
UNE ENQUETE STATISTIQUE AU SERVICE DE LA PROPORTIONNALITE

ou

“ Tentative pour ne pas mettre la charrue avant les bœufs ”...

Daniel GROS,
Professeur d'école,
maître formateur

Le schéma d'apprentissage de la **notion de proportionnalité** rencontré habituellement à l'école est le suivant : face à une notion aussi complexe, on pense qu'il faut, au préalable, un minimum de maîtrise de certains outils mathématiques (multiplication, division, voire règle de trois, produit en croix...). On a donc tendance à donner **d'abord** aux élèves les moyens de calculer, les « recettes de cuisine mathématique » (“prendre la totalité, diviser par la partie concernée, multiplier par 100...”) en espérant que “l'idée” de proportionnalité naîtra de l'observation des résultats et que la compréhension suivra, ce qui est d'ailleurs le cas pour une partie des élèves (généralement les “bons”, c'est-à-dire ceux qui savaient déjà...).

Quant aux autres, ils deviennent suffisamment “experts” en manipulations mathé-

matiques pour s'en sortir (c'est-à-dire trouver la réponse) et n'éprouvent par conséquent pas le besoin d'en comprendre plus, renforçant même souvent leur première idée des mathématiques : “L'important, c'est que le résultat soit juste, et j'ai eu de la chance, c'est tombé bon...”

Ce schéma ne privilégie pas le sens et la compréhension, et de plus, il fait abstraction de l'antériorité des apprentissages en centrant l'intérêt sur le calcul, les nombres, alors que la notion de proportionnalité existe chez l'enfant dès le plus jeune âge, et dans de nombreux domaines, intuitivement : quand il voit sa mère préparer une recette de cuisine, quand il dessine, quand il classe ses collections, quand il utilise des modèles réduits, etc.

Vingt ans d'enseignement dans des zones où les enfants sont majoritairement en diffi-

culté m'ont habitué à revoir les systèmes classiques d'apprentissage et à chercher d'autres voies. Je propose ici d'essayer de substituer au schéma habituel (qui fait passer la notion de proportionnalité au second plan au profit de calculs obscurs et dénués de tout sens pour certains élèves) un schéma inverse dans lequel la proportionnalité ne sera pas occultée par les calculs et restera au premier plan de nos préoccupations : la **notion** sera installée d'abord par la manipulation et l'observation. Les calculs n'en seront que la dernière étape permettant de valider une réflexion basée essentiellement sur le sens : la notion de proportionnalité appliquée au champ privilégié de la statistique.

Pour qu'une telle activité puisse trouver sa place en classe, il faut :

- 1) Motiver une recherche, créer un besoin dans un domaine bien ciblé.
- 2) Installer une situation riche avec beaucoup d'informations chiffrées.
- 3) Utiliser des outils permettant de "visualiser", de "mettre en situation" la proportionnalité des grandeurs sans faire de calculs compliqués.

L'objectif est donc d'installer d'abord la notion en réponse à un besoin, et de se donner les moyens d'arriver à un résultat juste (ou approché) sans calculs : représentation graphique, estimation de pourcentage, exploitation et compréhension.

Ces trois points sont repris plus loin, mais auparavant, je veux préciser le contexte et l'environnement : on est dans une classe de CM1, en début d'année et l'objectif est de mettre les enfants en action sur le sujet de la proportionnalité, alors qu'à ce stade du

cycle 3 de l'école élémentaire, la division n'est pas d'actualité, la multiplication est en cours d'acquisition, de nombreux aspects de la pluralité des représentations des nombres n'ont pas encore été abordés (fraction, nombres décimaux...).

Je veux montrer que ce n'est pas un obstacle si on donne à l'élève des outils lui permettant d'acquérir autonomie et indépendance. Au contraire, au fur et à mesure que le travail avancera, il sera demandeur de méthodes de calcul plus précises et ces notions nouvelles trouveront une application « naturelle ». Surtout, elles répondront à un besoin exprimé par l'élève (besoin de plus de précision, besoin de vérifier l'exactitude d'une estimation ou d'un tâtonnement...) ou à des remarques faites au cours des explorations (50 % c'est la moitié, c'est difficile de faire 3 parts égales dans 100...).

