

---

## PERSPECTIVE

---

Nicole VOGEL  
Irem de Strasbourg

### Petite histoire d'un document

L'histoire du document « Perspective à points de fuite » référencé par PUBLIREM en 2003, c'est la rencontre de deux de mes marottes, la perspective et l'image informatique.

La géométrie dans l'espace, y compris la géométrie descriptive, j'ai toujours adoré, même si ce penchant était presque invouable à mes copains étudiants. Par ailleurs, j'ai toujours été fascinée par la peinture, surtout celle de la Renaissance. Cela date peut-être de ma première visite au musée du Vatican lorsque j'étais lycéenne, où les « Chambres de Raphaël » m'ont beaucoup impressionnée, en

particulier « l'Ecole d'Athènes ». (Désolée, il faut encore que je vous raconte un peu ma vie pour vous expliquer.) Alors, depuis très longtemps, j'ai envie de savoir comment on dessine en perspective et pourquoi.

En cherchant des réponses à ces questions, j'ai commencé à réunir un peu au hasard des documents d'histoire de la peinture, de techniques de dessin, de mathématique projective. Avec toujours une certaine déception...

En effet, les manuels techniques expliquent en général comment faire un dessin particulier, mais comme ils n'expliquent pas vraiment

pourquoi, il m'a toujours semblé difficile d'adapter la démarche à une autre situation. Au contraire, les traités mathématiques exposent de beaux résultats théoriques, mais montrent rarement comment les appliquer au dessin. J'ai donc commencé à explorer moi-même quelques situations, en m'appliquant à justifier mathématiquement toutes les constructions. J'ai ainsi accumulé quelques pages de notes manuscrites. Plus tard, j'ai commencé à taper ces pages avec un traitement de texte, en les accompagnant de quelques images fixes. Elles n'avaient à l'époque aucune destination précise, il s'agissait simplement de les ranger dans un coin de mon ordinateur plutôt que sous une pile de papier.

Parallèlement, j'ai découvert l'image informatique, qui est devenue un autre de mes dadas. Au début des années 80, sur le premier écran couleur — celui de l'Apple II — le « pixel » avait la taille d'un caractère. J'y réordonnais des « Rubix-cubes » que j'affichais sous forme de patron. En même temps, avec un collègue de géographie, je me suis intéressée à la dérive des continents et aux images satellites, que nous modélisions sur table traçante, faute de pouvoir le faire sur écran.

Après ces débuts difficiles, les possibilités graphiques des écrans se sont développées, et en même temps les logiciels de géométrie et de dessin. J'ai alors commencé à les utiliser dans mon enseignement, avec un attachement particulier à Geospace, qui permet aux élèves d'explorer des figures dans l'espace après une initiation élémentaire. Enfin, il y a trois ans, j'ai découvert les possibilités d'animation de figures dans des pages Internet, en particulier avec Cabrijava pour les figures réalisées sous Cabri. C'est alors que j'ai repensé à mes notes de perspective qui dormaient toujours dans

mon ordinateur. Il m'a semblé évident que je devais les développer avec ces outils.

Pourquoi ? Surtout parce que des figures réalisées ainsi sont interactives. Cela permet de montrer les constructions pas à pas, ce qui les rend toujours plus faciles à comprendre que sur une figure terminée. Cela permet aussi de modifier les paramètres d'une construction et d'en observer les conséquences. Ainsi, on peut montrer des figures en mouvement, ce qui me semble particulièrement intéressant pour comprendre la géométrie dans l'espace.

En effet, une des difficultés de l'espace est que l'on doit imaginer ce qui se passe en trois dimensions à partir d'un dessin en deux dimensions. Or, une figure animée aide à « voir » le passage de la dimension deux à la dimension trois. A partir de là, j'ai réécrit une partie de mes notes de perspective et j'ai créé mon site personnel pour les héberger. Et puis, cette activité qui jusque là était un simple loisir a changé de statut car la perspective est entrée — très timidement — dans les programmes de lycée grâce à l'option mathématique en terminale L. Cela m'a amenée à réorganiser une partie de mes documents sous forme de « cours » destiné aux professeurs de mathématiques qui ont eu peu de formation sur ce sujet au cours de leurs études.

Lors d'une formation, je l'ai présenté à des collègues enseignant en terminale L dans l'académie de Strasbourg, puis, comme il y a rencontré un certain intérêt, je l'ai publié sur le site IREM2 de Strasbourg.

Et voilà comment un loisir pratiqué pendant vingt cinq ans devient un beau jour un travail... Moralité : on ne laisse jamais trop de « temps libre » aux profs !

