QUELLE PLACE POUR L'ALEATOIRE AU COLLEGE ?

Jean-Claude GIRARD, Irem et Iufm de Lyon,
Michel HENRY, Irem de Franche-Comté
Bernard PARZYSZ, Didirem et Iufm d'Orléans-Tours
Jean-François PICHARD, Irem de Rouen

Cet article est un extrait remanié de la contribution de la Commission Inter-Irem "Statistique et Probabilités" au colloque de la Commission "Premier Cycle" [1], qui s'est tenu à Lille du 21 au 23 juin 1999. Il se limite à une sensibilisation aux enjeux épistémologiques et didactiques de l'introduction de l'aléatoire en collège, en vue de préparer un enseignement des statistiques et des probabilités qui puisse reposer sur une approche expérimentale des notions de base. A l'intention des enseignants en collège et en classe de Seconde, il présente un exemple historique concernant la liaison entre observation statistique et probabilité.

1 Depuis sa création, la Commission Inter-IREM "Statistique et Probabilités" s'est intéressée à l'enseignement des statistiques au collège et à l'enseignement des probabilités au lycée. Nous renvoyons simplement au livre et aux deux publications sur ces deux sujets : Enseigner les probabilités au lycée, ed. IREM de Reims, juin 1997; Modélisation en probabilités, IREM de Besançon, juin 1997 ; Aides pour l'enseignement de la statistique au collège" , IREM de Besançon, septembre 1997.

1 — Peut-on envisager un enseignement de l'aléatoire au collège ?

Comme chacun sait, est "aléatoire" ce que le hasard rend incertain. On peut remarquer à ce propos que les mots "hasard" et "aléatoire" sont absents des programmes des collèges. L'introduction de la notion de "hasard" ne figure d'ailleurs pas davantage dans les objectifs de l'enseignement des mathématiques au lycée. On peut s'interroger sur ces absences qui font que les élèves aborderont l'étude des probabilités sans avoir rencontré les phénomènes aléatoires autrement que par leur expérience sociale. On peut se demander quelles conceptions naïves (justes ou erronées) ils se seront faites alors du hasard et quelles conséquences cela aura pour l'apprentissage des probabilités. N'y aurait-il pas intérêt à aborder en classe la notion d'aléatoire en parallèle avec l'initiation aux démarches statistiques, avant l'enseignement des probabilités ?

Depuis leur introduction dans l'enseignement secondaire, il y a de cela 30 ans environ, les probabilités et la statistique ont beaucoup ... fluctué au gré des réformes successives [2] et, actuellement, les probabilités ne sont introduites — au mieux — qu'en classe de Première [3]. Par contre, la plupart de nos voisins européens entreprennent beaucoup plus tôt, c'est-à-dire dès le collège, une initiation à l'aléatoire. Nous nous sommes posés la question de savoir si une telle étude était envisageable en France et, si oui, sous quelle forme et dans quelles conditions.

Pour cela nous avons utilisé comme points d'appui des extraits de deux manuels de collège étrangers :

— l'un italien (niveau Quatrième) : *Tempo di matematica* [4] [TM]

— l'autre espagnol (niveau Cinquième) : *Arithmos matemáticas* [5] [AM].

Voyons comment l'un et l'autre introduisent le chapitre sur l'aléatoire.

Dans [TM] on commence par étudier la distribution, année par année (sur 30 ans), de la température maximale observée en juillet en un lieu donné, ces données servant de base à une étude statistique descriptive classique (tableau d'effectifs, diagramme en bâtons, notion de fréquence). On étudie ensuite la répartition sur 10 ans et sur 20 ans, qui permet d'observer la fluctuation de la distribution des fréquences. La notion de hasard est considérée comme une notion première (allant de soi ?), et l'exemple étudié est le lancer d'un dé « *parfaitement régulier en ce qui concerne sa forme cubique et la répartition de sa masse* » : nous sommes donc ici dans le domaine des objets idéaux de Platon (non encore intégrés à une théorie). Les auteurs affirment ensuite que « *n'importe laquelle des six faces apparaît, sans préférence pour aucune d'entre elles* » [6] et que « *tout jeu de hasard dans lequel l'issue, favorable ou défavorable, ne dépend pas de l'habileté du joueur ni ne résulte de règles préétablies, mais dépend du seul hasard, est un phénomène aléatoire* ».

