REFLEXION SUR LA CONDUITE EN CLASSE D'UNE SITUATION DE RECHERCHE

Groupe "ELÉMENTAIRE"(*)
Irem de Besançon

Résumé : Une même fiche de préparation est donnée à deux enseignants de cycle 3 (niveau CM1-CM2). Cette fiche concerne le problème des « trois nombres consécutifs » emprunté à ERMEL CM1 (étant donné un nombre entier, peux-t-on trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme donne le nombre de départ ?). Nous observons les différences et les similitudes de traitement de cette séance. Notre but est de mettre en lumière l'importance du rôle de l'enseignant. Comment sa gestion de la séance et sa représentation a priori du problème peuvent influer sur le comportement des élèves vis-à-vis d'une situation de recherche. Nous réfléchissons enfin sur l'institutionnalisation possible à l'issue d'un « problème pour chercher ».

I. Introduction

Avant tout, les auteurs désirent remercier les Instituteurs Maîtres Formateurs et les élèves qui ont participé à cette expérience. Le point de départ de ce travail, effectué par le groupe élémentaire de l'Irem de Besançon, est la question suivante : « Pourquoi une même fiche de préparation donnée à deux enseignants distincts peut-elle conduire à deux mises en situation distinctes ? ». Le but de l'expérimentation que nous avons menée n'est nullement de critiquer tel ou tel travail de professeur en situation mais plutôt de donner un nouvel éclairage sur l'importance du rôle de l'enseignant dans la gestion d'une situation de recherche [8]. Nous pouvons rapprocher ce questionnement de celui développé par A. Robert et J. Robinet [12] : « Comment interpréter le fait qu'une même séance d'exercices, préparée collectivement et mise au point soigneusement par plusieurs enseignants, puisse donner lieu à des réalisations très différentes ? ». Ce sujet a été abordé à de multiples reprises dans la littérature, en particulier on peut citer les remarques de C. Hache et A. Robert [9], concernant « l'importance des prévisions des enseignants sur la nature de leur discours pendant la classe ». On notera également les travaux de M. Crahay concernant la question : « Ce que le maître dit influence-t-il le comportement des élèves ? » ([4], [5]).

* J.C. Aubertin, B. Bettinelli, L. Chambon, J.M. Dornier, P. Leborgne, A. Mallen, A. Simard, E. Tufel.

Le protocole envisagé est le suivant : le groupe élémentaire met au point une fiche de préparation concernant un « problème pour chercher » [14]. Cette fiche est proposée à deux maîtres enseignant en classe de CM1-CM2. Une des deux classes est choisie en ville, nous la noterons classe A. L'autre est choisie dans un village, nous la noterons classe B.

Le but est de comparer les observations réalisées dans ces deux classes en ce qui concerne :

a) *la gestion de la classe :*
— mise en place du débat,
— gestion du temps,
— intervention de l'enseignant,
— gestion des aides,
— clôture de la séance.

b) *l'implication des élèves :*
— activité des élèves,
— mise en route de la tâche demandée,
— impact d'une situation de débat sur le fonctionnement de la classe,
— outils de représentation mis en œuvre,
— trace écrite.

Une fiche de préparation est mise au point, il s'agit de la mise sous forme d'un « problème pour chercher » [14] d'un problème connu sous le nom de somme de trois entiers consécutifs (on se référera à [7] pour des précisions et des prolongements sur ce problème). Cette fiche est présentée dans les deux encadrés ci-contre. Elle est donnée aux maîtres des deux classes. Ces derniers sont invités séparément par le groupe élémentaire à en prendre connaissance et à poser toutes les questions qu'ils souhaitent à son propos. Dès lors, la fiche est à la charge complète de l'enseignant.

Commentaires concernant la fiche de préparation :

— Dans la partie « analyse» nous avons proposé une modélisation mathématique du problème en considérant le triplet $(n - 1, n, n + 1)$. Deux autres modélisations sont possibles en considérant les triplets $(n, n + 1, n + 2)$ ou $(n - 2, n - 1, n)$.

— La résolution algébrique du problème n'est pas le but à atteindre. Il n'est question que de développer une recherche basée sur des essais. En particulier, le point crucial est d'arriver (en phase 5) à un raisonnement du type attendu (61 n'admet pas de décomposition en somme de trois nombres consécutifs, car $19 + 20 + 21 = 60$ et $20 + 21 + 22 = 63$). Le caractère, « être ou ne pas être multiple de 3 » n'est pas le but ultime du problème.

