LA PLACE DE LA DEMONSTRATION DANS L'E.S.O. [1] EN ESPAGNE

María C. DIAZ MORALES
Lycée Salvador Dalí de MADRID

1 INTRODUCTION

1.1 Motivation du travail

Après avoir réalisé mes études de mathématiques en France, je suis devenue professeur de mathématiques dans un lycée en Espagne.

J'ai tout de suite remarqué que les élèves, dans les classes équivalentes à la première et à la terminale, éprouvaient de grandes difficultés quand on leur demandait de démontrer. Pour essayer d'en déterminer les causes, j'ai cherché à savoir à quel niveau et comment les élèves commençaient l'apprentissage de la démonstration. Il s'est avéré que cet enseignement n'était pas pris en charge par les programmes. D'autre part, on nous dit qu'un des objectifs fondamentaux de la réforme, dans l'enseignement des mathématiques est « d'apprendre à l'élève à penser ». Conformément à cet objectif, on trouve souvent, dans les épreuves de « selectividad » (épreuves d'accès à l'université, juste à la fin de la terminale), des exercices où l'on énonce une propriété mathématique et où l'on demande ensuite : « si c'est toujours vrai, démontrez-le, dans le cas contraire, donnez un contre exemple ». Cette sorte d'épreuve, bien adaptée pour évaluer si l'élève a effectivement appris à penser, présente une grande difficulté.

L'objectif poursuivi est très intéressant, riche et fondamental pour la formation des futurs universitaires, mais, pour

[1] E.S.O. : enseignement secondaire obligatoire (de douze à seize ans.)

l'atteindre, il faut s'en donner les moyens. L'apprentissage de la démonstration est un processus lent, difficile et laborieux, qui ne s'acquiert pas miraculeusement.

La démonstration est le processus de validation qui différencie les mathématiques des sciences expérimentales. C'est pourquoi elle occupe une place primordiale dans cette discipline et elle devrait jouer un rôle essentiel dans l'enseignement des mathématiques, même si son apprentissage s'avère comme l'un des plus difficiles.

Nicolas BALACHEFF, après avoir réalisé une analyse épistémologique et expérimentale, propose un classement des différentes sortes de preuves que les élèves élaborent dans une situation de validation. C'est dans ce cadre théorique que je me suis placée pour mon travail didactique.

Face à un problème de démonstration, un élève qui commence à apprendre cette technique est amené à suivre des chemins inhabituels. Il doit rechercher les raisons profondes qui expliquent une propriété, les liens existant entre celle-ci et les connaissances explicites, etc.

Ainsi, il doit :

- Analyser le problème ;
- Rechercher les connaissances à mobiliser ;
- Organiser ses idées
- Rédiger la solution.

C'est donc un travail différent de ce qu'il a l'habitude de faire : appliquer des processus. Il est indispensable d'expliquer clairement aux élèves l'intérêt de ces problèmes de démonstration en insistant sur leur caractère novateur.

1.2 Organisation du travail

Cet article fait partie d'un travail didactique sur les problèmes de l'enseignement et de l'apprentissage de la démonstration dans l'enseignement secondaire obligatoire en Espagne, en comparaison avec l'enseignement français. Il présente brièvement : le système scolaire espagnol, les indications et recommandations données par le ministère de l'éducation pour élaborer les programmes de mathématiques. Il analyse les programmes et leur organisation. Le travail porte sur les chapitres qui font plus ou moins explicitement référence à la démonstration.

Nous exposons aussi comment apparaît la démonstration dans les manuels en Espagne ; quelle place elle occupe étant donné que les programmes n'envisagent pas son enseignement.

2 LE SYSTEME SCOLAIRE ESPAGNOL

En 1991 a lieu en Espagne une réforme importante du système éducatif qui concerne l'école primaire et secondaire ; cette réforme donne lieu à de nouveaux programmes et l'enseignement devient obligatoire jusqu'à l'âge de seize ans au lieu de quatorze ans. L'école primaire se compose alors de trois cycles de deux ans chacun et correspond à la tranche d'âge de six à douze ans.

L'ESO (enseignement secondaire obligatoire, de douze à seize ans) se compose de deux cycles de deux ans chacun :

— premier cycle (1º et 2º de l'ESO) ;

— deuxième cycle (3º et 4º de l'ESO).

Espagne	1°	2°	3°	4°	5°	6°	1° ESO	2° ESO	3° ESO	4° ESO	1° Bachillerato	2° Bachillerato
France	CP	CE_1	CE_2	CM_1	CM_2	$6^{ème}$	$5^{ème}$	$4^{ème}$	$3^{ème}$	2^{nde}	$1^{ère}$	Terminale

L'enseignement post-obligatoire, se continue sur deux ans : « 1º de bachillerato » et « 2º de bachillerato ». Ainsi l'équivalence des niveaux entre l'Espagne et la France s'établit comme dans le tableau ci-dessus.

Le temps consacré à l'enseignement des mathématiques est de trois périodes hebdomadaires de 50 minutes pendant les quatre années de l'ESO et de quatre périodes hebdomadaires de 50 minutes pendant les deux années de « Bachillerato ».

3 ANALYSE DES PROGRAMMES

Nous avons étudié les lignes directrices suivies par les deux ministères de l'Education pour élaborer les programmes de mathématiques, ainsi que l'organisation de ceux-ci en Espagne. Cette étude se limite aux niveaux correspondants à l'ESO.

Nous avons lu attentivement les programmes de mathématiques correspondant aux deux cycles d'ESO et aux niveaux correspondants en France, afin de détecter quelles sont leurs intentions par rapport à l'enseignement de la démonstration. Pour ce faire, nous avons cherché les mots qui ont un rapport plus ou moins proche à la démonstration : conjecture, preuve, argumentation, propriété caractéristique, raisonnement, déduction, induction, résolution de problèmes, démonstration, inférence, hypothèse, raisonnement hypothético-déductif etc.

Pour réaliser ce travail, nous avons tenu compte des différentes parties de programmes où l'on peut établir un parallèle entre les deux pays. Le présent chapitre n'expose que la situation en Espagne.

3.1 Organisation des programmes en Espagne

Les programmes de mathématiques pour l'ESO sont conçus comme « larges, très ouverts et flexibles » pour que chaque établissement d'enseignement puisse élaborer son « proyecto curricular » (programme spécifique à chaque établissement), à partir duquel les professeurs établiront leur programme d'enseignement, en tenant compte des caractéristiques des élèves, de l'évolution de l'apprentissage et du milieu socioculturel.

3.1.1 Introduction aux programmes

Dans l'introduction au « currículo oficial » de l'ESO (« Secondaire Obligatoire, Mathématiques », édité par le ministère de l'éducation espagnol), traduit en annexe 1, on perçoit très clairement quelles sont les intentions des programmes par rapport au raisonnement déductif et à la démonstration.

On peut constater que les programmes conseillent de partir de l'expérience de l'élève chaque fois que c'est possible, pour éviter d'aborder de façon trop abstraite les contenus, et on a l'impression que le raisonnement inductif, fortement conseillé, est présenté en opposition au raisonnement déductif. Il faut préciser qu'ici le raisonnement inductif ne fait pas référence au raisonnement par récurrence, mais au fait qu'à partir de l'observation de cas particuliers et de la réalité, l'élève doit être capable d'émettre des conjectures et de formuler des hypothèses ; la démonstration de ces conjectures et hypothèses n'est pas envisagée.

On détecte trois temps dans cette introduction :

- Dans une première partie, on nous présente le raisonnement déductif comme traditionnel et on donne la priorité au raisonnement inductif et à la construction empirique.
- Dans la deuxième partie, on nous dit qu'il faut renforcer l'utilisation du raisonnement empirique/inductif parallèlement au raisonnement déductif et à l'abstraction, puisque au fur et à mesure que les élèves possèdent de plus en plus de connaissances de type formel, ils seront capables d'abstraire et de faire des inférences. A ce moment là, il serait possible d'introduire le raisonnement hypothéticodéductif.
- Mais, dans un troisième temps et comme conclusion, on nous annonce que les contenus formels et déductifs des mathématiques se trouvent hors de portée des élèves, même à la fin de l'ESO et pour cette raison les « savoir-faire » auront une priorité dans l'enseignement des mathématiques.

