LES MATHEMATIQUES SANS IGNORER NOS ANCIENS

Lydia CARROGET, Carine GAIRIN
IUFM de Strasbourg

Introduction

Pourquoi a-t-on inventé les inconnues ? Les vecteurs ? Les repères ? Comment est-on parvenu à la mise sous forme canonique d'un polynôme du second degré ?

Telles sont des questions que l'on peut se poser lorsqu'on pratique les mathématiques, élève ou enseignant.

Au cours de l'histoire, les mathématiques ont évolué pour répondre à des interrogations. Ainsi, de nouveaux outils ont été inventés ou d'autres déjà existants ont été rendus plus performants. Chaque notion mathématique est entourée par son histoire. Alors pourquoi ignorer nos anciens ? Pourquoi ne pas utiliser cette histoire pour mieux comprendre les mathématiques ou les comprendre différemment ? Que cela peut-il apporter à notre enseignement ? Qu'en pensent les élèves ? Et concrètement, à part des anecdotes, quels peuvent être les différents moyens de l' intégrer ? Ceci est la base de notre réflexion et de notre étude.

Ainsi, nous avons exploré différentes façons d'utiliser l'histoire des mathématiques dans deux classes de seconde. Nous les avons étudiées et nous avons observé les réactions de nos élèves.

1. Présentation

Nous avons voulu nous pencher sur l'histoire des mathématiques et plus exactement sur la façon d'intégrer celle-ci dans notre enseignement en classe de seconde. Notre intérêt se porte également sur ce que l'Histoire peut apporter de plus aux élèves. Deux raisons principales ont guidé notre choix :

- la première est que nous pensons que cette manière d'enseigner peut être bénéfique pour les élèves dans l'acquisition de nouveaux savoirs et de méthodes. Elle peut jouer un rôle dans la construction du savoir. De plus, cela peut modifier la perception qu'ils ont des mathématiques : elles ne sont pas qu'une succession de formules et de théorèmes. Elles ont une histoire, une âme. Les présenter sous un nouveau jour, par l'intermédiaire de l'histoire, peut changer l'image que beaucoup d'élèves ont.

- la deuxième est que l'histoire des mathématiques nous passionne avant tout : connaître les anecdotes qui entourent telle ou telle découverte, savoir d'où viennent les connaissances, comment et pourquoi elles ont été découvertes, comprendre telle ou telle notion par son évolution historique, … Nous apprécions les mathématiques humanisées et non sorties de tout contexte. Nous regrettons de ne pas avoir eu de formation en histoire des mathématiques mais nous avons, dans la mesure du possible, essayé de compenser ce manque par nos lectures, et nous continuons à le faire.

L'histoire des mathématiques va nous permettre de mettre les élèves face à des situations de deux types. Celles pour lesquelles ils n'ont pas encore d'outils à leur disposition pour les résoudre : la nécessité d'une nouveauté se fait alors sentir. Et celles pour lesquelles ils ont des outils mais pas suffisamment performants, ce qui entraîne des raisonnements longs et fastidieux. Ils pourront alors entrevoir une réponse à : « Pourquoi est-ce qu'il y a cette notion en mathématiques ? ».

Ainsi, nous voulons leur montrer que les mathématiques évoluent pour répondre à des interrogations ou par souci d'efficacité. Un nouvel outil ou une nouvelle méthode leur paraîtront plus justifiés. En d'autres termes, les mathématiques pourront retrouver un sens et une certaine légitimité à leurs yeux. De plus, ils pourront constater le temps qu'il a fallu pour arriver aux notions et notations telles que nous les connaissons aujourd'hui. Cela peut rassurer les élèves.

Voici une histoire que nous leur avons racontée : « Supposez qu'une personne décède et qu'elle dise « Je lègue à chacun de mes enfants la moitié de ma fortune ». Pourriez-vous satisfaire les volontés de cette personne ? ». Sans prendre le temps de réfléchir, les élèves répondent tous que c'est facile : il suffit de diviser l'héritage par deux.