— Dans le but de générer un certain intérêt de la part des élèves, nous avons choisi de présenter le problème sous forme d'un « défi mathématique ».

— Les cartes bristol permettent de faire travailler tous les groupes sur des nombres distincts et ainsi de rendre important le travail de chacun.

— Les nombres choisis sur les cartes sont suffisamment « grands » pour que la solution, si elle existe, ne soit pas évidente. Et ils sont suffisamment « petits » pour ne pas décourager les élèves.

Les enseignants ayant préparé leur séance, date est prise pour que les membres du groupe élémentaire viennent filmer en classe la situation menée par les enseignants. Lors de ces séances en classes, sont présents, deux camera-

FICHE DE PRÉPARATION : SOMME DE TROIS ENTIERS CONSÉCUTIFS

Présentation du problème :

Un entier naturel x étant fixé, on cherche à déterminer, lorsqu'ils existent, trois entiers consécutifs dont la somme est égale à x . On pourra également chercher des conditions sur l'existence de tels nombres.

Analyse mathématique du problème :

On suppose que le problème admet une solution. Soit donc n l'un des trois nombres. On a alors :

$$(n-1)+n+(n+1)=x \quad \Leftrightarrow \quad 3n=x\ .$$

On en déduit donc que :

— si le problème admet une solution alors x est un multiple de 3 et par contraposée si x n'est pas multiple de 3 le problème n'a pas de solution.

— si x est multiple de 3, la solution est le triplet $(n-1, n, n+1)$ où $n = x/3$.

Ainsi on en conclut que si x est un nombre entier donné :

— ou bien x n'est pas multiple de 3 et alors le problème n'a pas de solution.

— ou bien x est multiple de 3 et la solution est le triplet $(n-1, n, n+1)$ où $n = x/3$.

Objectifs :

Savoir ce que sont des nombres consécutifs.
Entraînement à la résolution de problèmes :

— recherche de procédures

— justification d'une démarche.

Matériel :

Un premier jeu de cartes bristol sur lesquels sont inscrits des nombres multiples de trois compris entre 50 et 130.

Un second jeu de cartes bristol sur lesquels sont inscrits des nombres non multiples de trois compris entre 50 et 130.

Déroulement :

Phase 1 : (Collective)

Le maître rappelle (ou demande) ce que sont des nombres consécutifs. Avec les élèves, il illustre à l'aide d'exemples et de contre-exemples. Il propose alors d'effectuer sur plusieurs exemples le calcul de la somme de trois nombres consécutifs.

Phase 2 : (Par groupe de quatre élèves)

On peut alors se poser le problème de trouver trois nombres consécutifs dont la somme est égale au nombre écrit sur la carte bristol. Chaque groupe tire une (ou plusieurs) carte(s) du premier paquet.

Procédure attendue : des essais qui conduisent au résultat.

Aide envisagée : — *proposer l'utilisation d'une calculatrice*
— *fournir un encadrement des entiers cherchés.*

Phase 3 : (Collective)

Mise en commun au tableau. Le maître peut demander une explication orale de la démarche utilisée par les élèves.

Phase 4 : (Par groupe de 4 élèves)

On recommence l'activité de la phase 2 mais en mélangeant le premier paquet de cartes avec le deuxième paquet de cartes. Chaque groupe va être confronté après un certain nombre de décompositions au problème de l'existence d'une solution. Les élèves sont donc conduits à chercher une explication…

Phase 5 : (Collective)

Mise en commun des résultats. Elle dépendra des recherches des élèves. Mais on peut envisager :

— Classement des nombres en deux catégories : ceux qui possèdent une décomposition, et ceux que l'on n'a pas pu décomposer.
— On pourra demander pourquoi la décomposition n'est pas possible.
Réponse attendue : par exemple pour $x = 61$ *« J'ai essayé* $19 + 20 + 21 = 60$ *c'est trop petit, et* $20 + 21 + 22 = 63$ *c'est trop grand ! »*
— *On pourra demander également aux enfants de proposer des nombres et de les placer dans l'une ou l'autre catégorie…*

men, et une personne chargée de prendre note de l'activité des élèves.

