qu'il ne faut pas négliger.

2. Quelques autres pistes

• Montrer l'importance sociale c'est à dire *l'utilité* des mathématiques en mettant en évidence la diversité de leurs champs d'intervention, leur rôle dans le développement des sciences et des techniques [8] et donc leur rôle dans l'évolution des modes de vie et de pensée. A cet égard la pensée probabiliste offre un exemple très riche [9] , mal (voire non) exploité faute d'une formation suffisante du corps enseignant sur le sujet [10].

• Sensibiliser à la dimension culturelle et épistémologique de la discipline — qui en est le *sens profond* — en montrant que plus qu'un langage elle offre, en les créant en permanence, des cadres de pensée pour penser le monde à travers des sciences aussi diverses que la physique, l'économie, la sociologie… Montrer que l'acte de mathématisation apporte toujours plus que ce qu'on y a mis [11].

Ces pistes appartiennent aux sphères de l'histoire et de l'épistémologie. Bien que souvent négligées, voire oubliées, elles n'en sont pas moins primordiales.

Cette liste ne prétend pas être exhaustive. Si un travail dans les directions tracées précédemment est de nature à améliorer l'enseignement des mathématiques et à convaincre les élèves de leur intérêt, cela ne suffira sans doute pas à convaincre les décideurs institutionnels de l'intérêt qu'il y a à maintenir au niveau du secondaire un enseignement scientifique de haut niveau pour un maximum d'élèves.

En effet quelle importance y a-t-il pour le citoyen moyen à connaître ou à ne pas connaître les fonctions et leurs propriétés, les nombres complexes, les équations différentielles, l'intégrale, la loi des gaz parfaits, les lois de la gravitation… pour sa vie quotidienne ou professionnelle ? Pour rude qu'elle soit, la question peut être ainsi posée par des décideurs toujours plus sensibles au « *Combien ça coûte ?* ». On ne peut pas l'ignorer et on doit être capable de lui apporter de bonnes réponses sachant que la tentation peut être forte — car très économique — de décider de délivrer un véritable enseignement scientifique qu'au t % qui en auront une utilité professionnelle et

7 Il y a là un essentiel du *sens* en mathématique : montrer qu'on construit un savoir cumulatif, que si l'on peut démontrer tel résultat c'est parce qu'on dispose déjà de tels autres.

8 Sans mathématiques, ni radio, ni télévision, ni satellite et donc ni téléphone portable….On pourra se reporter à la remarquable brochure *L'explosion des mathématiques* conçue par la société mathématique de France et par la société de mathématiques appliquées et industrielles et largement distribuée aux professeurs de mathématiques.

9 On pourra se reporter à *Enseigner les probabilités au lycée* publié par le réseau des Irem et les presses universitaires de Franche Comté.

10 La plupart des exercices proposés aux élèves sont d'un intérêt nul propre à ridiculiser la profession et à ancrer l'idée que réellement les mathématiques ça ne sert à rien si ce n'est à franchir les obstacles d'un parcours scolaire. Voir le dernier sujet proposé au Baccalauréat série S session 2005.

11 L'exemple très simple de l'optique géométrique est éclairant à ce sujet. Ce point a déjà été très bien mis en évidence par D'Alembert dans son article Optique de l'Encyclopédie : à partir de la seule expérience de la convergence des rayons parallèles à l'axe d'une lentille au foyer, l'ensemble des lois de l'optique géométrique se déduisent par la simple géométrie.

donc qu'au niveau de filières spécialisées de l'enseignement supérieur [12]…

II. Les signes envers
l'institution et la société.

Si l'enseignement scientifique est dans cet état institutionnel dégradé il y a à parier que la raison en est probablement que le doute s'est installé quant à ses vertus formatrices. Le doute est permis si cet enseignement se borne à transmettre des savoirs qui apparaissent purement techniques, scolaires ou au mieux encyclopédiques, ne donnant aucune ouverture sur la marche de la pensée scientifique dans ses différentes composantes, ne montrant pas son rôle historique primordial dans l'évolution des sociétés, ne prenant pas place dans la culture globale de son époque, ne se montrant pas comme outil construit pour penser le monde et surtout étant *incapable de montrer son rôle irremplaçable dans « l'apprendre à penser »*.

