
MATHEMATIQUES ET TPE : UN ENJEU IMPORTANT

Luc ANDRAL, Joëlle FONTANA,
Jean-Pierre ROBERT, Nicolas SABY
Irem de Montpellier

Depuis la rentrée 2000, les TPE font partie de l'emploi du temps des élèves. Cette introduction, faite sans concertation préalable, dans un contexte de lutte avec le ministre de l'époque et avec en même temps une réduction des horaires de mathématiques, a provoqué le mécontentement de la plupart d'entre nous et le rejet violent de certains autres. Malgré cela, les enseignants soussignés encadrant des TPE, depuis leur mise en service, sont confrontés à de nombreux problèmes et sont souvent frustrés par les travaux réalisés par les élèves, mais ils sont aussi convaincus que cette nouvelle structure est riche de possibilités visant non pas nécessairement l'acquisition de nouvelles connaissances mais plutôt la réorganisation de celles-ci et l'acquisition de qualités d'analyse et de synthèse qui ne sont pas (ou peu) travaillées dans le cadre des cours traditionnels.

L'expérimentation des TPE pose de nombreuses questions. Celles de la pluridisciplinarité et de la place des mathématiques dans un tel dispositif ne sont pas les plus faciles. La difficulté est déjà de trouver un cadre où l'on puisse formuler ces questions, les définir, ...

Il nous semble que la première question à poser est celle du contrat didactique [Brousseau 1998]. En effet, le cadre institutionnel des TPE (travail en autonomie, pluridisciplinaire, encadré par au moins deux enseignants, ...) change profondément nos pratiques dans lesquelles l'enseignant est détenteur d'un savoir qu'il doit transmettre à ses élèves.

Ce changement de contrat a aussi des retombées sur le cours traditionnel dont nous étudierons quelques aspects.

Mises à part les questions importantes sur le travail des élèves, sur ce qu'on attend d'eux, cette pratique nouvelle pose la question de la place des mathématiques dans un travail pluridisciplinaire. Quelles compétences, quels comportements peut-on attendre ou influencer lorsqu'on est enseignant de mathématiques ?

1. La question du contrat

La structure même des TPE est institutionnellement très différente de celle d'un cours et cela induit un changement de contrat didactique indépendamment d'un quelconque désir de changement de celui-ci de la part de l'enseignant.

Si, à l'intérieur des classes de mathématiques, les contrats didactiques peuvent être différents, il y a dans tous les cas un invariant : l'enseignant est comptable devant ses élèves de proposer des cours, activités, sujets de débat qui servent son but, l'acquisition par les élèves de la tranche de savoir correspondant au programme. Il est le " maître du jeu " au sens où c'est lui qui a inventé le jeu et ses règles, afin de servir son but : l'élève joue le jeu dans le meilleur des cas, ou essaie de jouer, ou fait semblant dans le pire des cas.

Dans le cadre des TPE, c'est l'élève (ou le groupe d'élèves) qui va choisir le sujet de son travail et la nature des activités qu'il va développer pour réaliser ce travail ; l'enseignant n'est donc plus " le maître du jeu " et son rôle doit donc être redéfini en fonction de cette nouvelle situation.

Par ailleurs, si le travail de groupe est pratiqué de temps en temps, par certains enseignants dans le cadre du cours, il n'est ni obli-

gatoire ni systématique comme dans la structure TPE.

Enfin, alors que la question des contenus est parfaitement définie dans le cadre du cours, il n'en est pas de même pour les TPE pour lesquels il est demandé que les sujets " soient étroitement articulés avec les programmes " (sans pour autant qu'il y ait d'exigence très précise) et avec une difficulté supplémentaire, l'interdisciplinarité, donc d'une certaine façon le programme " des autres "...

Tout ceci nous amène à nous reposer la question du nouveau contrat didactique à mettre en place en fonction des nouvelles données structurelles et des nouvelles contraintes que les enseignants vont devoir gérer, à savoir :

- le travail de groupe ;
- l'autonomie des élèves ;
- l'interdisciplinarité ;
- le rôle de l'enseignant.

Pour chacun des points ci-dessus, le contrat avec les élèves doit être défini et clair pour les élèves et les enseignants.

1.1 Quelle place pour les mathématiques dans les TPE ?

Plusieurs phénomènes nouveaux peuvent apparaître. D'une part, la formation des groupes en début d'année sur un critère " d'affinités ", alors que les élèves ne se connaissent pas, contribue à créer des groupes très homogènes en termes de sexes et d'origine sociale. D'autre part, l'enseignant doit gérer une nouvelle organisation du groupe classe en plusieurs petits sous-groupes et la communication n'est pas la même qu'avec un unique groupe. De même, la communication de l'ensei-

gnant avec un groupe de trois élèves n'est pas la même que dans un groupe classe. Il doit aussi apprendre à gérer d'autres sortes de conflits que ceux qui peuvent exister dans une classe où le rôle des " leaders " est souvent prépondérant. Les conflits dans un groupe de trois sont de nature très différente notamment du point de vue émotionnel. Peut-être est-il toutefois plus facile de créer dans un petit groupe la résonance qui transformera l'envie d'apprendre d'un individu en une envie collective, de faire en sorte que ce soit le groupe dans son ensemble qui développe un désir de construction de la connaissance. La difficulté du nombre des groupes restera tout de même à résoudre pour l'enseignant. Le travail de groupe devra aussi montrer aux élèves l'importance du travail collectif, les inviter à penser ensemble, respecter les idées de l'autre, questionner ensemble l'objet de connaissance qu'ils étudient. On peut espérer que si cet esprit de travail collectif est présent en TPE, l'enseignant pourra aussi le développer dans le cours avec l'ensemble des élèves comme cela existe dans le " débat scientifique " de Marc Legrand [Legrand 1993].