Il y a des aller-retour autour du raisonnement déductif. Il est présent car il est évident qu'on ne peut pas l'ignorer dans l'enseignement des mathématiques ; la possibilité de l'utiliser reste ouverte, mais elle n'est pas encouragée, bien au contraire, les méthodes inductives prennent une place primordiale face au raisonnement déductif.

3.1.2 Objectifs généraux

Le texte officiel présente dix **objectifs généraux**. Citons [2] ceux qui ont un rapport avec ce travail :

— *Incorporer au langage et à l'organisation habituelle les différentes formes d'expression mathématique, afin de communiquer de façon précise et rigoureuse.*

— *Utiliser les différentes formes de la pensée logique pour formuler et vérifier des conjectures, réaliser des inférences et déductions.*

— *Elaborer des stratégies personnelles pour l'analyse de situations concrètes et la clarification et résolution de problèmes.*

Ces trois objectifs généraux définissent et représentent les étapes progressives à l'élaboration d'une démonstration :

1) Formuler et vérifier des conjectures ; faire des inférences et des déductions.

2) Élaborer des stratégies générales pour l'analyse de situations concrètes et la clarification et résolution de problèmes.

3) Communiquer de façon précise et rigoureuse. Rédiger correctement les étapes successives et les solutions.

Mais il faut mettre en rapport les trois objectifs et dans cet ordre pour conclure qu'ils peuvent déboucher sur une démonstration.

La démonstration en tant que telle n'apparaît pas dans les intentions des programmes. On remarque l'absence du mot démonstration dans les objectifs fixés pour l'ESO.

2 Toutes les parties en italiques sont des traductions littérales (citations).

3.1.3 Contenus

La structure des contenus est hélicoïdale, c'est-à-dire qu'un sujet donné est repris pendant les quatre années de l'ESO et approfondi au fur et à mesure. Mais, comme on l'exposera plus tard, il n'y a pas de réelle progression dans le niveau d'approfondissement. Dans les différentes parties décrites, on parle de façon globale pour les quatre niveaux de l'ESO. Dans les contenus on ne détermine pas à quel niveau ils doivent être enseignés, puisque le curriculum est une norme officielle qui constitue la base et le cadre pour élaborer les programmes. Il appartient à l'équipe de professeurs de mathématiques de chaque établissement d'élaborer des programmes (projet d'établissement) dans lesquels ce qui est établi officiellement doit s'adapter aux différents niveaux des élèves et à leur milieu socioculturel. Il revient donc à chaque établissement d'effectuer la distribution des contenus par cycle et de décider des critères d'évaluation.

Les contenus sont répartis en cinq blocs :

- Nombres et opérations. Signification, stratégies et symbolisation.
- Mesure : estimation et calcul de grandeurs.
- Représentation et organisation dans l'espace.
- Interprétation, représentation et traitement de l'information.
- Traitement du hasard.

En 4° d'ESO, il y a deux options en mathématiques, appelées A et B, qui sont décisives par la suite dans la progression des études. La différence entre les deux options réside surtout dans le traitement des contenus.

L'option A privilégie l'aspect appliqué des mathématiques, en insistant sur l'interprétation de l'information sous plusieurs formes au moyen de termes et de représentations propres aux mathématiques. Elle limite l'utilisation de représentations symboliques et du formalisme et elle favorise l'acquisition de stratégies de résolution de problèmes.

L'option B privilégie l'aspect constructif des mathématiques ; elle donne un plus grand poids à l'emploi du langage symbolique et aux représentations formelles et elle favorise l'acquisition de savoir-faire technique, qui est un moyen important pour résoudre des problèmes complexes d'un point de vue mathématique.

Le bloc « représentation et organisation dans l'espace », traduit en annexe 2, est dédié à la géométrie et on trouve des arguments de caractère géométrique dans le chapitre « mesure : estimation et calcul de grandeurs ».

3.1.4 Critères d'évaluation

Un aspect qui caractérise fortement le programme espagnol est l'évaluation qui concerne le processus enseignement – apprentissage. Ces critères sont exprimés au moyen d'un couple ordonné : la première composante exprime ce que l'élève doit acquérir des contenus (versant de l'enseignement). La deuxième composante exprime ce que le professeur doit évaluer (versant de l'apprentissage). Ils sont conçus pour évaluer les acquis des élèves à la fin de la dernière année de l'ESO.

Il y a au total 14 critères d'évaluation des connaissances des élèves, dont 5 se rapportent à la géométrie et un à la résolution de problèmes. On trouvera en annexe 3 une traduction de ces six critères. On remarque qu'ils ne contiennent pas d'exigences par rapport à la démonstration. Vu les contenus et les critères d'évaluation de géométrie, on peut constater comment le choix s'appuie sur la tradition. Par exemple, quand on parle de transformation, les programmes ne donnent pas lieu à l'étude de l'effet sur les figures particulières des translations, des rotations, des symétries, des réductions et des agrandissements. On peut considérer que la seule chose qui concerne les transformations est l'étude des régularités et des symétries dans les figures planes ou dans les corps dans l'espace.

Les programmes de l'ESO, en géométrie, font apparaître le point de vue traditionnel : étude des figures et des corps géométriques. Lorsque l'on parle d'homothétie ou de similitude, on se limite à l'étude de figures semblables.

Ce choix entraîne des limitations. On constate l'utilisation du terme « égal » pour parler de figures isométriques. Les cas d'égalité des triangles et les similitudes occupent une place privilégiée dans la démonstration. La tradition joue un rôle décisif. Un objet qui appartient au patrimoine culturel de la société peut bien devenir et rester pour longtemps un objet d'enseignement qui peut devenir un obstacle à l'introduction de nouveaux objets telles les transformations. Introduites dans les programmes à partir de la réforme, elles sont très peu acceptées et presque pas utilisées comme outil de résolution de problème ou de démonstration.

Au contraire, on peut apprécier l'attention prêtée à l'étude des représentations d'objets et parties de l'espace (et pas seulement dans le plan) au moyen de manipulations.

Il est très significatif de constater que le théorème de PYTHAGORE est placé dans le bloc « mesures, estimation et calcul de grandeurs », paragraphe « mesures indirectes ».

De même, le théorème de THALES doit servir à obtenir et employer des relations métriques entre figures.

3.2 Quelques considérations sur les contenus en Espagne

Comme les programmes espagnols n'envisagent pas l'enseignement de la démonstration, bien que l'on trouve des contenus qui pourraient être utilisés à cette fin on ne détecte pas une structure qui permettrait d'utiliser les propriétés enseignées dans une initiation à l'apprentissage de la démonstration. Citons deux exemples pour illustrer ces propos : le cas des transformations et celui de la proportionnalité.

Le tableau ci-contre montre la distribution par niveaux de l'étude des transformations planes [3].

On peut observer que l'enseignement des transformations n'est pas dosé : on introduit simultanément translations, rotations et symétries, on doit ensuite les traiter pendant trois ans, en raison de la structure hélicoïdale des programmes. On exige des élèves qu'ils soient capables de reconnaître et de construire des figures, mais on n'exige pas d'eux la connaissance de leurs propriétés ni des applications que l'on peut obtenir de celles-ci, alors qu'elles seraient des outils précieux pour l'apprentissage de la démonstration.

