ACTIONS GEOMETRIQUES AVEC UN ENSEMBLE DE GABARITS

Bernard BETTINELLI
Irem de Besançon

Présentation

1) Objectifs pédagogiques

Le temps de l'école primaire — maternelle et élémentaire — est d'abord celui de l'action consciente. Le raisonnement des enfants se fonde essentiellement sur l'action. C'est d'elle que partent les analyses qui permettent aux enfants de comprendre les liens entre les faits qu'ils observent. Il n'est pas temps pour eux d'exercer leurs capacités mentales dans un formalisme qui sera l'expression normale de leur développement lorsqu'ils seront au lycée. Si les mathématiciens commencent souvent leurs propositions par : SOIT …, un enfant s'exprime en général au conditionnel : on serait …, on ferait … et il se déplace ainsi mentalement dans un vécu imaginaire qui lui donne ses pouvoirs de faire et d'être.

C'est dans ce contexte, réfléchissant à mon rôle de formateur des instituteurs qu'en 1981 est né dans mon esprit l'idée de construire un ensemble instrumental à mettre entre les mains des enfants afin qu'ils « agissent » la géométrie, qu'ils la pratiquent de la même façon qu'un enfant d'un an commence à percevoir, dans les bruits qui l'entourent, un langage progressivement significatif, qu'il va essayer de reproduire des éléments repérés de plus en plus nombreux : d'abord des noms, puis des verbes qui traduisent les actions, puis enfin les adjectifs, moins essentiels à la signification, mais qui lui apportent la finesse et la distinction. L'enfant malentendant n'a pas cette chance de baigner dans le langage et il lui est très difficile de se construire son langage.

La géométrie est un langage visuel, et comme tout langage, elle possède sa complexité : les formes simples vont être découvertes d'abord, composées en puzzles ou emboîtées les unes dans les autres ; les proportions et les mesures viendront ensuite à la conscience, et la dynamique des transformations permettra le libre assemblage des éléments et l'expression personnelle par le dessin.

Comment mettre les enfants dans un bain de géométrie afin qu'ils en perçoivent progressivement les richesses et le langage ? Certainement pas à partir de lignes et de points entretenant des relations et par une pyramide savante de déductions, comme l'a fait Euclide — pour qui j'ai la plus grande estime — mais qui adresse un message formel et subtil ; mais plutôt en mettant à leur disposition des formes planes ou solides liées entre elles par des relations permettant d'en créer beaucoup d'autres (comme par exemple des polygones de même longueur de côté qui peuvent s'accoler à la manière du tangram chinois) ou de se recréer les unes les autres (comme dans un jeu d'inscription d'un pentagone régulier et d'une étoile à 5 branches où chacun permet de recomposer l'autre). Ainsi on peut espérer que dans ce « bain géométrique » un enfant trouvera des motivations pour chercher des coïncidences qui l'étonneront et peut-être l'enthousiasmeront. Et ainsi, plus tard, quand un mathématicien dira : SOIT un triangle, un triangle ou plutôt beaucoup de triangles différents qui seront des « cas de figures » jailliront dans son esprit pour donner du sens à cette proposition.

L'ensemble instrumental auquel ces réflexions m'ont conduit est «La Moisson des Formes» qui regroupe 72 pièces de plastique coloré, réparties en 6 familles de couleurs et comprenant 36 formes différentes dont les dimensions ont été choisies afin de permettre le plus grand nombre d'associations, soit par juxtaposition, soit par inscription. Toutes les pièces de cet ensemble sont liées les unes aux autres ; par exemple, tous les triangles proposés sont des moitiés de parallélogrammes du jeu, sauf les triangles d'or inscrits dans le pentagone régulier (du jeu) et un triangle équilatéral inscrit dans l'hexagone régulier (du jeu).

2) **L'expression géométrique**

Lorsque les problèmes matériels de construction et d'édition du matériel furent résolus en 1994, il fut nécessaire d'entreprendre des expérimentations afin d'en vérifier l'efficacité. Deux séries furent entreprises, l'une relatée dans [4] en grande section de maternelle, l'autre dans [3] et dont l'essentiel est repris ci-dessous.

Très vite, après une acquisition des formes proposées dans la boîte et une compréhension des premières relations qu'elles entretiennent, il parut essentiel de permettre aux enfants de s'exprimer par le dessin, étendant ainsi les possibilités de composition et d'abstraction aux limites de conception propres à leur âge. Et les résultats furent très différents : à 5 ans, la tête de l'enfant fourmille d'images et les figures mobiles des gabarits permettent de réaliser des œuvres étonnantes, réalistes ou fantaisistes, mais fondées sur des thèmes figuratifs : bonshommes, maisons, bateaux, … A 10 ans, par contre, le dessin n'est plus un mode naturel d'expression, et il est nécessaire de proposer des organisations purement géométriques : frises, pavages, étoiles, … pour obtenir des résultats originaux.

3) Environnement

Afin de pouvoir explorer librement les compositions, les enfants avaient à disposition des feuilles A3, brouillons d'abord, «belles feuilles» ensuite, des criteriums afin d'avoir des traits fins et précis, des gommes et des feutres de couleur.

Un instrument supplémentaire devint très vite le complément essentiel de la famille de gabarits : la règle non graduée qui permet de tracer des segments ou de suggérer des droites. Elle est non graduée, car la géométrie est affaire de relations avant que de mesures et qu'à aucun moment, il ne fut nécessaire de mesurer dans les projets qui ont été proposés. La règle remplit 2 fonctions spécifiques :

- joindre 2 points placés sur le dessin
- prolonger un segment placé sur le dessin.

Dans certaines activités particulières, d'autres instruments furent utilisés : le compas pour les problèmes d'agrandissement de polygones réguliers convexes ou étoilés ou certains mandalas sans centre repère et l'ellipse pour un essai de perspective.

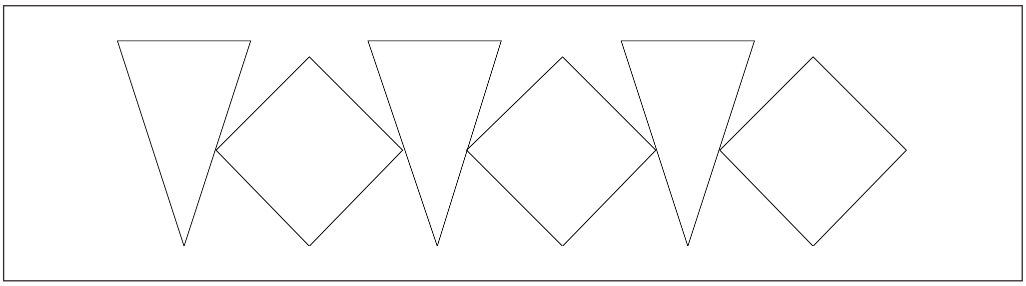
4) Cadre pédagogique

L'expérimentation s'est déroulée dans le cadre d'un contrat village-école. Ce qui a permis de travailler successivement avec deux groupes de 12 enfants de cycle III, répartis également entre les niveaux : 4 CE2, 4 CM1, 4 CM2 pendant 8 séances de 1 h 10 min pour chaque groupe.

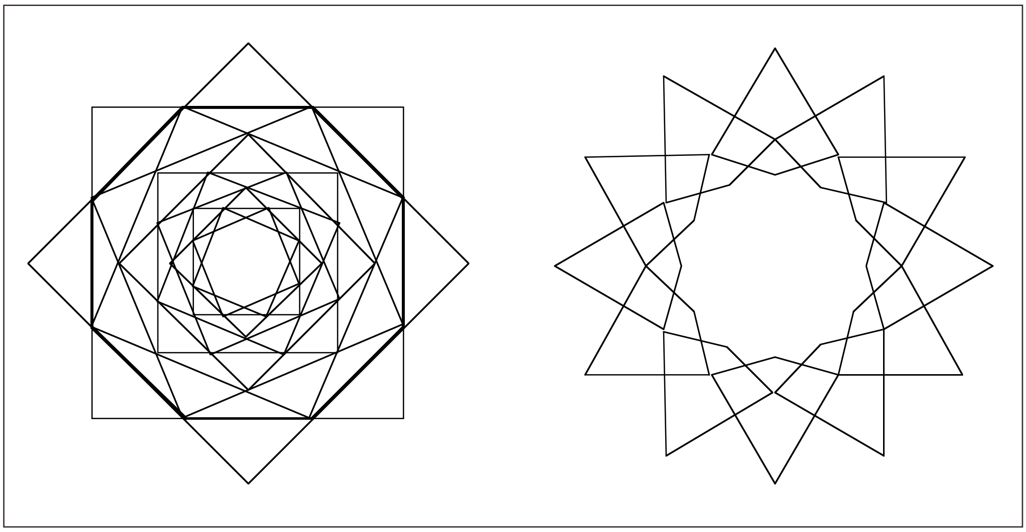
5) Méthode

Tout au long de ce travail centré sur le dessin géométrique, les propositions ont fait alterner la composition personnelle avec contrainte et la reproduction de modèles imposés.

Nombre de ces derniers ont été des copies d'inventions d'enfants réalisées dans la première forme de travail, comme les exemples suivants [1] :



1 Dans l'ordre de la lecture (voir aussi page suivante) : Frise avec alternance de triangles d'or (inscrits dans un pentagone régulier) et de carrés ; imbrication de carrés tracés à la règle à partir du contour d'un octogone régulier ; rotation d'un «cerf-volant» attaché aux sommets d'un dodécagone régulier.