Puis vient l'histoire suivante : « La nuit tombe sur le fleuve Euphrate ; déjà, les premiers feux s'allument dans Babylone. Enkil, le riche caravanier agonise. Ses trois fils l'entourent, inquiets de ses dernières paroles qui auront valeur de testament. Le notaire affûte son stylet, une tablette d'argile fraîche sur les genoux. Dans un coin, portant des torches, les deux serviteurs Kurlil et Nabu retiennent leurs larmes. Le vieil Enkil lève une paupière sur son œil rusé et articule avec ses dernières forces : « *Je lègue à mon fidèle Nabu l'équivalent de la part de l'un de mes mauvais fils. Au brave Kurlil, je donne le tiers de ce qui reste du tiers après la part*. » Puis, ayant dit, Enkil meurt. » [1]

Nous posons alors aux élèves la question suivante : « Le partage vous paraît-il aussi aisé à faire que dans la première histoire ? ».

1 DJEBBAR Ahmed. La folle histoire de l'Algèbre. Science et vie junior : équations du second degré de la seconde à Math sup., mars-avril 2003, p. 34-41.

Après un court instant de réflexion, nous concluons avec eux que la méthode précédente est inadaptée. Le recours à des inconnues et à des lettres, qui les effraient tant, leur paraît alors plus efficace.

Ainsi, nous leur avons montré que les équations, les inconnues et les lettres ne sont pas là pour les martyriser mais ont bien une réelle utilité. Leur réaction a été positive mais comme nous avons pu le constater par la suite, il reste quelques élèves réticents.

Utiliser l'histoire des mathématiques permet aussi de personnaliser les mathématiques, d'entourer toutes ces formules et tous ces théorèmes d'une histoire humaine ou de légendes. Ainsi, le monde mathématique n'est plus perçu par les élèves comme froid, figé et coupé de toute réalité.

Nous leur avons raconté la légende suivante autour de l'irrationalité de $\sqrt{2}$. Pythagore et les Pythagoriciens avaient pour devise « Tout est nombre ». Par nombre, ils entendaient ce que de nos jours nous appelons nombre rationnel positif. Ils pensaient que tous les éléments de la Nature pouvaient s'exprimer à l'aide de ces « nombres ». Ils comparèrent la longueur de la diagonale d'un carré à son côté.

A ce moment là, nous avons interrompu le récit de cette légende. Nous avons demandé aux élèves d'appliquer le théorème de Pythagore à un carré de côté 1. Celui-ci montre que la longueur de la diagonale devrait être un nombre qui élevé au carré vaut 2 et nous avons prouvé qu'aucun nombre (rationnel) élevé au carré ne peut valoir 2. Or les Pythagoriciens en avaient fait autant : le rapport de la diagonale au côté n'est pas un « nombre » ! Cependant, la diagonale d'un carré de côté 1 existe bien ! Ils qualifièrent ce rapport par le terme d'irrationnel, c'est-à-dire qui est contraire à la raison. Il fut alors absolument interdit aux Pythagoriciens de révéler cette découverte pour éviter que toute leur philosophie ne soit ébranlée. Hippase de Métaponte, un Pythagoricien, a divulgué cette information scandaleuse. Pour l'avoir fait, il a mystérieusement péri dans un naufrage.

L'attention des élèves a surtout été retenue par les mésaventures d'Hippase : elles les ont rapprochés humainement du théorème de Pythagore.

Lors d'un devoir maison concernant le théorème de Pythagore, quelques élèves volontaires ont effectué des recherches sur la vie de ce mathématicien. Ils ont été curieux, intéressés et surpris d'entendre parler d'une secte ! Finalement, cette légende leur a permis de voir que derrière le théorème de Pythagore, il n'y a pas que l'aspect mathématique. Un autre exemple nous a de nouveau donné l'occasion de constater que pratiquer des mathématiques humanisées permet de captiver les élèves : remplacer la justification classique « d'après la relation de Chasles » en « d'après Michel » pour démontrer une égalité vectorielle qui l'utilise, a eu pour effet un regain d'attention. « Michel, c'est son petit nom ! » fut la réaction d'une élève. La relation de Chasles leur paraît alors plus vivante. Mais il a bien sûr été convenu que cette appellation ne fait pas office de justification dans une copie et que l'expression « relation de Chasles » doit apparaître.