Pour se rendre compte des orientations prises par les maîtres au cours de la séance, dans une première partie, nous allons relater les faits tels qu'ils se sont passés. Dans une seconde partie nous donnerons des pistes qui permettent d'analyser les différences entre les deux séances.

II. Les séances :

Présentation du problème :

Classe A : Le maître rappelle ce que sont des nombres consécutifs à l'aide d'exemples et de contre-exemples. Ces exemples sont tous des triplets d'entiers (ex : *11, 12, 13*). La consigne est énoncée oralement : « je vais donner à chaque groupe une carte. Sur cette carte il y a un nombre. Votre tâche est de trouver trois nombres consécutifs dont la somme est le nombre qui figure sur la carte ».

Après un moment de flottement dû à la difficulté de la consigne, le maître reprend lentement l'énoncé et les mots importants sont mis en avant. Les élèves sont invités à reformuler cette consigne à leur manière pour montrer qu'ils l'ont bien comprise. Chaque groupe devra, d'une part, rédiger une affiche sur laquelle apparaîtront ses résultats et devra, d'autre part, réfléchir aux moyens mis en œuvre pour trouver ces résultats. Les élèves ont à leur disposition ardoise, craie, affichette et crayon.

Classe B : Le maître rappelle ce que sont des nombres consécutifs à l'aide d'un petit jeu dont la règle est la suivante : « Je vous donne un nombre, vous devez me donner le nombre juste avant et le nombre juste après le nombre que je vous ai donné ». Après quelques minutes consacrées à ce petit « jeu », la consigne du problème de recherche est énoncée oralement avec le support d'un exemple détaillé, écrit au tableau : « Trouvez trois nombres consécutifs dont la somme fait 33 ». Le résultat, trouvé après quelques tentatives est affiché sous la forme :

$$\begin{array}{ccc} & 33 & \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ 10 & 11 & 12 \end{array}$$

Le maître explique alors aux élèves que leur tâche est de trouver trois nombres consécutifs dont la somme fait le nombre qui est sur la carte qu'ils vont tirer. Les élèves ont à leur disposition leur cahier de brouillon, leur gomme et un crayon.

Dans les deux classes les élèves sont répartis par groupe de trois ou quatre. Les cartes du premier jeu sont alors distribuées, chaque élève tire une carte.

Première phase de recherche :

Les deux classes ont plusieurs points communs à ce stade de la séance :

— La consigne semble bien comprise par l'ensemble des élèves.

— Tous les élèves sont impliqués dans la tâche qui leur incombe.

— Après quelques minutes de recherche personnelle, les discussions s'animent dans les groupes (toutes les discussions portent sur le problème en cours).

— Les procédures sont pour la plupart des essais successifs.

— Les enseignants passent de groupe en groupe pour demander aux élèves de réfléchir sur le moyen qu'ils ont utilisé pour trouver leurs résultats.

Il est intéressant de noter que les procédures s'affinent petit à petit. Par exemple :

Classe A : La carte indique 93. L'élève essaie 29 + 30 + 31 = 90, il efface, essaye 30 + 31 + 32 et s'exclame qu'il a trouvé la bonne réponse.

Classe B : La carte indique 117. Un élève prétend avoir trouvé 120, un autre s'enquiert alors des nombres que ce dernier a choisi, soit 39, 40 et 41 et de s'exclamer, sans calcul, « alors il faut prendre 38, 39 et 40 ».

Selon les classes les élèves ne travaillent pas tout à fait de la même façon, en effet :

Classe A : Les élèves font leur recherche sur leur ardoise. Les opérations se font en colonne, mais pour effectuer des essais successifs certains élèves n'effacent que les unités des nombres mis en jeu. Les résultats sont présentés sous la forme 57 = 18 + 19 + 20.

Classe B : Les élèves travaillent sur leur cahier de brouillon. Les opérations se font en colonne et sont reposées entièrement à chaque nouveau calcul. Les résultats sont présentés sous la forme :

$$\begin{array}{ccc} & 93 & \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ 30 & 31 & 32 \end{array}$$

Premier bilan :

Les élèves sont invités dans les deux classes à présenter les résultats de leurs recherches et les procédures qu'ils ont employées.

