
SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA STATISTIQUE

en Communauté française de Belgique

Jacques BAIR et Gentiane HASBROECK
Université de Liège

1. Pourquoi faut-il enseigner la statistique ?

A l'origine¹, la statistique s'occupait essentiellement de dénombrement et de recensement de biens et de personnes. Ainsi, il y a plus de quatre mille ans, les Chinois utilisaient des tables de statistique agricole. La Bible cite plusieurs opérations de ce genre... Les Égyptiens, les Grecs, les Romains connurent, de temps à autre, des enquêtes semblables.² Cette préoccupation première du dénombrement des personnes d'un pays a d'ailleurs donné naissance au terme « statistique », puisque ce dernier provient des mots latins « *status* » et « *statis-*

ticus » qui signifient respectivement « Etat » et « relatif à l'Etat ».

De nos jours, tous les domaines des sciences expérimentales et humaines font appel à la théorie statistique ; les domaines d'application sont très nombreux et variés : *l'actua-riat, l'agriculture, l'anthropologie, l'archéologie, l'audit, la biologie, la chimie, la climatologie, la dentisterie, le droit, l'écologie, l'économie, l'économétrie, l'éducation, l'épidémiologie, les finances, la génétique, la géo-*

1 Le lecteur intéressé par des renseignements de nature historique pourra consulter, par exemple, le livre Histoire de la statistique, par Drosbeke J.J. et Tassi P., Presses Universitaires de France, Collection « Que sais-je ? », n° 2527, Paris, 1990, ou encore la brochure Des statistiques à la pensée statistique, de l'IREM de Montpellier, 2001.

2 Vessereau A. : La statistique, Presses Universitaires de France, Collection Que Sais-je ?, n° 281, Paris, 1947.

3 Robert P. : Le Nouveau Petit Robert, dictionnaire Le Robert, Paris, 1996, p. 2142.

graphie, la géologie, l'histoire, l'hydrologie, l'industrie, l'ingénierie, les jeux, la linguistique, la littérature, le management, le marketing, la médecine, la météorologie, l'ophtalmologie, la pharmacologie, la physique, la planification, la politologie, la psychologie, la sociologie, les sondages, la taxonomie, la théologie, la zoologie.⁴ Signalons de plus que la recherche fondamentale dans de nombreuses sciences, y compris en mathématiques pures, exploite de plus en plus des méthodes statistiques et des modèles stochastiques parfois sophistiqués : par exemple, le recours aux ordinateurs permet aujourd'hui d'effectuer, par des méthodes d'analyse numérique et par simulation, des calculs très complexes qui ne pouvaient pas être traités autrefois.

Au vu des nombreuses applications de la statistique, il n'est pas étonnant de constater que cette discipline acquiert une place de plus en plus importante dans toutes les formations.

En plus de l'aspect utilitaire, il existe une autre raison majeure qui justifie l'introduction de la statistique dans les programmes scolaires : c'est son côté formatif. En effet, d'une part, la statistique descriptive, enseignée dans une première approche, apprend à résumer et analyser des données ; elle permet d'étudier des situations concrètes, par exemple pour déceler des caractéristiques de certaines données, repérer des valeurs aberrantes ou encore critiquer des analyses réalisées de façon peu scientifique ; dès lors, son enseignement, s'il est bien mené, conduit naturellement vers une modélisation de phénomènes réels et, surtout, permet à l'étudiant d'acquérir un

esprit de synthèse, d'analyse et de critique. D'autre part, la statistique inférentielle, qui s'appuie sur la connaissance de la statistique descriptive et le calcul des probabilités, exploite les modèles stochastiques pour décrire la réalité observée sur des échantillons d'une même population et, même, proposer des prévisions ; la confrontation des modèles théoriques avec le monde réel, ainsi que l'interprétation des résultats obtenus sont évidemment d'une importance capitale.

Ainsi, l'enseignement de la statistique ne vise pas seulement l'apprentissage de formules ou de graphiques ; il a d'autres buts : *la statistique n'est pas simplement un ensemble de techniques, c'est une disposition d'esprit, une manière d'appréhender les données, qui reconnaît notamment l'existence de l'incertitude et de la variabilité de l'information et de la collecte des données. Elle permet de prendre des décisions dans une situation d'incertitude.*⁵

On pourrait comparer, dans une certaine mesure, les enseignements de la géométrie hypothético-déductive (comprenant les classiques « livres d'Euclide ») et de la statistique. En effet, ces deux disciplines admettent des applications concrètes dans le monde réel, par exemple, la construction d'édifices et la mesure des distances exploitent des propriétés de géométrie euclidienne, alors que l'analyse de données nombreuses et complexes fait appel à des techniques statistiques. Mais, bien plus intéressante d'un point de vue didactique est la constatation que la géométrie et la statistique jouent assurément un rôle de toute première importance dans la formation intel-

4 Dreesbeke J.J. : *Éléments de statistiques*, Editions de l'Université de Bruxelles – Editions Ellipses, Bruxelles – Paris, 1992, p. 8.

5 Rapport Cockcroft : *Mathematical counts. Report of the committee of inquiring into the teaching of mathematics in schools*, Londres, Her Majesty's Stationary Office, 1982, p. 234.

lectuelle d'un individu. Ces deux disciplines apparaissent même fort complémentaires, car elles conduisent à des approches différentes de la réalité. La géométrie, qui se base sur un mode de fonctionnement déterministe où tout est logique et certain, forme au raisonnement déductif et à la logique ; par contre, la statistique propose une description probabiliste de la réalité et dès lors, selon J.C. Girard, *a pour objectifs l'apprentissage du raisonnement inductif, la sensibilisation du concept de variabilité des résultats dans la répétition d'une même expérience et l'initiation à la modélisation, à partir d'une série d'observations, d'une loi générale possible.*⁶

Selon R. Gras, *les probabilités et les statistiques remplissent des fonctions essentielles de trois ordres : socio-culturel, épistémologique et didactique.*

Les fonctions socio-culturelles contribuent à privilégier l'individu social, le citoyen : mise à distance critique des informations recueillies et/ou traitées, autonomie plus grande vis-à-vis de ces traitements, résistance objective à l'égard des jeux de hasard, préparation à la vie professionnelle.

