

---

## LA RUBRIQUE « POINT DE VUE » :

---

### **Un lieu de débat pour les enseignants de Mathématiques**

*La rubrique « POINT DE VUE » est destinée à être un lieu de débat et un outil de réflexion pour les enseignants de mathématiques sur tous les sujets qui concernent leur profession.*

*Elle accueille dans ce numéro une intervention de Gilberte Pascal (cf. notre numéro 32, daté de juillet 1998) à propos du point de vue de Gérard Kuntz consacré aux tests pratiqués pour détecter la maladie de «la vache folle» et publié dans notre numéro précédent.*

*Cette rubrique est ouverte à tous et destinée à recevoir des articles courts, d'environ trois pages...*

*Nous attendons vos propositions.*

*Le Comité de Rédaction*

Point de vue

---

**A PROPOS DE  
MODELISATION**

---

Gilberte PASCAL<sup>1</sup>

Le « point de vue » paru dans le numéro de septembre sous la plume de Gérard Kuntz et intitulé « *Vache folle : probabilités, réalités et... pesanteur(s)* » a certainement dû intéresser les amateurs d'exercices sur les probabilités composées, les nostalgiques de Monsieur Claude Allègre, ainsi que les passionnés de la chute des corps. Il se trouve cependant que le ton et les analyses employés par l'auteur pour convaincre de la « puissance des mathématiques » me semblent appeler quelques remarques...

Dans un premier temps, l'exemple choisi (ou le prétexte, si l'on préfère) est celui d'un test permettant de détecter une maladie rare. Le problème résonne un peu comme les bons vieux problèmes de robinets : « *Prenons pour exemple une maladie rare qui atteint, disons 1 individu sur*

*10000 [...]. On met au point un test pour détecter si un individu est infecté par la maladie. Ce test donne des résultats fiables dans 99.9% des cas. [...] Supposons à présent qu'on pratique le test sur un individu pris au hasard et que ce test soit positif.*

*Quelle est la probabilité que l'individu ainsi testé soit effectivement infecté ?... »*

Grâce au calcul des probabilités, le Ministre et Gérard Kuntz répondent « *sans hésiter* » : « *... alors que le test est positif, l'individu a 90% de chances d'être sain !* » et tirent alors la morale de l'histoire. Chacun des deux est d'accord pour considérer que le test est « excellent mais imparfait » mais que les mathématiques viennent « d'éclairer de façon décisive un problème économique et social d'envergure ». La seule divergence qui les sépare (peut-être) est de nature « sociétale » : le Ministre pense que

---

<sup>1</sup> cet article doit beaucoup à mon frère Blaise.

le risque est de « déclencher un massacre bovin généralisé, ruineux et inutile » alors que Gérard Kuntz pense que « l'hécatombe annoncée est ramenée à de justes proportions. » et se demande s'il n'est pas légitime de « payer ce prix pour la sécurité alimentaire de la population (et/ou sa quiétude psychologique) »...

Evidemment, mon but n'est pas de rentrer ici dans un débat pour savoir si la quiétude des populations doit ou non (re)passer par les hécatombes de l'Antiquité, ou pour savoir si Monsieur Allègre se fait une idée plus ou moins juste de la sensibilité des lecteurs de l'Express en mettant l'accent sur le côté ruineux de tels massacres. Il serait bien difficile, en tout cas, de mesurer l'impact exact d'une analyse aussi *scientifique* dans un contexte où l'on a pris l'habitude de supprimer la totalité des troupeaux présentant un seul cas de maladie et où la menace d'épidémies relativement bénignes entraîne — sans autre forme de procès — l'immolation de millions d'animaux dont le seul crime fut de brouter dans les mauvaises contrées. On peut penser, en l'occurrence, que le « pigiste » Claude Allègre doit bien nourrir sa chronique hebdomadaire d'une façon ou d'une autre et qu'il n'est donc pas indispensable d'y répondre ailleurs que dans les rubriques spécialisées...

Il me semble en revanche que certaines phrases de Gérard Kuntz comme celle-ci :

*« La connaissance scientifique est l'inverse du bon sens. Croire que l'on peut comprendre le monde avec comme seul bagage le bon sens, même appuyé sur l'intelligence, est une erreur ». L'instrument qui défie le bon sens, infirme (même armé d'intelligence et de beaucoup d'ordina-*

*teurs) face à la réalité complexe du monde, s'appelle les Mathématiques. »*

ou celle-là :

*« La science permet simplement de calculer l'ordre de grandeur du coût de la décision »*

énoncées à propos d'un tel exemple de « modélisation-du-monde-qui-nous-entoure » méritent qu'on s'y arrête quelques instants. Les problèmes de robinets ne s'accompagnaient pas de tant d'emphase aussi véritablement naïve que faussement utilitaire, mais il apparaît de plus en plus que l'air du temps tend précisément à essayer de nous faire croire — et tout particulièrement à propos des problèmes de probabilités et statistiques — que c'est avec de tels arguments que pourrait (ou devrait) être « sauvé » l'enseignement des mathématiques.