Ce qui était une évidence pour Platon « *Nul n'entre ici s'il n'est géomètre* », à savoir la vertu formatrice de la mathématique fait désormais l'objet d'un doute, non explicité, non dit, mais réel. A force d'insignifiance on génère le doute sur le bien fondé de ce que l'on enseigne, pire on se laisse gagner par ce doute et la vis sans fin des démissions et des régressions se met à tourner ; le questionnement voire la remise en cause d'ordre politico-économique est alors bien fondé.

Par delà les actions à entreprendre pour rendre l'enseignement scientifique *signifiant* — qui sont du domaine du didactique — il est nécessaire de montrer, de réaffirmer la valeur *propédeutique* d'un enseignement de mathématique et plus globalement d'un enseignement scientifique. Pour cela :

- Il faut être convaincu que l'enseignement des mathématiques a des vertus irremplaçables dans « l'apprendre à penser » et les rendre visibles.
- Il faut être convaincu de la place essentielle des mathématiques dans la « culture » et la rendre visible.
- Il faut être convaincu de la place des mathématiques dans l'histoire de la vie intellectuelle de l'humanité et la rendre visible.
- Il faut enfin être convaincu de la beauté des mathématiques, des miracles qu'elles opèrent et les rendre visibles.

1. *Les mathématiques comme propédeutique.*

Ce point essentiel appelle une action publicitaire et une réorientation profonde de la pédagogie des mathématiques. Comprendre et suivre une règle, apprendre à déduire, à distinguer le nécessaire et le suffisant [13], à chercher, à conjecturer, à valider,

12 Dans l'actuel contexte de mondialisation nos convictions et habitudes hexagonales risquent d'être battues en brèche. Les spécificités françaises doivent faire la preuve de leur intérêt pour perdurer. A ce titre plusieurs enseignements risquent d'entrer en déclin : les enseignements scientifiques — physique et mathématiques — la philosophie…comme l'ont été, pour d'autres raisons, le latin, le russe, comme l'est l'allemand aujourd'hui.

13 La faillite de l'enseignement secondaire sur ces points - faute d'être mis au centre des apprentissages-est patente. Il apparaît même que de jeunes professeurs stagiaires IUFM n'ont parfois pas les idées claires sur ces sujets.

à infirmer, apprendre qu'on ne pense pas à partir de rien, qu'on argumente à partir d'un fond de connaissances commun et partagé — qu'il faut donc avoir appris selon des règles de déduction précises, que toute affirmation doit pouvoir être justifiée… qu'on ne peut pas dire n'importe quoi… qu'il y a des énoncés valides et d'autres qui ne le sont pas… — sont quelques uns des apprentissages fondamentaux à toute formation intellectuelle, qu'une pratique mathématique, si humble soit elle, est en mesure de dispenser. La spécificité des mathématiques dans ce type d'apprentissage, ce qui les rend irremplaçables, tient alors au rôle non ambigu de la nécessité mathématique [14] : le « donc » mathématique met fin à tout débat.

2. *Les mathématiques et les sciences dans la culture.*

Dans un pays où le mot culture renvoie presque toujours à culture littéraire et artistique, il est bon de rappeler que nombre de grands bouleversements dans ce qu'on appelle la culture ont été le fait d'hypothèses, de découvertes, de créations faites dans le monde des sciences, que la naissance même de ce qu'on appelle un questionnement scientifique a bouleversé l'ordre des pensées et la manière même de penser. De l'hypothèse du monde héliocentrique de Copernic aux lois de Kepler puis à celle de la gravitation de Newton, il y a la mise en route d'une formidable machine intellectuelle — l'esprit scientifique — qui a amené l'homme à se repenser dans l'univers, à penser que les apparences pouvaient être trompeuses, que l'on pouvait douter de tous les dogmes et qu'on devait — audace suprême en des temps où l'on ne plaisantait pas avec les vérités proclamées ou révélées — oser les remettre en cause [15].