De façon générale, les réalisations libres ont été l'occasion de reconnaître que des enfants sont capables, quand ils le veulent, d'aller plus loin que ce qu'on attend d'eux a priori. Les modèles imposés étaient proposés par pages de 10 ou 12, et chacun, suivant son goût, son rythme et ses capacités, choisissait librement dans la page.

Activités proposées

1) **Reconnaissance des formes et tracé aux gabarits**

Il était nécessaire que les enfants se fassent une sorte de «palette mentale» des figures qui étaient à leur disposition. Ce fut l'occasion :

- de jeux de classements associés aux noms caractéristiques des parties,
- de devinettes sur le mode du jeu du portrait, où un enfant choisit mentalement un objet et le groupe le détermine par un jeu de questions auxquelles on ne peut répondre que par OUI ou NON (les questions sur la couleur étaient interdites),
- de reconnaissance au toucher dans le dos.

Un autre préalable était de s'assurer de la capacité à utiliser correctement les gabarits dans les tracés. Les premiers essais furent maladroits et les compositions libres plus pauvres que celles dont sont capables des Grands de Maternelle.

2) **Les puzzles**

Une variation ludique intéressante de l'activité de composition nous est offerte par le tangram : retrouver la composition d'un modèle à partir d'une silhouette noire sans lignes de coupes. Vu le nombre de pièces du jeu, chaque puzzle était réalisé avec des pièces de même couleur. La difficulté de dessin tenait au fait qu'on voulait ne garder que la silhouette extérieure. Certains furent capables de tenir le tout (ou de demander de l'aide au voisin) et de dessiner directement le contour global ; pour les autres, le puzzle fut glissé à côté de la feuille, chaque pièce dessinée légèrement au crayon, puis remise en place dans le puzzle.

Les contours furent passés au feutre noir, puis la photocopieuse effectua une réduction A3 → A4. Dans l'activité suivante, les modèles, en réduction d'abord,grandeur nature en cas de difficulté, servirent à reconstruire les puzzles. Dans le second cas, les pièces peuvent être posées sur le modèle, alors que, dans le premier, c'est la dynamique des images mentales des enfants qui les assure que c'est le même objet en 2 tailles différentes.

3) **Une pièce entre deux miroirs**

Les enfants furent invités à placer une pièce entre deux miroirs reliés par un scotch. L'ouverture est variable et le nombre des images de la pièce insérée est fonction de l'angle d'ouverture et il est fascinant de maîtriser cet angle pour obtenir le nombre d'images qu'on désire.

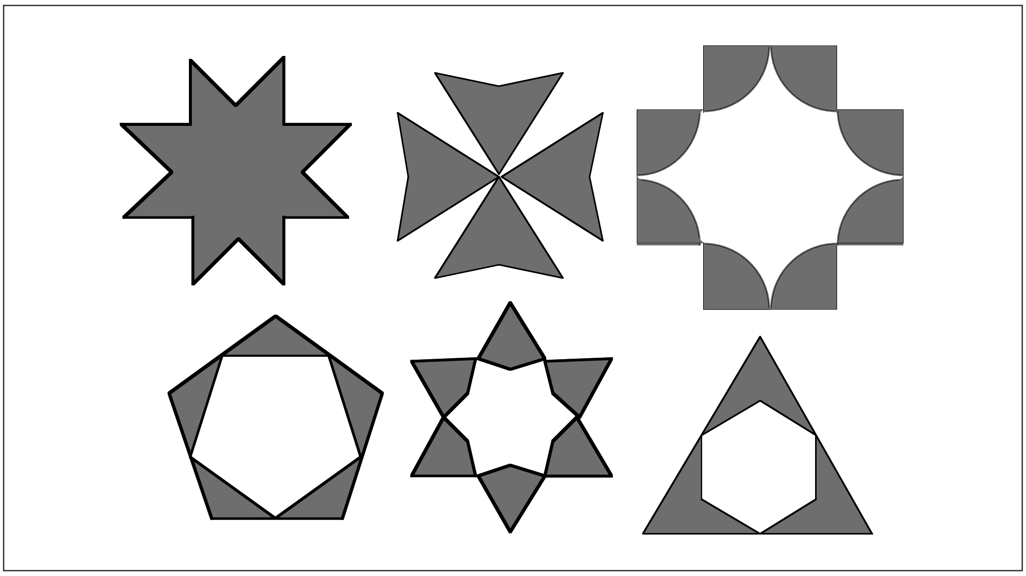
Cette activité est très liée au concept de régularité : elle engendre de nombreux polygones réguliers convexes ou étoilés, et les enfants se lancent spontanément dans une exploration des possibilités offertes par ce matériel additionnel.

Un nouveau projet en découle : comment dessiner ce qu'on voit ? Deux difficultés sont à résoudre, sur lesquelles nous allons revenir :

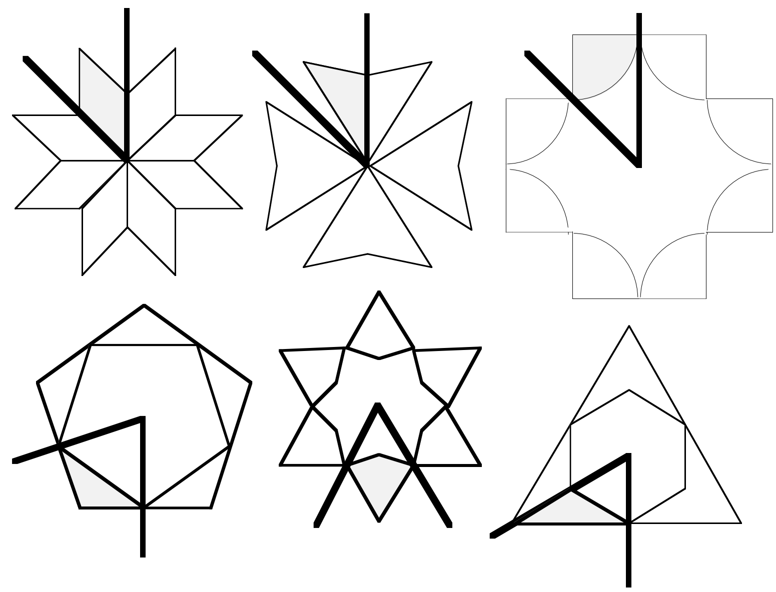
- Comment obtenir le bon nombre d'images bien réparties comme dans les miroirs ?
- Quelle pièce choisir et comment la placer pour reproduire par dessin ce qu'on voit grâce aux miroirs ?

4) **Puzzles miroirs**

Les enfants eurent à résoudre des jeux de



Solutions :



puzzles nouveaux et originaux en recevant des modèles gris résultats du placement d'une pièce, puis de deux, entre les 2 miroirs.

Le but du jeu est de reconstituer la situation qui a pu produire l'effet choisi, c'est-à-dire abstraire une partie capable d'engendrer l'ensemble et déterminer sa disposition entre les miroirs.

4) **Frises**

Une séance fut consacrée à l'invention de frises. Les enfants avaient une feuille A3 coupée en deux dans le sens de la longueur, afin de les contraindre à faire un dessin linéaire à motif répété. Les réussites les plus intéressantes furent les frises formées de figures se touchant par des points seulement, comme le premier exemple de la page 7.

Les difficultés de ce genre de modèle, et la richesse des solutions - sous forme de lignes de construction nécessaires au placement - me conduirent à proposer une nouvelle séance en imposant cette contraine à tous : les pièces doivent se toucher seulement par des points.

5) **Étoiles**

En s'inspirant de l'inscription de l'étoile et du pentagone régulier, il s'agissait de créer des étoiles avec un gabarit polygone régulier (mis à part triangle équilatéral et carré, chaque polygone régulier est producteur d'étoiles).

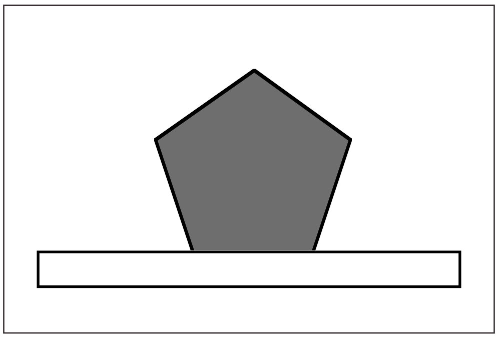
Certaines étoiles comme l'étoile à 5 branches sont indécomposables, (se font d'un seul trait de crayon) alors que d'autres se décomposent (comme l'étoile de David en 2 triangles équilatéraux).

Le jeu se prolonge à l'infini car on retrouve toujours un polygone régulier dans l'étoile précédente ; l'imbrication est alternée.

Les pièces de référence pour créer ce genre de dessins sont les pièces régulières, nombreuses dans le jeu. Il convenait, dans un premier temps, de les trier. Pour cela, les enfants ont utilisé (sans problème) le critère dynamique suivant : on place une pièce polygone un côté posé sur la règle ; puis on le fait basculer sur le côté suivant. S'il apparaît inchangé, alors il est régulier.