Bien sûr, l'auteur a partiellement ressenti le côté irréaliste d'un exercice fondé sur la notion de « test fiable à 99.9% », mais il évacue la réflexion au profit d'une sorte de fiabilité « à deux vitesses » qui serait différente pour les animaux sains et les animaux malades... Le seul résultat est de renforcer le côté « probabilités composées » de la pseudo-modélisation à laquelle nous avons droit ; et tant pis pour l'élève qui aura déjà du mal avec l'inévitable « arborescence »,... tant pis pour celui qui se demandera ce que peut bien signifier un test donnant des résultats « fiables dans 99,9 % des cas »... alors que le but de l'exercice est de montrer qu'il se trompe neuf fois sur dix !

Comment l'élève pourrait-il d'ailleurs se permettre de penser que la réponse à

cette question est aussi simple que celle-ci : *l'exercice n'a aucun autre sens que d'être un exercice, et il ne faut surtout pas lui chercher de signification pratique vraiment réaliste.*

La première raison à cela est particulièrement évidente : c'est qu'il n'y a en aucun cas besoin de probabilités composées (arborescentes ou non) pour avoir une idée du résultat. En effet, si le test se trompe une fois sur mille avec des animaux sains, cela revient à dire qu'il fournit dix « faux positifs » lorsqu'on le fait passer à dix-mille animaux sains<sup>2</sup>, donc en y ajoutant le « vrai positif » malade que l'on a glissé parmi ces dix-mille animaux, il est clair que l'on se retrouve en face de onze « positifs » dont un seul est théoriquement malade...

On voit d'abord par là que la « fiabilité » supposée pour les animaux malades n'a d'intérêt que pour obliger le test à ne pas se tromper sur le seul animal malade testé, et on voit ensuite que le but de l'exercice n'est en fait que de « faire des calculs exacts » pour raffiner le résultat au millième près... et s'empresse de donner des valeurs approchées... Mais c'est exactement cela un exercice : *il n'a d'autre sens que d'être un exercice !*

Doit-on pour autant en conclure que « les mathématiques ont permis d'éclairer de façon décisive un problème économique et social d'envergure » ? A le proclamer sans raison, on risque fort, au contraire, de renforcer l'idée (prise cette fois au pied de la lettre) que « la connaissance scientifique est l'inverse du bon sens » ! Comment, en

effet, Gérard Kuntz peut-il affirmer que le problème de la vache folle peut être « éclairé » par une analyse de cette nature ?

Qui donc connaîtrait un test « fiable dans 99,9 % des cas » et se poserait la question de savoir si cela est susceptible ou non de déclencher une *hécatombe ruineuse* ?

J'ai déjà fait remarquer plus haut que que personne, de toute façon, ne semble se poser ce genre de question au sujet des hécatombes, mais ce n'est évidemment pas là-dessus que je veux insister ici. La question posée est essentiellement celle qui interviendrait éventuellement à propos de l'utilisation de la « science » dans la vie des citoyens : qui peut bien disposer d'un test « fiable à 99,9 % » et quelle *signification* peut-il bien donner à cette expression ?

Il est clair en effet que celui-ci peut légitimement s'entendre demander *comment* il a mesuré cette *fiabilité*, et il est clair aussi que l'on peut se demander quel sens il peut bien y avoir à définir ainsi une notion de *fiabilité a priori*,... si ce n'est pour les besoins de l'exercice ! Car il ne s'agit pas de mettre en cause le chiffre annoncé (il pourrait tout aussi bien s'agir de 90 %, 99 % ou même de 99,999 % !) mais de comprendre ce que recouvre exactement la notion invoquée en comprenant d'abord comment elle a bien pu être mesurée.