Les fonctions épistémologiques permettent de mettre l'accent sur la différence entre le mode de raisonnement déterministe et le mode non déterministe, entre le raisonnement déductif (convergent) et le raisonnement inductif (divergent). Elles conduisent à privilégier une démarche structurante, clarifiante (coder l'information, passer d'un critère à une typologie, discriminer des critères, ...) à la réduction raisonnée de l'information par une maî-

trise de données numériques abondantes et surtout à privilégier le développement de l'attitude et de la démarche scientifiques.

*Sur le plan didactique, un enseignement des probabilités et des statistiques non dogmatique se nourrit de situations favorables à l'enjeu, au défi, à la conjecture, aux changements de registres et de cadres, aux relations inter-conceptuelles et interdisciplinaires, à la mathématisation (modélisation, formalisation).*⁷

2. L'enseignement de la statistique dans les différents cycles d'études

Contrairement à la situation enregistrée dans plusieurs pays tels que l'Angleterre, le Canada et les Etats-Unis d'Amérique⁸, la statistique n'est pas officiellement enseignée dans l'enseignement primaire de la Communauté française de Belgique⁹.

Son apprentissage commence dès la seconde année du secondaire ; il s'agit en réalité d'un chapitre particulier des cours de mathématiques, au même titre que l'algèbre, la géométrie, la trigonométrie et l'analyse, et que la Commission commune de Pilotage de l'enseigne-

7 Gras R. : Quelques principes majeurs pour l'élaboration d'un programme mathématiques dans le second cycle, Bulletin de l'A.P.M.E.P., n° 429, 2000, pp. 522-527.

8 Pereira-Mendoza L. : Comparaison des programmes d'enseignement de la statistique aux jeunes enfants au Royaume-Uni, au Canada et aux Etats-Unis d'Amérique, dans Etudes sur l'enseignement des mathématiques, volume 7, L'enseignement de la Statistique, Editions Unesco, 1994, pp. 61-68.

9 Il s'agit du nom officiel donné, au niveau politique belge, à l'ensemble composé de la Wallonie et de la région bruxelloise ; ses compétences sont essentiellement culturelles.

6 Girard J.C. : Pourquoi faire des statistiques ? dans Aides pour l'Enseignement de la Statistique, brochure de la Commission Inter-IREM « Stat-Proba », 1997, pp. 1-2.

ment obligatoire en Communauté française appelle *traitement des données*.¹⁰ Un chapitre de statistique est prévu dans tous les cours de mathématiques figurant dans tous les programmes qui prévoient 2, 4 ou 6 périodes hebdomadaires de mathématiques des humanités générales et technologiques. Il est à signaler que l'enseignement de la statistique dans l'enseignement secondaire s'inscrit notamment dans le cadre de la formation mathématique du citoyen : comme chaque individu reçoit des médias de nombreuses données numériques et graphiques, il est impératif qu'il soit capable de comprendre, d'interpréter et de critiquer ces informations.

L'introduction de la statistique dans les programmes de mathématiques du secondaire est relativement récente puisque l'aspect utilitaire et pratique des mathématiques était nettement moins pris en compte par le passé : un enseignement de la statistique est apparu pour la première fois officiellement dans les programmes de la Communauté française en 1980.

Au niveau post-secondaire, des cours de statistique existent dans pratiquement toutes les formations supérieures. Par exemple, à l'Université de Liège sont organisés des cours de statistique dans toutes les huit Facultés (d'Économie, de Gestion et de Sciences Sociales, de Droit, de Médecine, de Médecine vétérinaire, de Philosophie et Lettres, de Psychologie et Sciences de l'Éducation, de Sciences, de Sciences Appliquées). Le plus souvent, ces cours prévoient trois volets : la statistique descriptive, le calcul des probabilités, la statistique inférentielle ; ils sont généralement adaptés au public concerné, orientés vers les

applications spécifiques de la discipline : par exemple, les cours en économie insistent notamment sur les indices économiques et les séries temporelles, ceux de médecine sur les courbes de survie, ceux de sciences sociales sur les variables qualitatives, etc.

Il n'existe encore que trop peu de liens entre les enseignements secondaire et supérieur. Alors que naguère les filières classiques « latin-math », « latin-grec », « économie », ... assureraient une certaine continuité entre les deux enseignements, les nombreuses réformes du secondaire ont fait sauter les repères. D'une part, les professeurs du secondaire ne peuvent plus préparer spécifiquement leurs élèves ; d'autre part, les professeurs du supérieur se trouvent devant un public de plus en plus hétérogène.

Enfin, signalons que certaines universités francophones possèdent un institut inter-facultaire de statistique et proposent des enseignements spécialisés de troisième cycle en statistique.

3. Qui enseigne la statistique ?

Il paraît indiscutable que *le minimum que l'on puisse raisonnablement attendre des professeurs est évidemment une bonne formation dans le domaine statistique lui-même. Mais il faut y ajouter aussi, sauf peut-être pour les études de mathématiques pures, une bonne connaissance du domaine d'application dans le cadre duquel leurs étudiants seront appelés à utiliser l'outil informatique*.¹¹

10 Ministère de la Communauté française : Compétences terminales et savoirs requis en Mathématiques.

11 Dagnelie P. : L'enseignement de la statistique et ses

tendances, dans le Mémorial Adolphe Quetelet 1796-1874, Mémorial publié à l'occasion du 100ème anniversaire de sa mort, Académie Royale de Belgique, Bruxelles, 1974, pp. 58-77.

A la lumière de cet avis éclairé, quelle est actuellement la situation des professeurs de statistique en Communauté française de Belgique ?

Les futurs instituteurs ne reçoivent aucune formation spécifique à la statistique, mais ils ne devront pas l'enseigner ultérieurement.