En CM2, ces outils pourront être utilisés comme soutien à la compréhension (l'expérience montre que leur usage demande un temps d'apprentissage très réduit) mais aussi comme outils de renforcement et de passage d'une écriture à une autre (50 centième, 50 %, un demi, ou trouver que 1/8ème c'est 12,5 %...).

Un outil est plus utile à celui qui sait déjà à quoi il va servir... On pourrait faire le parallèle avec l'informatique : à quoi cela sert-il d'apprendre à gérer des fichiers, formater des disquettes ou défragmenter son disque dur si l'on ne ressent aucun besoin d'utiliser un ordinateur ?

Quels apports spécifiques sont induits par cette démarche au niveau de la proportionnalité ?

— Se libérer des calculs

- Créer une image mentale des pourcentages
- Avoir des représentations multiples des grandeurs proportionnelles

Et de manière annexe : se libérer des contraintes de calcul, manipuler, expérimenter avec un moyen de « voir » ses erreurs autrement que sous la forme numérique, dont on sait bien qu'elle n'est pas évidente.

Il s'agira là d'un travail de longue haleine : commencé au début de l'année, et poursuivi pendant tout le CM1. Sa richesse permettra d'alimenter de manière variée les différents points du programme. A la fin de ce chantier, le journal de l'école a permis la publication des résultats. (*Voir en fin de cet article*)

Pour le maître, la gestion des erreurs, la cohérence des modes opératoires (on se place dans une approche expérimentale) et les préalables seront déterminants : ce sera à lui de guider la construction des concepts mathématiques sous-jacents.

« Un apprentissage s'effectue quand un individu prend de l'information dans son environnement en fonction d'un projet personnel... L'action didactique consiste à organiser l'interaction entre un ensemble de documents ou d'objets et une tâche à accomplir. » (*Philippe Meirieu* [3])

1) Motiver une recherche, créer un besoin dans un domaine bien ciblé.

Il s'agira d'installer un travail transdisciplinaire complet, sur un sujet au centre des préoccupations des élèves : à l'école élémentaire, ce genre de situation se met en place sans difficulté, l'enseignant étant seul et polyvalent.

Au collège, ce sera l'occasion de faire collaborer deux enseignants (maths / histoire, ou maths /français...).

L'idée est de mener une enquête statistique sur un thème motivant. (Exemples conduits en classe avant ou pendant cette étude : "Qui sont les fumeurs ?", "De quoi avons-nous peur ?" ou ici, "Enquête sur l'environnement à Montreynaud.")

Dès que le thème est retenu, (l'expérience montre qu'il y a toujours une opportunité à saisir, dans la vie quotidienne, une remarque d'élève, l'actualité...) il faut mettre au point avec le plus grand soin un questionnaire et le diffuser le plus largement possible. (Chantier d'écriture très intéressant pour lequel on peut trouver de **nombreux "modèles vrais"**.)

La diffusion du questionnaire ne pose pas de problèmes majeurs. Plusieurs solutions sont envisageables : interne à l'établissement, inter-établissements, à l'extérieur par questionnement direct... Ce peut être l'occasion d'échanges et de communications souvent inédits.

2) Installer une situation riche avec beaucoup d'informations chiffrées.

Dès que les questionnaires remplis sont récupérés, le dépouillement peut commencer: méthodes de comptages et de vérification, classements par catégories, tris divers, sont autant de situations à exploiter.

En organisant bien la classe, le nombre d'élèves devient un atout pour se partager les tâches, rassembler et classer les informations.

Un exemple de questionnaire créé par des élèves de CM1 (page 1)

Questionnaire pour le journal du CM1 de l'école Saint-Sauveur.
Enquête sur la vie dans le quartier de Montreynaud.