Classe A : Les élèves présentent des affichettes où seuls les résultats corrects apparaissent. Les procédures sont sans équivoques : « on a fait des essais ! ». Malgré tout une élève présentant l'affichette 54 propose comme explication : « J'ai divisé par 3, j'ai trouvé 18, alors j'ai essayé 16 + 17 + 18, ça ne marchait pas, alors j'ai essayé 17 + 18 + 19 et j'ai trouvé ! ».

Classe B : Les résultats sont donnés oralement. Les procédures sont toujours des essais. Les trois premiers nombres sont généralement pris « au hasard » et ensuite, en fonction du résultat de leur somme les élèves essaient avec des nombres supérieurs ou inférieurs. On note également l'explication donnée pour la carte 129 : « on a 120 : 3 = 40 et 9 : 3 = 3 donc on a essayé dans les 43 et on a 42 + 43 + 44 = 129 ! ».

Il est à noter que dans les deux classes les maîtres sont restés très neutres pendant l'annonce des résultats et aucun jugement de valeur sur les procédures n'a été évoqué.

Seconde phase de recherche :

Dans les deux classes la mise en route s'effectue de manière naturelle. Les nouvelles cartes sont distribuées comme précédemment.

Classe A : Dans chaque groupe on peut observer le même phénomène. Les élèves repartissent les cartes en deux paquets, un paquet « facile » et un paquet « difficile ». Certains groupes ont l'intention exprimée de revenir plus tard sur les « cartes difficiles ». Le maître passe de groupe en groupe et sans en noter l'importance reformule les dires des élèves en classant les cartes sous les termes « possible » et « impossible », alors que ces termes n'ont pas été employés par les élèves. Les élèves qui avaient initialement prévu de reprendre les « cartes difficiles » les classent alors directement sous le terme « impossible » sans se questionner.

Classe B : L'agitation qui règne dans les groupes montre la prise de conscience d'un nouveau problème qui n'avait pas été envisagé. On observe des raisonnements du style suivant : « (Pour la carte 56 par exemple) 17 + 18 + 19 donne 54 et à peine un peu plus 18 + 19 + 20 donne 57, donc c'est pas possible ! ». Un élève demande au maître : « C'est possible qu'il y ait des nombres impossibles ? ». Le maître élude la question.

Second bilan :

Classe A : Le maître recense les résultats en deux catégories : « les possibles » et « les impossibles ». Bien entendu, « les possibles » regroupent les nombres pour lesquels on a trouvé une décomposition, et « les impossibles » regroupe les nombres pour lesquels on n'a pas trouvé de décomposition. Le maître essaie alors de lancer un débat par la question : « Pourquoi certains sont impossibles ? ». Une première réponse est « parce qu'ils sont impairs ! ». Cette conjecture est rapidement mise en défaut par la classe qui exhibe un contre exemple (57). Le maître saisit alors au vol l'observation suivante, lancée par une élève : « les possibles sont multiples de 3, les impossibles ne le sont pas ! ». Cette « vérité » est alors institutionnalisée sans débat ni preuve.

Classe B : Le maître recense les nombres en deux catégories : « ceux pour lesquels on a trouvé une décomposition », et « ceux pour lesquels on n'a pas trouvé de décomposition ». La question de l'impossibilité arrive naturellement et les élèves tentent d'y répondre. L'argument de parité est rapidement rejeté. On remarque que les nombres pour lesquels on a trouvé une décomposition sont multiples de 3. Cette vérité reste une remarque qui n'est pas institutionnalisée. Pour montrer que certains sont impossibles, on utilise la méthodes des essais (exemple : 52 est impossible car 16 + 17 + 18 = 51 et 17 + 18 + 19 = 54).

La séance aura duré 45 minutes pour la classe A et 1h05 pour la classe B.

III. Observations et analyse :

Présentation du problème :

Lors de la présentation du problème à la classe, les maîtres ont pris le parti de parler de nombres consécutifs sous forme de triplets de nombres qui se suivent. Dans la classe A, ces triplets de nombres sont de la forme $n, n+1, n+2$. Dans la classe B, les triplets sont sous la forme $n-1, n, n+1$. Ces présentations sont évidemment influencées par la structure du problème que les maîtres vont présenter. L'influence de ces présentations sur les procédures des élèves n'est pas observable dans ces deux classes, mais on est en droit de se poser la question.