Dans l'enseignement secondaire, la formation en statistique est essentiellement assurée par les professeurs de mathématiques, puisque la statistique constitue un chapitre particulier des programmes de mathématiques. Il est à noter que le régent¹² en mathématiques, qui assure essentiellement l'apprentissage de base en mathématiques, et donc en statistique, dans les trois premières années du secondaire, pourrait n'avoir reçu aucun cours spécifique de statistique durant ses trois années de régentat ; la réforme du département pédagogique des Hautes Ecoles, initiée en 2001 (par un décret datant du 22/12/2000), remédie à cette lacune et impose une cinquantaine d'heures de formation annuelle en statistique et probabilités. Le futur licencié en mathématiques, qui prendra en charge la formation mathématique et statistique pendant les trois dernières années du secondaire, a généralement reçu un petit cours de statistique durant les deux années de candidature en sciences mathématiques ; au surplus, s'il a choisi une orientation adéquate de mathématiques appliquées, il a suivi des cours de statistique théoriques plus poussés, avec éventuellement des applications concrètes, durant les deux

années de licence ; enfin, certaines universités prévoient un module de statistique dans les programmes de l'agrégation de l'enseignement secondaire supérieur. Partant, le jeune licencié en mathématiques semble armé pour enseigner les éléments de statistique prévus au sein des programmes de mathématiques du secondaire.

Il convient toutefois de remarquer que les chapitres de statistique ne sont certainement pas ceux sur lesquels les professeurs de mathématiques insistent le plus. Plusieurs arguments peuvent être avancés pour expliquer cette situation. Tout d'abord, l'introduction de la statistique dans les programmes de mathématiques est assez récente et est venue s'ajouter aux matières, plus traditionnelles, enseignées depuis longtemps, à savoir la géométrie, l'algèbre, la trigonométrie et l'analyse ; comme les programmes de mathématiques sont de plus en plus chargés, alors que le nombre d'heures qui leur est octroyé diminue sans cesse, le professeur est dans l'impossibilité matérielle de couvrir tout le programme dans le temps qui lui est imparti et doit donc effectuer des choix : très souvent, il consacre moins de temps à la statistique, parce qu'il a moins l'habitude de l'enseigner que les autres chapitres, mais aussi parce qu'il s'y sent moins à l'aise. Il faut en effet savoir que le corps professoral en mathématiques dans le secondaire est relativement âgé¹³ la plupart des professeurs en activité ayant plus de 50 ans ; c'est dire que ces professeurs n'ont pas reçu des cours de statistique avant leur entrée à l'Université où les cours de statistiques étaient, il y a quelques décennies, nettement moins poussés qu'ils ne le sont aujourd'hui et leur bagage théorique

12 En Belgique, le régent est un professeur habilité à enseigner dans les classes du niveau du Collège en France ; il est formé, théoriquement en trois années après le secondaire, dans une Haute Ecole (ne dépendant pas d'une Université). Par contre, le licencié enseigne en principe au niveau du Lycée et est formé en quatre années à l'Université.

13 Comité de l'AMULG : En l'an 2000, nos enfants auront-ils encore des professeurs de mathématiques ? *Mathématique et Pédagogie*, 77, 1990, pp. 71-78.

est dès lors fort limité, ce qui ne leur permet pas de voir l'utilité de la statistique ni ses liens avec les probabilités et les autres chapitres des cours de mathématiques. A cela, il convient d'ajouter que les enseignants ont du mal à s'accommoder du manque d'exactitude et de l'incertitude de la statistique. L'aléatoire contredit leur idée des mathématiques. Les faits statistiques ne sont pas « absolus », ils n'ont de signification que relativement à des situations d'application extramathématique, ils exigent une interprétation subjective et une estimation pertinente de la part de l'observateur.¹⁴ De plus, certains professeurs se contentent souvent de présenter les techniques de la statistique comme ils le font pour les autres chapitres de mathématiques, c'est-à-dire souvent de façon certes rigoureuse, mais abstraite et sans beaucoup d'illustrations concrètes, car ils n'ont généralement aucune expérience de traitement complet de données réelles. Or, si l'on veut enseigner les concepts, méthodes et diagrammes de la stochastique comme des techniques mathématiques pour construire une théorie cohérente, on perd très rapidement de vue le caractère aléatoire et la nature spécifique des probabilités. La stochastique dégénère en une collection de règles et de recettes sans explication. Aussi, pour en communiquer l'esprit et éviter la stérilité, faut-il l'enseigner dans un contexte plus large de situations signifiantes qui donnent lieu à des raisonnements, des interprétations et des décisions statistiques.¹⁵ De la sorte, les enseignants se trouvent face à deux sentiments contradictoires dont l'opposition engendre une certaine réticence vis-à-vis de l'enseignement de la statistique. Si cette matière se

réduit à son contenu mathématique de concepts, méthodes et diagrammes, la plupart (encore que certains puissent même trouver cela acceptable) la jugent dérisoire du point de vue mathématique et indigne d'un enseignement mathématique. Si au contraire la stochastique est envisagée en liaison étroite avec des situations qui sont indéterminées en raison de la présence d'éléments aléatoires, lesquels sont indispensables à la formation de la pensée stochastique, la plupart des enseignants craignent de ne pas être à la hauteur des exigences pédagogiques de l'enseignement des probabilités et de la statistique. Ils se sentent souvent mal à l'aise et insuffisamment préparés, en particulier quand on attend d'eux qu'ils organisent et mènent à bien de petits projets statistiques et qu'ils abordent les applications extramathématiques.¹⁶ Pour ces motifs, la matière de statistique prévue au programme d'une année est souvent repoussée à l'année suivante, ce qui ne semble guère préjudiciable en première analyse puisque, en vertu du principe de l'enseignement en spirale, le contenu global d'une notion n'est pas épuisé en une fois, mais est enseigné et affiné par plusieurs passages successifs au cours des différentes années d'études, ce qui signifie concrètement que le court chapitre de statistique non vu une année pourra l'être l'année suivante.

En conclusion, au niveau de l'enseignement secondaire, et malgré la bonne volonté évidente de certains, je me permets d'être inquiet quant à la qualification réelle de tous ceux qui doivent parler de statistique.¹⁷

En ce qui concerne les enseignants de statistique dans le supérieur, la situation est moins claire. Il y a certes des

14 Steinbring H. : L'interaction de la pratique pédagogique et des conceptions théoriques, dans Etudes sur l'enseignement des mathématiques, volume 7, L'enseignement de la Statistique, Editions Unesco, 1994; p. 220.