Je suis : une fille un garçon J'ai : 7 ans 8 ans 9 ans 10 ans 11 ans (ou plus)

J'habite : un immeuble une maison individuelle

Les rapports aux autres

1) comment te sens-tu avec ta famille ?

très heureux
heureux
parfois heureux
parfois
malheureux
malheureux
très malheureux

2) Est-ce que tu es peur quand tes parents sont en colère ?

oui parfois non

3) De qui es-tu le plus peur ? (une fois dans chaque série)

tes parents
ton frère
tes camarades
tes voisins

des inconnus
des policiers
des voisins

4) Es-tu parfois impoli ou incorrect avec... ?

tes parents
tes maîtres
ta famille
les commerçants
les personnes âgées

5) Comment t'entends-tu avec tes camarades ?

très bien
bien
normalement
mal
très mal

6) Tes voisins sont-ils... ?

Très bruyants
bruyants
un peu bruyant
silencieux

Les rapports aux lieux

1) Est-ce que tu te sens en sécurité dans :

Ton appartement ?

Ton école ?

Ton quartier ?

Ta ville ?

Ton immeuble ?

oui non

2) Dans ton immeuble ou ta maison, quel est l'état :

De l'air ?

Des boîtes aux lettres ?

Du local à poubelle ?

bon moyen mauvais

3) Y a-t-il assez de jeux dans ton école ?

oui non

4) Que manque-t-il à ton avis ?

N.B. : L'enquête comportait une seconde page de questions non reproduite ici. (Voir [1])

Problèmes posés par la masse d'informations :

Les réponses au questionnaire seront collectées dans un grand tableau et constitueront une masse d'informations dont il sera facile de voir qu'elle n'est pas lisible dans sa globalité sans un traitement particulier.

Le rapport entre les nombres y est peu évident, l'ensemble est à peine lisible par ceux qui l'ont construit, et y rechercher un renseignement relève de la gageure. Le problème de la lisibilité est posé.

3) Utiliser des outils permettant de "visualiser", de "mettre en situation" la proportionnalité des grandeurs sans faire de calculs compliqués.

Il reste donc à rendre les résultats lisibles par tous et communicables. Le support de communication pourra être varié selon le cas: feuille individuelle, affichage, journal scolaire, support multimédia...

En préalable, il est nécessaire d'avoir abordé la représentation graphique des nombres avec les jeunes élèves (élémentaire des cycles II et III) afin d'établir une plate-forme commune autour de cette notion et d'avoir des références similaires pour représenter les grandeurs.

D'autre part, l'observation et l'étude approfondie de quelques enquêtes dans divers magazines ou journaux permettent de savoir ce vers quoi on veut tendre : une représentation graphique et des nombres ramenés à 100, grandeur de référence habituelle, conventionnelle...

La proportionnalité sans calcul : le rapporteur

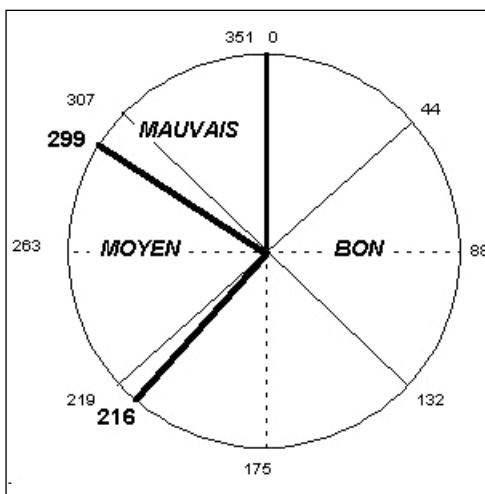
à pourcentages, un outil au service de la proportionnalité.

Pour rendre la lecture en pourcentage directe, on disposera d'un "rapporteur à pourcentages" qui permettra à l'élève d'obtenir les valeurs approchées en pourcentage à la place des valeurs réelles par simple superposition sur son dessin. L'élève devra quand même vérifier la complémentarité à 100 des résultats ainsi obtenus. Préalablement, on a appris à représenter les valeurs réelles sur un "camembert" (graphique circulaire), ce qui ne demande comme pré-requis que la connaissance de l'ordre des nombres et de leur répartition en intervalles réguliers.