Dans [AM], la notion d'expérience aléatoire est introduite à partir de situations diverses : chiffre des unités d'un billet de loterie ou du numéro d'immatriculation d'une voiture, lancer d'une pièce, lancer d'un dé, et identifiée à la notion d'imprédictibilité. Puis l'équiprobabilité est affirmée dans des cas simples (lancer d'une pièce ou d'un dé). On s'intéresse ensuite à la fluctuation de la distribution des fréquences lors de lancers successifs d'une punaise de bureau, et la probabilité d'un événement est introduite comme « *nombre vers lequel tend la fréquence quand on réalise un très grand nombre d'épreuves* ». En l'occurrence, ce nombre (0,61) est imposé sans aucune justification, et par conséquent la notion de modèle est escamotée : pourquoi 0,61 plutôt que 0,612 ou 0,609, voire même $\sqrt{6}/4$ ou tan35° ?

2 Cf. l'article de Bernard Parzysz : " Les probabilités et la statistique dans le secondaire, d'hier à aujourd'hui ", dans Enseigner les probabilités au lycée, 17-38, ed. IREM de Reims, juin 1997.

3 Les remarques qui suivent ont été présentées par Bernard Parzysz au cours d'un atelier lors de l'Université d'été de l'APMEP à Marseille, juillet 1999.

4 Par Enrico Tuozzi et Luisa Baker. Ed. Loffredo, Naples.

5 Par José R. Vizmanos et Máximo Anzola. Ed. S.M.

6 On retrouve dans ce manuel italien la première étape d'un processus de modélisation : des objets de la réalité à ceux d'un modèle pseudo-concret, tel qu'il est décrit dans Modélisation en probabilités, Irem de Besançon, juin 1997. Cf. le § 2.3 qui suit.

On peut constater dès l'abord que, dans un manuel comme dans l'autre, l'égalité des « chances » d'apparition de chaque face est postulée d'entrée, mais on peut légitimement se poser la question de savoir si elle va de soi pour les élèves de collège.

Pour essayer de se faire une idée des conceptions de ses élèves de Cinquième relativement au hasard, une collègue enseignant dans un collège nancéien[7] leur a posé quelques questions, inspirées du manuel espagnol. Bien entendu, le faible effectif de son échantillon ne permet pas d'en tirer des conclusions générales, et ce qui suit demanderait à être contrôlé de façon plus scientifique, mais on peut néanmoins y trouver quelques indications sur les idées préconçues des élèves.

Question 1 : Anne et Pierre décident d'acheter un dixième d'un billet de loterie. Anne dit : « Donnez-moi un billet qui se termine par 3 ». Pierre dit : « Ce serait mieux qu'il se termine par 9 ». Lequel des deux a raison ? Peut-on prédire par quel chiffre se terminera le gros lot ?

Il apparaît que les élèves pensent en général que tous les chiffres des unités ont la même chance de sortie (le 3 : 1 élève ; le 9 : 3 élèves ; égalité des chances : 15 élèves ; non réponses : 5 élèves).

Question 2 : Jean a lancé une pièce de monnaie et a obtenu 5 fois Face. Vous voulez la relancer. Pouvez-vous prévoir si ce sera Pile ou Face ?

On obtient ici un premier éclairage sur les conceptions des élèves (égalité : 15 élèves ; Pile : 1 élève ; Face : 7 élèves ; autre : 1 élève) :

— le souci de « compensation » qu'on peut constater chez les élèves plus âgés (version « naïve » de la loi des grands nombres), et qui se traduirait ici par le choix de « pile » au lancer suivant, ne semble pas encore installé ;

— par contre, le fait qu'on ne puisse pratiquement pas obtenir cinq fois successivement le même résultat avec une pièce « normale » est bien présent, de même que l'influence du lanceur sur le résultat (un élève a même précisé : « *ça dépend si la personne qui lance la pièce a de la chance* »). Il ne semble donc pas que cette conception soit liée à la notion d'expérience aléatoire (identité des conditions matérielles), mais plutôt à la croyance en la plus ou moins grande « chance au jeu » des individus.

Question 3 : En lançant une pièce, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir: Pile ou Face ?

Les réponses (Pile : 4 élèves ; Face : 6 élèves ; égalité : 12 élèves ; non réponse : 2 élèves) montrent que l'égalité des chances de sortie de « pile » ou « face » n'est pas une donnée a priori chez ces élèves.