Dans la classe A, le maître choisit de donner la consigne à l'oral, sans support visuel et de manière très abstraite. Les élèves ont à leur charge de se représenter ce que peut être une solution du problème.

Dans la classe B, le maître traite un exemple (avec l'aide de la classe) pour illustrer la consigne. Dès à présent, les élèves ont un schéma de présentation de la solution. Ce schéma fléché ne donne-t-il pas encore une fois cette impression de structure $n-1, n, n+1$? On note que les élèves vont utiliser cette manière de présenter les solutions pendant toute la séance.

Première phase de recherche :

La consigne étant bien comprise par la plupart des élèves, le travail se met en route rapidement et de manière très naturelle. Il est clair que le travail en groupe permet de réguler la compréhension de la consigne sans intervention de l'enseignant. Par exemple, concernant la carte 60, un élève propose 40 + 10 + 10, un autre membre du groupe lui signale son erreur en lui faisant remarquer que ce ne sont pas des nombres consécutifs.

Le support d'écriture pour la phase de recherche peut-il avoir une influence sur la résolution du problème ? La version « papier / crayon » est certes moins rapide mais elle a l'avantage de laisser une trace des essais effectués. Ces traces seront alors fort utiles pour décrire et valider les procédures. Comprendre pourquoi on a fait un essai, et pourquoi cet essai n'a pas abouti est une part essentielle à la résolution d'un problème. On notera quand même que beaucoup d'élèves gomment les essais infructueux, comme si l'erreur devait être éradiquée à tout prix ! L'ardoise peut sembler plus efficace pour son aspect pratique (les essais peuvent se succéder rapidement en effaçant uniquement les unités), encore faut-il se souvenir des essais déjà effectués (un élève de la classe A efface les unités de son calcul, réfléchit et recommence exactement le même calcul…).

Premier bilan :

Chaque groupe désigne un représentant qui donne les résultats et les procédures. Dans la classe A, les présentations au reste de la classe se font sur des affichettes, le maître n'intervient pas, hormis pour demander l'explicitation des procédures. Les élèves ont les affichettes pour base de discussion. Dans la classe B, les élèves font un rapport oral, c'est au maître de noter les solutions au tableau.

A ce stade on ne note pas de différence majeure dans la mesure ou les maîtres sont restés très neutres vis-à-vis des solutions et des procédures décrites.

Seconde phase de recherche :

La question cruciale de l'impossibilité de la décomposition en somme de trois nombres consécutifs pour les non multiples de 3 est le cœur du problème présenté aux élèves. Tous les nombres présentés sur la première série de cartes étaient décomposables en somme de trois entiers consécutifs. Le problème arrive avec la seconde série de cartes. Les élèves sont devenus experts dans leurs procédures propres de résolution, mais les voilà confrontés à des essais qui n'aboutissent plus. Il faut évidemment s'attendre à des questions, des remarques, des interrogations… C'est un moment très délicat que l'enseignant doit avoir prévu et doit savoir gérer.

Une attitude de l'enseignant peut consister à renvoyer la question à l'ensemble du groupe afin de provoquer un débat. Dans la classe A, le débat est court-circuité par le glissement entre les termes « difficiles » et « impossibles ». Une fois le qualificatif « impossible » utilisé par l'enseignant, les élèves ne cherchent plus à justifier cette impossibilité. Le seul critère est empirique, en quelques essais, si la décomposition apparaît, alors le nombre est « possible », sinon il est impossible. Il aurait été intéressant de demander aux élèves à partir de quel moment on déclarait le nombre comme étant « impossible ». Est-on bien sûr que la décomposition n'existe pas ? Le cœur du problème, qui est la justification de cette impossibilité est escamoté.

Second bilan :

Dans la classe B, la question de l'impossibilité de la décomposition est amenée de manière très naturelle et les élèves en apportent une preuve cohérente (52 est impossible car 16 + 17 + 18 = 51 et 17 + 18 + 19 = 54). Cette démarche n'est pas envisagée dans la classe A, les élèves n'en éprouvent pas la nécessité. Dans cette classe, le maître a « décrété » que certains nombres étaient « impossibles », rien ne sert de remettre en cause ses dires.