Pour parvenir à intégrer l'histoire des mathématiques dans notre enseignement, nous envisageons plusieurs supports possibles et variés :

— Utiliser des articles de revues scientifiques : c'est le choix que nous avons fait pour étudier le repère de Descartes.

— Faire appel à des extraits de textes anciens, ce que nous avons fait au sujet des vecteurs.

— Se servir du support oral : raconter des histoires ou anecdotes comme celles qui précèdent. Toutefois, il serait intéressant d'accompagner quelques-uns de ces récits de manipulations concrètes à faire devant les élèves. En effet, nos explications sur le lien entre le théorème de Thalès et la mesure, à l'époque, de la hauteur de la pyramide de Khéops, agrémentées de schémas en trois dimensions au tableau ne furent pas concluantes. Elles auraient gagné en clarté en utilisant un vrai modèle de pyramide et une lampe, ou mieux encore en allant sur place…

— Organiser des recherches à faire par les élèves eux-mêmes. Des exposés, portant notamment sur le zéro, Thalès ou Pythagore, ont été réalisés dans une des deux classes. Ils ont donné lieu en fin d'année scolaire à une petite exposition où les élèves présentaient à leurs camarades de seconde leurs recherches.

— Se baser sur des fiches de travail traitées en classe. Nous avons choisi ce support pour présenter à nos élèves un travail sur les équations du second degré.

Un problème s'est posé à nous pour évaluer les effets produits par cet enseignement. Il tourne autour de deux difficultés principales.

Tout d'abord, la mesure de ces effets est délicate. En effet, il n'y a pas de comparaison possible avec ce qui se serait passé si nous n'avions pas intégré l'histoire des mathématiques. Cependant, nous avons observé et analysé leurs réactions, et quelquefois nous leur avons demandé leurs avis.

Ensuite, il y a un effet à long terme que nous ne pouvons pas encore observer : nous espérons avoir semé une graine qui portera ses fruits à plus ou moins long terme, que ce soit au niveau de la curiosité ou du questionnement face à une situation.

Nous avons analysé en particulier trois de nos interventions historiques :

— une activité sur le second degré, basée sur la méthode d'al-Khwârismî. C'est en quelque sorte une approche géométrique de la mise sous forme canonique d'un polynôme du second degré. Elle n'est pas au programme de seconde (et il n'est pas demandé aux élèves de savoir le refaire) mais toutes les transformations pour y aboutir le sont.

— un devoir maison s'appuyant sur un article traitant du repère de Descartes. L'occasion s'est présentée d'insister sur le fait que le français et les mathématiques ne sont pas si étrangers l'un à l'autre.

— un travail proposé sur les vecteurs par l'intermédiaire d'extraits de texte de Bellavitis. Nous avons choisi de présenter celui-ci.

2. Bellavitis et les vecteurs

Les vecteurs sont présents dans les programmes dès la classe de troisième où ils sont introduits à l'aide des translations. En seconde, les élèves sont amenés à revoir et à approfondir cette notion notamment à l'aide du repérage. Ils étudient également en physique les forces qui sont représentées par des vecteurs.

Vers 1830, Bellavitis étudie les équipollences et l'addition géométrique de segments orientés : il s'agit en fait du concept futur de vecteurs.

En 1844, William Hamilton introduit le mot « vector » pour désigner « un segment orienté ». La notation fléchée $\overrightarrow{AB}$ n'est pas encore utilisée. On emploie alors des caractères gothiques, ou des lettres grasses ou italiques, ou encore une notation surlignée $\overline{AB}$, mais elle coïncidait avec deux notions (vecteur et mesure algébrique).

En France, la notation fléchée apparaît dans les années 1930 chez les physiciens et se propage lentement en mathématiques.

Nous avons choisi de travailler sur deux extraits d'un texte de Giusto Bellavitis, publié en 1874. Ce texte s'intitule *Exposition de la méthode des équipollences*.

2.1.Description

Ce que nous avons proposé a été réparti sur deux séances : la première concernait le concept de vecteurs et l'efficacité de la notation fléchée actuelle. La deuxième portait sur la somme de vecteurs. Les extraits et les énoncés sont placés en annexes A, B et C.