Rappelons, pour ne prendre qu'un exemple simple figurant dans les programmes du secondaire, que la création du calcul des probabilités a conduit à revoir la notion de hasard et à repenser celle de vérité [16] avant d'envahir la sphère économique et sociale par le biais des statistiques. Rappelons que ce calcul a de plus fourni un incomparable outil à la physique pour rendre compte du monde de l'atome et le maîtriser avec toutes les conséquences que l'on connaît pour notre vie quotidienne.

Les exemples abondent, là où il y a de la haute technologie il y a, non visible mais de façon essentielle, des mathématiques, de la physique…

3. *L'aventure scientifique : la plus grande aventure humaine.*

Etre conscient que les mathématiques actuelles :

a) sont le fruit du travail cumulé des civilisations les plus diverses sur plus de vingt trois siècles, que la physique au sens moderne du terme est elle même le résultat d'un travail cumulé depuis le XVIIième siècle et que ces sciences ont joué un *rôle considérable*, avec les sciences du

14 Le « donc » mathématique est impératif ; l'énoncé qu'il précède ne peut plus faire l'objet d'aucune discussion dès lors que les axiomes de la théorie dans laquelle il est produit ont été admis et que les règles de déduction ont été correctement appliquées .

15 Le doute cartésien illustre en partie le propos.

16 Entre le faux et le vrai il y a tous les degrés de probabilités. Leibniz (1646-1716) qui a tout de suite compris la puissance du calcul naissant et qu'il allait donner naissance à une *« nouvelle logique »* a exploré ce problème et appelé de ses vœux au développement du calcul.

vivant, dans *l'évolution des manières de vivre et de penser*,

b) font partie du patrimoine de l'humanité au même titre et de façon aussi essentielle que les sites archéologiques, les cathédrales ou les œuvres littéraires ou artistiques…,

c) constituent ce que l'on peut considérer comme la plus grande aventure humaine, — à laquelle chaque génération apporte une contribution — toujours et plus que jamais passionnante par ses nouvelles avancées et ses retombées technologiques.

4. *Les mathématiques :*
lieu de beauté et d'étonnement.

Montrer l'extraordinaire beauté, l'étonnement des résultats produits dans le cadre hypothético-déductif des mathématiques :

- La somme des angles d'un triangle vaut 180°. Ce qu'aucune mesure ne peut montrer [17] ! Ce qui résulte de l'énoncé posé, *« Par un point extérieur à une droite, il passe une parallèle et une seule à cette droite ».*
- La diagonale du carré est incommensurable au côté. Toute mesure donne à penser le contraire ! Les Grecs ont produit cet *incroyable* résultat qui remettait en cause la *croyance* très profonde que le nombre entier permettait de tout mesurer. Ce type de résultat fait toucher au **sens** des mathématiques. La quantité qui mesure la diagonale du carré de côté 1, *le moderne* $\sqrt{2}$ est un être mathématique par excellence ; aucune mesure, aucune démarche empirique ne peut y conduire, elle est produite dans les mathématiques par application d'un résultat lui même produit dans les mathématiques : le théorème « dit » de Pythagore [18].
- Les nombres premiers ne sont pas en nombre fini, cela résulte d'un raisonnement admirable d'invention.

Les exemples peuvent être multipliés à loisir.

Montrer combien les mathématiques sont un lieu d'invention, d'imagination, de création, de jeu au sens le plus enfantin du terme. En mathématique toute question est énigme et défi, toute recherche de solution est jeu. Il y a là une vision des mathématiques qui implique une autre manière de les enseigner propre à stimuler l'intérêt, à exciter la curiosité, à justifier les efforts demandés….L'enfant, l'adolescent étant naturellement joueur est sensible à cet aspect ; il y a là un ressort important sur lequel l'enseignant peut *jouer*.