### Petite visite guidée

Je vous propose donc une présentation rapide de ce « travail », intitulé « Perspective à points de fuite ». Pour y accéder, le plus simple est d'ouvrir PUBLIREM, de taper le mot-clé « perspective » et de choisir le document dans la liste proposée. On obtient alors le menu reproduit à la page suivante.

Quand on connaît peu le sujet, on imagine souvent que la perspective est quelque chose de très compliqué. Il n'en est rien, puisqu'il s'agit simplement d'une projection conique dont vous trouverez la définition au début du document (voir encadré page suivante). Vous comprendrez ensuite facilement, dans les paragraphes suivants, pourquoi deux droites parallèles de l'espace sont représentées par des droites sécantes – en un point qu'on appelle leur point de fuite - sur un dessin en perspective. Vous apprendrez aussi le vocabulaire usuel de la perspective : ligne de terre, plan frontal, plan de bout... Dans le chapitre suivant, vous verrez que l'ensemble des points de fuite des droites d'un plan est une droite, appelée ligne de fuite du plan ou ligne d'horizon pour un plan horizontal.

La définition des points de distance vous apprendra qu'il s'agit des points de fuite des horizontales qui font un angle de  $45^\circ$  avec les perpendiculaires au tableau. Ces points déterminent la distance à laquelle se situe l'observateur et permettent d'espacer correctement sur le dessin des points situés à intervalle régulier sur une perpendiculaire au tableau. Ce problème a marqué l'histoire de la perspective.

Si tout cela vous donne envie d'en savoir encore plus sur la théorie mathématique qui se trouve en arrière-plan — la géométrie projective —, visitez le lien « Plus de perspecti-

ve » situé en bas de la page et choisissez « Plus de théorie » dans la rubrique « Perspective centrale ».

Vous vous rappellerez alors qu'une projection conique ne conserve pas les rapports des longueurs, mais les birapports.

Après les paragraphes d'introduction, même sans les compléments mathématiques, vous saurez résoudre un des problèmes clé de l'histoire de la perspective, le dessin d'un carrelage horizontal (voir encadré page suivante). La figure animée pas à pas vous aidera à comprendre comment arriver au résultat...

Pour tester vos connaissances, vous pourrez également essayer de résoudre quelques exercices, plus ou moins difficiles : dessin d'une maison ou petits problèmes. Tous ces exercices ont un corrigé expliquant les constructions étape par étape. Comme je l'ai déjà dit plus haut, ce « cours » s'adresse a priori aux enseignants. Cependant, les constructions animées, ainsi que l'un ou l'autre des exercices peuvent être utilisés en classe avec un vidéo-projecteur. On retrouvera ainsi tous les avantages des figures interactives.

On pourra aussi présenter en classe le dernier chapitre qui analyse la perspective et quelques constructions remarquables de la fresque « l'École d'Athènes » de Raphaël. Sur chaque page de cette analyse figure également un lien « Petite galerie de peinture » permettant d'accéder à quelques autres présentations d'œuvres importantes dans l'évolution de la perspective.

Mais ne me demandez plus pourquoi j'ai privilégié « l'École d'Athènes », je recommencerais encore à vous raconter ma vie...

## Perspective à points de fuite



### Généralités

1. Définition d'une projection conique
2. Définition de la perspective d'un point – Un exemple de dessin
3. Image d'une droite – Point de fuite d'une droite
4. Un peu de vocabulaire : droites et plans particuliers

### Éléments de référence d'un plan

1. Définitions
2. Rôle de ces éléments pour le dessin
3. Construction de ces éléments

### Premiers dessins

1. Cube ayant une face horizontale et une face frontale
2. Cube ayant des faces verticales faisant des angles de 45° avec le tableau

### Carrelages carrés horizontaux

1. Une figure pour comprendre
2. Construction d'un carrelage horizontal ayant un bord parallèle au tableau
3. Cas général
  - a) Dessin d'un triangle rectangle isocèle horizontal à partir d'un côté de l'angle droit
  - b) Application à un carrelage carré horizontal quelconque

### Dessin d'une maison en perspective

1. Énoncé
2. Cube de base

- 3. Parallélépipède à face horizontale
- 4. Toit à 45°
- 5. Subdivision d'un segment en cinq parties égales
- 6. Subdivision d'un segment en quatre
- 7. Dessin terminé