Dans un **premier temps**, l'élève apprend à représenter les quantités réelles sur un cercle. Par exemple, pour représenter les valeurs correspondant aux réponses suivantes du questionnaire :

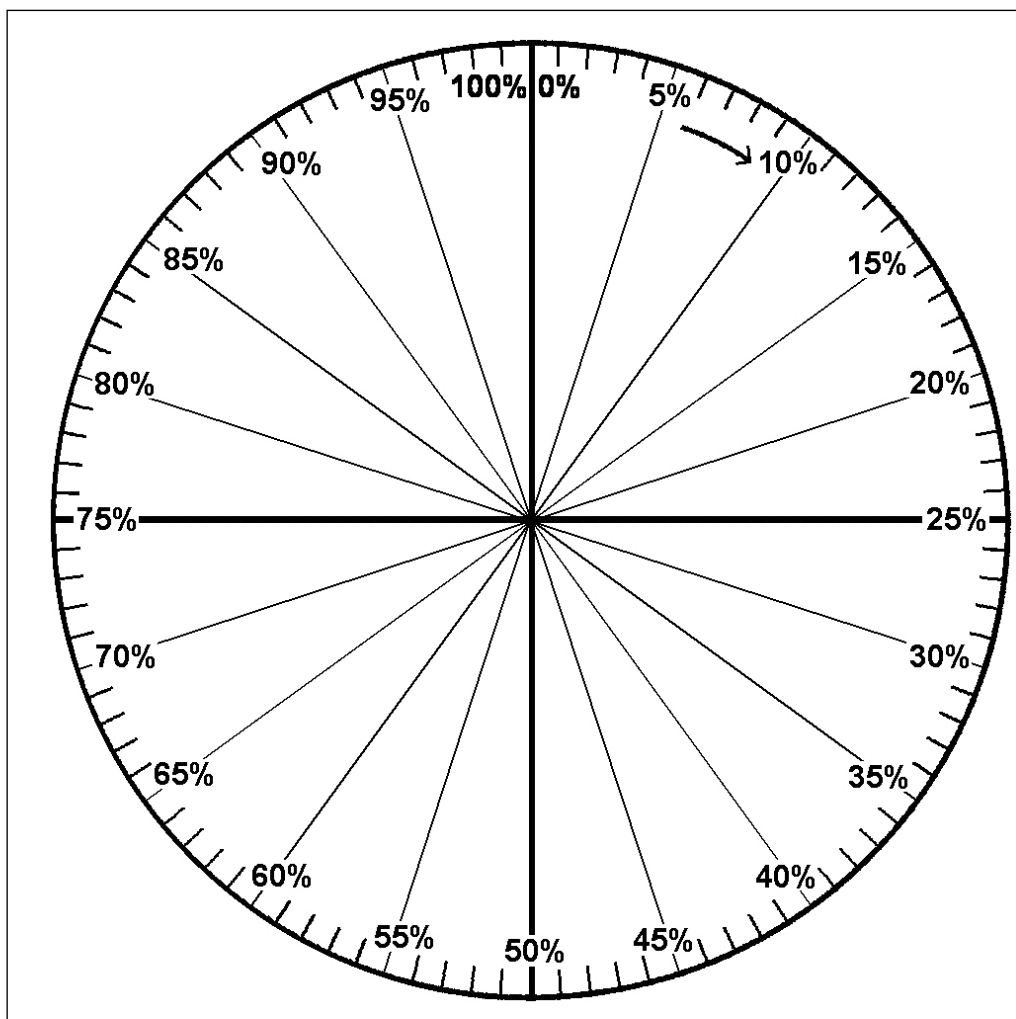
L'état de ma boîte aux lettres est :

BON : 216 MOYEN : 83 MAUVAIS : 52



Dessin de l'élève au départ.

Le rapporteur à pourcentages.



Le rapporteur à pourcentages ressemble à un rapporteur 360°. Mais il est gradué de 0 à 100 et permet à l'élève de faire une lecture directe des pourcentages sur un diagramme « camembert ». (On peut le réaliser facilement sur papier calque).

Rappel : l'usage du rapporteur d'angle n'est pas au programme de l'école élémentaire, mais il s'agit là d'un **outil différent** d'usage

plus simple (la graduation en est moins fine, et fait appel à des nombres inférieurs à 100, son placement se fait par simple superposition). Je pense que son utilisation ne peut par ailleurs que faciliter la compréhension en 6ème du rapporteur d'angle.