Au niveau d'une classe de CM, l'objectif principal de cette situation est de s'initier à la « justification d'une démarche ». Dans ce cas précis, il s'agit de justifier le fait de dire que la décomposition d'un nombre est possible ou impossible. Ce but est atteint pour la classe B.

La suite du débat est orientée par les maîtres sur des questions beaucoup plus profondes « comment reconnaît-on les nombres pour lesquels on a une décomposition et ceux pour lesquels il n'existe pas de décomposition ? ». Les élèves n'ayant travaillé que sur des exemples, la conclusion mathématique du problème ne peut être, au mieux, qu'une conjecture basée sur l'observation.

Les élèves arrivent facilement à rejeter la conjecture de parité. Les maîtres doivent alors prendre le parti de déclarer que la notion de multiple de 3 est une conjecture résistante ou même de déclarer que cette conjecture est le résultat attendu. En particulier dans la classe A, le maître prend au vol l'affirmation « c'est les multiples de 3 » d'un élève, et la valide sans autre forme de procès, il a escamoté la phase de validation. Dans la classe B, le maître décide de vérifier cette conjecture sur les nombres présents au tableau, mais il ne se risque pas à généraliser. Même si, effectivement, « être multiple de 3 » est la condition nécessaire et suffisante pour « admettre une décomposition en somme de trois entiers consécutifs », est-ce vraiment la peine d'aller jusqu'à ce résultat ? Le risque est de ne pouvoir rattacher ce résultat aux travaux effectifs des élèves. Quelle est la relation entre les essais des élèves et la conclusion du problème concernant les multiples de 3 ? Peut-on se servir de cette conjecture pour trouver effectivement la décomposition ? Aucun des deux maîtres n'en parle.

La conclusion d'un problème de recherche doit être basée sur les travaux des élèves. Ceci n'implique pas que l'on doit se limiter au plus petit dénominateur commun de leurs travaux. Par contre, la conclusion doit être compréhensible et prouvée. Ce qui n'est pas explicitement prouvé peut être laissé en conjecture, quitte à déboucher sur un autre problème.

En ce qui concerne notre situation, une conclusion possible peut être de donner explicitement la marche à suivre pour dire si un nombre admet ou n'admet pas de décomposition. (Exemple : On divise par 3 le nombre, on trouve un quotient et un reste inférieur à 3. On fait des essais de sommes de trois nombres consécutifs contenant le quotient. Deux possibilités :

— Soit on trouve la décomposition du nombre de départ.

— Soit on trouve un encadrement strict de notre nombre de départ. Dans ce cas la décomposition est impossible.

Les nombres qui admettent une décomposition sont-ils toujours multiples de 3 ? Ce peut être l'objet d'un nouveau problème.

IV. Conclusion :

Nous avons constaté une très bonne implication des élèves dans les deux classes. Le problème est consistant et même si son énoncé semble complexe, les élèves peuvent immédiatement mettre en route une démarche de résolution basée sur des essais. Le travail en groupe semble bien adapté à ce type d'activité. Il favorise une émulation pour la tâche demandée et une régulation quant à la compréhension de la consigne. Les erreurs sont, pour la plupart, corrigées sans intervention de l'enseignant. Le problème proposé s'inscrit tout à fait dans le cadre des « problèmes pour chercher » décrit dans les programmes 2002 de l'école élémentaire [14].

Cette narration de travail en classe permet de mettre une fois de plus un éclairage sur l'influence du maître dans la résolution de tels types de problèmes (c.f. [4], [5], [9]). En effet sa conception du problème, sa compréhension de tous les paramètres qui régissent le problème, sa capacité à circonscrire le problème, sa gestion de la classe, son attitude, les aides qu'il peut proposer sont autant de points qui orientent le comportement des élèves et ceci de manière significative.

Qu'il se nomme, « débat scientifique en cours de mathématiques » [11], « théorie socio-constructiviste» [6] ou « enseignement problématisé des mathématiques » [1], le concept d'apprentissage des mathématiques par le biais de problèmes dépend de façon cruciale de l'enseignant.