Question 4 : En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : 2 ou 6 ?

Elle confirme les résultats de la question précédente (le 2 : 11 élèves ; le 6 : 2 élèves ; égalité : 9 élèves ; non réponse : 2 élèves), et des interviews ultérieures ont permis de repérer dans le vécu des élèves une raison de la croyance que le 6 est plus difficile à obtenir que les autres faces.

En effet, dans le jeu des « petits chevaux », que certains élèves connaissent et ont pratiqué (et auquel ils font référence au sujet de cette question), il est nécessaire de

7 Mme Farida Chaibai, membre du Groupe «Probabilités» de l'Irem de Lorraine.

sortir un 6 pour pouvoir commencer ; d'où la survalorisation de sa difficulté d'obtention.

Ce petit exemple incite donc à penser que les élèves de Cinquième ont déjà des idées assez précises sur le hasard, qu'ils se sont construites progressivement, et que ces idées ne sont pas toujours en accord avec ce qui pourrait être observé lors d'une expérimentation. On peut alors penser que :

— tabler d'entrée sur leur adhésion à des modèles préétablis (même si, comme pour l'équiprobabilité, ils peuvent sembler « naturels » à l'enseignant) risque de se heurter à des conceptions préexistantes chez les élèves,

— trop retarder leur rencontre raisonnée avec l'aléatoire ne peut que contribuer à ancrer chez eux des conceptions insuffisantes — voire erronées —, alors même qu'ils sont en mesure d'entreprendre une démarche associant observation, conjecture, comparaison, et conduisant *progressivement* — par exemple au début du lycée — à une modélisation du hasard fondée sur l'expérimentation et une dialectique statistique-probabilités.

De ces remarques, on peut dégager deux pistes de réflexion que les recherches didactiques pourraient prendre en charge.

1— Peut-on envisager un contact plus précoce (par exemple en classe de Quatrième) avec des phénomènes aléatoires de divers types (lancers de punaise ou d'osselets, tirages de boules, jeux de hasard, échantillonnage « au hasard » dans une population, etc.) ? Cela permettrait d'engager à moyen terme une réflexion sur des questions telles que :
— l'imprédictibilité des résultats (on ne peut pas être sûr de ce qui va être obtenu),
— la notion d'expérience aléatoire, comprise comme un protocole expérimental (Comment s'assurer qu'on répète la même expérience ? Qu'appellera-t-on " un résultat " ? ...),
— l'analogie entre répétition d'une expérience aléatoire et échantillonnage.

2— Comment introduire l'articulation constante entre prévision (donc modèle plus ou moins « naïf ») et observation, permettant, à partir de l'étude de la fluctuation des résultats selon l'échantillon (imprévisibilité, certes, mais dans certaines « limites »), de déboucher sur la construction et l'étude de modèles mathématiques et sur la notion de probabilité, en prenant explicitement en compte le caractère plus ou moins arbitraire d'un modèle ?

Aujourd'hui, il nous semble donc légitime de poser la question :

Y a-t-il une place pour l'aléatoire au collège ?

Dans la suite, nous nous proposons de préciser le fonctionnement de connaissances de nature scientifique dans lesquelles une approche de l'aléatoire pourrait être envisagée, et d'en dégager quelques indications pour l'enseignement, illustrées par l'exemple du jeu de "Franc-Carreau"[8], replacé dans le cadre générique des situations de Bernoulli[9].

2 — Le hasard et l'aléatoire, du perceptif à la modélisation

2.1 - *Le hasard au quotidien*

Les élèves des collèges vivent quotidiennement des situations hasardeuses. Ils ras-

8 Ce jeu du XVIIIè siècle consistait à jeter un écu sur un carrelage et à parier sur "Franc-Carreau", c'est à dire sur la réalisation de l'événement : l'écu ne rencontre aucun joint entre les carreaux.