Ensuite, il s'agissait de repérer que l'étoile à 5 branches se dessine dans le pentagone régulier, en joignant, à la règle, les sommets de 2 en 2 et d'adapter ce constat aux autres polygones réguliers.

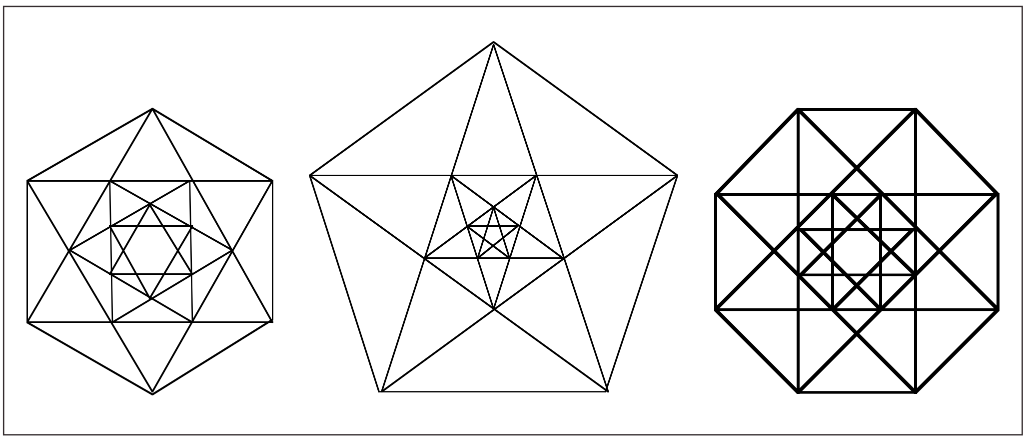
Plusieurs activités différentes ont été entreprises :

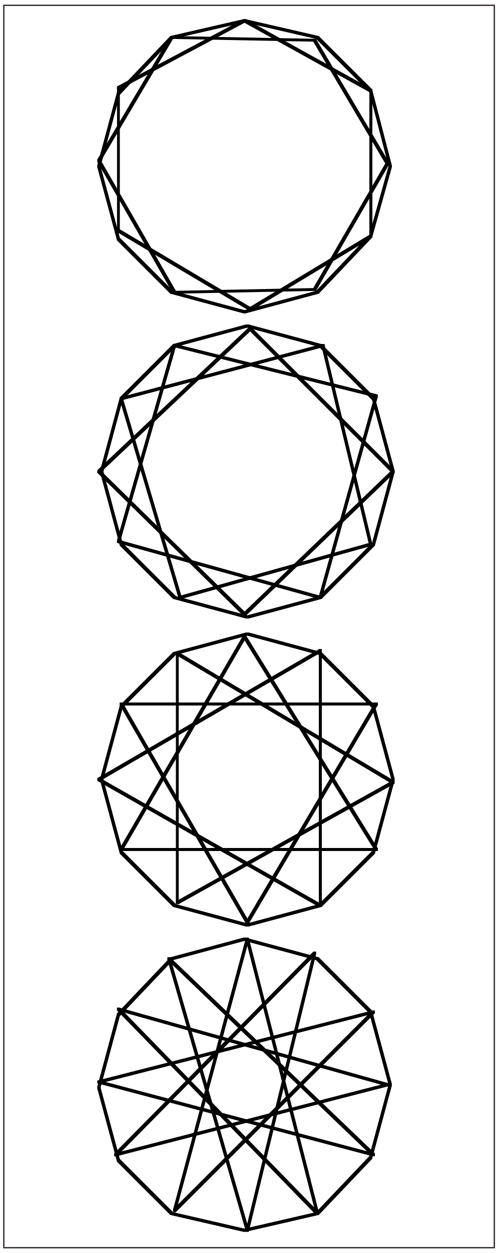


- imbrication alternée de polygones et d'étoiles de plus en plus petites à l'intérieur d'un polygone régulier

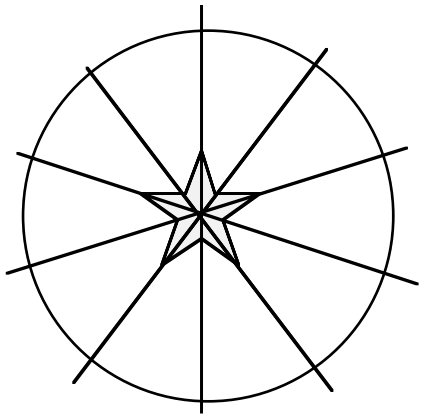
- prolongement des côtés et imbrication alternée de polygones et d'étoiles de plus en plus grands à la règle autour d'un polygone régulier (allant jusqu'à remplir un format A1 formé de 4 feuilles A3 collées)

- inventaire des étoiles possibles dans un polygone régulier à 5, 6, 8, 12 côtés. Voici, par exemple (page suivante), celui des étoiles dans le dodécagone (en joignant les sommets de 2 en 2, 3 en 3, 4 en 4, 5 en 5) …





• agrandissement d'une étoile en traçant les axes de symétrie d'un polygone régulier et un cercle de même centre le plus grand possible ;

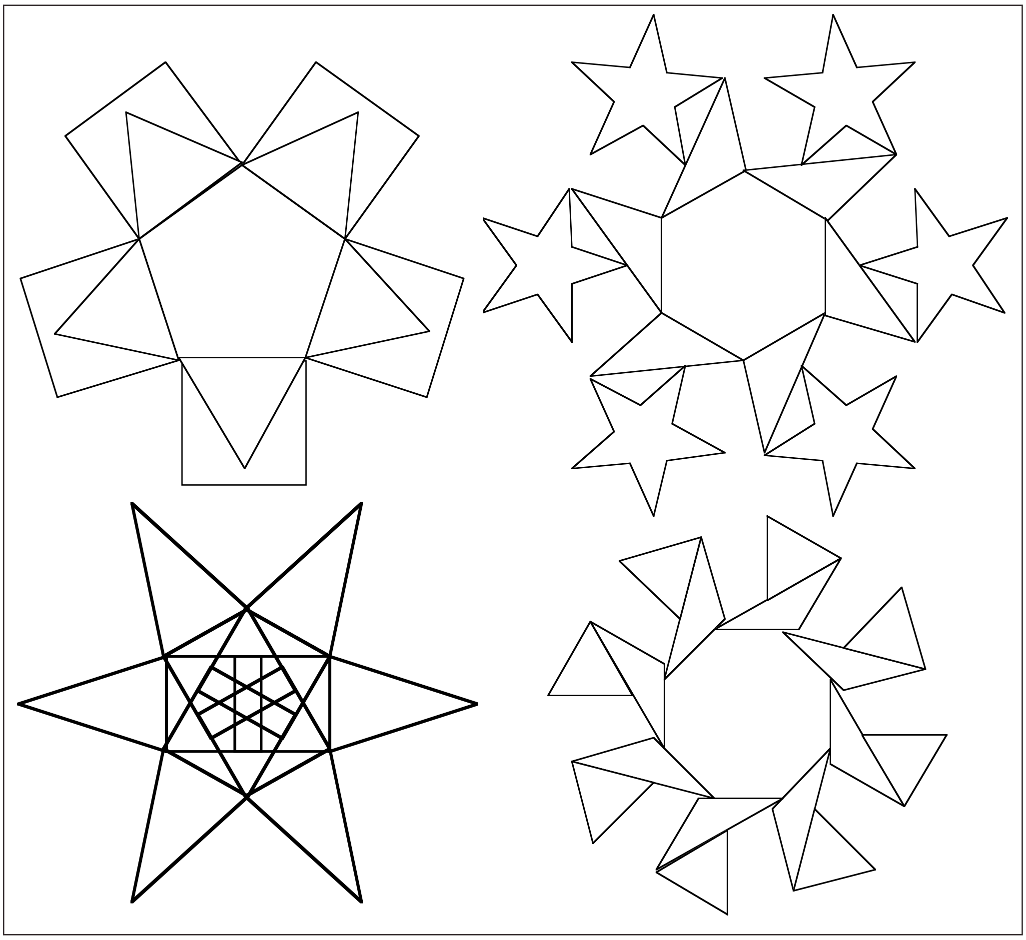


6) **Motifs par rotations**

Les polygones réguliers nous ont ensuite permis de faire tourner des images autour d'un centre.