L'un des buts principaux des « problèmes pour chercher » est de faire évoluer la représentation des mathématiques qu'ont nos élèves, « ces situations peuvent enrichir leur représentation des mathématiques, développer leur désir de chercher, leurs capacités de résolution et la confiance qu'ils peuvent avoir dans leur propres moyens » [14]. Il est clair qu'une situation qui se passe bien, où tous les élèves arrivent au résultat souhaité, ne peut qu'être positive. Les élèves peuvent prendre conscience petit à petit de leur capacité, commencer à croire en la puissance de leur raisonnement et finalement prendre plaisir à « faire » des mathématiques en se mesurant à des problèmes. La confiance en soi, l'écoute des autres, la mise en commun du travail pour progresser sont autant de valeurs qui peuvent être travaillées grâce à des situations de recherche bien menées.

Par contre, à trop vouloir que la séance se passe bien il y a risque de dénaturer la situation, et de la rendre dénuée de sens aux yeux des élèves (effet Topaze [2], [3]). D'autre part, si la conclusion d'une séance de recherche est trop éloignée de ce qu'ont effectivement fait les élèves, il y a fort à parier qu'on ne creuse un peu plus le fossé entre le « monde des élèves » et le « monde mathématique ». Les élèves doivent reconnaître leur travail dans les conclusions d'une séance de recherche. Développer les capacités de recherche des élèves passe par le fait de donner du sens à la recherche. Et donner du sens à une recherche, c'est montrer qu'il y a toujours quelque chose à gagner à ne pas se décourager devant un problème. Le gain peut être, dans le meilleur des cas, la résolution complète du problème. Ce peut être la participation à sa résolution ou tout simplement la volonté d'y arriver. Dans tous les cas il faut encourager l'effort individuel et collectif face à un problème.

Les séances, comme celle décrite dans ce document, peuvent servir de base à la réflexion pour analyser nos pratiques dans les classes.

La conduite d'une situation de recherche en classe est un exercice difficile, qui réclame une bonne préparation et une grande discipline. L'enseignant y apparaît comme un metteur en scène qui doit savoir en dire juste assez pour motiver les élèves sans en dire trop au risque de court-circuiter le problème. Bien entendu, nous ne pouvons pas toujours tout prévoir et nous ne sommes pas à l'abri d'un petit dérapage qui peut nuire à la qualité d'une situation d'enseignement. Tout ceci justifie les analyses *a posteriori* des situations proposées. Analyser ce qui s'est bien passé, ce qui s'est mal passé, pour optimiser notre enseignement. En guise de conclusion, nous citerons Mireille Sauter : « enseigner, c'est oser prendre des risques, se corriger et recommencer ». Finalement, tout cela n'est pas très loin de ce que l'on demande à nos élèves.

Références :

[1] APMEP Groupe « Problématiques Lycée », « Pour un enseignement problématisé des mathématiques au Lycée », tome 1 et 2, brochures n°150 et n°154, éd. APMEP, 2003.
[2] Brousseau G., « Fondements et méthode de la didactique des mathématiques », Recherche en didactique des mathématiques, 7/2, p. 33-115, 1986.
[3] Brun J., « Didactique des mathématiques », éd. Delachaux et Niestlé, 1996.
[4] Crahay M., « Ce que le maître dit influence-t-il le comportement des élèves ? », Education et recherche, n° 1, p.1-37, 1989.
[5] Crahay M., « Comportement du maître et participation des élèves », Banques modernes, n° 1, p.22-86, 1989.
[6] Doise W. et Mugny G., « Le développement social de l'intelligence », Paris, Interéditions, 1981.
[7] ERMEL, « Apprentissage numérique et résolution de problèmes, CM1 », Hatier.
[8] ERMEL, « Vrai ? Faux ?… on en débat ! », INRP, Coll. Didactiques des disciplines, 1999.
[9] Hache C. et Robert A., « Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait «fréquenter» les mathématiques à ses élèves pendant la classe », Recherches en didactique des mathématiques, vol. 17/3, n° 51, . 103-150, 1998.
[10] Irem de Paris 7, « Expérience de narration de recherche en mathématiques », ACL-Les éditions du Kangourou, Paris, 2002.
[11] Legrand M., « Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse », Repères Irem, n°10, p.123-158, 1993.
[12] Robert A. et Robinet J., « Représentations des enseignants et des élèves », Repères Irem, n°7, 1992.
[13] Tochon F.V., « L'enseignant expert », Paris, Nathan, 1993.
[14] Les nouveaux programmes de l'école primaire, « Les problèmes pour chercher », 2003.