1.2 L'autonomie des élèves

Il semble y avoir une certaine contradiction entre le choix du sujet par les élèves et la responsabilité de l'enseignant qui est le garant de l'articulation dudit sujet avec les programmes. Un travail doit être fait avec les élèves pour les conduire à des choix de sujets et de problématiques riches de possibilités.

L'autonomie des élèves est un processus et on peut se demander comment modifier les comportements des élèves qui sont habitués dans le cadre du cours à un rythme de travail fixé par le professeur. Une solution qui semble fonctionner est l'établissement d'un calen-

drier en début d'année. Ce calendrier fixe d'une part des objectifs intermédiaires à l'ensemble des élèves, d'autre part, il peut fixer des rendez-vous à des groupes d'élèves pour faire un bilan du travail de groupe avec les enseignants.

Comme on l'a déjà signalé plus haut, l'autonomie des élèves dans ce travail a aussi comme conséquence le fait que l'enseignant n'est plus le maître du jeu et n'est pas nécessairement détenteur d'un savoir. Trouver notre place, en tant qu'enseignant de mathématiques dans ce cadre, est un enjeu de taille si l'on ne veut pas tomber dans ce que R. Bkouche dénonce comme une idéologie de la déscolarisation [Bkouche 2001].

Les questions qui se posent à ce niveau relèvent plutôt de l'apprentissage méthodologique que l'on peut faire par rapport à un savoir donné ou une perception *a priori* du monde. Cela pose aussi la question de " Qu'est-ce que faire des mathématiques ? " ou bien de " Quelles mathématiques peut-on attendre dans un TPE ? "

On verra que l'on peut sans doute gagner en méthodologie, que c'est l'occasion de travailler sur l'acte de modélisation et que cela doit contribuer à l'apprentissage de la démarche scientifique.

1.3 L'interdisciplinarité

Au delà des considérations générales du type " Concertez-vous ! ", la question de l'interdisciplinarité pose un certain nombre de problèmes concernant les méthodologies des différentes disciplines. Il y a là un véritable travail disciplinaire et interdisciplinaire à développer, notamment du point de vue de la formation des enseignants qui ont longtemps

travaillé dans un champ monodisciplinaire, voire ont longtemps été formés dans un mode monodisciplinaire ou avec des disciplines qui se côtoient, mais qui, dans le vécu de l'élève, s'ignorent. Le développement de cette culture pluridisciplinaire reste un vaste chantier et posera de nombreux problèmes s'il n'est pas convenablement abordé.

Nous vous présentons ci-dessous le témoignage de l'un des auteurs qui illustre bien certains aspects de l'interdisciplinarité, sans prétendre à être un modèle.

« La nécessité de dialoguer avec les collègues pour fonctionner de manière cohérente en TPE a conduit chacun d'entre nous à préciser sa méthodologie et sa position personnelle par rapport à sa discipline et l'apprentissage de celle-ci.

Ces discussions pouvant même avoir lieu en présence des élèves, au cours d'une séance de TPE gérée en commun, ont enrichi les rapports entre les enseignants aussi bien que les rapports entre les enseignants et les élèves.

Un exemple de ce type de débat a eu lieu au moment du cours sur le produit scalaire. Les élèves venaient d'avoir un cours de physique sur le travail d'une force dans un déplacement rectiligne. Je sautais sur l'occasion de relier maths et physique en leur demandant si leur professeur avait utilisé le terme produit scalaire et s'ils voyaient le lien avec le cours de maths ?

Ma question leur parut incongrue et leur réponse fut unanime : NON, ils ne voyaient pas !

Par chance, la séance de TPE avait lieu le lendemain et était animée par le professeur de physique et moi-même.

Je démarrais donc la séance par ce débat avec mon collègue. Comme d'habitude, cela démarra par une apparence d'incompréhension totale, ce qui amuse toujours beaucoup les élèves.

La situation se décoinça quand j'annonçais que j'avais enfin compris ce qui nous séparait : les physiciens ont besoin d'une notation pour parler d'une grandeur qu'ils ont à mesurer ou à calculer (ici le travail d'une force), ils mettent en place une convention d'écriture, mais ils n'interrogent jamais cette convention, ils ne sont que dans son interprétation, alors que les mathématiciens font le contraire. Ils découvrent une notation, une espèce de drôle de multiplication qui a lieu entre deux vecteurs et qui donne comme résultat un nombre. Aussitôt, ils se précipitent et interrogent exclusivement la convention nouvelle d'écriture sans avoir le moindre intérêt pour son interprétation. Et pourtant, c'est du va et vient entre ces deux types d'interrogations que la richesse du nouveau concept peut apparaître.