Il suffisait de dessiner le contour du «régulier», puis d'attacher d'autres pièces à son bord, en les faisant tourner. Elles peuvent tourner soit à l'extérieur, soit à l'intérieur ; on peut attacher successivement deux ou plusieurs pièces ensemble …

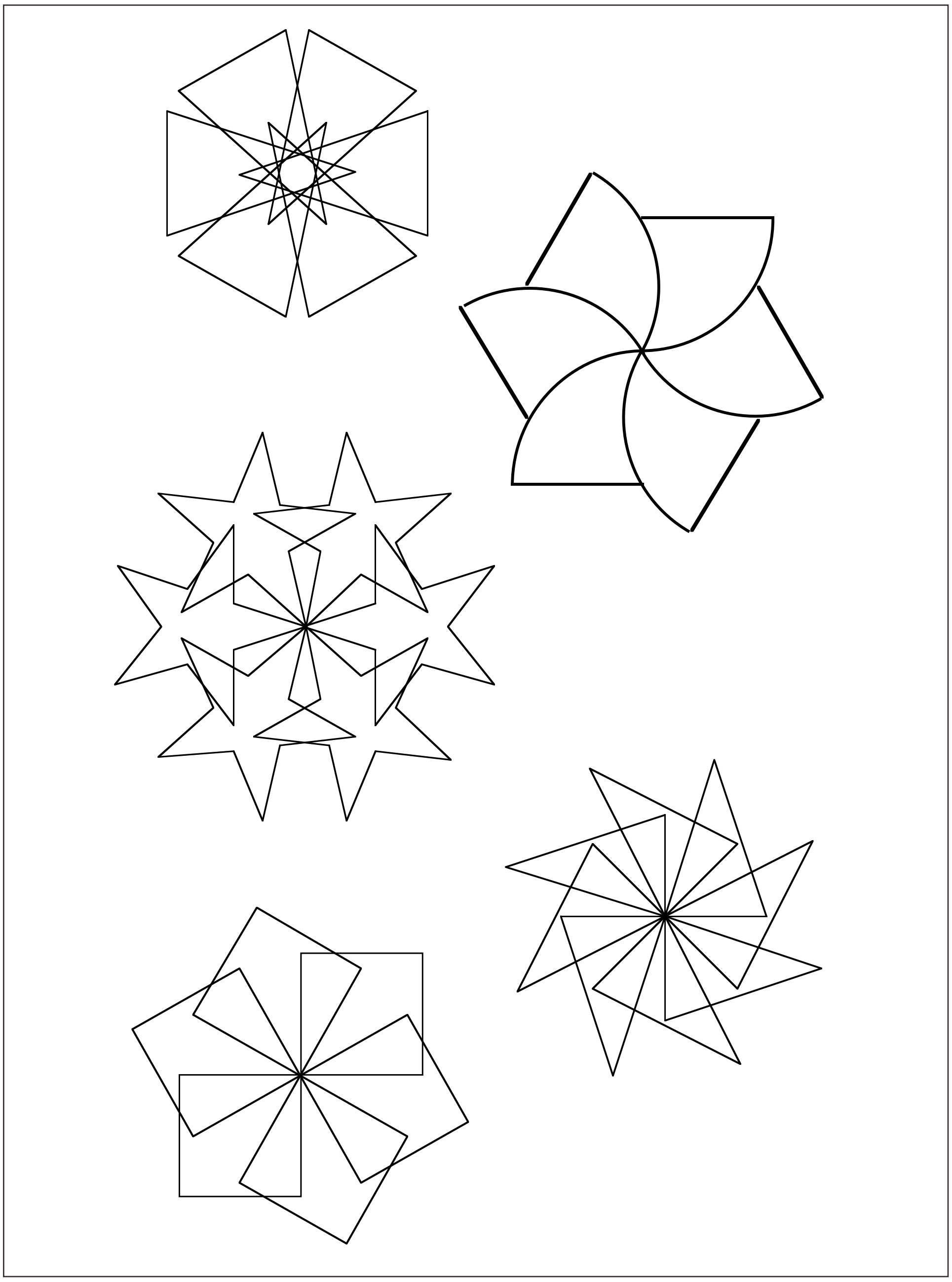
(Voir page de droite, avec, dans l'ordre de la lecture : triangle équilatéral dans un carré, autour d'un pentagone ; triangle jaune et étoile autour d'un hexagone ; carré à l'intérieur et triangle d'or à l'extérieur d'un hexagone ; triangles oranges autour d'un octogone (tous réguliers !)



7) «**Mandalas**»

Ce mot tibétain signifie : le centre. Il désigne une technique psychologique de recentrement de la personnalité par le dessin, le coloriage de motifs organisés autour d'un centre. Par extension, il désigne aussi ces motifs eux-mêmes, dont font partie les grandes rosaces de nos cathédrales.

Les premiers types de mandalas rencontrés furent les images en miroir d'une pièce décrites ci-dessus. Et le problème fut de les dessiner. Les autres activités ayant entretemps fait reconnaître et exploiter les qualités particulières des «réguliers», ceux-ci ont trouvé dans cette tâche, un rôle essentiel. En reliant les points diamétralement opposés par des droites, (sauf pour le pentagone régu-



lier qui était remplacé par l'étoile), sans s'arrêter aux sommets (ce qui fut une contrainte au début), on constituait un système de demi-droites réparties à angles égaux autour du centre du «régulier» auquel il était facile d'attacher la forme et ses images vues dans le miroir.

Une telle activité demandait donc de prendre 2 outils complémentaires : pour avoir n images, on prenait d'abord le n-gone régulier ; puis on plaçait la pièce par rapport aux demi-droites représentant les traces des miroirs ou leurs images. (On peut se rendre compte du travail demandé en observant les 6 puzzles-miroirs ci-dessus, et en se demandant comment on peut dessiner chacun exactement avec des gabarits).

Lorsque ce premier pas fut franchi, les enfants disposèrent de modèles plus complexes dans lesquels les exemplaires d'une figure se chevauchaient. Mais le principe était le même : disposer plusieurs figures superposables autour d'un point central et à angles réguliers. (cf. page précédente)

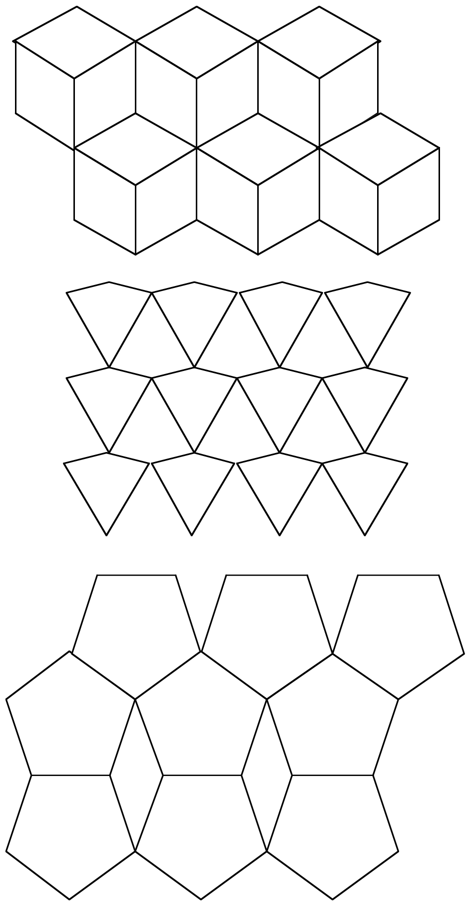
Les mêmes principes restent valables :

- compter les images et tracer un système d'axes adapté avec le «régulier» qui convient
- placer sa pièce par rapport aux axes pour obtenir une copie conforme du modèle choisi.

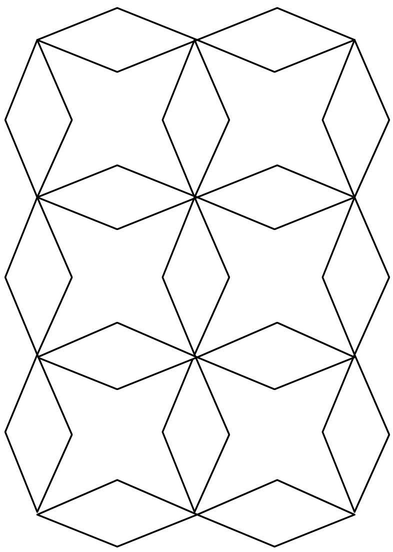
8) **Carrelages**

Le second groupe a surtout travaillé sur les pavages, mosaïques et les étoiles. En faisant référence au carreleur, nous avons appelé carrelage, un dessin géométrique fait de juxtapositions d'exemplaires d'une ou plusieurs figures, sans chevauchement. La première séance a permis une exploration libre (en même temps que la prise en main du matériel) ; les suivantes se sont construites sur des tâches de plus en plus précises. Les enfants ont dû :

- créer des carrelages à l'aide d'une pièce unique, le résultat pouvant être une combinaison de figures si le placement de la pièce faisait apparaître des trous qui s'organisaient avec les contours dans un algorithme clair



- construire des lignes au crayon pour aligner ces pièces suivant un côté ou une diagonale, ou encore les disposer sur des lignes perpendiculaires (comme dans le cas du réseau de losanges ci-dessous créant des trous en étoiles à 4 branches)



- reproduire précisément un modèle choisi dans une page.

Cette activité possède le pouvoir de faire sentir ce qu'est un plan, illimité en toutes directions, et l'importance d'un rythme. Car, s'il est impensable de couvrir effectivement un plan, nous avons le sentiment profond d'avoir réglé ce problème dès que nous savons comment les pièces sont agencées et comment elles pourraient «se répéter à l'infini».

Pour tracer les lignes de construction fondamentales chaque fois que les pièces ne sont pas jointives, la règle non graduée intervient. Comme pour les mandalas ou les étoiles, ces lignes sont des droites et le trait est fait sur toute la longueur de la règle. Lorsque des lignes perpendiculaires sont nécessaires, les enfants ont un grand choix de pièces dans la boîte possédant un «angle droit» comme les rectangles ou quarts de disque, ou à diagonales perpendiculaires comme les losanges.