15 Steinbring H. : op. cit., p. 221.

16 Steinbring H. : op. cit., p. 225.

17 Dagnelie P. : op. cit., p. 73.

professeurs qui sont des statisticiens professionnels, c'est-à-dire des personnes, le plus souvent des mathématiciens de formation, qui ont suivi une spécialisation théorique poussée en statistique au cours d'études spécifiques de troisième cycle universitaire et qui possèdent une grande expérience pratique du traitement de données réelles. Malheureusement, ces cas sont assez rares, parce que la Belgique possède très peu de docteurs en statistique et que ces personnes, ayant reçu une formation très exigeante, sont le plus souvent fort réclamées pour leurs compétences et leur savoir-faire dans le monde du travail : le secteur public a besoin de nombreux statisticiens de haut niveau dans les administrations, mais aussi et surtout à l'Institut National de Statistique (I.N.S., en abrégé) *qui dispose d'une structure administrative solide, d'un personnel très nombreux et de moyens en informatique considérables*¹⁸, tandis que le secteur privé, principalement des firmes multinationales de pharmacie et de bio-statistique implantées en Belgique, recrute facilement tout bon statisticien. C'est pourquoi, les Écoles supérieures et les Universités font souvent appel à des non-statisticiens professionnels pour assurer leurs cours de base en statistique. Cette situation n'est pas neuve et s'est déjà rencontrée ailleurs qu'en Belgique, comme l'a écrit M. Frechet : *Il arrive assez souvent que dans un institut spécialisé (dans la Psychologie expérimentale, l'Économie politique, etc.), on sente le besoin d'initier les étudiants à la Statistique. Et alors, il arrive généralement qu'on confie cet enseignement à l'un des membres de cet insti-*

*tut. Il y a là une façon de procéder qui peut réussir et qui a l'avantage de la simplicité. Mais souvent, ce professeur improvisé se contentera de se mettre rapidement au courant des règles statistiques qui sont les plus utiles pour sa spécialité et il se bornera à les enseigner et à les faire pratiquer. Il en résultera (...) que le professeur et ses élèves croient à la certitude de ces règles, soient incapables d'en saisir les limitations et soient encore plus incapables de traiter un cas nouveau par ces règles.*¹⁹

4. Les compétences et objectifs visés par les cours de statistique

D'après un document officiel de la Communauté française²⁰, la formation mathématique dans le secondaire se veut utile pour chaque élève en visant un triple objectif :

- apprendre à bien gérer la vie quotidienne de citoyen,
- accéder à un emploi et l'exercer,
- aborder des études supérieures.

La statistique rencontre parfaitement ces trois points. En effet, tout citoyen contemporain est véritablement inondé d'informations statistiques par les media ; de plus, l'homme moderne est souvent amené à gérer le risque : il doit dès lors se familiariser avec cette notion délicate et pouvoir mesurer le risque avant de prendre une décision en connaissance de cause : tout

18 Knoops E. : L'information et la statistique au service des pouvoirs publics en Belgique, dans le Mémorial Adolphe Quetelet 1796-1874, Bruxelles, 1974, p. 35

19 Frechet M. : Les mathématiques et le concret, Presses Universitaires de France, Paris, 1955, p. 282.

20 Communauté française de Belgique, op. cit.

cela s'apprend dans un cours de statistique et de probabilités. Par ailleurs, la plupart des professions intellectuelles recourent souvent ou occasionnellement à des observations statistiques, tandis que la plupart des sciences, humaines ou non, exploitent de plus en plus des résultats et méthodes statistiques, ces dernières étant dès lors présentées dans presque toutes les études supérieures. Dès lors, *la statistique et les probabilités devraient donner la possibilité de relier les mathématiques scolaires aux intérêts des élèves, de promouvoir la formule du projet dans l'enseignement des mathématiques, d'intégrer d'autres matières scolaires, d'établir des applications intéressantes, de construire des modèles simples, d'étayer les activités concrètes des élèves, d'effectuer des simulations statistiques à l'aide de l'ordinateur, et ainsi de suite. En dehors de ces motivations, on peut affirmer que « le calcul mathématique qu'exige la statistique dans le premier cycle du secondaire n'est pas très difficile ».*²¹

Par ailleurs, la statistique constitue assurément une matière idéale pour développer les compétences transversales que devrait développer chez les élèves du secondaire la formation mathématique.

Il s'agit des points suivants²² :

- s'approprier une situation : rechercher les informations adéquates pour étudier un phénomène et les présenter sous différentes formes ;
- traiter, argumenter, raisonner : notamment traduire des informations du langage cou-

rant en un tableau de nombres ou des graphiques ;

- communiquer : par exemple, présenter des informations numériques sous formes d'histogrammes ou autres figures ;
- généraliser, structurer, synthétiser : ces deux derniers points constituent précisément le but de toute étude descriptive de données statistiques.

Au surplus, la statistique favorise les études interdisciplinaires. C'est assurément le chapitre des mathématiques qui admet le plus d'applications concrètes dans des domaines fort variés.