N.B. : Il faut photocopier le rapporteur sur du calque ou un transparent pour l'utiliser.

L'élève calcule la somme (351), puis gradue le cercle (par moitié, quart...) et place les valeurs 216 et $216 + 83$ (299). Il arrondit et procède par estimation (démarche expérimentale, tâtonnements, approximation).

Pour ce travail, l'élève devra savoir procéder en 3 étapes :

- Placer le 0 et le total selon un sens de lecture.
- Trouver par moitiés successives les repères de graduation.
- Placer les parts correspondant au résultat qu'il veut représenter (l'addition sera éventuellement utile).

Ces compétences peuvent être très rapidement mises en place, dès le premier trimestre, et il s'agit d'une excellente préparation à l'usage des fractions.

Dans un **second temps**, l'élève utilise le rapporteur à pourcentages.

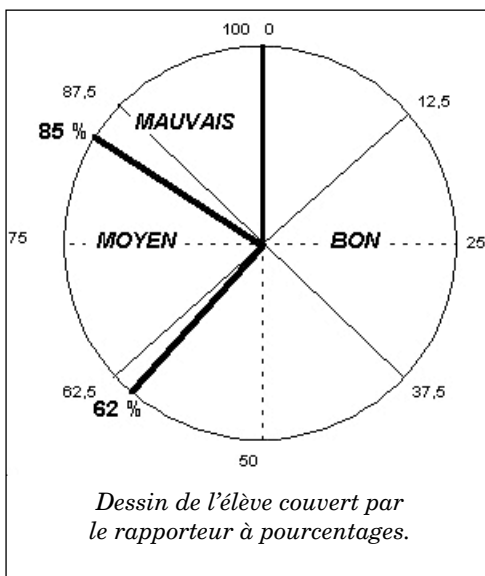
Il le pose sur son dessin en veillant :

- à bien le centrer (la superposition est facile si le cercle et le rapporteur ont le même diamètre)
- à faire coïncider les zéros (et le sens de rotation)

Ce procédé lui permet d'avoir une lecture directe des valeurs en pourcentage : d'un seul geste, on ramène les valeurs étudiées à la valeur de référence 100. Aucun calcul ne vient freiner la réflexion, ce qui serait forcément au détriment de la véritable notion visée ici : la proportionnalité.

De même, l'aspect « universel » de cette valeur de référence apparaît bien quand l'élève

a pris l'habitude de se tourner vers cet outil unique : un seul outil pour n'importe quelle valeur c'est ancrer l'idée de « référence ».



Là encore, l'élève a plusieurs possibilités pour procéder au relevé des résultats en pourcentages :

- La première part pose rarement problème : la lecture en est directe.
- Pour les autres parts, plusieurs possibilités s'ouvrent à l'élève : compter les graduations (par dizaines et unités) est une solution fréquemment employée, mais avec un peu de pratique, certains élèves comprennent qu'on peut déplacer l'origine du rapporteur (par rotation) et trouver chaque part en lecture directe.
- Le principe de la complémentarité à 100 sera toujours rappelé et vérifié.

Il s'agit là d'un outil dont les élèves disposeront dès que l'idée d'exprimer les résultats en pourcentages aura été émise. (L'observation de « vraies » enquêtes est l'un des principaux préalables, car il permet de répondre à la question : « comment font les adultes confrontés au même problème que nous ? »)

Un autre outil au service de la proportionnalité: l'ordinateur.

L'utilisation de l'informatique permet une autre approche que celles habituellement retenues :

- l'ordinateur permet le tâtonnement.
- l'ordinateur permet la validation des résultats obtenus.
- l'ordinateur permet de trouver une valeur plus fine.

1- l'ordinateur avec un tableur / grapheur permet le tâtonnement.

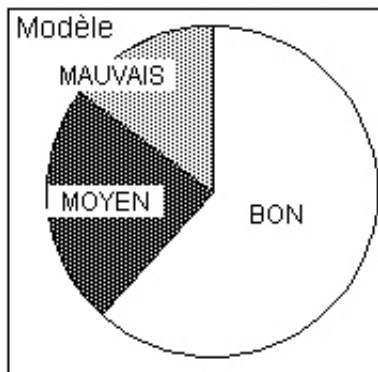
L'élève travaille à l'écran.