9 Situations aléatoire où l'on ne considère que deux issues : "succès" ou "échec".

semblent généralement sous ce vocable tout ce qui peut leur arriver qui soit imprévisible. Ils mélangent par là même diverses approches du hasard qui ne relèvent pas toutes de l'exploration scientifique. A ce niveau, et sans nous reporter aux conceptions apparues dans l'histoire, de la physique d'Aristote à la mécanique quantique en passant par Cournot, ou aux différences d'approches qui marquent divers champs de la connaissance [10], nous pouvons mentionner pêle-mêle diverses appréhensions du hasard qui s'expriment généralement dans les exemples indiqués par des personnes interrogées à brûle-pourpoint :

– le hasard de la contingence, celui qui résulte d'un enchaînement unique de faits incontrôlables comme par exemple une rencontre accidentelle qui nous concerne personnellement, ce hasard mis en scène par Diderot dans Jacques le fataliste, et analysé par Aristote et Cournot,

– le hasard issu des aléas des prises de décisions humaines insondables, comme les choix stratégiques d'un joueur d'échecs, ou selon certains élèves de l'évaluation par tel ou tel enseignant de leurs productions,

– le hasard de l'indéterminabilité de l'évolution de phénomènes sensibles comme la météo à long terme (le fameux "effet papillon") ou l'évolution des cours de la bourse, les positions à venir d'une particule dans un mouvement brownien ou la transmission héréditaire de facteurs génétiques,

– le hasard des générateurs de hasard que l'on peut introduire dans la salle de classe, ces objets manipulables à volonté fabriqués pour cela : dés, cartes, urnes de loto, ou roulettes... qui fournissent des générateurs porteurs d'équiprobabilité " quelque part " [11], punaises ou pendules magnétiques et chaotiques donnant des générateurs de non équiprobabilité.

– le hasard des comportements des éléments de populations statistiques, celui qui intéresse les compagnies d'assurance, le hasard des files d'attentes, des pannes dans une technologie complexe, des épidémies ou des phénomènes démographiques,

– le hasard des prélèvements "au hasard" dans une population, à partir de tables de nombres au hasard ou des données pseudo-aléatoires d'un ordinateur ...

Quelles perceptions les élèves de collèges en ont-ils ? Quels rapports entretiennent-ils avec les phénomènes hasardeux et quels sont leurs comportements dans ces situations (ce qui nous renvoie au § 1) ? Quelle éducation au hasard à l'école ?

Reconnaissons que celle-ci est aujourd'hui quasi nulle en France. À la différence de nombreux pays étrangers, nous vivons encore l'époque où le déterminisme de Laplace [12] règle l'enseignement scientifique. Nous nous privons ainsi de l'introduction à l'âge le plus réceptif de concepts permettant la description et l'interprétation rationnelle des situations où le hasard intervient. Cette partie importante des outils modernes de pensée est renvoyée à la fin du secondaire, dans des condi-

10 Voir pour cela l'excellent livre de poche : Le hasard aujourd'hui, coordonné par Émile Noël, ed. Seuil, col. Points Sciences, 1991. On pourra aussi se délecter à la lecture du livre d'Ivar Ekeland : Au hasard, ed. Seuil, 1991.

11 Cela veut dire que l'on peut décrire les issues (observables) à partir d'un système fini de cas pour lesquels on peut faire l'hypothèse d'équiprobabilité.

12 Nous devons envisager l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur et comme la cause de celui qui va suivre". Essai philosophique sur les probabilités, 1812.

tions où ils sont l'objet du rejet de la majorité des élèves.

Peut-on espérer une évolution décisive des programmes des collèges dans ce domaine à moyen terme ?

2.2 - *La perception pratique de l'évolution d'une situation aléatoire*

Il s'agit pour les enfants de savoir reconnaître les situations où le hasard intervient dans des conditions reproductibles bien précises, quand l'évolution du phénomène observé peut donner lieu dans ces mêmes conditions à diverses issues remarquables, d'avance bien identifiées. Nous parlerons alors de phénomènes ou situations aléatoires, pour les distinguer des situations non maîtrisables du hasard de la contingence.

Le deuxième concept qui s'introduit naturellement est celui d'événement. Il s'agit de savoir repérer les issues de la situation aléatoire qui " réalisent " une certaine attente. Fermat les appelait les "chances" parmi les "hasards". Laplace parlait d'"issues favorables" et d'"issues possibles". Le terme de " chance " introduit une composante psychologique forte à l'âge des enfants du collège qu'il faudra gérer : la " chance " relève de l'équation personnelle, de la " bonne étoile ", plutôt que de l'enchaînement objectif de faits aléatoires (cf. aussi le § 1).