Une commission de la Communauté française a précisé les diverses compétences terminales que doivent viser les divers chapitres des cours de mathématiques dispensés dans les humanités générales et technologiques²³. Alors que ces compétences sont généralement variables selon les profils d'étude, à savoir les mathématiques de base (ou les cours «faibles» comprenant deux périodes hebdomadaires), les mathématiques générales (ou programmes «moyens» avec quatre périodes par semaine) et les mathématiques pour scientifiques (ou programmes «forts» à six périodes hebdomadaires), il convient de remarquer que les compétences sont quasiment les mêmes pour ces trois profils en ce qui concerne le chapitre du traitement des données. Il s'agit des points suivants :

- Savoir, connaître, définir : étude descriptive des séries statistiques univariées à l'aide des paramètres de position classiques (moyenne arithmétique, mode, médiane), des para-

21 Steinbring H. : op. cit. , p. 219.

22 Communauté française de Belgique, op. cit.

23 Communauté française de Belgique, op. cit.

mètres de dispersion (écart-type et variance), ainsi que des séries bivariées avec la méthode des moindres carrés et la notion de coefficient de corrélation, les propriétés de base des probabilités simples et conditionnelles, les éléments d'analyse combinatoire (sauf pour les mathématiques de base) et les conditions d'application des lois probabilistes, à savoir la loi normale (pour les trois options), la loi binomiale (sauf pour les mathématiques de base) et la loi de Poisson (uniquement pour les mathématiques pour scientifiques) ;

- calculer les notions introduites dans le point précédent, avec, en plus, la manipulation correcte des pourcentages ;
- appliquer, analyser, résoudre des problèmes ;
- représenter, modéliser les séries statistiques univariées et bivariées ;
- démontrer quelques propriétés d'analyse combinatoire (sauf pour les mathématiques de base), plus la formule du binôme de Newton (exclusivement pour les mathématiques pour scientifiques) ;
- résumer, organiser les savoirs, synthétiser, généraliser : notamment relier les notions de probabilité et de fréquence, ainsi qu'examiner la pertinence d'une analyse statistique et de ses conclusions.

Si ces compétences sont certainement très pertinentes, on peut se demander si, actuellement, elles sont bien atteintes pour les élèves sortant de l'enseignement secondaire. Pour le savoir, nous avons mené une vaste enquête auprès d'étudiants entrant à l'Université : ses résultats seront résumés ci-après.

Quant à l'enseignement supérieur, à part peut-être dans les études universitaires de mathématiques où le côté formatif est pris en considération et où on cherche à établir les liens entre les théories statistiques, le calcul des probabilités et d'autres chapitres des mathématiques (comme l'analyse avec la théorie de la mesure, par exemple), la statistique est souvent dispensée avec un objectif purement utilitaire : les cours de statistique se veulent avant tout pragmatiques et insistent principalement sur des techniques souvent exploitées dans les applications de la discipline.

5. Les programmes

Les programmes officiels ont beaucoup évolué ces derniers temps, notamment en ce qui concerne les chapitres de statistique et de probabilités qui ont été introduits pour la première fois et de manière très timide en 1980. A l'heure actuelle, les programmes se présentent comme il est indiqué dans les encadrés qui suivent²⁴.

Tout récemment, de nouveaux programmes officiels viennent d'être élaborés²⁵ : ils seront tout à fait d'application à partir de 2002-2003. En ce qui concerne les chapitres de statistique et de probabilités, les seules modifi-

24 Il s'agit d'un extrait des programmes officiels de la Communauté française de Belgique : programmes 7/5767 du 20 mai 1997 et 7/5858 du 10 juin 1999. Nous n'avons repris, en guise d'exemple, que les programmes dans les sections comportant un programme « fort » en mathématiques, les programmes des autres sections étant fort semblables, avec les mêmes compétences visées.

25 Programmes d'études du cours de Mathématiques, Enseignement secondaire général et technique de transition, documents n° 39/2000/240 et 40/2000/240, Ministère de la Communauté française de Belgique.

En 3^{ème} année :**Compétences à atteindre**

1. *Maîtriser le vocabulaire et les procédures de calcul nécessaire à l'élaboration de différents diagrammes et à la détermination des valeurs centrales.*
2. *Interpréter les valeurs centrales en fonction de la situation traitée.*
3. *Choisir la représentation la plus adéquate pour situation traitée.*
4. *Effectuer un dénombrement en utilisant un diagramme en arbre.*

<p><i>Tableau recensé, ordonné groupé</i> <i>Effectifs, fréquences</i> <i>Effectifs cumulés, fréquences cumulées</i></p>	<p><i>On favorisera l'usage des calculatrices et des ordinateurs. Dans un tableau groupé, on pourra se limiter à des classes de même amplitude afin que dans l'histogramme, les hauteurs des rectangles soient proportionnelles aux effectifs</i></p>
<p><i>Représentations graphiques</i></p>	<p><i>On analysera des diagrammes en bâtonnets, des diagrammes circulaires, des histogrammes. On en construira quelques-uns. On examinera les effets visuels induits :</i> — <i>lors du remplacement d'un diagramme en bâtonnet par un diagramme figuratif à 2 ou 3 dimensions</i> — <i>par le choix de l'origine des unités</i></p>
<p><i>Mode, moyenne, médiane, quartiles</i></p>	<p><i>Les significations de ces différentes valeurs centrales seront dégagées des situations traitées.</i> <i>On pourra se contenter de déterminer graphiquement la médiane et les quartiles d'un tableau groupé à l'aide du polygone des effectifs cumulés.</i></p>
<p><i>Organisation de dénombrement</i></p>	<p><i>Des exemples seront traités à l'aide de diagrammes cartésiens ou en arbre. Ces moyens commodes de visualisation permettent de dégager la règle de la somme et celle du produit.</i></p>

En 4^{ème} année :

Compétences à atteindre

1. *Interpréter des tableaux statistiques en terme de probabilité.*
2. *Préciser la portée des valeurs centrales à la lumière des paramètres de dispersion.*
3. *Préciser l'effet d'un changement d'origine, d'unité sur la moyenne et l'écart type.*

<i>Fréquence et probabilité</i>	<i>A partir d'exemples, on renforcera les connaissances acquises durant les 3 premières années. L'examen de tableaux statistiques conduira à approcher empiriquement la probabilité.</i>
<i>Paramètres de dispersion : étendue, écart interquartile, écart moyen quadratique ou variance, écart type.</i>	<i>On montrera que les paramètres de dispersion relativisent les paramètres de position. On insistera sur la mise en pratique et l'interprétation plutôt que sur la démarche théorique.</i>
<i>Effet d'un changement d'origine, d'unité sur la moyenne, l'écart type</i>	<i>Les formules peuvent être écrites en utilisant le signe de sommation Σ. Néanmoins, la manipulation de ce symbole dans les transformations de formules n'est pas un objectif du programme.</i>

En 5^{ème} année : cours à 6 périodes et à 4 périodes

Compétences à atteindre

1. Utiliser des tableaux statistiques, des diagrammes en arbre ou des partitions pour calculer des probabilités.
2. Reconnaître et utiliser l'indépendance d'événements.
3. Utiliser une calculatrice graphique ou un tableur pour déterminer une droite de régression et le coefficient de corrélation correspondant.
4. Déterminer la pertinence des interprétations faites au vu d'un coefficient de corrélation.