Il peut imprimer son travail quand il a fini. Tout ce qui ne doit pas être modifié par l'élève est verrouillé de façon à préserver les élé-

Consigne: **Modifie les nombres rouges** jusqu'à ce que:
 - Le total (bleu) soit égal à 100.
 - Le graphique de droite soit comme le modèle (de gauche).

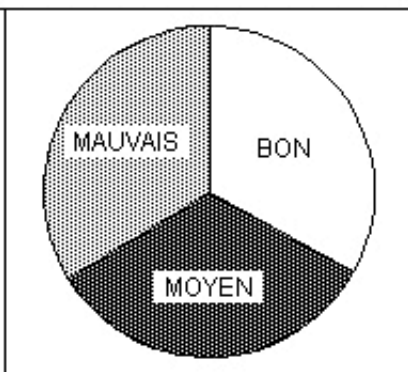
Quel est l'état de ta boîte aux lettres ?		
BON	MOYEN	MAUVAIS
216	83	52
TOTAL		351

Ici, les valeurs vraies



Quel est l'état de ta boîte aux lettres ?		
BON	MOYEN	MAUVAIS
33	33	34
TOTAL		100

Ici, essaie de trouver les valeurs en pourcentage



ments fixes et aussi à limiter les difficultés d'ordre informatique. Il y a des couleurs à l'écran (bleu, rouge...) pour faciliter les repérages. Tout d'abord, l'élève saisit les valeurs vraies (à gauche). Aussitôt, le camembert de gauche prend les proportions correspondantes.

Ensuite, l'élève va essayer par tâtonnement de trouver les valeurs à droite telles que :

- le total soit égal à 100 (il est calculé en permanence par la machine),
- et le camembert de droite soit identique à celui de gauche (modèle).

L'élève juge approximativement de l'identité des deux camemberts.

2- L'ordinateur avec un tableur / grapher permet la validation du travail de l'élève.

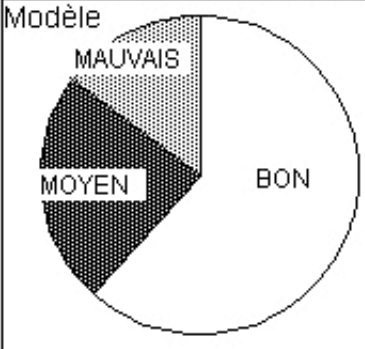
Complémentairement au travail fait avec le rapporteur à pourcentages, l'élève a besoin de valider ses résultats. Il peut le faire seul, et autant de fois qu'il le souhaite. L'élève va entrer les valeurs qu'il a trouvées (à l'aide de ses dessins et du rapporteur à pourcentages) à droite. Il devra vérifier par lecture directe que :

Consigne: Entre **à gauche les valeurs vraies** et **à droite les valeurs que tu as trouvées** puis vérifie 2 choses :

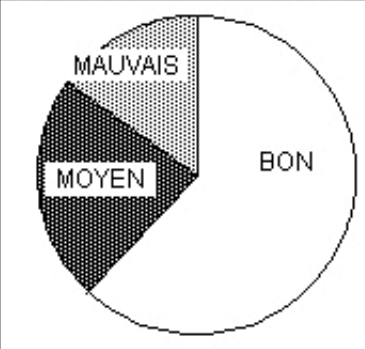
- Le total (bleu) doit être égal à 100.
- Les 2 graphiques sont identiques

Quel est l'état de ta boîte aux lettres ?			Quel est l'état de ta boîte aux lettres ?		
BON	MOYEN	MAUVAIS	BON	MOYEN	MAUVAIS
216	83	52	62	23	15
TOTAL	351		TOTAL	100	