Le physicien écrit $F \cdot AB$ et il sait qu'il a une force (en Newton) qui se combine avec un déplacement (en mètre) et que le résultat est un travail (en Joule) qui peut être positif ou négatif suivant qu'il favorise ou contrarie le déplacement.

Le mathématicien, lui ne voit que deux vecteurs et peut donc les permuter pour voir si cela change quelque chose ou pas, explorer tous les types de bricolages algébriques qui lui viennent à l'esprit, puis mettre tout ça en ordre et livrer au physicien un outil sophistiqué avec un mode d'emploi non exhaustif de tout ce qu'il est autorisé à faire.

Le physicien intervient à nouveau à ce

moment et tente de donner un sens aux artifices de calcul du mathématicien.

Tout en restant au niveau des élèves et tout en ne parlant que de produit scalaire ou de travail d'une force, de projection orthogonale ou de composante de la force dans le sens du mouvement, nous nous sommes mis à parler devant eux sans aucune préparation préalable et avec un grand plaisir.

Je pense que pour les élèves, être témoin de ce qui fait débat entre le professeur de maths et celui de physique était à la fois enrichissant et pris comme une marque de confiance et de transparence dans le fonctionnement.

Pour les mathématiques, la gestion du va et vient que nous devons faire entre les acquisitions des techniques et la compréhension des idées a été facilitée et quelques idées métamathématiques qui émergent pendant le cours de maths ont été perçues par les élèves :

- les mathématiques sont basées sur l'expérience ;
- il y a une grande unité de la structure mathématique ;
- des expériences variées et diverses sont nécessaires à la construction d'un concept. »

1.4 Le rôle de l'enseignant

On a déjà souligné le fait que dans une structure classique, l'enseignant est détenteur d'un savoir qu'il doit transmettre à l'élève. Pour aller au delà de cette simple réflexion, il faut s'interroger sur ce qu'elle sous-entend quant au rôle de l'enseignant. Bien que ce changement de contrat soit possible dans la structure classique, la différence notable, ici, c'est que

le statut du maître qui sait ne tient plus dans un contrat de type TPE où les élèves sont réellement acteurs et travaillent sur un sujet que l'enseignant ne maîtrise généralement pas. Cela place le maître dans la situation de celui qui sait qu'il ne sait pas. Il pourra alors, accepter le fait que l'élève puisse lui poser des questions dans cette zone d'ignorance et se permettre de dire aussi qu'il ne sait pas. Le rôle du maître est alors d'aider l'élève à ne pas refuser cette ignorance et aider à accéder avec lui à de nouvelles connaissances.

Voici ce que C. Rogers [Rogers 1976] écrit à ce sujet : « Je puis maintenant en venir plus à l'aise à une activité, à un propos, qui me tient à coeur : comment faciliter l'apprentissage. Lorsque je réussis à transformer un groupe — et je parle de tous les membres, y compris moi-même — en une communauté d'apprentis, alors ma joie est presque inimaginable. Libérer la curiosité intellectuelle des gens, permettre à chacun de s'élancer dans de nouvelles directions à partir de ses propres intérêts ; affranchir l'esprit de recherche ; ouvrir toute chose à l'exploration et à la remise en question ; reconnaître que tout est mouvement ou en train de changer — c'est là une expérience pour moi inoubliable. [...] Voilà pour moi un objectif auquel je puis me consacrer avec enthousiasme. Je considère en effet cette facilitation de l'apprentissage comme le but par excellence de l'enseignement ; j'y vois la manière de pourvoir au développement de l'homme-qui-apprend ; j'y vois encore la manière d'apprendre à vivre comme personne " en train de " ou " en procès ". Pour moi, faciliter l'apprentissage, c'est permettre à chacun de trouver des réponses — constructives, provisoires, mouvantes et dynamiques — à certaines inquiétudes les plus profondes qui préoccupent l'homme d'aujourd'hui. »

1.5 Le brainstorming au service d'un changement de contrat

La méthode du Brainstorming a été essentiellement développée dans les années 30 et "codifiée" ou "théorisée" par Alex Osborn [Osborn 1988]. Si l'apprentissage de l'esprit critique est une des grandes composantes de l'enseignement, il n'en demeure pas moins que l'apprentissage de la créativité et le développement de l'imagination ne doivent pas être négligés. Les nouveaux contrats que l'on peut mettre en place dans les TPE sont bien adaptés pour faciliter cet apprentissage. La grande liberté qui est laissée aux élèves en est une composante. L'enseignant de mathématiques doit aussi y trouver sa place. Les règles du Brainstorming sont pensées pour faciliter la production d'idées et pour prendre en compte que n'importe qui est doué d'une capacité créative. La difficulté est bien souvent de mettre en oeuvre cette capacité de développer des idées dans un but précis. Ces règles sont volontairement peu nombreuses afin que le "jeu" du Brainstorming soit simple et ne paralyse pas la créativité. Ces règles, au nombre de quatre, sont toutes très anti-scolaires ou plutôt participent à un nouveau contrat très différent des contrats implicites qui sont courants dans l'enseignement.