Comme le type de ces deux travaux est différent, nous allons les décrire séparément.

Première séance : concept et notation

Le travail s'est déroulé lors de la première heure du chapitre des vecteurs. Nous avons pris soin de ne pas informer les élèves du chapitre que nous commencions afin de ne pas influencer leurs réactions ou (ou non exclusif) leurs réponses.

Le contexte était le suivant : lors des 30 premières minutes, après lecture de l'extrait 1 (voir annexe A) chaque élève devait individuellement répondre à trois questions sur une fiche (annexe B). Nous les détaillerons par la suite. Puis, avant de mettre en commun les résultats de chacun, nous avons ramassé toutes les fiches pour éviter que les élèves ne soient tentés de modifier leurs réponses. Après la mise en commun, un bref résumé historique est venu terminer la séance.

Nous avons choisi de ne pas évaluer ce travail et de le traiter en classe essentiellement à cause de l'ancienneté du texte et des difficultés de compréhension que celle-ci peut engendrer.

Revenons maintenant aux détails des trois questions : chacune d'entre elles concernait un paragraphe différent du texte.

La première consistait à leur faire rechercher dans le deuxième paragraphe ce qui, selon eux, serait des absurdités de langage. Ceci afin de les sensibiliser à l'évolution des idées et des concepts.

La suivante devait aboutir à la reconnaissance de la notion de vecteurs dans le paragraphe 3.

La dernière avait pour but de transformer les relations du paragraphe 10 avec leurs notations actuelles et de reconnaître la relation de Chasles.

Deuxième séance : somme de vecteurs

Ce travail s'appuyait sur le paragraphe 6 du texte de Bellavitis (annexe C) et traitait de la somme de plusieurs vecteurs. Il s'est déroulé pendant une séance de module afin de pouvoir constituer des groupes avec un nombre restreint d'élèves.

Après avoir rappelé ensemble le sens du mot « équipollence », ils disposaient d'une demi heure pour réaliser le travail suivant : chaque groupe devait lire l'extrait proposé, puis rédiger une méthode de construction de la somme de plusieurs vecteurs accessible pour un élève de troisième. Puis après avoir ramassé leurs travaux, un membre de chaque groupe vient construire la somme de trois vecteurs, préalablement représentés au tableau par le professeur. Et ceci pour les quatre groupes dans le but de vérifier que la méthode est bien comprise.

A la suite de ces deux séances, nous leur avons demandé de rédiger les impressions qu'ils avaient eues concernant les travaux réalisés.

2.2. Analyse à priori

Objectifs :

En prenant appui sur les extraits de la première séance, nous avons voulu leur montrer l'évolution historique de la notion ainsi que l'évolution des idées, mais aussi l'utilité de la notation actuelle d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$. Concernant la deuxième séance, nous avons voulu souligner le fait qu'une notion peut évoluer mais que les méthodes l'utilisant peuvent quant à elles ne pas changer. En effet, nous utilisons toujours la méthode proposée par Bellavitis pour construire la somme de plusieurs vecteurs.

Nous avons aussi pensé que l'utilisation de textes anciens peut être, pour nos élèves, une manière originale de retrouver ou de développer leurs connaissances au sujet des vecteurs. De plus, ce travail peut constituer une référence commune supplémentaire sur laquelle nous pourrons nous appuyer en cas de difficultés pour les élèves.

Enfin, le travail de la deuxième séance doit leur permettre d'apprendre à reformuler les idées, mais aussi d'expliquer leurs propres raisonnements de façon claire et intelligible. Ce qui sera un atout pour la rédaction de démonstrations !

Difficultés pressenties :

Lors de la préparation de ces travaux, nous avons relevé quelques difficultés possibles pour les élèves. Ils peuvent être gênés quant à la compréhension des extraits : le fait que ce soit un texte ancien, avec une syntaxe ou un vocabulaire particuliers, risque d'être source de difficultés. Il est également possible qu'ils soient déstabilisés par ce recours à des textes historiques : ils n'ont pas l'habitude d'utiliser ce genre de documents en mathématiques.

Sur la deuxième séance, une autre difficulté peut apparaître : il s'agit de savoir utiliser un vocabulaire précis pour reformuler les idées. Fournir des explications relatives à leurs raisonnements n'est pas une chose facile pour tous, mais ils doivent s'y entraîner.