Lorsque les issues sont bien repérées, elles font l'objet d'une approche naïve que nous qualifierons de " pré-probabilité ", entachée du " biais d'équiprobabilité " : quand aucune indication particulière sur les degrés de possibilités des issues résultant d'une situation aléatoire n'est donnée, il arrive que toutes les issues soient perçues a priori comme équiprobables. Il en est ainsi logiquement pour les boules tirées d'une urne par " une main innocente ", mais de nombreux élèves transposent cette équiprobabilité sur la couleur à venir, quelle que soit sa représentation dans l'urne. "Tous les hasards sont égaux" disait Fermat [13] et le nombre de " chances " qui réalisent un événement attendu détermine son " degré de certitude ", selon la définition de Bernoulli [14] de la probabilité. Mais quel traitement faire des " hasards inégaux " comme celui qui est engendré par le jet d'une punaise qui peut tomber sur sa pointe ou s'immobiliser sur sa tête ?

Comment invalider le raisonnement de D'Alembert [15] qui attribue deux chances sur trois à l'événement : obtenir un " pile " en au plus deux jets d'une pièce, expliquant que les issues favorables sont " pile " au premier jet, et " face " puis " pile " au premier et second jets, alors qu'il n'y a qu'une issue défavorable : " face " suivi de " face " ?

Quelle description et quelle compréhension proposer du phénomène de stabilisation des fréquences d'une issue lorsque l'on répète la même épreuve aléatoire un grand nombre de fois, face à cet autre biais de l'interprétation erronée de la loi des grands nombres qui fait croire à certains élèves qu'après une série de " piles ", la même pièce a plus de chances de tomber sur " face " ? Bref, pour résumer :

Quelle familiarité avec l'aléatoire faire vivre au collège ?

13 Lettre à Pascal du 25 septembre 1654.

14 Jacques Bernoulli (1654 - 1705) dans Ars Conjectandi (publié en 1713) : "La probabilité est en effet un degré de la certitude et en diffère comme la partie diffère du tout".

15 Article Croix ou Pile de l'Encyclopédie (1751 - 1772).

Notre réponse didactique à ces questions, et à d'autres, réside dans l'élaboration de modèles descriptifs de situations aléatoires et des concepts de base comme ceux d'expérience aléatoire, d'issues et d'événements, s'appuyant sur une approche objective et expérimentale de la probabilité.

2.3 - *Élaboration d'un modèle descriptif et notions de base.*

a) Notions d'expérience aléatoire et d'issue.

Nous appellerons " expérience aléatoire " un processus expérimental :

— déterminé par un protocole, mis en œuvre et contrôlé par un expérimentateur,

— reproductible " dans les mêmes conditions ",

— où le résultat expérimental ne peut être déterminé à l'avance.

L'observation raisonnée de ce résultat suppose que l'on soit en mesure de donner de manière exhaustive la liste des issues possibles auxquelles on souhaite affecter tous les résultats envisageables de l'expérience. Ainsi, nous distinguons le résultat expérimental, état du système observé à l'aboutissement du processus aléatoire, de l'issue réalisée par ce résultat, observable ou non, mais déterminée sans ambiguïté parmi toutes les issues possibles qui ont été envisagées dans le protocole expérimental.

La description d'une expérience aléatoire fait entrer les élèves dans un processus de modélisation : l'expérience aléatoire est décrite par un protocole qui lui donne un statut générique, permettant de la répéter. Les objets concrets mis en œuvre sont perçus dotés de propriétés idéales : dans cette démarche de modélisation, les dés ou les pièces deviennent parfaits, les boules "indiscernables au toucher", de manière à valider dans ces exemples l'hypothèse d'équiprobabilité.

b) Notions d'événement et de probabilité

La notion d'événement est alors conçue au sein de ce modèle dans un cadre ensembliste : un événement est assimilé à la famille d'issues qui le réalisent.

Les élèves sont ensuite conduits à une étape de transition entre la perception naïve des " chances " qu'ils attribuent à des événements simples et la compréhension la plus élémentaire de la notion de probabilité dans des situations d'équiprobabilité assimilables au tirage d'une boule dans une urne de Bernoulli [16].

Dans une telle situation, on observe que les élèves assimilent généralement sans difficulté les " chances " de tirer une boule d'une certaine couleur au pourcentage des boules de cette couleur dans l'urne [17].