Règles du Brainstorming

1. L'imagination libre est la bienvenue : dites tout ce qui vous passe par la tête, pourvu que cela ait un rapport avec le sujet
2. La critique et même l'auto-critique sont interdites !
3. Copiez sur le voisin : plagiez les idées des autres !
4. Ayez beaucoup d'idées, même mauvaises : ce qui compte est leur quantité pas leur qualité !

Chacune de ces règles participe à la production d'idées de façon non normative.

Il y a essentiellement deux points forts à retenir pour favoriser un nouveau contrat : il s'agit de privilégier dans ce stade de créativité la quantité par rapport à la qualité et de savoir réserver son jugement, tant pour l'élève que pour l'enseignant. Le deuxième point est l'un des plus importants dans tout dispositif didactique qui cherche à privilégier les idées des élèves ; c'est aussi une des composantes essentielles du fonctionnement du "débat" selon Marc Legrand où la difficulté la plus importante pour l'enseignant, dans cette situation, est de savoir réserver son jugement en ne prenant pas parti dans le débat.

Il nous semble que tout dispositif didactique de nature à améliorer la production d'idées personnelles développera une plus grande confiance chez les élèves dans leurs propres idées et leur fera prendre conscience qu'ils peuvent penser par eux-mêmes !

Cette méthode peut être utilisée à plusieurs moments de l'activité :

- lors de la recherche des sujets et/ou problématiques ;
- pour aider à l'émergence des notions mathématiques liées à un sujet.

2. Modifications induites par les TPE sur certaines pratiques en cours de mathématiques

L'enseignant de mathématiques encadrant des TPE peut être amené à modifier certaines de ses pratiques afin d'aider les élèves à se préparer aux nouvelles tâches que l'on exige d'eux en TPE ; l'activité en cours de mathématiques se trouve ainsi influencée par cette

nouvelle structure [Pantanella 2000]. Les nouveaux programmes de mathématiques en lycée, mettant l'accent sur l'interdisciplinarité et l'utilisation renforcée des outils informatiques, nous paraissent être des réponses apportées par l'institution, mais d'autres réponses sont nécessaires et peuvent se préparer en cours de mathématiques. Parmi celles-ci, nous en présentons ci-dessous trois que nous avons mis en place dans nos classes dès le démarrage des TPE. Le but des activités présentées est d'aider les élèves à réussir certaines des tâches demandées en TPE et qui peuvent aussi enrichir leur activité mathématique. Il s'agit de :

- préparer les élèves à un véritable travail de groupe ainsi qu'à un travail personnel de recherche et enfin à un exposé oral ;
- préparer les élèves à la tenue d'un carnet de bord qui est une véritable mémoire des recherches menées, ceci en s'appuyant sur les travaux déjà menés à l'Irem de Montpellier dans le cadre des narrations de recherche.

2.1 Prise en compte du travail en groupe et de l'apprentissage de l'oral

Objectifs :

- améliorer la communication orale en cours de maths,
- découvrir des approches différentes d'une même notion (utilisation des Galion Thèmes),
- préparer la soutenance orale.

Nous illustrons cet aspect par le témoignage de l'un des auteurs :

« Le cadre qui m'a paru le plus approprié pour la réalisation de ces objectifs est celui du "travail à la maison". J'ai choisi de don-

ner à des élèves de 1ère ES un devoir articulé autour du "Galion Thème" sur le dénombrement et ceci avant que le cours soit abordé ; chaque groupe avait une série d'exercices différents, de difficulté variable avec quelques indications de méthode (diagramme de Venn, tableaux, arbres essentiellement). Les élèves pouvaient donc soit résoudre les exercices sans outils performants lorsque les exercices étaient faciles, soit chercher dans les méthodes proposées celles qui étaient adaptées à la résolution d'exercices plus difficiles.

Les élèves rendaient une copie collective que je corrigeais avec des indications sur les méthodes à utiliser lorsque les exercices n'étaient pas réussis ; ils devaient retravailler le corrigé dans la perspective de l'exposé à la classe d'un des exercices cherchés. La consigne était d'exposer le problème (que le restant de la classe ne connaissait pas), de décrire leur travail, les difficultés rencontrées et enfin de présenter l'outil permettant de résoudre le problème de la façon la plus "économique" ».

Bilan :

La nécessité, lors de l'exposé oral, de présenter un problème aux autres élèves les a conduits à faire un effort de clarté et de précision afin que les autres élèves puissent s'approprier le problème. La présentation de leur recherche devait également être claire pour que l'ensemble de la classe puisse suivre.

Le sujet choisi (dénombrement) qui, a priori, ne demandait pas de connaissances mathématiques a permis aux élèves les plus faibles de s'investir dans le travail, puis la difficulté croissante des exercices leur a fait prendre conscience de la nécessité d'avoir des outils performants permettant de résoudre

un champ plus important de problèmes. Ces outils présentés à un moment où leur nécessité était évidente leur a permis de s'investir dans la maîtrise de l'outil. Après cette correction (qui a pris 3 h), le cours a été très rapidement fait et assimilé par les élèves, ce qui fait que le temps passé a été « rentabilisé ».

2.1 Carnet de bord et narrations de recherche : une autre pratique de l'écrit

La nécessité de la prise en compte des TPE en cours de mathématiques doit avoir lieu dès la première séance, au cours de la présentation du Carnet de bord, de sa fonction et surtout de ce que nous entendons y trouver. Un certain nombre de ces attentes se retrouvent dans celles des Narrations de recherche [Narrations de recherche de l'école primaire au lycée, 2002].