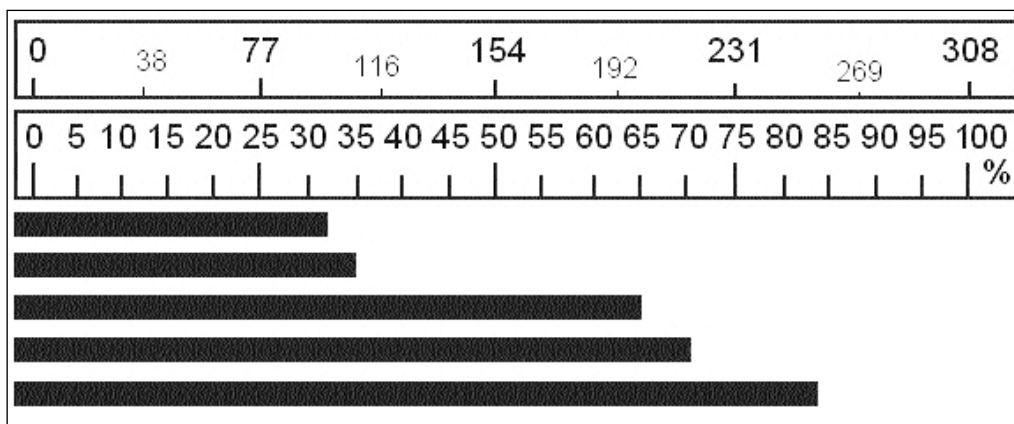
Ici, les valeurs vraies



Ici, les pourcentages que tu as trouvés



(L'élève juge de l'identité approximative des deux camemberts).



- son total est égal à 100 (il est calculé par la machine donc immédiatement lisible),
- Le camembert de droite est identique à celui de gauche.

Pour les données qui nécessitent **d'autres représentations** (au-delà de 5 ou 6 valeurs, le graphique circulaire n'est plus adapté, on lui préférera le graphique barres par exemple), il est possible en plus d'ordonner les valeurs : le passage direct au pourcentage se fera ici à l'aide d'une "règle" graduée jusqu'à 100 que l'on utilise en parallèle avec une représentation de même longueur (même principe que le rapporteur à pourcentages). En voici un exemple ci-dessus pour les valeurs 97, 107, 203, 221 et 255 sur un total de 308 (plusieurs choix étaient possibles) :

En guise de conclusion.

Un travail de mathématique ancré dans la vie.

Les statistiques abordées ainsi, tout en intéressant les élèves de façon vivante, permet-

tent de nombreuses ouvertures :

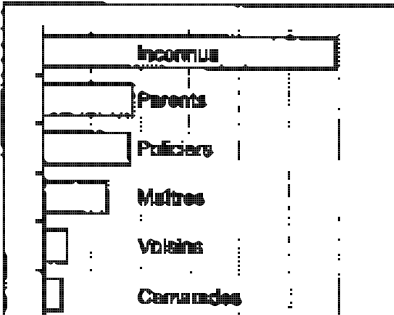
- On complète les exercices de lecture de graphiques (en général les seuls pratiqués) par des exercices de constructions de graphiques.
- On appréhende les notions d'ordre de grandeur et de proportionnalité dans leur essence, on les place dans un contexte de réalité.
- La correspondance avec les calculs se fera quand même, mais alors les élèves seront demandeurs (par exemple pour arriver à des résultats plus précis), **la passerelle ira de la compréhension vers la théorisation** et l'élève avancera sur un terrain déjà balisé.

Un travail qu'on analyse.

Il faut ajouter que le travail final de présentation et de communication est lui aussi très riche: éliminer ce qui est redondant, regrouper ce qui va dans le même sens (ou ce qui s'oppose !), aller à l'essentiel, classer les informations, les hiérarchiser, écrire un commentaire pertinent...

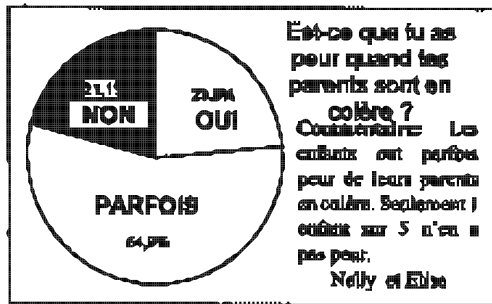
Un exemple de journal réalisé pour publier les résultats de l'enquête (page 2 de l'enquête).