2.3 Observations et analyse

Comme lors de la description, l'observation et l'analyse des deux sujets seront faites séparément.

Première séance : concept et notation

Lors de la distribution de l'extrait, ils ont d'abord semblé surpris par le texte, pensant qu'ils allaient recevoir une feuille de mathématiques classique (exercices, activités, devoir maison). Puis nous avons observé deux réactions principales.

L'une d'elles était la tendance qu'ils ont eue à amplifier la longueur de l'extrait. Mais elle ne fut que temporaire. En effet, pendant le ramassage des fiches, aucune protestation sur la longueur ou le manque de temps ne s'est fait entendre. Nous ne l'avons pas non plus retrouvée dans leurs avis écrits.

L'autre réaction se situait au niveau de l'incompréhension du texte : le vocabulaire, la syntaxe ou même le premier paragraphe (qu'il n'était pas demandé de lire !). Nous retrouvons ici une des difficultés que nous avions pressenties. Certains élèves en ont d'ailleurs encore parlé dans leurs avis écrits (cf. encadré ci-dessous).

Après une demi-heure, nous avons ramassé leurs feuilles puis nous avons étudié le texte ensemble en revenant sur les questions posées.

Les « erreurs » de langage mathématique ont en général été bien relevées et avec plaisir : cette recherche a été ressentie comme un jeu. Ils ont particulièrement apprécié de trouver des « erreurs » de quelqu'un d'autre. De plus, même les élèves ayant quelques difficultés ont été motivés (un vrai bonheur pour le professeur !). Ce travail nous a aussi permis, d'une façon ludique, de revenir avec les élèves sur certaines de leurs erreurs profondément ancrées et datant de plusieurs années. Nous avons ainsi une nouvelle référence commune à laquelle nous pouvons renvoyer les élèves, lors de leurs futures mais espérons rares erreurs de ce même type. D'ailleurs, c'est ce qui s'est produit.

Je n'aime pas trop travailler sur des textes historiques car je trouve qu'ils sont trop difficiles à comprendre car ils utilisent des mots compliqués et donc on s'embrouille et à la fin on ne comprend plus rien.

Lorsqu'on a travaillé sur les textes historiques, j'ai trouvé que c'était incompréhensible. Cela ne m'a pas dérangé que l'on travaille dessus pourtant. Ces textes sont surtout durs à comprendre, l'expression écrite est mauvaise et confuse. Un texte actuel aurait été plus facile.

A cette occasion, nous avons mis le doigt sur le fait que les notations étaient avant tout des conventions, et que de nos jours tous les pays n'ont pas les mêmes conventions (exemple donné aux élèves : m $\overline{AB}$ signifie la longueur AB au Québec). Cette question a également permis de leur montrer que les mathématiques sont une science en évolution, que les idées ne sont pas figées et qu'elles peuvent se modifier au cours du temps.

Concernant la deuxième question, sur l'ensemble des deux classes, un quart des élèves n'a pas fait de rapprochement avec les vecteurs. Une explication possible réside dans le fait que la notion de vecteurs ne leur était pas aussi familière que nous l'avions pensé. Nous nous sommes basées sur le programme de troisième, mais il semblerait que plusieurs élèves n'aient pu assimiler les vecteurs et acquérir une certaine pratique, faute de temps. De plus, la durée qui sépare la dernière fois où ils ont utilisé les vecteurs et cette séance de réintroduction est assez longue et parsemée de vacances.

Pour les autres, lorsque les vecteurs ou les translations étaient bien cités, les justifications étaient quant à elles imprécises ou inexistantes. Les élèves, avec notre aide, les ont alors rétablies pendant la mise en commun.

Pour la troisième question, au vu des différences importantes au niveau des réponses des deux classes, nous ne sommes pas intervenues de la même façon. Nous allons donc analyser séparément les réactions des deux classes.

Dans une des secondes, la plupart des élèves ont reconnu la somme de vecteurs et la relation de Chasles (seuls sept ne les ont pas identifiées). Pour la mise en commun, ce sont les élèves eux-mêmes qui sont venus au tableau traduire les équipollences avec les notations actuelles.