3 D'après le projet d'établissement d'un lycée de Madrid où j'ai travaillé.

Niveau	Contenus	Ce que l'on doit exiger
1º d'ESO	Translations, rotations et symétries.	• Reconnaissance des figures symétriques. • Obtention de figures par translation, rotation et symétrie.
2º d'ESO	Translations, rotations et symétries. Vecteur de translation et symétrie centrale.	Mêmes exigences qu'en 1º d'ESO.
3º d'ESO	Translations, rotations et symétries.	Mêmes exigences qu'en 1º d'ESO.
4º d'ESO	Homothéties. Polygones semblables et figures homothétiques.	• Reconnaître les figures homothétiques et les propriétés des homothéties. • Reconnaître la similitude comme transformation géométrique (composition dune homothéties et d'un déplacement)

On introduit les homothéties en 4º d'ESO, au même niveau qu'en France, mais on ne spécifie pas les propriétés que les élèves doivent connaître.

Etant donné que les cas de congruence et de similitude des triangles sont des outils de démonstration d'une utilisation plus facile que les transformations, celles-ci ne trouvent pas leur vraie place. On n'exige des élèves que de savoir les reconnaître.

Un enseignement qui envisage la cohabitation de ces deux chapitres doit être bien dosé, car sinon le premier agit comme un obstacle vis-à-vis du dernier arrivé, qui est très loin de s'intégrer convenablement aux autres connaissances de l'élève.

Le deuxième exemple est celui de la proportionnalité et du théorème de THALES, la façon dont on les introduit et ce que l'on exige des élèves. Le tableau de la page suivante montre la distribution par niveaux de l'étude de la proportionnalité.

Dans les programmes espagnols, on parle du théorème de THALES à partir de 2º d'ESO, mais on n'évoque pas souvent sa réciproque, on ne spécifie pas les propriétés que l'on doit en déduire.

L'omission de la réciproque du théorème de THALES est assez significative. Comme on utilise constamment une géométrie de la mesure, le théorème de THALES qui apparaît dans les programmes est le théorème direct, qui sert tellement à résoudre des problèmes métriques ou de proportionnalité.

Par contre, le théorème réciproque, puissant outil pour démontrer le parallélisme, est omis.

Niveau	Contenus	Ce que l'on doit exiger
1º d'ESO	Proportionnalité numérique (même chose en France à ce niveau)	
2º d'ESO	• Droites parallèles coupées par deux droites concourantes. • Théorème de THALES. • Segment 4ème proportionnel à trois segments donnés. • Triangles en position de THALES. • Triangles semblables. • Polygones semblables. • Echelles.	• Obtention du rapport de similitude. • Reconnaître les figures semblables.
3º d'ESO	Théorème de THALES.	Obtenir et vérifier des relations métriques entre figures
4º d'ESO	Théorème de THALES.	Vérifier et utiliser des relations métriques dans les triangles.

3.3 Conclusion

Le mot démonstration n'apparaît pratiquement pas dans les programmes espagnols et l'enseignement de la démonstration est absent, aussi bien dans les intentions des programmes que dans les objectifs. Aucun critère d'évaluation ne porte sur la démonstration.

Aussi bien en France qu'en Espagne, il est conseillé de partir de l'expérience de l'élève, quand c'est possible, mais la différence entre ce qui est conseillé dans chaque programme apparaît très rapidement.

En France, on n'oppose pas le raisonnement empirique/inductif au raisonnement déductif, puisqu'il existe une progression entre les deux et qu'on peut les utiliser simultanément. Sans oublier le contact avec la réalité et l'expérience de l'élève, on demande sans arrêt l'initiation au raisonnement déductif et son institutionnalisation à partir de la 4ème de telle sorte que l'élève arrive, peu à peu, à démontrer.

En Espagne, la possibilité d'utiliser le raisonnement déductif reste ouverte, mais elle n'est pas encouragée, bien au contraire : on insiste constamment sur l'utilisation du raisonnement inductif en opposition au raisonnement déductif.

Les programmes espagnols sont conséquents avec les intentions décrites dans l'introduction : un apprentissage des mathématiques qui donne priorité au raisonnement empirique/inductif par rapport au raisonnement déductif.

Il faudrait pourtant trouver un équilibre entre ces deux tendances (raisonnement empirique/inductif et raisonnement déductif), pour ne pas rester en mathématiques au niveau des vérifications, parce qu'il faudra bien, à un moment donné, habituer l'élève à généraliser et à faire la différence entre le particulier et l'universel.

4 LES MANUELS SCOLAIRES

On peut se demander : quelle est la place de la démonstration non gérée par les programmes ? A quoi cela conduit-il ? A quel type d'exercices ? Pour cela, examinons les manuels [4].

Comme, en Espagne, on accorde beaucoup de liberté pour élaborer la programmation et pour distribuer les contenus des deux cycles de l'ESO, il ne faut pas s'étonner de retrouver la même liberté lorsque l'on examine les manuels scolaires.

L'étude a porté sur des manuels de 2º d'ESO publiés par différents éditeurs. Le niveau choisi correspond à la 4ème en France, où débute l'apprentissage de la démonstration. Quand on analyse certaines parties de géométrie en 2º d'ESO, on remarque que, parfois, les contenus ne coïncident pas d'un manuel à l'autre.

Ainsi, pour trois manuels examinés, on constate que, par rapport aux programmes exposés globalement, ***n'apparaissent pas*** les contenus suivants (tableau ci-dessous) :

1er manuel	**2ème manuel**	**3ème manuel**
Droites parallèles coupées par deux droites concourantes.	Droites parallèles coupées par deux droites concourantes.	
Théorème de THALES.	Théorème de THALES.	
Triangles en position de THALES.	Triangles en position de THALES.	
Translations, rotations et symétries. Vecteur de translation.	Translations et rotations.	Translations, rotations et symétries.
	Les angles dans le cercle.	Les angles dans le cercle.
		Droites remarquables dans un triangle.
		Le th. de PYTHAGORE.

4 On a fait le choix de ne pas citer les différents éditeurs, car l'objectif de cet article n'est pas d'analyser les manuels scolaires. Les contenus et exercices cités ne le sont qu'à titre d'exemple.

Ceci pose problème si l'on envisage de changer de manuel scolaire à mi-parcours de l'ESO, car on court le risque que certains contenus ne soient jamais abordés tout au long de la scolarité.

Le fait que l'enseignement de la démonstration ne soit pas envisagé dans les programmes se traduit à différents niveaux dans les manuels scolaires :

- Quand on énonce, dans les contenus, un théorème dont la réciproque existe, on peut trouver diverses situations :
  - Qu'il soit énoncé dans le sens direct, sans préciser ce fait, et que sa réciproque soit ignorée.
  - Qu'il soit énoncé dans le sens direct, sans parler de sa réciproque, et que, plus tard, cette dernière soit utilisée sans que l'on ne l'annonce, ce qui peut induire les élèves à penser que tout théorème possède une réciproque.
- La démonstration des théorèmes énoncés apparaît parfois, mais pas toujours. Lorsqu'elle n'apparaît pas, le manuel ne précise pas que le théorème sera admis pour le moment.
- Dans les problèmes et exercices du niveau de 2º d'ESO, il est très rare de trouver les mots « prouver » ou « démontrer » alors que l'on rencontre tout le temps le mot « vérifier », ce qui, souvent, ne peut se faire qu'en mesurant et qui conduit les élèves à émettre des conjectures. Parfois, l'exercice ne s'arrête pas là, et d'autres questions nécessitent l'utilisation des propriétés vérifiées, mais non démontrées.
- Quand on étudie certains contenus et leurs propriétés, il arrive souvent que le manuel ne contienne pas d'exercices adaptés à l'utilisation de ces propriétés pour en favoriser l'acquisition et leur application à la résolution de problèmes.
- Chaque chapitre contient beaucoup d'informations, mais on n'approfondit pas assez ; ceci serait d'ailleurs impossible parce que le temps réservé à l'enseignement des mathématiques est limité. On est souvent contraint de ne donner que des définitions et des problèmes d'application directe.
- Comme on peut le constater dans les programmes, la géométrie est essentiellement métrique, et permet surtout de faire des applications numériques. On ne trouve pas beaucoup d'exercices de géométrie à proprement parler où l'on demande de démontrer des propriétés de certaines configurations.
- Il n'y a pas beaucoup d'exercices où l'on demande à l'élève de dessiner une figure. En général, lorsqu'une figure est nécessaire, elle est donnée et, dans certains cas, cette figure n'est pas codée, tous les éléments de l'énoncé n'étant pas traduits sur la figure.
- Il n'y a pas d'exercices destinés à apprendre à rédiger la solution d'un problème et, évidemment, encore moins à apprendre à rédiger une démonstration.