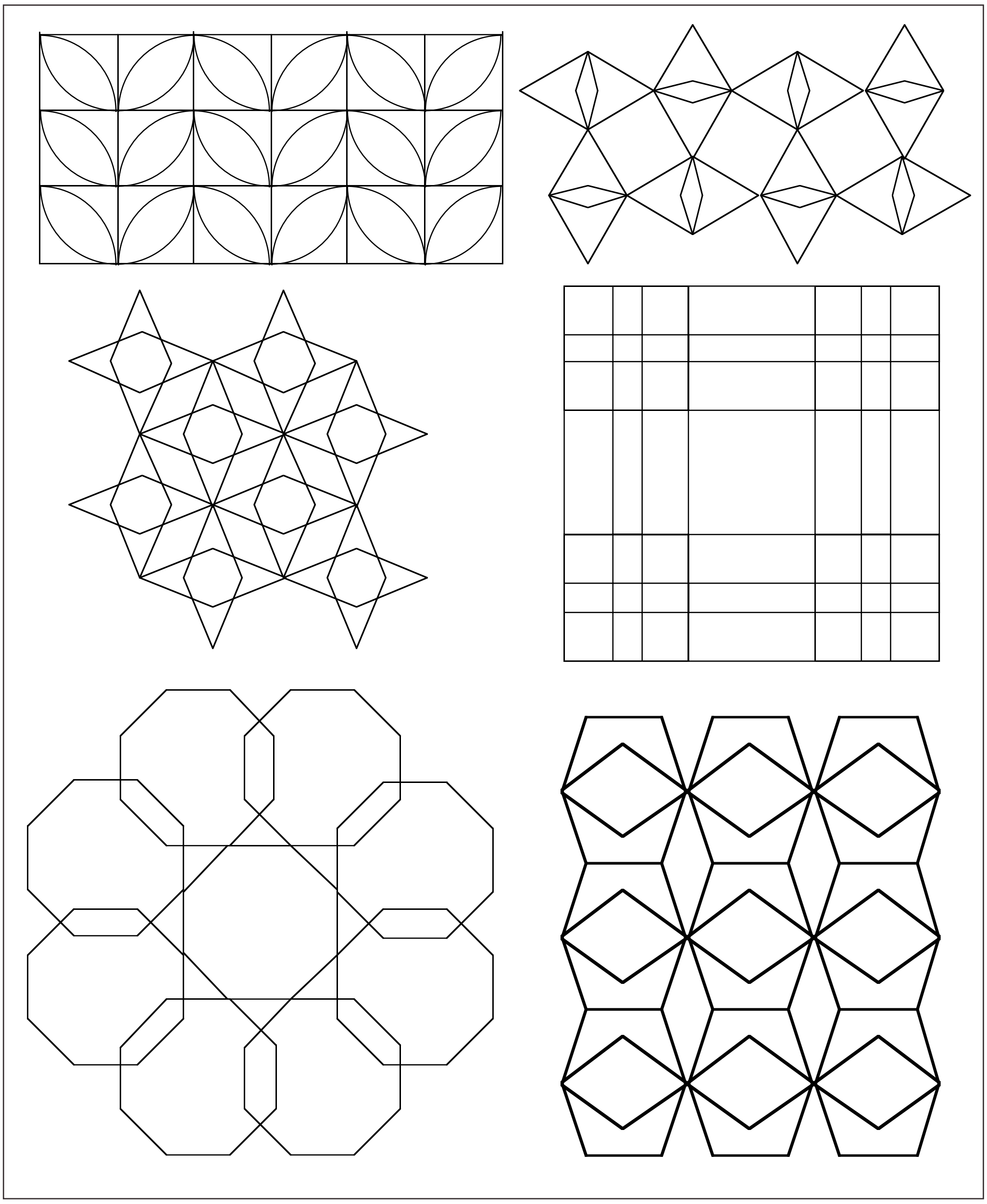
9) **Mosaïques**

De la même manière que les mandalas sont venus enrichir les dessins en miroirs par le jeu des chevauchements contrôlés des pièces, nous avons prolongé la recherche des carrelages par celle d'algorithmes remplissant le plan en croisant 2 ou plusieurs positions d'une même pièce. Nous avons appelé mosaïques ces dessins (bien que le terme ne soit pas canonique) par référence aux mosaïques arabes combinant les figures par le biais des entrelacs.

De nombreux modèles ont été proposés aux enfants, chacun réalisable avec une seule pièce de la boîte (et éventuellement la règle). Il s'agissait d'abord de découvrir quelle figure était répétée, ensuite d'analyser quel était l'algorithme et enfin de comprendre quelles lignes de construction étaient nécessaires.

[cf. page ci-contre, avec, dans l'ordre de la lecture : quart de disque ; «cerf-volant» sixième de dodécagone ; losange à angles (45°,135°) ; rectangle d'or ; octogone régulier ; pentagone régulier.]

C'est souvent un jeu d'abstraction complexe de suivre les lignes sans s'attacher aux plages dessinées qui ne sont que des parties du contour. Les enfants ont coloré ensuite les plages suivant un autre algorithme, et les dessins exposés ont mis nombre d'adultes en échec devant le défi de retrouver la pièce génératrice.

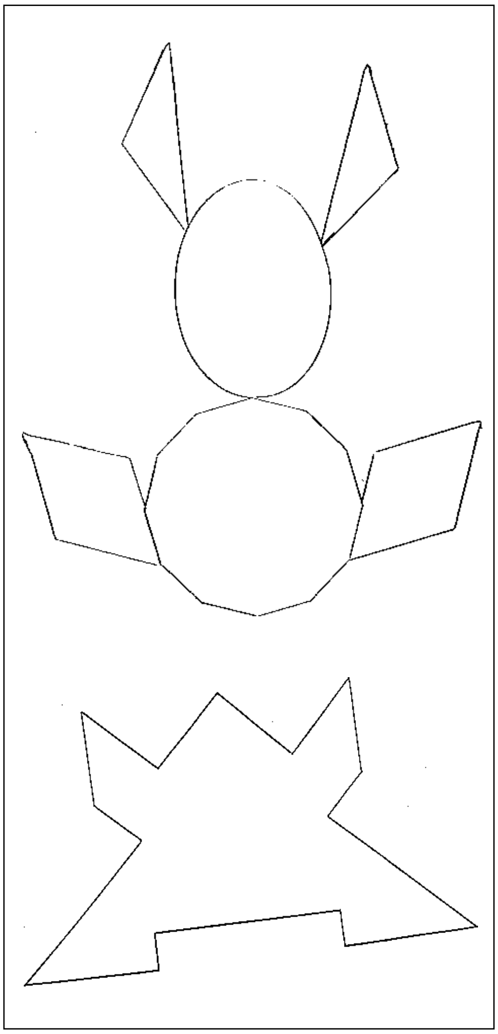


Travaux d'enfants

Les réalisations des enfants ont été nombreuses et de plus en plus précises : les traits se sont affinés, les contours de gabarits ont été plus soignés, en particulier pour marquer les angles et les lignes de construction sont devenus une étape normale, naturellement destinées à être ensuite effacées donc tracées d'un trait léger qui ne marque pas le papier, et le temps d'analyse et de construction d'un dessin a diminué au point qu'à la huitième séance du premier groupe, chaque enfant a eu le temps - et le plaisir - de réaliser trois ou même quatre dessins de mandalas pendant l'heure.

Tous ces documents ne peuvent être présentés, malgré leur variété, et le choix a priori de donner des feuilles A3 nous contraint à proposer des copies réduites de ces dessins en noir et blanc ce qui perd aussi l'attrait des couleurs dont les enfants ont eu plaisir à parer leurs productions dans le second groupe, le premier n'ayant pas eu la chance de bénéficier de couleurs.

Il a paru intéressant dans certains cas, de montrer les propositions originales de certains enfants et leur exploitation et réutilisation comme modèles pour d'autres.



• Un dessin du premier jour (en haut). L'inspiration spontanée des enfants est pauvre et, par une sorte de régression les ramène au dessin d'un bonhomme.

Les contours sont souvent imprécis ; le gabarit glisse parfois en cours de tracé.

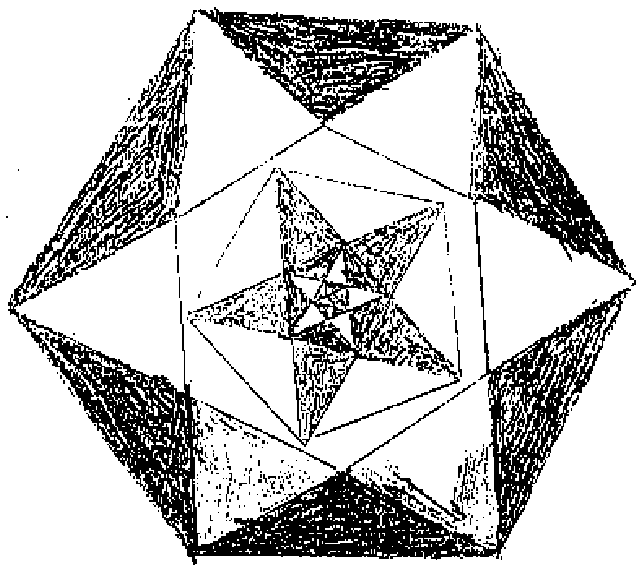
(en bas) Un modèle des puzzles grandeur nature inventés et dessinés par les enfants avec les pièces d'une couleur donnée. Ils furent ensuite échangés et réalisés par les autres. La difficulté du dessin provient du fait qu'on veut ne réaliser que le contour global d'un ensemble de plusieurs pièces, sans laisser apparaître les séparations.