Probabilité : définition, loi de la somme, loi du produit, probabilités conditionnelles, événements indépendants

La notion de probabilité introduite en 4ème année à partir des fréquences sera précisée en montrant la tendance qu'ont celles-ci à se stabiliser lorsque le nombre d'expériences est grand. On rencontrera des dénombrements et situations probabilistes conduisant à l'utilisation de partitions ou de diagrammes en arbre

L'étude théorique des dénombrements au moyen des arrangements, combinaisons, permutations, ne figure pas au programme de 5ème. Le but est de rencontrer des situations à caractère aléatoire et de les traiter au moyen du calcul des probabilités.

Usage des moyens modernes de calcul : représentation de séries statistiques à 2 variables (nuage de points), point moyen du nuage.

Les résultats seront admis. Ils seront commentés en liaison avec la minimalisation de la somme des carrés des écarts verticaux. On évaluera la pertinence de l'ajustement linéaire en calculant un coefficient de corrélation.

Ajustement linéaire (affine) d'un nuage statistique :
 — par considérations graphiques
 — par la méthode des moindres carrés

Les exercices seront traités dans un contexte et résolus en utilisant les fonctions statistiques d'une calculatrice ou d'un logiciel.

En 6^{ème} année : cours à 6 périodes

Compétences à atteindre

1. Identifier un groupement d'objets en terme d'arrangement, permutation, combinaison.
2. Démontrer et appliquer les formules permettant de calculer une permutation, un arrangement, une combinaison.
3. Démontrer et appliquer la formule de symétrie et la formule de Pascal.
4. Ecrire les premières lignes du triangle de Pascal et les interpréter dans différents contextes.
5. Démontrer et utiliser la formule du binôme de Newton.
6. Préciser la signification des termes : variable aléatoire, loi de probabilité, espérance mathématique, variance et écart type d'une variable aléatoire.
7. Résoudre des problèmes de probabilité en utilisant des dénombrements, une table, une calculatrice ou un logiciel.
8. Reconnaître des conditions d'application des lois de probabilité.
9. Utiliser le calcul des probabilités pour comprendre la portée, analyser, critiquer des informations chiffrées.

<p>Analyse combinatoire : arrangements et permutations, combinaisons.</p>	<p>Au départ d'exemples de dénombrements ou de situations probabilistes étudiées dans les années précédentes, on identifiera des situations de référence : arrangements avec et sans répétitions, permutations et combinaisons simples. On établira les formules correspondantes. Le recours aux arbres, aux diagrammes reste un outil de résolution ; il peut éclairer le choix d'une formule, voire s'y substituer</p>
<p>Triangle de Pascal et binôme de Newton</p>	<p>On établira les formules issues du triangle de Pascal : formule de symétrie, formule de Pascal. On démontrera la formule du binôme de Newton.</p>
<p>Probabilités : notion de variable aléatoire, espérance mathématique, variance et écart type. Loi binomiale.</p>	<p>Les notions fondamentales seront dégagées au départ d'expériences aléatoires discrètes ou, éventuellement, continues. On calculera l'espérance mathématique, la variance et l'écart type dans le cas d'une loi binomiale. A partir de la loi binomiale, on rencontrera quelques exemples suffisamment diversifiés conduisant à une approche de la loi normale et de la loi de Poisson. On dégagera à cette occasion quelques conditions d'applications de ces lois.</p>

cations par rapport aux programmes décrits ci-dessus consistent en un autre étalement de cet enseignement : la matière qui était vue en 3^{ème} et 4^{ème} années sera désormais dispensée en 4^{ème} année seulement ; de même, les matières qui étaient prévues dans les deux dernières années du secondaires seront toutes données uniquement lors de la dernière année. De la sorte, la statistique et les probabilités ne seront plus enseignées que sur deux années, et il n'y en aura plus dans le cycle inférieur²⁶. Au surplus, cet apprentissage se fera de façon discontinue, puisqu'il ne sera plus prévu lors de l'avant-dernière année du secondaire. Ainsi, le principe de l'enseignement en spirale, pourtant préconisé dans les directives ministérielles, semble remis en cause pour cette partie de la matière !

6. Une enquête auprès d'étudiants

Afin de mieux appréhender la situation actuelle de l'enseignement de la statistique en Communauté française de Belgique, plusieurs membres de l'IREM de Liège-Luxembourg ont interrogé 657 étudiants qui venaient d'entrer dans l'enseignement post-secondaire à l'Université de Liège, dans les facultés de Médecine et de Sciences Economiques, de Gestion et de Sciences Sociales, ainsi qu'à la HEC (Haute Ecole de Commerce) de Liège²⁷. Il y avait 290 (44 %) de garçons et 367 (66 %) de filles, avec une moyenne d'âge de 18.4 ± 0.88 ans. Près de la moitié des étudiants (précisément,

49.4 %) étaient issus de l'enseignement officiel, tandis que les autres provenaient du réseau libre²⁸.

Durant leur dernière année dans le secondaire, le programme de mathématiques comprenait 2 ou 3 périodes hebdomadaires²⁹ pour seulement 3 % des étudiants interrogés, 4 ou 5 périodes pour 37 %, et au moins 6 périodes pour 60 %, avec même au moins 8 périodes pour 14 %.

Parmi les étudiants sondés, 12 % déclarent n'avoir jamais reçu des leçons en statistique durant leur scolarité. En ce qui concerne ceux qui ont reçu un enseignement de statistique, deux tiers (67 %) d'entre eux n'en ont fait que pendant une année, 30 % pendant 2 ans, 2 % pendant 3 ans et seulement 1 % pendant 4 années. Notre hypothèse selon laquelle les programmes officiels ne sont pas toujours respectés en ce qui concerne la statistique est ainsi confirmée !