Dans l'autre seconde, seuls trois élèves ont traduit correctement les équipollences sous la forme de sommes vectorielles. Dix-neuf, soit environ les deux tiers, y ont reconnu le théorème de Pythagore, et il n'était pas toujours bien cité ! Au moment de la mise en commun, plusieurs propositions ont été faites par les élèves, dont la relation de Chasles et le théorème de Pythagore, mais un tel écart n'apparaissait pas aussi nettement. A la lecture de leur fiche, une remise en place a semblé nécessaire. A la séance suivante, une recherche d'indices a été entreprise avec les élèves pour infirmer l'hypothèse du théorème de Pythagore. Nous en avons relevé deux flagrants (pas d'angle droit et l'équipollence (4)). Suite à cette discussion, les élèves ont été convaincus du résultat et de leur manque de réflexion. Ce fut finalement un côté positif de cette question.

Deuxième séance : somme de vecteurs

Lors de la distribution du travail, nos élèves ont semblé moins surpris qu'à la première séance, puisqu'ils venaient déjà de travailler sur un texte ancien. Aucune réaction négative ni inquiète quant à l'ancienneté du texte ne s'est fait entendre.

Avant que les groupes ne se mettent au travail, il a été facile aux élèves de retrouver la signification de l'équipollence de deux droites. Puis, après lecture du texte, des discussions fructueuses sont nées à l'intérieur de chaque groupe, que nous avons parfois relancées. Il n'y a pas eu de questions sur la compréhension proprement dite du texte, mais plutôt sur ce qu'un élève de troisième est sensé savoir au sujet des vecteurs.

Une autre question assez fréquente était de savoir s'il fallait, dans l'explication de la méthode, partir de trois vecteurs comme dans le texte. Pour qu'ils répondent à leur propre question, nous leur avons à notre tour demandé : « Utiliseriez-vous une méthode différente pour construire la somme de deux ou de quatre vecteurs par exemple ? ». A leur réponse négative, il fut conclu que c'était un choix arbitraire à faire.

Mais, après avoir pris connaissance de leurs méthodes rédigées, nous nous sommes aperçues qu'ils avaient tous, sauf un, opté pour les trois vecteurs. Jusque là, rien de particulièrement gênant. Par contre, en y regardant de plus près, les noms des trois vecteurs étaient exactement similaires à ceux de l'extrait. Ce qui nous a fait penser qu'il s'agissait plus d'une traduction, certes bien réussie, que d'une compréhension profonde. Cela s'est d'ailleurs retrouvé lors d'exercices sur la construction de la somme de vecteurs qui ont suivi. Mais l'avantage du texte est qu'il servait néanmoins de base pour certains élèves.

Un autre indice qui vient confirmer cette opinion est le fait qu'ils ont parlé de somme géométrique et de somme algébrique sans en comprendre réellement le sens. La restitution au tableau de chaque groupe s'est bien déroulée dans l'ensemble. Elle nous a permis de faire le point sur les idées de cette méthode (mettre les vecteurs « bout à bout » et utiliser la relation de Chasles).

Mise à part la dimension historique, ce travail avait l'intérêt de se faire en groupes. C'était très motivant pour les élèves, comme ils l'ont dit eux-mêmes…

Et travailler en groupe c'est très bien, on comprend plus vite, car nos copains nous explique plus facilement que les professeur.

Le travail en groupe est assez bien, ainsi l'on peut partager nos idées et construire un travail plus complet.

Heureusement qu'on été à plusieurs pour l'exercice de module car sinon je n'aurais pas compris.

J'ai beaucoup aimé le travail en petits groupes, ça m'a permis de mieux comprendre, et c'est plus sympa.

De rares élèves en difficulté se sont quand même reposés sur les autres. Finalement c'est une méthode assez accrochante pour les élèves de découvrir un peu d'histoire des mathématiques.