Tous ces manuels ont en commun la façon d'introduire les différents contenus : ils partent d'un certain nombre d'activités dirigées où les élèves, guidés par le professeur, doivent utiliser l'expérience et les connaissances acquises antérieurement pour accéder à des connaissances nouvelles. Les manuels énoncent ensuite les conclusions auxquelles conduisent les activités réalisées.

La plupart des problèmes proposés dans les manuels sont d'application à la vie réelle. Dans ce sens, les manuels font un grand effort pour motiver les élèves et donner un sens concret aux connaissances acquises. Il faut aussi souligner l'effort réalisé pour donner une présentation très attractive, très coloriée, avec beaucoup d'illustrations et de photos.

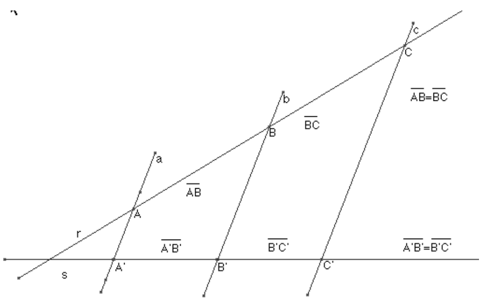
Les exercices sont en général assez simples, mais on en trouve de temps en temps certains dont la solution est très loin d'être évidente. Il s'agit de problèmes ouverts, avec un énoncé court qui n'induit ni la méthode, ni la solution, et on ne peut en aucun cas obtenir cette solution en appliquant directement le contenu de la leçon. Le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves sont familiarisés, ce qui leur permet de faire des essais de résolution, de conjectures, etc.

4.1 Les contenus

Pour illustrer ces propos, examinons la façon dont est introduit le théorème de THALES dans le seul manuel où il apparaît parmi les trois étudiés.

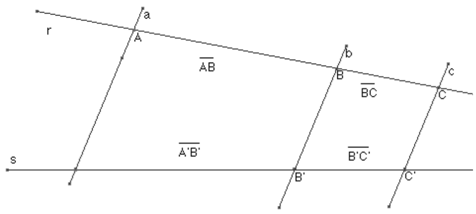
Dans le chapitre « similitude », on trouve, en particulier :

Droites parallèles qui coupent deux autres droites.



Les droites (a), (b) et (c) sont parallèles et coupent les droites (r) et (s). Si les segments [AB] et [BC] sont égaux, alors les segments [A'B'] et [B'C'] sont égaux.

Vérifiez-le en les mesurant.

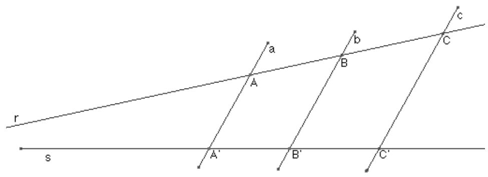


Maintenant aussi, les droites (a), (b) et (c) sont parallèles et coupent les droites (r) et (s). Le segment [AB] est deux fois plus grand que le segment [BC] : AB = 2 BC. Alors le segment [A'B'] est aussi deux fois plus grand que le segment [B'C']. A'B' = 2 B'C'.

Théorème de THALES.

Si les droites (a), (b) et (c) sont parallèles et coupent deux autres droites (r) et (s), alors les segments que les premières déterminent sur les secondes sont proportionnels.

AB / BC = A'B' / B'C'



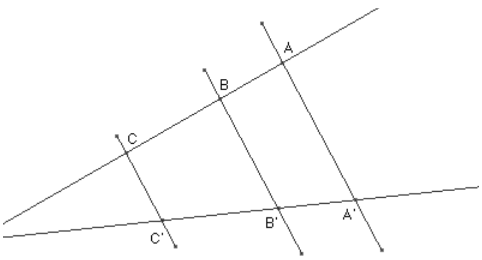
La réciproque est vraie : si les segments [AB] et [BC] sont proportionnels aux segments [A'B'] et [B'C'], alors les droites (a), (b) et (c) sont parallèles.

On peut remarquer que la démonstration du théorème n'est pas donnée et que les auteurs ne disent pas non plus qu'il sera admis. Dans la propriété qui précède le théorème, la seule vérification demandée repose sur la mesure prise sur un dessin. De plus, l'énoncé de la réciproque du théorème de Thalès est faux : il ne suffit pas que les segments [AB] et [BC] soient proportionnels aux segments [A'B'] et [B'C'], il faut également que deux des trois droites soient parallèles pour pouvoir assurer que les trois droites le sont. On détecte un manque de rigueur que l'on retrouve souvent dans les manuels. Dans ce cas précis, on peut imaginer plusieurs hypothèses explicatives :

- Méconnaissance (improbable) de l'énoncé correct de la propriété réciproque ;
- Mauvaise habitude de se référer à un dessin non codé pour y puiser des informations essentielles,
- Oubli ayant échappé à la vigilance des auteurs et des correcteurs.

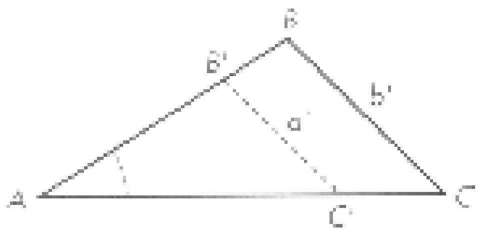
Voici l'un des deux exemples résolus que l'on trouve dans ce manuel.

*N° 1. **En mesurant**, nous avons vérifié que : AB = 1 cm, BC = 1,5 cm et B'C' = 1,8 cm. Pouvons-nous trouver, **sans mesurer**, la longueur A'B' ?*



Ici, les auteurs supposent que les droites sont parallèles sans que cela se trouve dans les hypothèses de l'exercice. Il est vrai qu'elles semblent parallèles, mais cette façon de faire induit l'élève à accepter comme preuve ce qui semble probable sur une figure. On contredit ainsi le fait qu'une figure ne suffit pas à prouver une propriété. On retrouve le manque de rigueur déjà signalé.

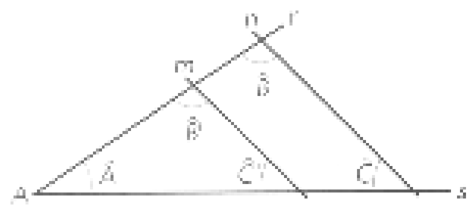
Triangles en position de THALES.



Les triangles ABC et AB'C' ont un angle commun A, c'est-à-dire le petit triangle est emboîté dans le grand. En plus, les côtés opposés à A sont parallèles. On dit que les deux triangles se trouvent en position de THALES.

Propriété importante : deux triangles en position de THALES sont semblables.

***Voyons** que cette propriété est vraie, qu'ils vérifient les deux conditions de similitude*



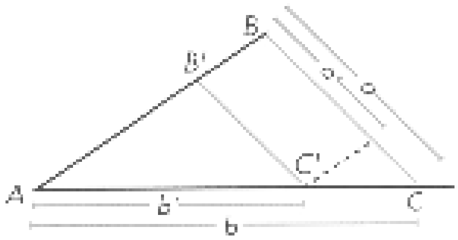
énoncées. Pour cela, nous prenons deux triangles quelconques en position de THALES.