« Une narration de recherche est l'exposé détaillé, écrit par l'élève, de la suite des activités qu'il met en oeuvre lors de la recherche des solutions d'un problème de mathématiques. L'élève ne rédige pas un devoir de mathématiques traditionnel. Il raconte plutôt une histoire : l'histoire de sa recherche. »

Voici à ce sujet, le récit d'une expérience :

« Les élèves avaient besoin d'une initiation à ce type de travail. Une séance de 2h sur un problème ouvert résolu collectivement a permis d'initier à la démarche et de mettre au clair mes attentes. L'énoncé était le suivant : "Trouver toutes les configurations de 4 points distincts du plan telles que, lorsqu'on mesure les distances séparant les points, on n'obtienne que deux valeurs différentes". Ensuite les deux premiers devoirs ont été

réalisés avec les consignes des Narrations de recherche.

Au cours des comptes rendus, j'ai surtout valorisé l'ingéniosité, la persévérance, l'originalité, plutôt que l'obtention d'un résultat bien calibré. Ceci permet de mettre en avant des qualités qui sont souvent mises de côté dans l'enseignement traditionnel et de modifier les hiérarchies de la classe. Les effets positifs sur la dynamique de la classe ont été nombreux. Un certain nombre d'élèves ont découvert le plaisir de chercher. Ils ont repoussé le réflexe défaitiste très répandu du : "Je ne cherche même pas, je ne vais pas trouver, je n'ai aucun modèle à reproduire" et l'ont remplacé par de la curiosité, par l'idée : "Je vais trouver quelque chose, même si ce n'est pas ce qui est demandé".

La qualité de l'écrit, d'une façon générale, a été améliorée.

Pour les TPE, cela a eu aussi pour fonction de rassurer les élèves. La valorisation de la phase de recherche par rapport à la phase de rédaction de la solution, qui réhabilite les fausses pistes et même le non aboutissement, leur a permis de choisir des sous-thèmes et des sujets en fonction de leur intérêt réel pour la question et pas, comme ils en prenaient le chemin, en éliminant des sujets en disant : "C'est trop dur, je ne vais jamais arriver à un quelconque résultat. »

3. Quelle place pour les mathématiques dans les TPE ?

Les premières années de mise en place des TPE ont montré une baisse régulière de l'implication des professeurs de mathématiques dans cette activité. Ils ont en effet le sentiment

de ne pas pouvoir construire de nouveaux savoirs disciplinaires, de perdre du temps nécessaire à la mise en place de techniques et ne voient pas bien, ou pas du tout, quelles mathématiques on peut trouver dans les problématiques des TPE.

La nécessité de faire cohabiter autonomie et interdisciplinarité (choix du sujet et de la problématique par les élèves, entrée dans le sujet souvent centrée sur des enjeux non mathématiques n'est pas toujours bien gérée par les enseignants : certains, au nom de leur volonté d'assurer une place à la discipline, développent une pédagogie directive en proposant des Travaux Pratiques Très Encadrés pour résoudre les problèmes rencontrés. D'autres renoncent, ou presque, à tout encadrement en mettant en avant leur connaissance insuffisante du sujet ou en s'abritant derrière l'autonomie des élèves.

On ne peut attendre qu'un enseignant de mathématiques connaisse toutes les disciplines scientifiques ni même que les problèmes soulevés puissent être gérés par les enseignants des autres matières. Nous pensons toutefois que les TPE, s'ils ne permettent pas aux élèves de gagner en technicité, donnent l'occasion aux enseignants de mathématiques d'apporter aux élèves une aide méthodologique [Cuer & al. 2000] :

- en remettant du sens sur les objets mathématiques vus en cours et en les recontextualisant ;
- en mettant en place des modélisations ;
- en aidant à clarifier les concepts utilisés et à rationaliser le discours.

Nous allons développer ces trois points dans les paragraphes suivants en nous appuyant sur des exemples de travaux d'élèves. La

taille et la richesse de ces sujets ne nous permettent pas de reproduire quelque partie significative ; nous nous contenterons d'extraire les idées qui peuvent illustrer notre propos.

3.1 Remettre du sens sur les objets mathématiques vus en cours

Un premier exemple : le sujet " Mesures astronomiques et mouvements " a conduit les élèves à se poser la question « Comment peut-on mesurer des distances inaccessibles entre deux objets en mouvement ? »

Ce sujet propose un historique des différentes mesures astronomiques depuis Eratosthène (diamètre de la Terre, de la Lune, différentes distances Terre-Soleil, rapport des différentes distances), il est complété par plusieurs définitions de l'ellipse et se termine par un rappel des lois de Kepler et l'idée de la démonstration de la deuxième loi par Newton.

Il illustre selon nous, l'intérêt et à la fois la difficulté de revisiter, à l'occasion d'un travail interdisciplinaire, les objets mathématiques vus en cours.