Les considérations précédentes montrent que le sens profond des mathématiques ne peut pas être perçu dans le cadre d'un enseignement renfermé sur lui-même. La place des mathématiques dans les sciences, dans la culture nécessite pour être perçue que soient mise en évidence la nature des mathématiques et leur mode d'intervention dans l'étude des phénomènes de la

17 Rappelons que Lobatchevsky lui même a essayé, en vain ! de démontrer la véracité de la géométrie euclidienne après avoir développé la sienne en montrant par des mesures astronomiques que la somme des angles d'un triangle vaut 180°.

18 Voir l'admirable démonstration qui en est donné dans les Eléments d'Euclide. Bien comprendre que cet énoncé ne peut pas être produit de manière empirique, qu'il résulte des axiomes de base de la géométrie euclidienne et qu'il est faux en géométrie de Lobatchevsky par exemple.

nature et donc leur mise en rapport avec d'autres disciplines.

III. La nécessaire interdisciplinarité

Les mathématiques sont une grammaire, elles ne parlent de rien, affirmait Wittgenstein. Il ne doit pas y avoir d'ambiguïté à ce sujet. Les mathématiques permettent de parler, c'est à dire d'étudier, de rendre compte… de certaines classes de phénomènes après modélisation ; mais l'acte de modélisation - même lorsqu'il implique très fortement les mathématiques -n'est pas mathématique [19]. Cet acte, phénoménologique par essence, est antérieur à toute science et est commun à toutes les sciences et à toutes les cosmogonies ; les cosmographies géocentrique et héliocentrique, la génération spontanée, le lamarckisme, la théorie économique de Keynes, le modèle d'atome de Bohr, la relativité restreinte, les quanta, le big bang… en sont des produits et des avatars.

Ce que les mathématiques peuvent offrir pour *l'effectuation de cet acte*, outre un outil de calcul et de traitement de données, c'est avant tout, des ensembles de constructions conceptuelles qui constituent autant de *cadres de pensée*, de représentation… Ceux-ci se sont avérés particulièrement efficaces [20] pour rendre compte de phénomènes aussi divers que la chute des corps, le mouvement des planètes, le magnétisme, les lois de l'hérédité, certains mécanismes macro économiques… la pensée mathématique structure alors la façon même de penser le phénomène étudié et est en ce sens *primordiale*.

Lorsque l'on a recours à la pensée mathématique et à ses algorithmes de calcul pour l'investigation, la compréhension, l'explication d'un phénomène, les bons concepts mathématiques, les bons outils de calcul, n'existent pas toujours et doivent alors être inventés, développés ; cela est une des sources de création et de développement de mathématiques nouvelles [21]. Cela vaut au niveau de la recherche la plus fondamentale comme à celui de l'enseignement. Que l'on pense à titre d'exemples :

Au niveau de la recherche

• A la théorie des séries trigonométriques introduite pour traiter des problèmes des cordes vibrantes (Bernoulli, d'Alembert) et de la propagation de la chaleur (Fourier),

• A la théorie des espaces de Hilbert développée pour rendre compte en les fédérant des acquis de la physique quantique,

• A la théorie des distributions, créée pour trouver des solutions généralisées d'équations aux dérivées partielles issues, pour certaines d'entre elles, des recherches en physique. Cette théorie, en outre, donnait un sens mathématique aux fonctions de

19 Ce qui ne signifie pas qu'il n'intéresse pas le sujet mathématicien et encore moins qu'il ne concerne pas le professeur de mathématiques, mais qu'il faut savoir très clairement à partir de quels moments on se met à faire des mathématiques pour bien marquer ce moment et en faire saisir ce qui en fait la spécificité On pourra lire Poincaré à ce sujet : Calcul des probabilités chapitre I paragraphe 5 par exemple.