➢ *Leurs trois angles sont respectivement égaux.*

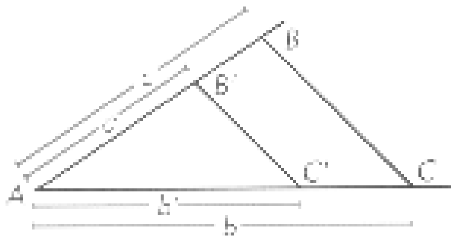
L'angle A est commun aux deux triangles, B' = B et C' = C puisqu'ils sont des angles correspondants entre parallèles.

➢ *Leurs côtés sont proportionnels*

En traçant par C' une parallèle à AB, on obtient, en appliquant à nouveau le théorème de THALES a / a' = b / b'



En appliquant le théorème de THALES, c / c' = b / b'



Donc a / a' = b / b' = c / c'

Ici, ils démontrent sans utiliser le mot démonstration.

Tout au long du chapitre on fait une utilisation abusive de la mesure sur un dessin. On voit aussi comment une géométrie métrique prend une place primordiale.

On constate l'absence d'exercice ou problème où il faudrait utiliser la réciproque du théorème de THALES ; celle-ci a été énoncée sans spécifier qu'il s'agit d'un théorème et elle n'est jamais utilisée.

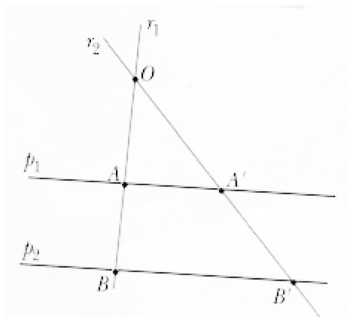
Le mot « démonstration » n'apparaît pas dans tout le chapitre. Même lorsqu'ils démontrent une propriété, ils n'utilisent pas le mot.

Pour illustrer le sens donné à « structure hélicoïdale des contenus », examinons les références au théorème de THALES qui figurent dans les manuels de 3º et 4º d'ESO de la même maison d'édition.

3º d'ESO : aucune.

4º d'ESO (option B) : on peut lire dans le chapitre relatif aux similitudes :

« *On appelle théorème de THALES une série de rapports de proportionnalité entre segments qui sont d'une grande utilité pratique pour la mesure indirecte de grandeurs et qui facilitent le chemin pour l'étude de figures semblables et de leurs propriétés.*
Sous sa forme la plus simple, le théorème de THALES affirme que :



Lorsqu'un ensemble de droites parallèles coupe deux droites, les segments déterminés

sur l'une d'elles sont proportionnels aux segments déterminés sur l'autre.
C'est-à-dire :
OA / OA' = OB / OB'

Sur la figure, les parallèles p_1 et p_2 coupent les droites r_1 et r_2.
En mesurant les segments correspondants, tu peux vérifier que :
OA / OA' = 1,8 / 2,4 = 0,75
OB / OB' = 3,3 / 4,4 = 0,75
AB / A'B' = 1,5 / 2 = 0,75

Exercice 1 : Démontrer que si OA / OA' = OB / OB', alors OA / OB = O A' / OB' (vérifier sur la figure ci-dessous)
D'autres rapports de proportionnalité découlent du théorème de THALES. En faisant glisser le triangle OAA' le long de r_2 et en appliquant le théorème :
OA/OB = AA'/BB'

Exercice 2 : En faisant glisser le triangle OAA' le long de r_1 et en appliquant le théorème, démontrer que OA' / OB' = AA' / BB' »

Quelques remarques :

1) On peut s'étonner de lire : « on appelle théorème de THALES une série de rapports de proportionnalité entre segments », ce qui vide de son sens le mot théorème.

2) L'existence du théorème réciproque n'est même pas mentionnée.

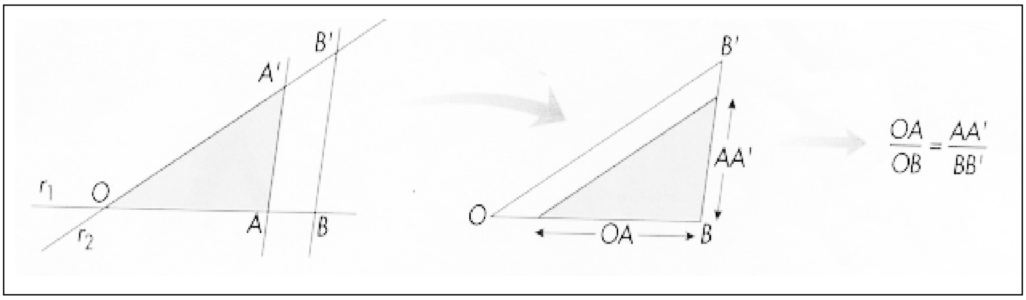
3) On constate une fois encore l'utilisation de la mesure sur un dessin comme moyen de vérification d'une démonstration. Contrairement à ce que l'on a remarqué en 2° d'ESO, le mot « démonstration » apparaît tout au long du chapitre, dans les exercices, mais il n'y a eu, dans tout le cursus, ni démonstration du théorème ni utilisation d'une technique pour leur apprendre à démontrer.

4) Il y a, pour le moins, une maladresse de codage dans la figure qui précède l'exercice 2 : on ne sait plus où se trouve le point O.

5) Nous avons ainsi vu toute la place accordée au théorème de THALES par cet éditeur d'un point de vue théorique, tout au long des 4 années d'ESO.

4.2 Les exercices

Examinons à présent différentes sortes d'exercices que l'on trouve dans les manuels.



Premier manuel.

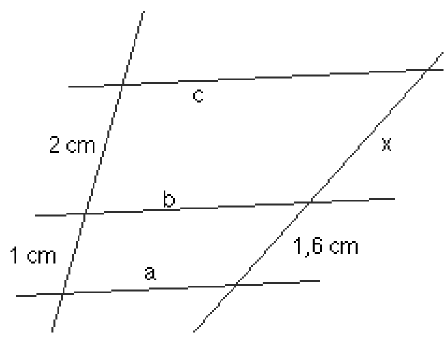
Dans le chapitre « similitude » que nous avons déjà traité dans les contenus, nous avons sélectionné ces exercices.

Dans l'exercice n° 1, on demande aux élèves de vérifier le parallélisme de trois droites sans leur donner d'autres moyens que d'utiliser l'équerre car rien, sur la figure ou dans l'énoncé ne permet de démontrer ce parallélisme. A partir de cette vérification sur un dessin, le parallélisme doit être admis pour pouvoir appliquer le théorème direct de THALES et calculer x. Cet exercice donne implicitement à une simple vérification sur un dessin la même valeur qu'à une démonstration.

Dans l'exercice n° 2, qui se trouve à la même page du manuel, en revanche, les moyens de prouver correctement que l'on peut appliquer le théorème direct de THALES se trouvent sur la figure.

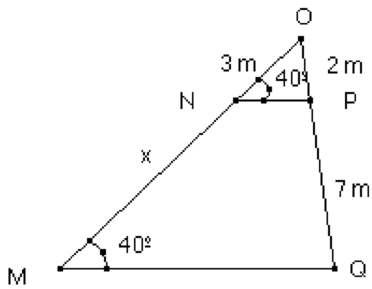
N° 1

a) Vérifier que les droites (a), (b) et (c) sont parallèles.



b) Calculer x.

N° 2 a) Justifier que l'on peut appliquer le théorème de THALES dans cette figure.



b) Calculer la longueur x.

Il n'y a aucun exercice qui demande l'utilisation de la réciproque du théorème de THALES. On ne trouve pas d'exercices où l'on demande de démontrer.

Deuxième manuel.