Environ 30 % des étudiants affirment avoir peu ou pas d'intérêt pour les cours de statistique, 62 % les apprécient modérément et 8 % énormément. Interrogés sur l'importance que leur professeur de mathématiques semblait, à leurs yeux, accorder à la statistique et aux probabilités, 37 % des étudiants répondent par «très faible ou nulle», 48 % par «modérée» et 15 % par «très grande», ce qui confirme évidemment les résultats antérieurs.

26 L'équivalent du Collège en France.

27 Les résultats de cette enquête sont davantage détaillés dans la note «Statistical Literacy in Secondary Schools of the French Community of Belgium», rédigée par A. Albert en collaboration avec J. Bair et G. Haesbroeck, parue dans le bulletin B-Stat News, n° 23, September 2001, pp. 8-11, de la Société Belge de Statistique.

28 En Communauté française de Belgique, le réseau libre comprend essentiellement les écoles catholiques. Les réseaux officiel et libre sont pratiquement d'égale importance, de sorte que notre échantillon était, de ce point de vue, fort représentatif de la population estudiantine francophone belge.

29 Il s'agit de périodes de 50 minutes. Il est à noter que les étudiants questionnés s'étaient inscrits dans des sections universitaires où les mathématiques sont bien présentes : les élèves du secondaire ayant opté pour un programme faible en mathématiques choisissent souvent des études plus littéraires.

Nous avons résumé la matière en statistique et probabilités couverte par les programmes officiels dans le secondaire par 20 notions, à savoir la moyenne arithmétique (N1), la médiane (N2), le mode (N3), les quartiles (N4), l'histogramme (N5), le diagramme en bâtons (N6), le diagramme cumulé (N7), le tableau des fréquences (N8), la variance (N9), l'écart-type (N10), l'intervalle inter-quartile (N11), l'étendue (N12), la corrélation (N13), la droite de régression (N14), la probabilité d'un événement (N15), l'analyse combinatoire (N16), la probabilité conditionnelle (N17), la loi binomiale (N18), la loi de Poisson (N19) et la loi normale (N20). A propos de chacun de ces 20 notions, les étudiants devaient estimer s'ils croyaient, oui ou non, pouvoir la définir sans trop de difficultés.

La distribution des scores (sur 20) des étudiants possède notamment les caractéristiques suivantes :

moyenne arithmétique = 7.44,

écart-type = 4.19,

skewness = 0.59,

mode = 4,

médiane = 7,

intervalle inter-quartile = 6.

Par ailleurs, 80 % des étudiants pensent maîtriser les notions N1 et N16 ; seules 5 notions, à savoir N1, N2, N6, N15 et N16, semblent être assimilées par plus de 60 % des élèves ; par contre, 8 notions, à savoir N4, N11, N12, N13, N14, N17, N19 et N20, sont inconnues par plus de 80 % des personnes interrogées.

Nous avons constaté que les scores moyens des étudiants ne sont pas corrélés avec le

sexe, l'âge ou le réseau fréquenté ; par contre, ils sont corrélés assez significativement avec différentes variables considérées :

- le programme de mathématiques choisi dans le secondaire : 6.5 4.4, 6.8 3.8, 7.7

4.2 et 8.7 4.5 selon que le programme de mathématiques de la dernière année comprenait respectivement 2-3, 4-5, 6-7 et au moins 8 périodes par semaine ;

- le nombre d'années du secondaire pendant lesquelles des cours de statistique et de probabilités ont été dispensés : 7.0 ± 3.7 , 9.5 ± 4.4 , 11.7 ± 3.1 et 13.3 ± 5.3 pour respectivement 1 an, 2 ans, 3 ans et 4 ans ;

- l'avis sur les cours de statistique et de probabilités : 5.3 ± 3.1 , 7.5 ± 4.0 , 8.0 ± 3.9 et 10.7 ± 4.4 selon que l'étudiant n'apprécie pas du tout, apprécie un peu, modérément ou beaucoup cette matière ;

- l'importance (apparente pour l'élève) accordée par le professeur aux chapitres de statistique et de probabilités : 5.1 ± 4.2 , 6.7 ± 3.6 , 8.2 ± 4.1 et 9.8 ± 4.3 selon que le professeur semble accorder une importance très faible, faible, moyenne ou énorme ;

- l'utilisation par le professeur d'un support écrit pour enseigner la statistique : 8.2 ± 4.2 contre 7.3 ± 4.0 ;

- le fait que l'étudiant trouve les chapitres de statistique et de probabilités plus faciles que les autres parties du cours de mathématiques : 9.0 ± 4.2 contre 7.4 ± 4.0 .

Signalons enfin que, parmi les élèves interrogés, 30 % seulement affirment avoir utilisé la statistique dans un autre cours que celui

de mathématiques, surtout en géographie, en biologie et en économie.

7. En guise de conclusion

Malgré les résultats peu encourageants de notre enquête ainsi que la dernière réforme des programmes belges en ce qui concerne la statistique et les probabilités, nous pensons que, tôt ou tard, cet enseignement se développera davantage et plus harmonieusement, ne serait-ce qu'en raison des besoins réels en statistique rencontrés dans la pratique, de l'aspect formatif de cette discipline d'un point de vue intellectuel, de l'utilisation de plus en plus répandue dans les classes de l'outil informatique et de ce qui se passe dans les pays voisins où l'enseignement de la statistique est souvent plus poussé que dans notre région (voir, par exemple ³⁰, ³¹ et ³²).

Dans cette perspective, il nous semble judicieux d'indiquer, pêle-mêle mais de manière non exhaustive et probablement subjective, quelques pistes qui pourraient être suivies pour garantir une meilleure formation en statistique de nos élèves.

- La notion d'aléatoire est très délicate et difficile à bien saisir par les élèves qui sont plus entraînés, dans leur formation scolaire et spécialement lors de leurs cours de mathé-

matiques, à considérer des situations purement déterministes. C'est pourquoi, il nous semble important d'initier au plus tôt les jeunes enfants aux notions de hasard, de probabilités et de risque ; cela doit se faire progressivement par référence à de multiples exemples issus du vécu de l'élève ; on pourra également exploiter les ordinateurs pour simuler des expériences.