• Premiers essais d'étoiles.

En haut :

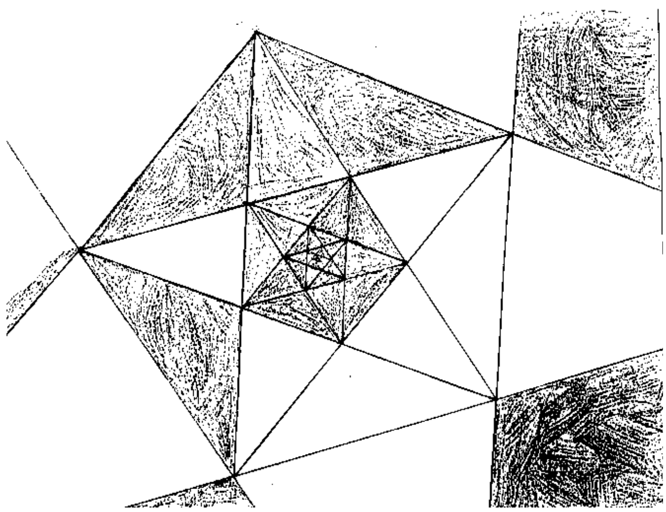
L'enfant a placé l'étoile à 5 branches sur le pentagone régulier et a compris comment continuer l'inscription vers l'intérieur avec la règle.

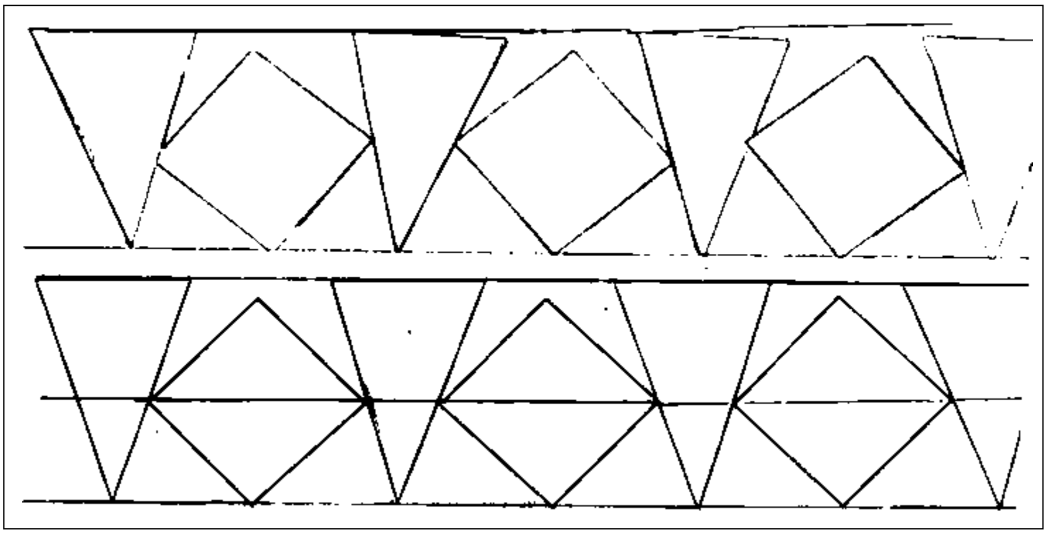
Mais en partant de l'hexagone régulier, il ne peut transférer son tracé et reprend le pentagone régulier qu'il place à l'intérieur. Il essaie de faire une étoile en ajoutant des triangles, mais ne comprend pas que les bords sont les prolongements des côtés de l'hexagone.



En bas :

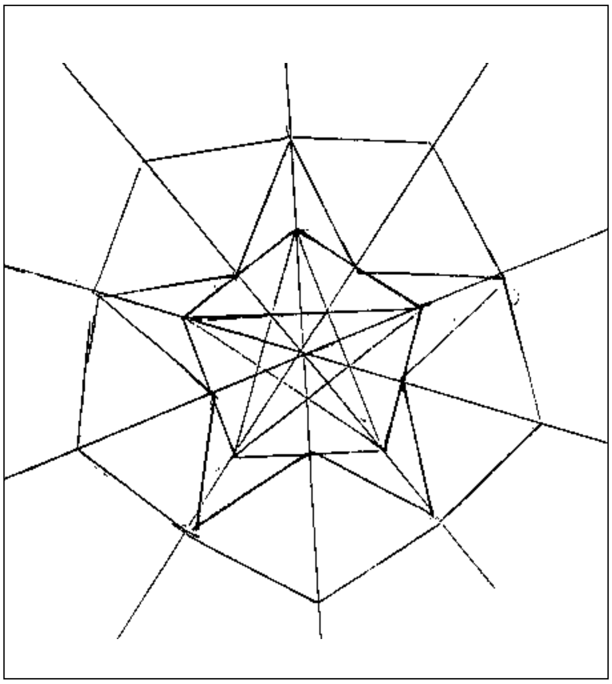
Même essai d'inscription du pentagone donné dans une grande étoile par accolement de triangles, et même difficulté à prolonger les côtés.





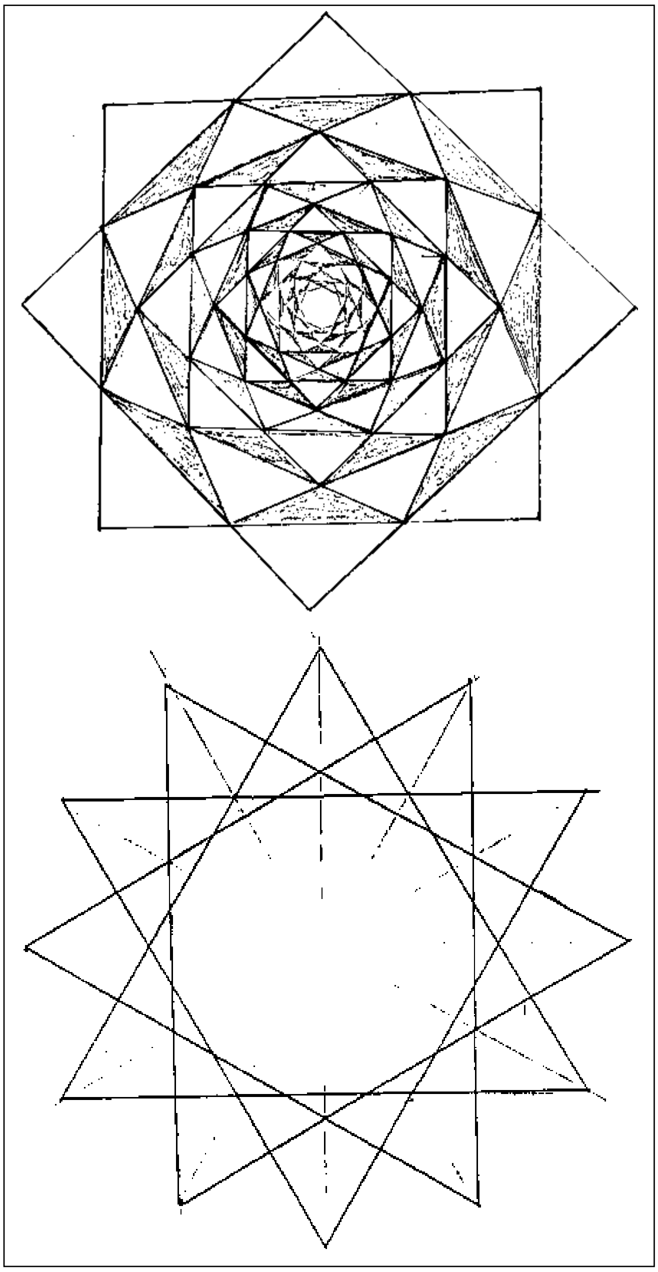
• Inventions de frises sur une bande moitié de feuille A3 en longueur, avec comme consigne d'alterner des pièces qui ne se touchent que par des points. Dans la réalisation ci-dessus, (par un enfant de CE2), on voit le brouillon et la réalisation finale avec lignes de construction au crayon permettant de placer correctement les pièces.

• La découverte des miroirs et des effets de kaléidoscope qu'ils permettent a été un moment passionnant. Le dessin des images vues dans les miroirs a demandé de comprendre que l'ouverture du livre-miroir [2] commandait le nombre des images ; et qu'on pouvait tracer les lignes de miroir avec le bon polygone régulier. (ci-contre) L'enfant a vu 8 secteurs et a pris l'octogone régulier pour tracer les lignes. Puis il a placé ses 2 triangles dans le premier secteur, puis en miroir dans les autres, comme l'effet qu'il avait créé physiquement.



2 Il s'agit d'un instrument accompagnant les pièces, formé de 2 miroirs reliés par un scotch et s'ouvrant comme un livre.