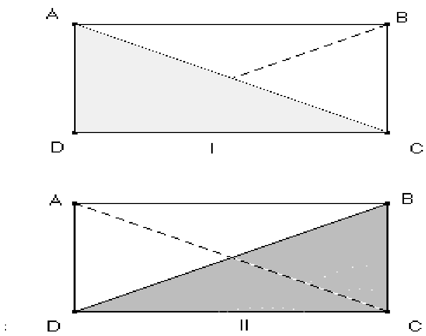
Les exercices suivants se trouvent dans le chapitre « polygones : les triangles » où l'on étudie :

- Le classement des triangles et quadrilatères
- L'égalité des triangles
- Les droites remarquables dans le triangle.

Dans la même page, on trouve deux exercices *consécutifs*.

Le premier est un exercice résolu de démonstration et dans le deuxième, puisque l'on ne demande pas de justifications mais simplement une interprétation, on suppose que les élèves doivent mesurer, ce qui place sur le même plan deux techniques très différentes, faisant appel à des méthodes non comparables. On peut remarquer que les figures ne sont pas codées. On constate l'utilisation de l'égalité de triangles comme outil de démonstration.

N° 1 (résolu). Observe les figures suivantes et démontre que les diagonales du rectangle sont égales. Utilise un des cas d'égalité des triangles.

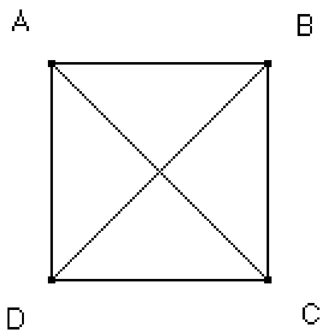


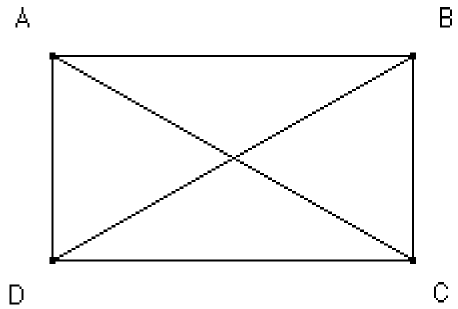
Les triangles I et II sont égaux car ils ont :

- *Deux côtés égaux, et*
- *L'angle compris entre ces deux côtés égal (angle droit).*

Donc, les diagonales sont égales.

N° 2 Observe les figures et complète ensuite le tableau par OUI ou NON dans chaque case.





	Carré	*Rectangle*
Les quatre côtés sont égaux		
Les quatre angles sont égaux		
Les côtés opposés sont égaux		
Les diagonales sont égales		
Les diagonales se coupent en leur milieu		
Les diagonales forment un angle droit		

La réponse à l'exercice numéro 3 devrait être une démonstration, mais la façon de poser la question se prête à une réponse beaucoup plus légère. C'est souvent le cas dans ce manuel.

N° 3 Les diagonales des parallélogrammes se coupent en leur milieu. Pourquoi ?

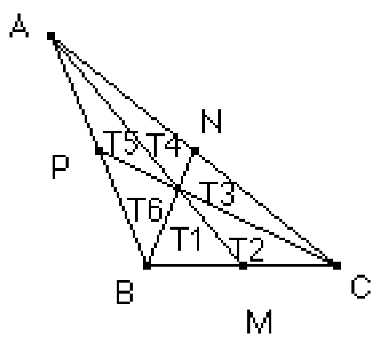
Le quatrième est un exercice d'application à la vie quotidienne, qui présente l'originalité de nécessiter un recours au contre exemple. Mais, là aussi, la formulation de la question pourrait se prêter à une réponse par oui ou non.

N° 4 Une couturière doit découper des morceaux de tissu carrés. Après en avoir coupé plusieurs, elle vérifie son travail en pliant chaque morceau selon l'une de ses diagonales et en regardant si les bords coïncident. Si oui, cela signifie, d'après elle, que les morceaux découpés sont bien carrés. Cette vérification est-elle correcte ?

Le cinquième est l'un des rares exercices où l'on demande de démontrer. Il faut utiliser la propriété de la médiane de diviser un triangle en deux triangles de même aire et itérer le processus ; utiliser la transitivité de l'égalité. Il n'y a pas de questions intermédiaires ni aucune aide pour guider l'élève.

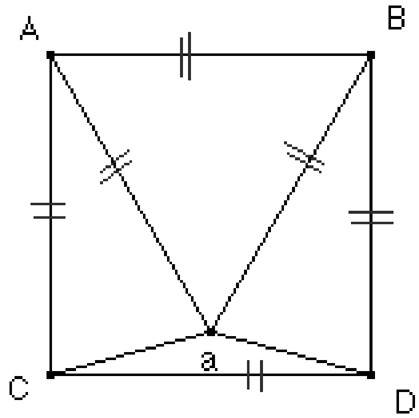
N° 5 Si on trace les trois médianes d'un triangle, on obtient les six triangles marqués sur la figure.

***Démontrer** qu'ils ont tous la même aire, c'est-à-dire qu'ils sont équivalents.*



Dans l'exercice numéro 6, il faut utiliser le raisonnement déductif à propos de mesure d'angles. On peut remarquer que, dans cet exercice, la figure est codée.

N° 6 Dans un carré, on construit quatre triangles, l'un équilatéral et les trois autres isocèles, comme le montre la figure. Calculer la mesure de l'angle â.



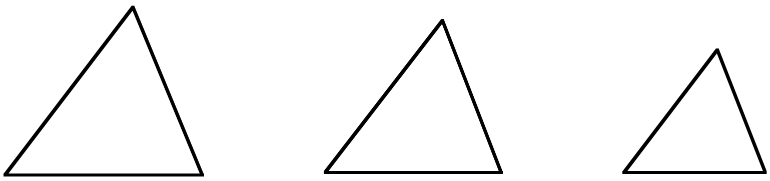
Troisième manuel.

On trouve, dans ce manuel, les caractéristiques des deux autres, mais de façon plus accentuée. Voici deux exercices du chapitre « angles, triangles et autres figures ».

Ces deux exercices illustrent les sortes d'activités employées systématiquement dans ce manuel. Il répond au désir d'un enseignement des mathématiques par les méthodes inductives et empiriques. L'approche est très attrayante, seulement le problème est qu'il ne va pas au-delà : pas d'exercices ni de problèmes, aucune démonstration…

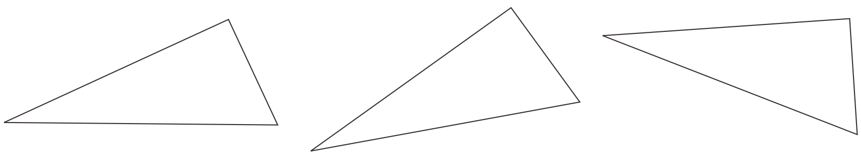
Vérifier en mesurant devient une habitude et il ne spécifie jamais qu'une mesure peut ne pas être exacte et qu'elle ne peut en aucun cas servir de preuve. Les mesures de l'exercice n° 3 conduisent à des triplets Pythagoriciens, évitant ainsi le problème de l'irrationalité.

N° 1 Conjectures et vérifications.
I. Observer les triangles ci-dessous.



a) Sont-ils égaux ou différents ?
b) Mesurer leurs angles et leurs côtés.
c) Comparer leurs mesures. Les triangles sont-ils égaux ou différents ?

II. Observer les triangles ci-dessous.



a) Beaucoup d'élèves disent qu'ils sont différents. Peux-tu expliquer pourquoi ?
b) Mesurer leurs angles et leurs côtés et comparer leurs mesures. Les triangles sont-ils égaux ou différents ?
c) Peux-tu dire quand deux triangles sont égaux ? Que crois-tu que ferait une personne qui ne connaît pas les mathématiques pour déterminer si deux triangles sont égaux ?