Conclusion

Au vu de nos différentes tentatives pour utiliser l'histoire des mathématiques, nous avons pu observer deux points liés entre eux. Le premier est qu'il semble qu'elle apporte ce côté humain qui manque tant aux élèves, quelle que soit leur attitude vis-à-vis de cette discipline. Les élèves se sentent plus impliqués et sont plus réceptifs. Le deuxième est qu'elle permet de multiplier les possibilités d'accroches aux savoirs par les élèves, puisqu'elle élargit la vision qu'ils ont des mathématiques. Elle permet souvent de donner du sens.

Elle a également éveillé et multiplié leur curiosité : les élèves posent dorénavant des questions du type « Qui a inventé cela ? Pourquoi ? ».

Pour intégrer l'histoire des mathématiques, nous avons étudié principalement 4 pistes : récits oraux, activité, étude d'un texte ancien en groupe et en classe entière, devoir maison sur un article scientifique. Chacun, de par sa diversité de forme, d'approche et de contenu, a eu, dans l'ensemble, un effet positif sur les élèves : ils sont ainsi surpris, ne savent pas ce qui les attend…

Bien sûr, il en existe d'autres (vidéos, projections animées, exposés, pièces de théâtre…) : l'histoire est une source inépuisable de création.

N'ignorons plus nos anciens…

BIBLIOGRAPHIE

BAUDET Jean. *Nouvel Abrégé d'histoire des mathématiques*. VUIBERT, 2002.

GUEDJ Denis. *Le Théorème du perroquet*. SEUIL, 1998.

DAHAN-DALMEDICO Amy et PEIFFER Jeanne. *Une histoire des mathématiques : Routes et dédales.* SEUIL, 1986.

HAUCHECORNE Bertrand. *Les Mots et les maths*. ELLIPSES, 2003.

RITTAUD Benoît. « Le repère de Descartes ». *Tangente : 1000 ans d'histoire des mathématiques*, Hors série n°10, p. 56-58.

DJEBBAR Ahmed. « La folle histoire de l'Algèbre ». *Science et vie junior : équations du second degré de la seconde à Math sup*, mars-avril 2003, p. 34-15.

BARUK Stella. « Pédagogie : les aventures de Claude ». *Les Cahiers de science et vie*, avril 2000, n°56, p. 38-41.

ANNEXE A

PREMIÈRE PARTIE.

PRINCIPES DE LA MÉTHODE DES ÉQUIPOLLENCES.

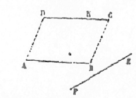
Définitions et notations préliminaires.

1. Nous nous proposons d'exprimer les relations de grandeur et de position qui ont lieu entre les droites d'une figure, de manière à pouvoir en déduire celles qui constituent un théorème de Géométrie, on servent à la résolution d'un problème. Si, dans l'équipollence exprimant la condition d'un problème, figure un seul point inconnu, l'équipollence se résoudra par rapport à ce point, d'après les mêmes règles que celles qui régissent la résolution des équations, et la formule finale indiquera, sans qu'il soit besoin d'aucune considération géométrique, quelle est la construction graphique que l'on doit faire pour obtenir la solution désirée, laquelle sera presque toujours l'une des plus simples que l'on pourrait trouver en employant les considérations artificielles et indirectes de la Géométrie dite *synthétique*.

2. Nous indiquerons une droite, comme d'habitude, au moyen des deux lettres qui marquent ses extrémités; toutefois, on doit remarquer qu'on exprime ainsi, non-seulement la grandeur de la droite, mais bien sa grandeur et sa direction à la fois. C'est pourquoi, par exemple, il n'est pas permis de remplacer MQ par QM. Ces deux notations MQ, QM indiquent bien une même droite, mais prise en sens opposés. La confusion de l'une avec l'autre serait pareille à celle d'une quantité positive avec une quantité négative d'égale valeur; nous verrons, en effet, que MQ est identique avec — QM, et — MQ avec QM. Cette convention est souvent admise dans la Géométrie moderne.

3. Pour qu'une droite puisse être substituée à une autre, il ne suffit pas qu'elle lui soit égale (c'est-à-dire d'égale grandeur); mais il faut en outre que ces deux droites soient parallèles et dirigées dans le même sens. Deux droites qui ont de telles relations sont dites *équipollentes*; et, dans le calcul des équipollences, on peut toujours substituer à une droite une autre qui lui soit équipollente. Ainsi la droite AB (*fig.* 1) est équipollente

Fig. 1.