• Inventions



En haut :

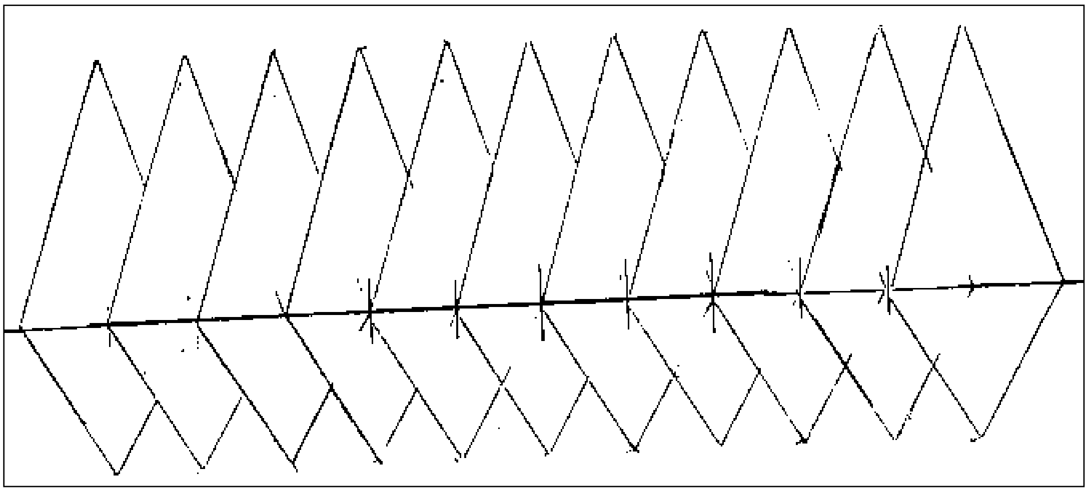
L'enfant a tracé le contour de l'octogone régulier. Puis il a joué sur le fait de joindre les sommets de 2 en 2 et de prolonger les côtés, créant ainsi une succession d'octogones emboîtés.

Les triangles grisés confèrent une impression de profondeur et de lignes en spirales.

En bas :

L'enfant a voulu prolonger les côtés du dodécagone pour l'inscrire dans 6 losanges.

(Le dessin terminé, on voit plutôt des triangles équilatéraux formant une étoile à 12 branches).



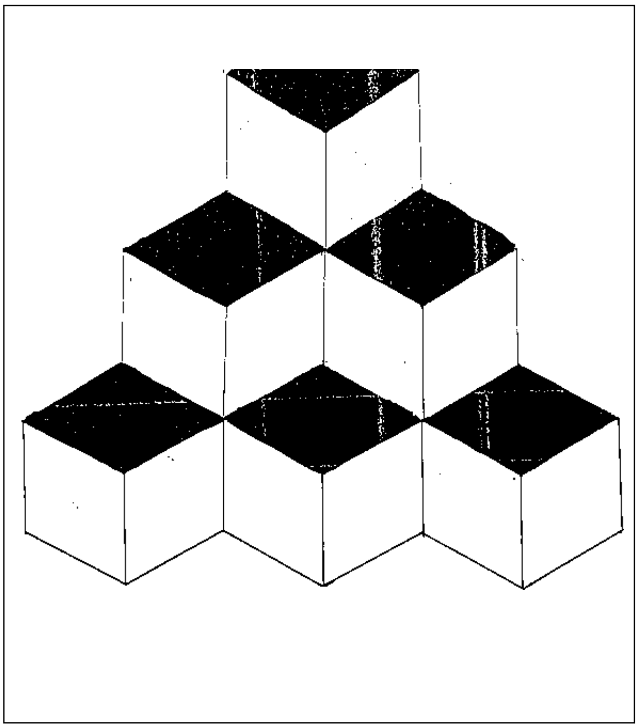
• Frises

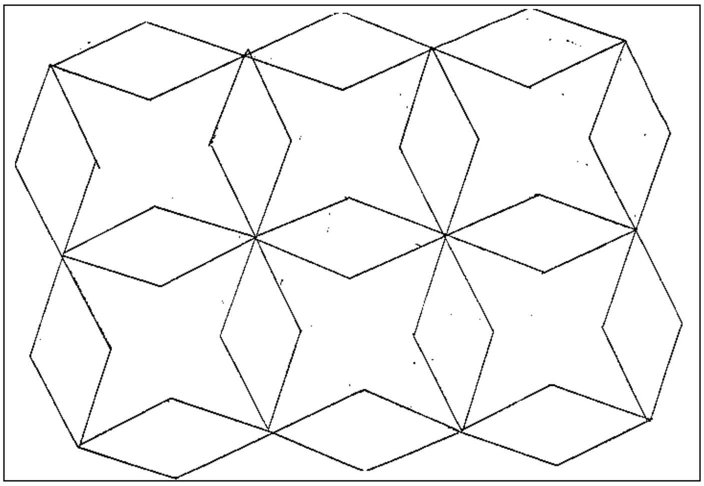
D'après un modèle. Il fallait décaler (ci-dessus) les «fers de lance» d'une demi-longueur sur la ligne médiane, ce qui a été obtenu en traçant partiellement leur axe de symétrie. Autre instrument essentiel dans ce projet : la gomme, pour supprimer certaines lignes et donner cet effet de motifs se chevauchant.

• Carrelages

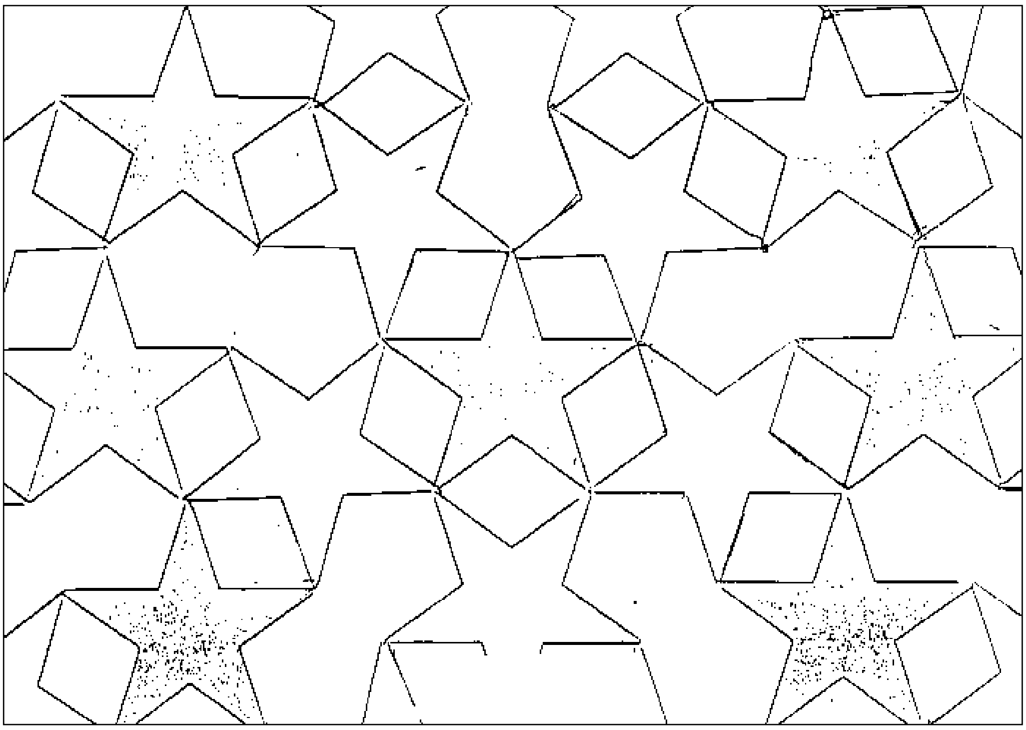
(ci-contre) Un losange double triangle équilatéral seul permet cette réalisation. Les plages noires et la construction pyramidale lui donnent un effet de volume.

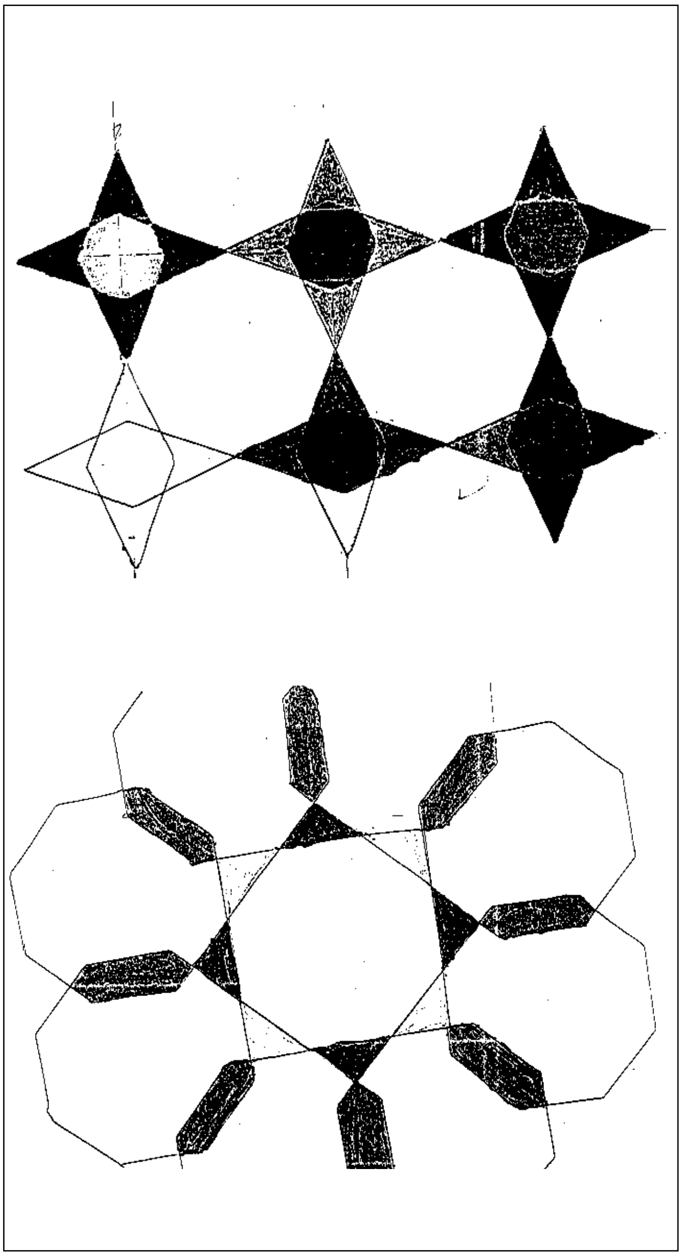
(page suivante) Seul le losange existe comme gabarit. La difficulté était donc de tracer des lignes de construction formant un réseau de carrés adaptés permettant de placer les losanges.