N° 2 a) Construits en carton de couleurs les triangles dont les mesures se trouvent dans le tableau ci-contre et écris sur chacun son numéro.

b) De combien de données disposes-tu pour chacun ?

c) Superpose tes triangles T_1, T_2 et T_3. Comment sont-ils ? Compare-les avec ceux de ton voisin. Comment sont-ils ?

	T_1	T_2	T_3	T_4
a	8,8 cm			
b	6,5 cm	6,5 cm		
c	10 cm	10 cm	10 cm	
BAC		60°	60°	60°
ABC			40°	40°
ACB				80°

d) Choisis un triangle quelconque. Superpose-le au triangle T_4. Sont-ils égaux ? Ont-ils la même forme ?

e) Compare ton triangle T_4 avec ceux de tes camarades. Tu remarqueras qu'ils sont différents et pourtant ils ont la même forme. Par contre, les triangles T_1, T_2 et T_3 sont égaux pour tous. Observe les trois données des triangles T_1, T_2 et T_3 et les trois données du triangle T_4.
Laquelle des deux propositions suivantes crois-tu la plus correcte :
- *Pour déterminer de façon unique un triangle, il faut trois données.*
- *Pour déterminer de façon unique un triangle, il faut trois données, dont une au moins doit être la longueur d'un côté.*

5 CONCLUSION

On peut concevoir un enseignement des mathématiques, tel qu'on l'expose dans certains manuels, partant de l'expérience et avec des exercices pratiques, mais ce qui est indispensable à tout enseignement des mathématiques, c'est la rigueur.

Même si l'apprentissage de la démonstration n'est pas un objectif, un manuel scolaire doit *nécessairement* être rigoureux lorsqu'il expose les contenus. Les élèves doivent faire la différence entre ce que signifie vérifier, prouver, démontrer, propriété directe, propriété réciproque etc., ils doivent prendre conscience de ce que l'on démontre, de ce que l'on admet sans démonstration etc.

On n'accorde pas beaucoup d'importance à ces aspects dans l'enseignement de la géométrie[5], ce qui fait que les élèves ne savent pas donner la place voulue aux théorèmes, propriétés, axiomes, etc.

L'algèbre reçoit un traitement privilégié par rapport à la géométrie qui est souvent reléguée au deuxième plan.

Tel que l'apprentissage se présente dans les manuels, le rôle du professeur est fondamental pour guider les élèves lors de l'acquisition de connaissances et sa responsabilité est énorme.

Du fait que le projet de curriculum est propre à chaque établissement, on donne la recommandation suivante :

« Les programmes de mathématiques doivent être élargis afin de faire une place aux connaissances que l'on suppose nécessaires pour pouvoir suivre avec succès les diverses filières de l'enseignement post-obligatoire ».

En Espagne, les mathématiques sont très descriptives, avec beaucoup de contenus qu'il est parfois impossible d'approfondir. Il y a souvent un abus d'automatismes et de mécanismes, laissant de côté un aspect primordial des mathématiques : la structuration de la pensée. Il en découle que, souvent, résoudre un problème revient à rechercher la formule appropriée parmi celles que le professeur a enseignées et à utiliser les mécanismes acquis. Il est certain qu'approcher les mathématiques par des méthodes inductives, à travers l'expérimentation est une très bonne chose, mais on ne peut pas s'arrêter là. Il ne s'agit pas d'augmenter les contenus : bien au contraire, il vaudrait mieux en limiter le nombre, en se

5 Je tiens à préciser que, par rapport à la géométrie, l'algèbre est privilégiée: elle est enseignée avec beaucoup plus de rigueur et occupe une place très importante dans les programmes.

restreignant aux contenus fondamentaux, et se donner le temps nécessaire pour les étudier en profondeur. Il faudrait enseigner aux élèves à raisonner et à utiliser les propriétés mathématiques adaptées à chaque situation.

L'apprentissage de la démonstration ne s'acquiert pas miraculeusement lorsque l'on passe de la 4º d'ESO au 1º de bachillerato. A l'issue de l'ESO, il est courant de trouver dans les manuels scolaires des problèmes où l'on demande des démonstrations Alors, les élèves ne savent pas exactement ce que l'on attend d'eux. Lorsque apparaît une équivalence logique, par exemple, ils ne sont pas toujours conscients de la nécessité de démontrer la propriété réciproque. Il est clair que les techniques de démonstration doivent s'acquérir progressivement grâce à un enseignement adapté et bien dosé. En 1º et 2º de bachillerato, cet enseignement n'est pas non plus institutionnalisé. A quel moment les élèves l'apprennent-ils ?

Par expérience, nous savons qu'occasionnellement, dans des exercices où l'on demande de démontrer, le professeur explique aux élèves les procédures. Mais il n'existe pas de méthodologie, ni une place dans les programmes officiels, ni un temps dédié à l'apprentissage de la démonstration, qui est si importante pour la formation de l'esprit mathématique.

Il me semble que l'enseignement de la démonstration ne doit pas être laissé de côté :

- La démonstration, en 1º et 2º de bachillerato et plus encore à l'université, est un outil efficace pour prouver, expliquer, résoudre des problèmes, etc.
- Outre son utilité pour le cursus scolaire, la technique de la démonstration structure la pensée logique, elle conduit à s'interroger et à remettre en question les choses, donc à exercer un esprit critique.
- La démonstration requiert imagination et inventivité, puisqu'il y a souvent plusieurs démonstrations possibles d'une même propriété. Créativité et rigueur sont deux aspects complémentaires et indissociables de cette démarche intellectuelle, essentielle pour la formation des élèves.

BIBLIOGRAPHIE

BALACHEFF N. (1988) *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de collège.* Thèse d'Etat. Grenoble : Université Joseph FOURIER.

B. O. n° 10 ; 15 octobre 1998 (Hors série). Programmes classes de 3ème.

Ministère de l'Education Nationale. Direction des lycées et collèges. Mathématiques. Classes des collèges 6ème, 5ème, 4ème, 3ème. En 1990. Réimpression 1992. Centre national de documentation pédagogique.

Ministerio de Educación y Ciencia. Secundaria obligatoria. Matemáticas (1992)

ANNEXE 1

Introduction aux programmes

Les mathématiques peuvent et méritent d'être enseignées à partir de contenus et avec de procédures souvent très différentes des traditionnelles. Les mathématiques doivent beaucoup de leur prestige académique et social au double caractère qu'on leur a attribué d'être une science exacte et déductive:

L'idée traditionnelle des mathématiques comme science purement déductive, idée certainement valable pour le savoir mathématique en tant que produit développé et déjà élaboré, doit être corrigée par la prise en considération du processus éducatif et de construction, à travers duquel ce savoir est arrivé à se développer.

La transcendance particulière qu'a ce processus pour l'éducation mathématique de construction empirique et inductive du savoir et pas seulement formelle et déductive, nous invite à mettre en évidence ce processus de construction.

Pour cette raison il faut tenir compte, que dans le développement de l'apprentissage l'expérimentation et l'induction ont un rôle de premier ordre ; à travers des opérations concrètes comme compter, comparer, classer, mettre en relation etc. l'élève acquiert de représentations logiques et mathématiques qui plus tard auront une valeur par elles-mêmes de façon abstraite et seront susceptibles d'être formalisées dans un système entièrement déductif, indépendant de l'expérience directe.