- Préciser de manière rigoureuse le vocabulaire utilisé en statistique : par exemple, ne pas donner des définitions vagues et imprécises, insister sur la distinction entre les variables continues ou discrètes, ...

- Insister sur la notion d'échelle dans les graphiques et montrer, sur des exemples concrets, que des graphiques peuvent induire en erreur.

- Mettre en évidence les avantages et inconvénients des différents paramètres statistiques introduits, tout en signalant qu'il en existe d'autres. Par exemple, il ne suffit pas de donner la formule permettant le calcul de la moyenne arithmétique, mais il convient de montrer sur des exemples que ce paramètre est peu robuste, que d'autres moyennes (harmonique, géométrique, ...) peuvent s'avérer plus pertinentes, ...

- Présenter les diagrammes en « tiges et feuilles », ainsi que les boîtes à moustache de Tuckey³³, car ces outils sont peu sophistiqués et permettent une étude fine et critique, appelée *analyse exploratoire des données*.

- Insister sur les liens entre les fréquences statistiques et la notion de probabilité. Par exemple, il serait intéressant de prouver

30 Etudes sur l'enseignement des mathématiques, volume 7, L'enseignement de la Statistique, Editions Unesco, 1994.

31 Enseigner les probabilités au lycée, ouvertures statistiques, enjeux épistémologiques, questions didactiques et idées d'activités, Commission inter-IREM Statistique et probabilités.

32 L'enseignement des probabilités au collège et au lycée : exemples européens et propositions, IREM de Lorraine, 2001.

33 Tuckey J. : *Exploratory Data Analysis*, Addison Wesley, Reading, MA 1977.

l'inégalité de Tchebycheff pour introduire certains aspects de la statistique inférentielle. Il ne nous paraît pas utile, dans un premier temps, d'avancer trop loin dans la théorie des probabilités sans en voir l'exploitation dans la théorie statistique de l'échantillonnage ; par exemple, pourquoi présenter la loi normale de manière intuitive (car on ne dispose pas des outils mathématiques nécessaires à une étude rigoureuse) sans évoquer le problème de l'estimation d'un paramètre d'une population à partir de résultats sur des échantillons ?

- Dans une première approche, la théorie de l'ajustement (linéaire) des séries doubles pourrait rester intuitif (par exemple, en se contentant de la droite de Meyer). Il nous semble peu opportun de présenter « froidement » l'équation de la droite des moindres carrés sans aucune démonstration théorique, alors que cette dernière peut être établie de façon vraiment élémentaire (en ne recourant qu'à des opérations arithmétiques sur des nombres réels) ; si, toutefois, cette matière subsiste au programme, il faudrait à tout le moins montrer sur des exemples concrets le manque de robustesse de cet ajustement.

- Rendre avant tout les cours de statistiques vivants et très proches des élèves, grâce à l'examen de nombreux exemples concrets rencontrés dans la vie quotidienne. Ainsi, à l'instar de Swift³⁴, on peut *préconiser l'utilisation en classe de coupures de presse, à la fois comme mode d'initiation à l'interprétation quotidienne des statistiques et pour y puiser des problèmes conduisant à une investigation statistique plus approfondie. Le recours à des méthodes exploratoires d'examen et*

d'analyse des données statistiques nous permettra peut-être d'apprendre à tous les futurs adultes à jouer pleinement leur rôle dans le processus de décision individuelle et collective. A partir de documents récoltés dans la presse, proposer aux élèves des travaux personnels sur l'application de la matière enseignée.

- Prévoir davantage de modules consacrés à la didactique spécifique de la statistique dans la formation des futurs enseignants (dans les programmes du régentat et de l'agrégation de l'enseignement secondaire supérieur). Dans le même ordre d'idées, organiser régulièrement, en formation continuée, des recyclages en statistique pour professeurs en activité : par exemple, des séances consacrées à une introduction à l'AED (analyse exploratoire des données) ou à l'exploitation des moyens modernes de calculs au service de la statistique s'avèreraient utiles pour de nombreux professeurs actuellement en fonction.

- Pour que l'enseignement de la statistique et des probabilités soit fructueux, il est absolument nécessaire d'y consacrer le temps suffisant et de le débiter très tôt de manière à ce que toutes les notions puissent être assimilées en profondeur. Dès lors, il conviendrait soit d'augmenter le nombre d'heures de mathématiques, soit d'alléger le programme actuel en réduisant certaines matières classiques.

34 Swift J. : The vitality of statistics, dans Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education, par Zweng M. et al., Boston, Birkhauser, 1983.

Remerciements

Nous tenons à remercier sincèrement les membres du Groupe de Recherches « Statistiques & Probabilités » de l'Irem de Liège – Luxembourg, sans l'aide et l'appui desquels ce texte n'existerait pas. En particulier, nous adressons un tout grand merci à A. Albert, A. Coolen, J.C. Delagardelle, J.J. Haesbroeck, R. Marquet et M. Solhosse qui nous ont encouragés par leurs suggestions et avis pertinents. Nos collègues A. Albert, L. Esch et J. Navez ont accepté de présenter notre enquête à leurs étudiants. A. Albert et P. Dagnelie nous ont fait part de leur grande expérience pour mieux rédiger notre questionnaire. A. Albert et L. Sei-

del nous ont très efficacement secondés dans le dépouillement des formulaires.

Coordonnées des auteurs :

BAIR J. : Université de Liège, Faculté d'Economie, de Gestion et des Sciences Sociales, 7 Boulevard du Rectorat, Bât. B31, 4000 Liège (Belgique) ; Tél. (+) 32 4 366 30 18 ; E-mail : J.Bair@ulg.ac.be.

HAESBROECK G. : Université de Liège, Faculté des Sciences, Institut de Mathématique, Grande Traverse, Bât. B37, 4000 Liège (Belgique) ; Tél. (+) 32 4 366 95 94 ; E-mail : G.Haesbroeck@ulg.ac.be.