L'accès facilité aux sources de documentation amène dans les TPE un grand nombre d'informations qui éveillent la curiosité des élèves. Le rôle des professeurs et en particulier de celui de mathématiques est alors prépondérant pour :

- aider à trier l'information ;
- aider les élèves à remettre du sens sur les formules obtenues (ici des premières méthodes et formules de géométrie à la triangulation et à la formule d'Al Kashi) :
- connaître et comprendre les notations,

- vérifier la cohérence en terme de grandeur,
- contrôler l'exactitude.

C'est à ce prix qu'on pourra éviter que les mathématiques dans ces TPE soient vécues comme une boîte noire. Peut-être pourrait-on également inviter les élèves à réduire de tels sujets et à se centrer sur quelques méthodes qu'ils pourraient réinvestir en réalisant eux-mêmes certaines expériences.

Notons enfin que ce sujet met en situation des connaissances du programme et d'autres qui vont un peu plus loin (travail sur l'ellipse). C'est au professeur à juger de la pertinence de tels apports sans pour autant faire le travail à la place de l'élève (rôle majeur de l'autonomie dans les TPE).

Citons pour finir cette partie les très nombreux exemples de TPE qui contiennent des résultats et des diagrammes statistiques "pour faire plaisir au prof de maths" comme disent les élèves.

Il est difficile d'admettre que le contrat se trouve ainsi rempli même si "vous voyez bien qu'il y a des maths Monsieur (Madame)". Peut-être est-il possible de mettre l'accent sur le traitement de ces données en cherchant par exemple des modélisations fonctionnelles simples et modestes comme nous le verrons au paragraphe suivant.

3.2 Mettre en place des modélisations

Le travail d'un scientifique est le plus souvent de savoir proposer un modèle, censé représenter le monde réel, suffisamment pertinent et simple pour que l'on soit capable d'y faire des calculs permettant de retrouver, de décrire ou de prévoir des comportements pas-

sés ou futurs ou permettant de prendre des décisions.

C'est la force de la science que de se donner les moyens de ces différentes actions (retrouver, décrire, prévoir, décider...) et ce doit être le souci du scientifique que de savoir proposer des modèles mais aussi d'en connaître et d'en faire connaître les limites. Cependant, ce souci de modélisation est peu présent dans nos enseignements scientifiques, où l'on propose le plus souvent des situations toutes modélisées sans jamais poser le problème : « Pourquoi ce modèle ? Qu'est-ce qu'il est censé représenter ? » C'est un premier pas vers la perte de sens et la perte de contrôle du modèle.

Qu'est-ce qu'un modèle ?

Les situations extra-disciplinaires (notamment extérieures au champ des mathématiques), les problèmes de la vie réelle, de la physique, de la biologie, de l'économie, de l'information, de l'écologie et bien d'autres posent des questions que l'on ne peut résoudre si l'on ne tient pas compte de toute la complexité de ces problèmes.

Modéliser, c'est alors accepter l'idée que l'on ne peut connaître avec précision ce monde réel que l'on veut étudier, ou bien qu'on n'a pas intérêt à prendre en compte tous les éléments de cette réalité.

Un modèle est une simplification abstraite de données réelles complexes, c'est une nouvelle réalité, une réalité d'idées dans laquelle les objets sont suffisamment simples pour que l'on puisse leur appliquer les règles de fonctionnement des mathématiques et un traitement mathématique dans lequel les questions pourront avoir des réponses. Si le

modèle est adapté, les résultats théoriques à l'intérieur du modèle apporteront des renseignements pertinents sur la réalité que l'on veut étudier, mais le modèle ne dira pas quelle est la vérité. Les modèles ne sont que des approximations de la réalité et ne peuvent donc pas donner des certitudes totales sur le monde réel qu'ils sont censés représenter [Bouleau 1999].

Intérêt de la modélisation dans un travail pluridisciplinaire de type TPE ; formation à l'esprit scientifique

Faire participer l'élève à des activités de modélisation, peut lui faire prendre conscience des difficultés inhérentes au réel, avec ses ambiguïtés, sa résistance à la modélisation mutilante, ses données et ses faits superflus, négligeables, redondants, ...

L'apprentissage de ce questionnement du monde réel, de la critique des résultats, de l'ajustement du modèle et de l'investissement de compétences mathématiques dans d'autres cadres participe à cette formation de l'esprit scientifique.

Se soucier de modélisation dans nos enseignements est créateur de sens sur les concepts mathématiques mis en jeu et sur les liens qu'entretiennent les mathématiques avec les autres disciplines.

L'enseignement " traditionnel " se prête mal à ce type de démarche et le néglige trop souvent. Il ignore trop les différences entre vrai et utile, l'importance du travail sur le doute, des retours en arrière, des erreurs et des contradictions. Cette activité de modélisation peut être l'occasion d'illustrer qu'il est très utile de douter, de faire des erreurs, de comprendre et d'analyser ses contradictions.

Un premier exemple : " Les effets du vin sur la santé "

Ce sujet illustre les difficultés rencontrées par les professeurs de mathématiques qui, en section S, sont en binôme avec leur collègue de sciences et vie de la Terre. L'émergence de lois accessibles aux élèves y est beaucoup plus rare qu'en physique, les entrées dans les sujets et les problématiques prennent presque uniquement appui sur les SVT. Les élèves tentent de respecter le contrat d'interdisciplinarité en insérant dans leur travail quelques éléments de statistiques descriptives.