20 Cette efficacité n'avait rien d'évident a priori ; il a fallu attendre Galilée (1564-1642) pour qu'elle éclate aux yeux du monde.

21 Ce n'est évidemment pas le seul facteur de production de mathématiques nouvelles. Les problématiques internes aux mathématiques sont tout aussi importantes : aucune question externe aux mathématiques n'a présidé au développement de l'arithmétique jusque dans les années 1970, aucune n'a motivé la découverte des géométries non euclidiennes, aucune n'a motivé les recherches en logique mathématiques qui ont abouti aux théorèmes de Gödel.

Dirac et de Heavyside qui semblaient devoir rester des monstres pour les mathématiciens [22].

Au niveau de l'enseignement

• à la théorie des équations différentielles linéaires, motivée par l'étude de l'électricité et de la radioactivité en terminale S,

• à la théorie de l'intégrale, nécessaire à l'étude de maints domaines de la physique.

Montrer cet aspect important des mathématiques implique une interdisciplinarité bien pensée avec la physique ; celle-ci apparaît d'ailleurs comme une condition sine qua non d'une formation scientifique signifiante qui elle seule permet de montrer :

• les objets d'étude et les modes de validation propres aux deux disciplines,

• leurs rapports dialectiques et donc leurs spécificités,

• qu'il n'y a pas comme le croient souvent les élèves les mathématiques *« pures »* et les mathématiques *« pour la physique »* mais qu'il y a les mathématiques et leurs usages contextualisés.

Plus essentiellement modéliser une situation par les mathématiques permet de mettre en évidence le niveau d'intervention, la fonction, l'apport de la pensée mathématique et donc de mettre en évidence son efficacité — *son utilité* — et son rôle structurant dans l'étude d'une grande variété de phénomènes - ce qui renvoie à leur *sens profond* [23] -.

En outre une telle interdisciplinarité permettrait un gain de temps considérable par un partage concerté des tâches. Mais sa mise en œuvre appelle un autre type d'enseignement.

IV. La nécessaire rénovation pédagogique.

Les mathématiques peuvent être enseignées soit comme pure grammaire, suivant leur propre logique interne selon une tradition didactique séculaire dans le schéma cours — exercices, soit en relation avec des problématiques — internes ou externes. La première méthode, qui reste le modèle dans l'enseignement supérieur, fonctionne de plus en plus mal dans l'enseignement secondaire.

Les travaux produits dans le cadre des Irem et des recherches en didactique constituent un apport très important pour refonder la pédagogie des mathématiques, mais force est de constater que leur impact sur le système global d'enseignement est resté faible.

Le réseau Irem n'a pas été capable de diffuser dans le corps enseignant l'ensemble de ces apports ; peut-être parce qu'ils n'ont pas été perçus par les décideurs ? Peut-être par manque d'une politique générale concernant la formation continue des professeurs ? Peut être aussi en raison de l'état de « l'épistémologie » d'une majorité de

22 La « fonction » de Dirac définie par $\delta(x) = 0$ si $x = 0$ et $\delta(0) = \infty$ est dénuée de sens mathématique dans le cadre de la théorie des fonctions. Elle fut introduite de façon féconde dans le cadre d'un calcul symbolique en mécanique quantique et prend mathématiquement sens dans les cadres de la théorie des distributions ou dans celui de l'analyse non standard.

23 Cela suffit à mettre en évidence tout le parti que le professeur de mathématiques peut tirer de situations demandant à être mathématisées, ou modélisées.

professeurs, l'étroitesse du cadre épistémologique et didactique hérité de leur formation ne leur permettant pas de ressentir la nécessité de le dépasser [24] ?

Tout ou presque reste à faire, les outils existent, il reste à convaincre de leur intérêt et à les diffuser dans le cadre de la nécessaire rénovation de l'enseignement qu'exige sa remise en cause.

Epilogue : l'initiation à l'esprit scientifique, une nécessité à revendiquer.