Environnement: notre grande enquête.

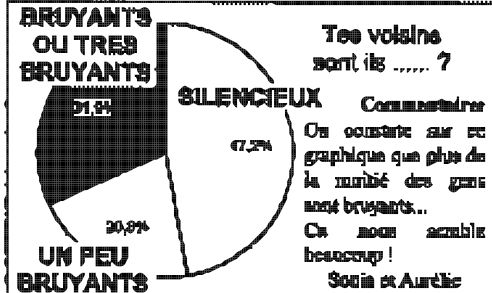


As-tu souvent peur des ?

Commentaire: Les parents nous font plus souvent peur que nos camarades. Ça nous étonne car c'est surtout avec nos camarades que nous nous bagarrons et que nous nous entendons mal.
La majorité des enfants ont peur des inconnus. Il nous semble que c'est normal.
Isabelle et Tolga

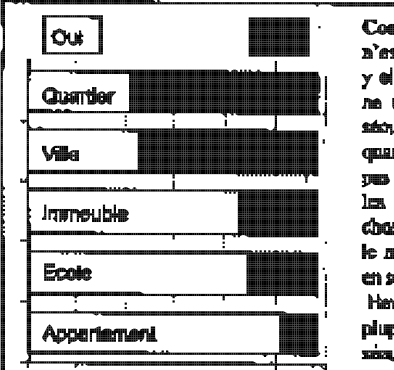


Est-ce que tu as peur quand tes parents sont en colère ?
Commentaire: Les enfants ont parfois peur de leurs parents en colère. Surtout quand ils ont peur.
Nelly et Elise



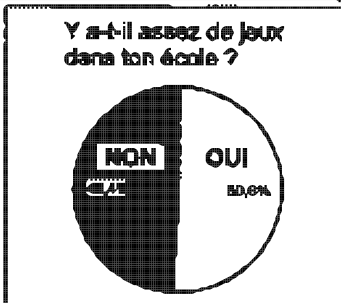
Tes voisins sont ils ?
Commentaire: On constate sur ce graphique que plus de la moitié des gens sont bruyants.. Ça nous semble beaucoup !
Sonia et Aurélie

Prochaines étapes: Les rapports aux lieux.



Te sens-tu en sécurité dans ?

Commentaire: Cela n'est pas normal qu'il y ait tant de gens qui ne se sentent pas en sécurité dans leur quartier. S'il n'y avait pas des bagarres dans les rues, pas de choses violentes, tout le monde se sentirait en sécurité.
Malheureusement que la plupart ne sentent en sécurité dans leur école et leur appartement.
Yamina



Y a-t-il assez de jeux dans ton école ?
Commentaire: Les jeux les plus demandés sont des terrains de foot et de basket, mais les enfants veulent aussi des jeux tracés au sol, des balançoires, des trampoline, etc..
Myriam K. et Aniel

Ce regard en retour sur les représentations permet de se décentrer, d'observer les résultats des autres groupes, de les discuter...

Un travail valorisant.

Ce genre d'enquête n'est pas une simulation: elle permet vraiment de mieux connaître le sujet qu'on a abordé.

A titre d'exemple, l'enquête sur l'environnement menée en juin 1996 à Mon-

treynaud (une ZEP) par une classe de CM1 a été diffusée dans le journal du quartier "Echos-liés", certaines écoles s'en sont inspirées pour l'élaboration de leur projet d'école et un cabinet d'expert l'a même reprise à la demande d'une association de quartier pour en affiner l'analyse et a communiqué les résultats de cette étude professionnelle aux personnes concernées: c'est un travail reconnu non seulement par l'institution scolaire, mais aussi par "l'extérieur".

Bibliographie :

[1] « Enseigner la statistique du CM à la seconde, pourquoi ? comment ? » (J.C. Girard, D. Gros, P. Planchette, J.C. Régnier et R. Thomas, IREM de Lyon 1998).

[2] « Pourquoi il ne faut pas laisser de côté les chapitres de statistiques au collège » J.C. Girard in Repères IREM n°23 avril 1996 Topiques Editions.

[3] « Apprendre... oui mais comment ? » Philippe Meirieu chez ESF, 1987.