Dans cet exemple, un diagramme représente un nuage de points dont les coordonnées sont, en abscisses la consommation de vin, et en ordonnées le taux de mortalité par lésions cardiaques.

Une question classique et modeste à la fois se pose pour ajuster ce nuage à l'apparence quasi-rectiligne et ainsi obtenir un modèle. Elle peut être l'occasion en série S, où la droite des moindres carrés n'est pas au programme, de proposer aux élèves un travail d'ajustement bien connu dont la preuve réinvestit des notions de minimum en liaison avec la dérivée.

Dans les exemples où le nuage de points ne paraît pas quasi-rectiligne, l'usage d'un tableur peut être d'un grand secours pour déterminer un modèle pertinent ; des méthodes pour contrôler l'ajustement peuvent également être indiquées aux élèves.

Un deuxième exemple de TPE réalisé en 2001-2002 avait pour sujet " La radioactivité naturelle " et pour problématique « Pourquoi qualifie-t-on la radioactivité de phéno-

mène aléatoire et quelles en sont les conséquences ? ».

Les élèves ont réalisé un dispositif expérimental et défini un protocole leur permettant de compter le nombre de particules de Césium 137 désintégrées en une seconde. Un premier travail statistique (diagrammes, nombre moyen, nombre le plus fréquent) sera poursuivi avec l'aide du professeur de mathématiques par un calcul d'intervalle de confiance du nombre moyen. Ce travail sera complété par l'étude de la décroissance, en fonction du temps, du nombre d'atomes radioactifs et conduira à modéliser le phénomène par une équation différentielle qui elle-même permettra l'émergence d'une loi physique.

On peut noter que ce sujet figure en 2002-2003 au programme de physique de Terminale S et qu'il est l'objet d'un travail interdisciplinaire avec les mathématiques pour l'introduction de la fonction exponentielle ce qui illustre l'interaction entre l'esprit des programmes et celui des TPE.

3.3 Clarifier les concepts utilisés. Rationaliser le discours

Pour l'enseignant de mathématiques qui travaille en binôme avec, en série S un professeur de sciences et vie de la Terre, ou en série ES avec un professeur de sciences économiques et sociales, les sujets de société sont sans doute les plus difficiles à encadrer. Ces sujets, souvent en prise directe avec une actualité médiatisée, sont choisis en nombre par les élèves qui s'interrogent sur les grandes questions d'environnement, de santé, d'éthique ? Ils ne contiennent *a priori* pas de mathématiques ; pourtant, nous pensons que dans le nouveau contrat des TPE, il est possible d'encadrer de tels sujets en questionnant les

élèves sur leur pertinence et leur aspect scientifique, afin d'orienter leur problématique et d'y déceler quelque problème mathématique. Il est également possible d'aider les élèves à définir, clarifier et mettre en relation les différents concepts utilisés ; cette démarche commune aux sciences et aux sciences humaines peut permettre aux enseignants d'aider les élèves à organiser et rationaliser leur discours. Notons que de tels sujets gagneraient à être encadrés par plusieurs enseignants, en particulier un professeur de philosophie.

Un exemple : " Le clonage humain ", sous la forme d'un témoignage de l'un des auteurs :

« Dans un premier temps, en discutant avec les élèves sur ce qu'était le clonage, j'ai relevé à chaque étape le nombre important d'échecs avant l'obtention du résultat souhaité. J'ai donc proposé aux élèves de présenter de façon systématique le nombre de tentatives infructueuses pour un résultat positif. Cette problématique probabiliste pouvait être facilement transposée à l'homme pour mettre en évidence les impossibilités morales et psychologiques de mettre en oeuvre cette technique pour l'espèce humaine (par exemple, trouver plus de mille mères porteuses avec la quasi-certitude que 999 feront une fausse couche ou porteront un fœtus mort).

Mes propositions ne rencontrèrent pas l'adhésion des élèves : ils pensaient que les techniques s'améliorant, le problème relevait davantage d'un choix éthique voire politique. Ils voulaient comprendre le problème, se posaient des questions sur l'homme, l'individu, la morale.

J'ai accepté leur problématique philosophique en leur indiquant que les méthodologies mathématiques et philosophiques

avaient un territoire commun issu de l'histoire : les mathématiciens et les philosophes n'étaient-ils pas souvent les mêmes individus ?

Les élèves sont donc partis à la recherche des définitions des concepts associés à leur problématique. Ils se sont vite rendu compte que ces définitions étaient liées au contexte dans lequel elles étaient produites, et se sont donc réparti les rôles : biologiste, anthropologue, historien et philosophe. Chacun a alors organisé son discours, développé une argumentation liée à sa spécialité et les élèves ont ainsi trouvé la forme de leur TPE : un débat, une dispute comme on disait jadis qui conduit à des propositions indécidables scientifiquement et qui nécessite un débat démocratique et une prise de décision politique. »

4. Conclusion

Le bilan de trois années d'encadrement des TPE et de deux années de réflexion dans le cadre d'un groupe Irem nous permet de faire un certain nombre de constatations :

La place des mathématiques dans les TPE ne se trouve pas "naturellement" bien que l'accent mis sur l'interdisciplinarité et la notion de modélisation, dans les nouveaux programmes de mathématiques de 1ère et de Terminale, permette une certaine sensibilisation des élèves à l'un des aspects du travail des TPE. Bien que l'acquisition de nouvelles connaissances soit improbable (voire néfaste lorsqu'elles ne sont pas réellement comprises), les travaux personnels encadrés peuvent permettre à l'élève de re-découvrir certaines notions du cours (dérivation, équation différentielle, fonction exponentielle, statistiques) dans un contexte différent de celui du cours de mathématiques ; dans ce contex-

te où elles sont nécessaires, ces notions peuvent alors acquérir une légitimité.