à DC, et est seulement égale à EF; ce qu'on distingue au moyen de deux signes différents, en écrivant

$$AB \triangleq DC$$

et

$$AB = EF.$$

D'après cela, il pourrait se produire quelque confusion en employant, dans un même calcul, des équipollences telles que $AB \triangleq DC$, et de simples égalités telles que $AB = EF$; aussi, pour indiquer la grandeur d'une droite indépendamment de son inclinaison, se servira-t-on de la caractéristique gr.. Par exemple

$$\text{gr.}AB = \text{gr.}EF$$

indiquera que les longueurs de ces droites sont égales. Au-diquer la direction de AF, qui est parallèle à UV, TV étant équipollente à OR. Nous verrons toujours que, tandis qu'une équation sert à déterminer une seule quantité, une équipollence en détermine deux; et, en effet, lorsqu'elle détermine une seule droite, cela revient encore à déterminer deux quantités, savoir : la longueur de cette droite et son inclinaison.

Règles relatives aux grandeurs et aux inclinaisons.

10. La composition ou somme des droites, établie précédemment, nous montre évidemment que, dans le calcul des équipollences, on a la proposition suivante :

Règle I. — *Quels que soient les trois points* A, B, C, *on a toujours*

(1) $$AB + BC \triangleq AC.$$

Cette équipollence peut indifféremment prendre les formes

(2) $$BC \triangleq AC - AB,$$

(3) $$AB \triangleq AC - BC,$$

(4) $$AB + BC + CA \triangleq 0.$$

Cette règle peut paraître une conséquence tellement immédiate des définitions, qu'elle ne valait pas la peine d'être énoncée à part; mais elle est d'un continuel usage pour substituer une droite à d'autres; il convient donc de se la rendre familière.

Nous y joindrons une règle pour distinguer d'un coup d'œil quelles sont les équipollences identiques par elles-mêmes, de manière qu'on puisse s'assurer de leur exactitude sans aucun effort d'esprit, et sans regarder le moins du monde la figure.

Méthode des équipollences - Giusto Bellavitis - Professeur à l'Université de Padoue
Traduit de l'italien par C.A. Laisant capitaine du Génie, ancien élève de l'Ecole Polytechnique
Gauthier Villars Paris 1874

ANNEXE B

LES MATHEMATIQUES SANS IGNORER NOS ANCIENS
Etude d'un texte de Bellavitis

Giusto Bellavitis était un mathématicien italien qui vécut de 1803 à 1880.

I) Aïe, aïe, aïe !
Lisez le paragraphe 2.
Relevez les formulations qui sont, de nos jours, des erreurs de langage mathématique.

II) Mystère…
Lisez le paragraphe 3 de la ligne 29 à la ligne 39.
A quelle(s) notion(s) cela vous fait-il penser ? Justifier.

III) Notre cher Michel…
Lisez le paragraphe 10.
A quelle relation la règle I vous fait-elle penser ?
Traduisez ensuite les « équipollences » (1), (2), (3) et (4) avec les notations actuelles que vous connaissez.

ANNEXE C

SOMME DE VECTEURS

Quand les élèves deviennent enseignants...

6. Pour construire la somme géométrique des droites AB, DC, EF, on mènera, par un point O quelconque, la droite OP équipollente à AB; puis à la suite PQ équipollente à DC, et QR équipollente à EF; OR sera la somme géométrique cherchée.

Il est facile de démontrer que, dans quelque ordre que l'on dispose les unes à la suite des autres les droites équipollentes aux droites données, on obtiendra toujours la même droite OR. En prenant autrement le point arbitraire O, on trouvera, pour somme géométrique, une autre droite, qui sera toujours équipollente à OR.

Si les droites étaient toutes parallèles, leur somme géométrique ne serait autre que leur somme algébrique, obtenue en tenant compte des signes.

Vous devez expliquer à un élève de 3^{e} (novice en vecteurs) comment Bellavitis construit la somme de plusieurs vecteurs. Pour cela, vous rédigerez une méthode de construction en vous appuyant sur le paragraphe 6 du texte de Bellavitis.(Il peut être utile de rajouter des exemples.)