Nous appellerons cette première approche : " pré-probabilité ". C'est le degré de la certitude de Bernoulli. Ce pourcentage représente le "*rapport du nombre des issues favorables à celui des issues possibles*" selon la définition donnée en premier principe par Pierre Simon Laplace.

16 Urne contenant des boules de deux couleurs, dont la caractéristique probabiliste est entièrement déterminée par la proportion des boules de chacune de ces deux couleurs.

17 Cette assimilation chances – pré-probabilité que l'on peut attendre des élèves placés dans une situation aussi épurée que l'urne de Bernoulli est une des hypothèses essentielles dans ce processus d'apprentissage que les recherches en didactique devraient conforter.

Cette approche peut donner lieu à une définition, et en ce sens introduire un concept nouveau. C'est aussi une définition " en acte " au sens de Gérard Vergnaud, naturelle, mais naïve, incomplète et insuffisante à long terme. Mais elle fait le lien entre une perception sensible (les chances d'obtenir une boule blanche...) et un concept théorique (une fraction plus petite que 1 égale au rapport du nombre des boules de la couleur donnée au nombre total des boules dans l'urne, équiprobables dans l'urne idéale de Bernoulli).

L'introduction de cette définition à ce moment-là de l'apprentissage permet de pointer et de faire rejeter par certains élèves l'obstacle que de nombreuses recherches ont mis en évidence : ces élèves pensent qu'on a d'autant plus de chances de tirer une boule blanche dans une urne que le nombre de ces boules blanches est grand, même si la proportion de ces boules dans l'urne ne change pas. On peut rapprocher cette conception de celle que l'on rencontre parfois à propos des angles, perçus comme d'autant plus grands que leurs côtés représentés sur un dessin sont plus longs.

Ainsi, de la même manière qu'en géométrie, l'introduction de ces quelques concepts théoriques proches de la réalité perceptible apporte aux élèves un vocabulaire et des outils de pensée leur permettant d'entrer dans le fonctionnement de modèles : analyser, structurer, simplifier, comprendre, expliciter, formuler, relier, inférer, contrôler, prédire. Ces concepts relèvent de définitions et de propriétés. Ils entrent dans des systèmes de représentations symboliques et interviennent dans les énoncés de théorèmes. Ils ont toutes les qualités requises pour être des objets mathématiques. Au collège, ces quelques notions sont suffisantes pour fournir les outils de description et de compréhension des situations aléatoires simples de la réalité qui peuvent leur être soumises.

Dans un deuxième temps, on peut passer à un niveau supérieur de la compréhension de cette notion de probabilité par la mise en place de situations expérimentales propres à l'observation de la stabilisation des fréquences et permettant d'attribuer à la probabilité le statut objectif de représenter cette stabilisation. Le jeu du Franc-Carreau présenté ensuite, offre une manipulation intéressante pour les élèves des collèges : elle donne un bon exemple d'une telle situation expérimentale.

3 - Enseigner les probabilités en collège : l'origine du calcul des probabilités et le jeu du Franc-Carreau pour une expérimentation

L'incertitude, le hasard, interviennent très souvent dans la vie quotidienne, même pour des enfants d'un très jeune âge. Associé à la statistique, le calcul des probabilités est une clé primordiale, essentielle, pour analyser et comprendre les phénomènes incertains. Aussi, et en raison du fait que la plupart des enseignements scientifiques durant la scolarité obligatoire sont donnés dans un cadre déterministe laplacien, il nous semble important de commencer une introduction à l'aléatoire dès le collège, ce qui peut se faire en parallèle avec l'étude de la statistique descriptive.

Pour valider la possibilité d'une telle initiation, nous avons mené plusieurs expérimentations, en classe de Cinquième, à partir d'épreuves aléatoires dont les résultats étaient utilisés pour traiter les notions statistiques du programme. Nous avons de ce fait introduit les notions de hasard, de variabilité, d'indépendance, et une étude empirique de la loi des grands nombres par stabilisation des fréquences pour faire évaluer la probabilité d'un événement. Il semble que les enfants ont une bonne approche intuitive de ces notions, sauf de l'indépendance.

Mais y a-t-il un ordre préférentiel pour introduire les différents domaines des mathématiques, et en particulier ici, le calcul des probabilités et la statistique ?