Cet esprit scientifique fait de curiosité, de volonté de comprendre, de questionnement, d'esprit critique, d'esprit d'observation, d'insatisfaction devant les mauvaises explications, de doute méthodique, d'esprit d'invention, de volonté de soulager la peine des hommes [25], est un des produits du génie humain déployé au fil des âges. Rien d'évident pour qui ne sait pas, il convient d'en faire prendre conscience à chaque nouvelle génération. Fait culturel par excellence, l'esprit scientifique, l'ensemble de ses productions cumulées au fil des générations, ne peut être transmis que par une volonté d'éducation, que par l'effort partagé des maîtres et des élèves.

Il n'est pas question de former des citoyens scientifiques mais des citoyens qui sachent comment fonctionne la science, le type de questions auquel elle peut apporter des réponses, comment s'élabore un modèle mathématique, qu'il ne fonctionne que sous hypothèse, que la qualité de ses prédictions ne vaudront que dans la mesure où le modèle a pris en compte les bons paramètres et que les données initiales sont fiables. La question est capitale pour l'avenir des sociétés humaines, en effet le risque est grand dans un monde de plus en plus complexe, un monde dans lequel des groupes d'individus ont à leur disposition des moyens de manipulation énormes fonctionnant à l'échelle planétaire, de voir se réaliser la vision exposée dans *« Brave New World d'Huxley »* d'une masse entièrement dirigée par des « experts », autrement dit des tenants d'un savoir ou pire d'un soi-disant savoir , rendu incontrôlable aux masses citoyennes et justifiant toutes les décisions.

Il y a donc nécessité à ce que les vertus d'un enseignement scientifique bien pensé soient visibles et bien comprises du corps social. Il y a donc nécessité que cet enseignement soit dispensé au plus grand nombre et pas seulement aux futurs experts. Il y a donc nécessité que la demande de cet enseignement bien compris émane du corps social.

Il y a nécessité à ce que la communauté des professeurs de mathématiques comprenne qu'elle est *sommée de sortir d'un enseignement insignifiant* sous peine d'assister au dépérissement progressif de sa discipline dans le secondaire avec toutes les conséquences sociales et culturelles évoquées ci-dessus ; cela implique qu'elle comprenne l'intérêt de ce que peut lui apporter la didactique, l'histoire et l'épistémologie des mathématiques, et en particulier qu'elle fréquente et défende ses IREM, lieu d'ouverture sur ces disciplines.

24 L'enseignement supérieur diffusant le dernier discours de la science faite, donc d'une science sans histoire et sans problématique, s'il a la vertu de mettre l'étudiant en contact avec les dernières théories de la façon la plus économique, a l'inconvénient de transmettre un savoir unidimensionnel insuffisant et inadapté à un futur professeur de l'enseignement secondaire.

25 Soulager la peine des hommes était le but ultime assigner par les savants à la science au XVIIIième siècle.

Bibliographie sommaire (références citées dans le texte)

Yves Chevallard
http://www.animath.fr/UE/UE04/chevallard.pdf

Legrand Marc (1993) *Débat scientifique en cours de mathématiques* Repères Irem N°10 Topiques éditions

SMF - SMAI : *L'explosion des mathématiques*
http://smf.emath.fr/Publications/ExplosionDesMathematiques/

Louis Liard, Conférence sur les sciences dans l'enseignement secondaire, texte reproduit dans *Les sciences dans l'enseignement secondaire français – Textes officiels* Bruno Belhoste INRP Economica (1995)

Clairaut, *Eléments de Géométrie, (Réédition* Siloë)

René Descartes, *Discours de la méthode* 1637 (Réédition Blanchard):

Henri Poincaré, *La science et l'hypothèse, Flammarion, 1902*

Henri Poincaré, *La valeur de la science*, *Flammarion*

Henri Poincaré, *Calcul des probabilités*, Gauthier-Villard (1912)

Ludwig Wittgenstein, *Remarques sur les fondements des mathématiques* NRF Editions Gallimard. Bibliothèque de philosophie.