**Petits problèmes**

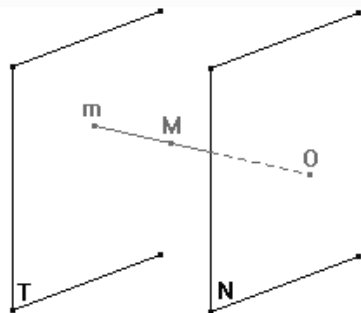
- 1. Empiler des cubes
- 2. Placer des points sur les faces d'un cube
- 3. Construire la section d'un cube par un plan  
Télécharger les énoncés de ces exercices et les figures Geoplan
- 4. Perspective d'un cercle

**Analyse d'une peinture : l'Ecole d'Athènes  
(Raphaël – 1510)**

- 1. Présentation du tableau
- 2. Point de fuite principal
- 3. Points de distance
- 4. Carrés remarquables
- 5. Cercle

**Définition d'une projection conique dans l'espace affine**

Une projection conique  $p$  est donnée par un plan  $T$  et un point  $O$  n'appartenant pas à  $T$ . Dans les modèles de perspective,  $T$  est appelé **plan du tableau** (c'est le plan du dessin) et  $O$  est appelé **point de vue** (c'est la position de l'œil).

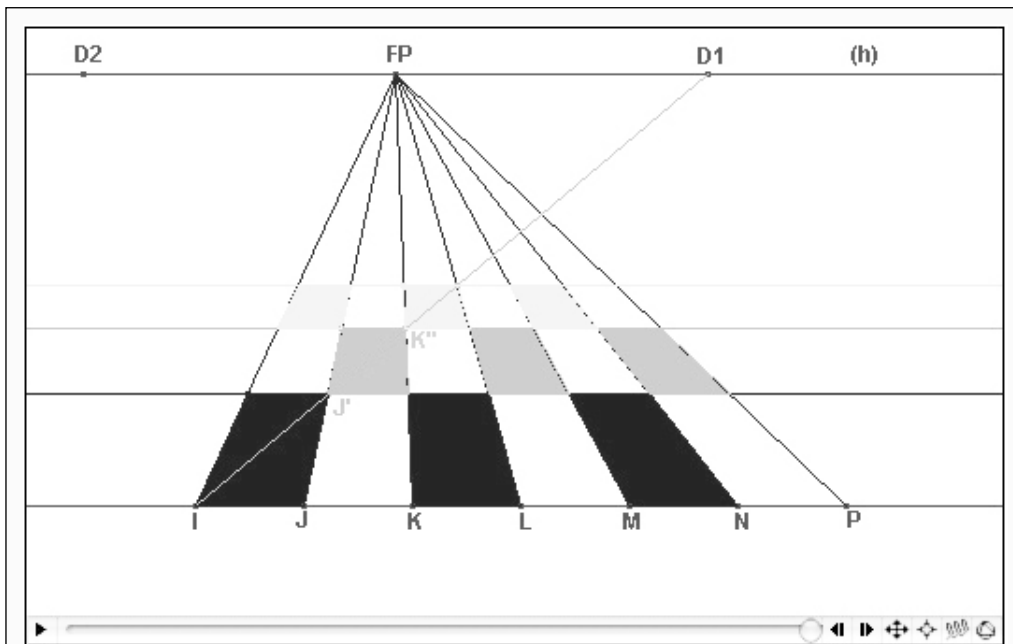


**Définition de la projection  $p$  :**

$p(M) = m$ , en appelant  $m$  le point d'intersection de  $(OM)$  avec le plan  $T$ .

Le plan  $N$  parallèle à  $T$  passant par  $O$  est appelé **plan neutre**. Les points de  $N$  n'ont pas d'image par  $p$ . Les points de  $T$  sont fixes.





\* Sur la droite frontale (IJ), les rapports de longueurs sont conservés : on place K, L, M, N... en reportant la longueur IJ pour avoir plusieurs carreaux.

On dessine les droites (FP I), (FP J), (FP K)... qui représentent les côtés du carrelage perpendiculaires au tableau.

On dessine la droite (I D1) qui représente la diagonale issue de I du carrelage.

Cette diagonale coupe (FP J), (FP K)... en des sommets J', K''... du carrelage.

Les parallèles à (IJ) passant par J', K''... représentent les côtés du carrelage parallèles au tableau.

### Une petite bibliographie

Erwin Panofsky, *La Perspective comme forme symbolique*, 1975, Les Editions de Minuit

Hubert Damisch, *L'origine de la perspective*, 1987, Champs - Flammarion

Albert Flocon, René Taton, *La Perspective*, 1963, Que sais-je - P.U.F

Philippe Comar, *La perspective en jeu - Les dessous de l'image*, 1992, Découvertes Gallimard