La formalisation et structuration du savoir mathématique comme système déductif n'est pas le point de départ, mais plutôt le point d'arrivée d'un long processus d'approximation de la réalité:

Les principes qui agissent dans la sélection des contenus dans l'enseignement obligatoire sont :

- *Le renforcement de l'utilisation du raisonnement empirique / inductif parallèlement à l'utilisation du raisonnement déductif et de l'abstraction.*
- *L'enseignement des contenus dans un contexte de résolution de problèmes.*
- *La prise en compte, de façon équilibrée de ces différents objectifs éducatifs :*
    - ➢ *L'établissement de connaissances à caractère général, susceptibles d'être utilisées dans un large éventail de cas particuliers.*
    - ➢ *Leur application fonctionnelle permettra aux élèves d'utiliser leurs connaissances mathématiques en dehors de l'école, dans la vie quotidienne.*
    - ➢ *Leur valeur instrumentale croît au fur et à mesure que l'élève progresse et dans la mesure où les mathématiques donnent une formalisation rigoureuse à la connaissance humaine et en particulier aux connaissances scientifiques.*

Le développement des connaissances générales pendant ces années et en particulier la possibilité de faire des raisonnements de type formel ouvre de nouvelles perspectives pour avancer dans le processus de construction du savoir mathématique : Ces possibilités apparaissent sous un double aspect :

a) La capacité d'abstraire des relations et de faire des inférences.

b) La capacité de transcender les informations concrètes, donnant accès aux conjectures et hypothèses comme forme de pensée et de raisonnement, ce qui rend possible l'introduction au raisonnement hypothético-déductif:

[L'introduction se termine par cette conclusion :]

De toutes façons, on doit reconnaître que les contenus les plus complexes, formels et déductifs des mathématiques continuent d'être, souvent, en dehors des possibilités de compréhension des élèves à la fin de l'ESO.

ANNEXE 2

REPRÉSENTATION ET ORGANISATION DANS L'ESPACE

Concepts.

1) *Eléments géométriques dans le plan et dans l'espace.*
   - *Eléments de base pour décrire et organiser l'espace : points, droites et plans.*
   - *Relations de base pour décrire et organiser l'espace : parallélisme, perpendicularité et intersection.*
2) *Repères.*
   - *Coordonnées cartésiennes dans le plan et dans l'espace.*
   - *Coordonnées sur la surface de la sphère : latitude et longitude.*
3) *Figures et corps géométriques.*
   - *Classer des figures et des corps géométriques suivant plusieurs critères.*
   - *Eléments caractéristiques des polygones et des coniques.*
   - *Eléments caractéristiques des polyèdres et des surfaces courbes.*
   - *Relations d'inscription, de décomposition et d'intersection entre figures et corps.*
   - *Régularités et symétries dans les figures, les corps et les configurations géométriques.*
4) *Figures semblables : la représentation à l'échelle.*
   - *Représentations manipulables de la réalité : cartes, plans, maquettes.*
   - *Le théorème de THALES.*
   - *Rapport entre les aires de figures semblables.*
   - *Rapport entre les volumes de corps semblables.*
5) *Transformations isométriques.*
   - *Translations, rotations et symétries.*
   - *Propriétés invariantes par transformations.*
   - *Composition de transformations dans des cas simples.*

Algorithmes et savoir-faire.

- *Utilisation adroite des instruments de dessin habituels.*
- *Identifier la similitude entre des figures et des corps géométriques. Obtenir le rapport de similitude.*
- ***Utiliser le théorème de THALES pour obtenir et employer des relations métriques entre figures.***

Stratégies générales.

- *Recherche de propriétés, de régularités et de rapports entre corps, figures et configurations géométriques.*
- *Formuler et vérifier des conjectures à propos des propriétés géométriques de corps et de figures et de la résolution des problèmes géométriques en général.*
- *Utiliser des méthodes inductives et déductives pour obtenir des propriétés géométriques des corps et des relations entre elles.*

MESURE. ESTIMATION ET CALCUL DE GRANDEURS.

1) *Mesure de grandeurs.*
2) *Systèmes de mesures.*
3) *La mesure du temps.*
4) *Mesure d'angles.*
5) *Mesures approximatives.*
6) *Mesures indirectes.*
   - *Rapport entre les mesures linéaires, les mesures d'aires et les mesures de volumes dans un corps.*
   - *Formules pour calculer des périmètres, des aires et des volumes de figures et de corps géométriques.*
   - ***Le théorème de PYTHAGORE.***
7) *Trigonométrie (seulement en 4° ESO, option B).*
   - *Principales relations entre les rapports trigonométriques.*
8) *Instruments de mesure.*

Dans les recommandations qu'on formule à propos des contenus du 2ème cycle on trouve :

1) *Représentation et organisation de l'espace.*
   - *Analyser les propriétés les plus importantes parmi celles connues et les relations entre elles.*
   - *Etudier de façon plus approfondie les propriétés des figures géométriques.* ***On peut attendre une utilisation plus précise des différentes façons de raisonner, avec une plus grande utilisation des méthodes déductives.***

Procédures générales.

- *On peut, dans ce cycle, introduire une plus grande rigueur vis-à-vis de la justification des conclusions.* ***Pour arriver à des justifications qui peuvent parfois, mais pas forcément toujours, être des démonstrations*** *.

* C'est ici qu'apparaît pour la première fois le mot démonstration.

ANNEXE 3

Critères d'évaluation

Cinq critères d'évaluation des connaissances des élèves qui se rapportent à la géométrie :

- *Savoir estimer la mesure d'aires et de volumes d'espaces et d'objets avec une précision en rapport avec la régularité de leur forme et avec leur taille. Calculer des superficies de formes planes limitées par des segments et des arcs de cercle. Calculer les volumes de corps composés par des octaèdres. (Concernant le calcul, il ne s'agit pas tant de l'application de formules que de l'utilisation des notions de surface et de volume).*
- *Utiliser les notions d'intersection, d'angles, de déplacements, de similitudes et de mesure pour l'analyse et pour la description de formes et de configurations géométriques. (Il s'agit ici de faire en sorte que l'élève soit capable d'utiliser les notions de base de la géométrie pour mieux connaître le monde physique qui l'entoure. Vérifier qu'il a acquit les connaissances de la terminologie adéquate et qu'il a développé ses capacités en matière de visualisation de formes et de reconnaissance de caractéristiques géométriques).*
- *Interpréter des représentations planes d'espaces et d'objets et être capable de décrire leurs caractéristiques géométriques (mesures, position, orientation etc.) à partir de ces représentations en utilisant les échelles, le cas échéant. (L'objectif de ce critère est de vérifier que l'élève arrive à comprendre les représentations planes habituelles des objets ainsi que des espaces bi - et tridimensionnels. Ils doivent être capables d'exprimer l'information obtenue dans les représentations mentionnées et décrire ce qui est représenté. Il faut que l'élève manipule avec aisance les échelles numériques et graphiques).*
- *Identifier des relations de proportionnalité numérique et géométrique dans diverses situations et savoir les utiliser pour calculer des termes proportionnels et des raisons de similitude pour résoudre des problèmes. (L'élève doit être capable de distinguer une relation de proportionnalité de celle qui ne l'est pas à partir des renseignements qu'il possède : analyse de la situation, tableaux de valeurs, graphiques etc. D'un autre côté, il faut savoir calculer les termes proportionnels. La maîtrise du rapport de proportionnalité suppose la capacité d'établir et d'utiliser des relations significatives entre les différentes façons de l'étudier : numérique, géométrique, graphique et algébrique.)*
- *Identifier et décrire des régularités et des relations connues dans les ensembles numériques et formes géométriques similaires. (Vérifier que l'élève est capable de percevoir dans un ensemble d'objets différents ce qu'ils ont en commun, de découvrir*

les règles utilisées pour construire cet ensemble et de trouver un critère qui permette de l'ordonner. ***Le but de ce critère n'est pas d'évaluer la façon dont s'expriment les régularités, mais le fait d'être capable de les reconnaître.)***

Un critère relatif à la résolution de problèmes :

- *Utiliser des stratégies simples, telles que la réorganisation de l'information de départ, la recherche d'exemples et de contre exemples, de cas particuliers ou les méthodes « d'essai et d'erreur » dans le contexte de résolution de problèmes. (Ce critère se rapporte à la façon d'aborder la résolution de problèmes ainsi qu'à quelques-unes des stratégies que l'on peut utiliser.)*