Par ailleurs, la méthodologie des mathématiques, avec ses exigences de clarification des hypothèses et le raisonnement hypothético-déductif, peuvent être des outils performants pour des élèves quelquefois submergés par des informations multiples ou confuses. Enfin, devant le nombre de logiciels fonctionnant comme des "boîtes noires" (Regressi, Excel), le professeur de mathématiques nous semble spécialement habilité à poser des questions pertinentes aux élèves afin de leur permettre d'utiliser ces outils de façon éclairée.

Les TPE entraînent une modification profonde des relations au sein du triangle didactique : savoir - élève- enseignant.

Ces modifications, si elles ne sont pas réfléchies et travaillées, peuvent engendrer des dérives (ne plus intervenir ou au contraire encadrer les élèves comme dans un cours traditionnel) qui ne peuvent qu'être nuisibles tant pour l'enseignant que pour les élèves. Par contre, elles peuvent se travailler de façon positive au sein du cours de mathématiques lors de moments où l'enseignant entraîne ses élèves à faire preuve d'imagination et à développer leur esprit critique (à l'occasion de la recherche d'un problème ouvert par exemple). Ce type d'activité n'a pas pour but l'acquisition de nouvelles connaissances mais trouve sa place dans la perspective du développement intellectuel de l'élève et vise à l'engager dans une démarche scientifique ; à ce sujet, il nous semble intéressant de citer quelques phrases de C. Rogers :

« Je crois que nous nous trouvons confrontés à une situation entièrement nouvelle en

matière d'enseignement : Le but de l'enseignement, si nous voulons survivre, ne peut qu'être de faciliter le changement et l'apprentissage. Le seul individu formé, c'est celui qui a appris comment apprendre, comment s'adapter et changer, c'est celui qui a saisi qu'aucune connaissance n'est certaine et que seule la capacité d'acquérir des connaissances peut conduire à une sécurité fondée. La capacité de changer, la confiance dans une capacité plutôt que dans un savoir statique, tels sont dans le monde moderne les seuls objectifs que l'enseignement puisse s'assigner et qui aient un sens. »

Bien que ce propos ait provoqué et puisse encore provoquer un certain nombre de dérives (disparition de l'acquisition de quelque savoir au profit d' "activités"), il nous semble qu'il peut éclairer le débat autour des TPE.

Cette structure pourrait permettre un changement dans l'apprentissage, et dans

la relation de l'élève au savoir, ainsi que dans sa capacité à devenir autonome. Par ailleurs, les mathématiques, dans leur rôle de structuration de la pensée et de simplification du réel, sont une des façons d'éviter, par le questionnement qu'elles permettent et les réponses qu'elles apportent, que les TPE ne deviennent qu'une activité supplémentaire sans intérêt.

Dans cette perspective, un désinvestissement des enseignants de mathématiques des TPE serait dramatique pour notre matière et pour la formation des élèves.

En conséquence, nous pensons que l'enjeu de la présence des mathématiques dans les TPE ne se situe pas au niveau des contenus à acquérir (l'acquisition de ces contenus se faisant naturellement au sein du cours de mathématiques) mais plutôt dans le rôle qu'elles ont à jouer dans la construction du savoir scientifique.

Bibliographie

- Bkouche R. (2001) « *Le dernier gadget à la mode : les TPE* ». Repères-IREM n°42.
- Bouleau N. (1999) « *Philosophie des mathématiques et de la modélisation* ». L'Harmattan.
- Brousseau G. (1998) « *Théorie des situations didactiques* ». Grenoble : La Pensée Sauvage Editions.
- Kahane J.-P. & Jacob O. (2002) Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques : « *L'enseignement des sciences mathématiques* » Rapport au ministre de l'Éducation Nationale.
- Cuer D. & al. (2000) « *Les unités de méthodologie en DEUG* ». Irem de Montpellier.
- Lakatos I. (1984) « *Preuves et réfutations : essai sur la logique de la découverte mathématique* ». Hermann.
- Legrand M. (1993) « *Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse* ». Repères-IREM n°10.
- Osborn A.F. (1988), « *L'imagination constructive* ». Dunod.
- R.Pantanello r. (2000) « *Les TPE, vers une autre pédagogie* ». Cahiers pédagogiques. Amiens : CRDP.
- Polya G. (1958) « *Les mathématiques et le raisonnement plausible* ». Gauthiers-Villars.
- Rogers C. (1976) « *Liberté pour apprendre* ». Dunod.
- Bonafé F. & al (2002)« *Narrations de recherche de l'école primaire au lycée*». Co-édition IREM de Montpellier-APMEP.