A-t-on, par exemple, fait passer 1000 fois le test à un même animal sain pour s'apercevoir que le résultat était faux une fois ? A-t-on ensuite réitéré cette expérience un assez grand nombre de fois pour conclure que la moyenne des erreurs conduisait à prévoir une probabilité de un échec sur mille ? A-t-on au contraire choisi *n* fois 1000 animaux sains (et comment ?...) pour

<sup>2</sup> c'est une méthode que je tiens d'un ami franc-comtois et fréquentiste.

s'apercevoir que l'on avait  $n$  erreurs de test ?... A-t-on fait une « modélisation » théorique qui a permis d'obtenir le résultat sans même pratiquer l'expérience ?...

Je laisse au lecteur le soin d'inventer toutes les procédures susceptibles de lui plaire, et je lui fais même grâce (il l'aura sans doute remarqué) de la mesure de fiabilité pour les animaux malades !

On aura deviné sans peine que cette fameuse fiabilité est avant tout inventée pour les besoins de la cause, que cette cause soit un exercice, un éditorial de Ministre ou un point de vue dans Repères... Car la vraie question de l'échec du test est essentiellement de savoir à *quoi tient concrètement un résultat erroné* : s'agit-il d'une *erreur de manipulation* au laboratoire ou s'agit-il d'une *raison biologique* tenant à l'animal testé ?

Dans le premier cas, il est naturel de penser que le simple fait de *refaire passer* le test ne laisse pratiquement aucune chance de se tromper une deuxième fois : on pourrait donc dire que le test est « parfait » (du moins en ce qui concerne les animaux sains) puisque les faux-positifs seront éliminés à la seconde passation.

Dans le second cas, l'explication tient à la biologie elle-même. C'est-à-dire que le test recherche en réalité un caractère biologique dont la possession est obligatoire pour être malade, mais qui ne suffit pas à caractériser la maladie. En d'autres termes, on a affaire à des *positifs-sains* parce que l'on n'a pas pris sur des caractères possédés exclusivement par les malades et que l'on est amené à détecter une population un peu plus grosse...

Mais alors *ou bien* le test est parfait (pour les animaux sains) parce que les échecs sont de nature « aléatoire », *ou bien* il va présenter un taux d'échec irréductible qui tient essentiellement au pourcentage d'animaux qui portent le caractère testé par rapport, d'une part à la population ambiante (ici : un millième) et d'autre part à la population malade (ici : dix positifs-sains pour un malade)...

Dès lors, à qui fera-t-on croire que la « fiabilité » ait pu un seul instant être considérée comme *envisagée a priori* alors qu'elle s'avère (et de façon incontournable) comme *constatée a posteriori* ? L'exemple choisi par le Ministre est donc parfaitement artificiel. Il convient sans doute aux lecteurs de l'Express et c'est, si l'on veut, le prétexte à un exercice qui en vaut bien d'autres... mais on voit mal la raison pour laquelle Gérard Kuntz tient à en faire l'emblème d'une modélisation qui prouverait que les mathématiques ont une influence aussi artificielle sur les problèmes de société !

Il faut donc le constater : l'intrusion « tellurique » dans l'éducation nationale du Ministre Claude Allègre aura non seulement laissé des traces pendant son passage, mais elle provoque encore aujourd'hui des « répliques » lorsque des sujets sensibles apparaissent au détour de quelque rubrique journalistique.

Cela ne serait qu'un phénomène plutôt amusant à observer s'il ne traduisait en réalité une profonde déstabilisation de l'enseignement même des mathématiques : que tente de faire d'autre Gérard Kuntz que de « venger » les mathématiques des attaques du physicien Claude Allègre qui

les avait mises en demeure de justifier de leur existence ?

Pris à contre-pied, d'une certaine manière, par l'exemple des probabilités sur lequel il est d'accord avec le chroniqueur de l'Express, il s'ingénie alors (dans un deuxième temps) à revenir chicaner le Ministre sur sa fameuse phrase :

*« Tous les corps tombent dans le vide avec la même vitesse, et c'est vrai aussi dans l'air en première approximation pour des trajets de quelques mètres. »*

Pensant (ou faisant semblant de croire) que les physiciens n'ont jamais remarqué

que les plumes, les feuilles de papier, les ballons de baudruche et tous les corps qui « volent » sont susceptibles de ne pas tomber à la même vitesse que les autres, Gérard Kuntz entreprend de prouver à Claude Allègre qu'il a bel et bien tort d'avoir oublié tous ces cas...

Las ! C'est alors le mathématicien (désespérément brouillé avec la notion de modélisation ?...) qui donne l'impression qu'il va « établir une démonstration » de tous les phénomènes litigieux sous le prétexte qu'il fait appel à une « équation mathématique » !...

Et si chacun restait plutôt à sa place ?