Dans le curieux pavage ci-dessous, une fillette de 10 ans qui devait faire un carrelage en ne se servant que d'un gabarit, a choisi l'étoile à 5 branches et a trouvé un début d'algorithme composant étoiles et « trous » en forme de losanges et de doubles pentagones. La complexité du projet l'a fait échouer. Mais l'ordinateur m'a permis d'isoler un de ses motifs ; ce qui lui a permis cette belle réalisation la semaine suivante.





• Mosaïques

Ces effets sont obtenus par chevauchement de la pièce gabarit, (en haut) avec mêmes axes de symétrie…

L'octogone (en bas) est placé au centre, ses côtés prolongés à la règle, puis l'octogone est replacé dans les « angles » extérieurs du double carré avec une branche commune des étoiles de chaque ligne.

Analyse des résultats

1) **Efficacité**

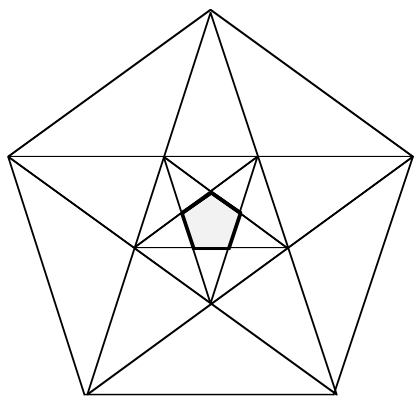
L'évolution des performances des deux groupes a été riche à observer. Les premiers dessins étaient une prise en main des instruments : gabarits, règle, compas, crayon, feutres. Le résultat ne semblait pas mériter de reprendre le processus une seconde fois pour en faire un modèle définitif. Au cours des séances l'accélération de la capacité était telle qu'à la huitième, ils ne recouraient plus au brouillon pour la plupart et réalisaient plusieurs dessins finis dans l'heure.

Jamais ces séances de dessin n'ont cherché à faire construire les figures elles-mêmes aux instruments classiques. Le but était au contraire de bien connaître l'ensemble des formes disponibles comme gabarits et de savoir organiser des copies. Dans ce but, il faut noter deux articulations essentielles :

- Toutes les actions conduisaient à faire **agir** — et non reconnaître — les transformations planes. On fait agir les différentes isométries (translations, rotations, réflexions) dans les dessins de frises ou de carrelages et mosaïques ; les réflexions et rotations dans les mandalas ; les homothéties dans les étoiles. Comme dans la géométrie d'Euclide, elles sont sous-jacentes, mais on ne travaille pas à les faire reconnaître comme objets. Cet objectif pourra être efficient plus tard, d'autant plus que les enfants se seront forgé des images mentales au travers des actions décrites ici.

- Les propositions de dessins dont la rigidité n'était pas assurée par la simple juxtaposition des pièces, ont forcé les enfants à reconnaître la nécessité et à faire usage de lignes de construction (droites ou cercles) afin de pouvoir placer correctement les images. Que ce soit les jeux de miroir, les frises, les mandalas ou les mosaïques, des lignes provisoires tracées au crayon, destinées à placer exactement les contours du gabarit, puis à être effacées, ont été les intermédiaires obligés des tracés. Le nombre ou la disposition de ces lignes découlaient de l'analyse du dessin et aucun apprentissage de leur tracé n'a été envisagé en dehors du contexte du dessin particulier qui les appelait.

Les lignes droites ont pu, dans certains cas d'étoiles remplissant 4 pages A3 collées (soit un A1!) être faites par prolongements successifs et d'autres fois n'ont pu être tracées que grâce à un réglet de 1 m…



Les lignes perpendiculaires n'ont jamais été faites à l'équerre, instrument qui n'était pas à disposition des enfants pendant les séances, car le but était qu'ils sentent la nécessité d'une telle position de 2 lignes et qu'ils voient dans quelles figures gabarits ils pouvaient avoir un angle droit et comment ils pouvaient l'extraire.

2) **Difficultés rencontrées**

Plusieurs obstacles ont retenu les enfants à certains moments de la séquence. Mais tous ont été successivement franchis, ce qui s'est traduit par cette liberté de plus en plus grande et cette finesse manifestement gagnée dans la réalisation. La différence d'âge des 3 classes d'enfants s'est sentie d'abord par la différence de temps nécessaire à la réalisation d'un projet. Mais, d'une façon générale, il semble que ce sont davantage les qualités individuelles qui ont primé : certains enfants de CE2 ont réalisé des dessins plus complexes et mieux finis que certains CM2. En particulier dans les projets libres, où c'est la capacité à imaginer une organisation intéressante et où des CE2 pouvaient inventer des frises ou rosaces complexes et dans le tracé : une réalisation juste, précise et soignée n'est pas nécessairement fonction de l'âge !

Parmi les obstacles, on peut retenir :

- La capacité à dessiner précisément le contour d'un gabarit, ou à placer 2 exemplaires dans une position relative particulière. Le fait de remplacer les crayons parfois mal taillés ou trop gras des enfants par des critériums à mine fine a permis une amélioration conséquente : le trait est obligatoirement fin et une pression excessive casse la mine.
- Les feutres ont été l'occasion de salir des œuvres bien dessinées au crayon parce que les enfants glissaient la règle sur l'encre fraîche, ou encraient la tranche de la règle avec le feutre et se tachaient les doigts en la manipulant.
- la capacité à transférer un résultat d'une situation dans une autre. L'exemple le plus remarquable a été celui des premières étoiles inscrites. La boîte contient un pentagone régulier et une étoile à 5 branches (inscriptibles), et cette relation a été facilement prolongée «vers l'intérieur» en dessinant des pentagones et des étoiles les uns dans les autres jusqu'à ne plus pouvoir dessiner. Quand le pentagone a été remplacé par un hexagone, certains ont repris l'étoile à 5 branches et l'ont dessinée à l'intérieur avant de reprendre l'algorithme précédent. De même, ils ont pu prolonger les côtés du pentagone par des triangles d'or de la boîte au lieu de la règle. Et le passage à l'hexagone est fait avec les mêmes triangles, sans voir que dans ce cas les traits ne se prolongeaient pas.
- certaines contingences ont été oubliées. Par exemple, la construction d'un pavage demande de placer les pièces les unes à côté des autres. Quelques enfants n'ont pas gardé la place d'une autre pièce voisine ce qui détruit l'algorithme.

Prolongements

Je n'ai pas envisagé d'évaluation de l'efficacité de cette expérience à long terme. Elle aurait demandé que je puisse suivre le groupe expérimental au Collège pour voir, par rapport à un groupe témoin, quelle familiarité cette pratique avait créée avec le langage géométrique.
Par contre, si le monde de l'école élémentaire est sensible à cette entrée en mathématiques par l'action et la perception, il n'en est pas de même dans le secondaire. J'ai écrit deux documents [6] et [7] pour une utilisation adaptée d'images et d'actions géométriques à ce niveau pour lequel je suis convaincu de l'importance de créer des images mentales dynamiques sur lesquelles le raisonnement peut se fonder. Une expérimentation aux différents niveaux du Collège permettrait de donner une réalité à cette conviction.

Références :

[1] La Moisson des Formes, matériel crée et diffusé par Bernard BETTINELLI
(1 rue de la Perrouse 25 115 POUILLEY LES VIGNES
Tel et fax : 03 81 55 40 53
e-mail : moisson.formes@freesbee.fr)

[2] La Moisson des Formes, livre d'accompagnement expliquant les principes et les propositions envisagées avec le matériel.

[3] Instruments géométriques à l'école élémentaire, tome 2 : au cycle III. IREM de Besançon

[4] De la géométrie à la maternelle, pourquoi pas ? tome 1 : dans le plan. IREM de Besançon

[5] Le dessin géométrique avec la Moisson des Formes, niveau 3 (même adresse que le matériel)

[6] Mesures avec la Moisson des Formes (même adresse que le matériel)

[7] Le raisonnement géométrique avec la Moisson des Formes (même adresse que le matériel).