Replongeons-nous pour commencer dans l'histoire pour voir comment ces deux disciplines sont apparues. A l'origine du calcul des probabilités, il y a d'abord des jeux concernant des ensembles finis, avec des astragales [18], pièces, dés, etc., pour lesquels les répétitions de lancers sont des épreuves semblables (les chances de chaque éventualité restent les mêmes) et indépendantes ; puis les jeux de cartes et tirages sans remise dans une urne pour lesquels les probabilités sont conditionnelles aux résultats qui précèdent.

Cependant, l'assignation de valeurs aux chances d'obtention des différents résultats n'est pas basée sur la constatation empirique, qui aurait conduit à la statistique, comme c'est manifeste pour l'étude de l'astragale qu'a faite Jérôme Cardan [19] dans le premier livre écrit sur les jeux de hasard, *Liber de ludo aleae* (environ 1560, mais publié seulement en 1663), où il attribue les mêmes chances aux quatre côtés sur lesquels l'astragale peut se stabiliser, ce qui est grossièrement faux. L'hypothèse que chaque face d'un polyèdre a la même chance d'apparaître semble être une idée très ancienne, elle a été adoptée naturellement par Cardan dans le premier écrit connu, et est adoptée par les élèves en présence de solides à peu près réguliers et homogènes, par exemple des cubes (dés).

On voit ainsi que, dès le tout début, l'émergence du calcul des probabilités est venue d'une abstraction des objets utilisés, une «géométrisation du hasard» comme l'a dit Blaise Pascal en 1654 [20].

Pour ces jeux, qui ont un ensemble fini d'éventualités, on assigne des valeurs aux probabilités des événements [21] en se basant sur l'hypothèse que chacune de ces éventualités a la même chance de se produire (« *les hasards sont égaux* » selon Fermat), appelée principe d'indifférence ou de raison insuffisante par Leibniz (vers 1678) ou d'égale facilité par Bernoulli (1713) et Laplace (1774).

Comme l'écrit Bernoulli [22] : *"pour faire une conjecture correcte sur n'importe quel événement quel qu'il soit, il est nécessaire seule-*

18 L'astragale est un os de l'articulation de la patte arrière d'un quadrupède. Généralement, on utilisait des os de mouton, couramment appelés "osselets". Les jeux d'osselets sont connus des enfants de longue date, mettant en valeur une certaine habileté. Un astragale, en tombant, peut s'immobiliser sur une face ou une autre, de manière imprévisible et non équiprobable. Cette situation était déjà exploitée dans l'Antiquité comme jeu de hasard ou comme instrument de divination.

19 Il avait pourtant beaucoup fait d'expérimentations, étant un joueur invétéré, cf. «Cardan, Ma vie», Belin, 1991, et le Liber de ludo aleae.

20 Dans sa célèbre adresse à l'Académie Parisienne de Mathématiques Le Pailleur. Traduction précise du texte latin dans : Blaise Pascal, Œuvres complètes, tome II, de Jean Mesnard, ed. Desclée de Brouwer.

21 A. Arnauld et P. Nicolle, dans la Logique, ou l'Art de penser (1662, réed. Flammarion 1970), dite Logique de Port-Royal, introduisent le terme «degré de probabilité» comme rapport des chances.

22 Ars conjectandi (1713), d'après «Jacques Bernoulli & l'Ars conjectandi», trad. N. Meunier, IREM de Rouen, 1987.

ment de calculer exactement le nombre des cas possibles, et alors de déterminer combien il est plus vraisemblable qu'un cas se produira qu'un autre. Mais ici aussitôt survient notre difficulté principale, car cette procédure n'est applicable qu'à seulement très peu de phénomènes, et presque exclusivement à ceux en rapport avec les jeux de hasard ".

On peut dire que le calcul des probabilités, dès le début du XVIIème siècle et au XVIIIème siècle est relié à l'arithmétique (les probabilités sont des nombres rationnels), ou même à l'arithmétique infinie (i.e. les séries) quand on s'intéresse, pour le cas le plus simple d'une pièce, au nombre de lancers nécessaires pour obtenir Pile pour la première fois (J. Bernoulli, 1685, puis Leibniz). L'ensemble des valeurs possibles est alors **N***, qui est infini dénombrable.

On remarquera ici que, à l'encontre de la géométrie où on ne peut parler des inventeurs en tant qu'hommes, on connaît un peu la vie et même le visage des inventeurs du calcul des probabilités : Cardan (16e siècle), Fermat et Pascal, puis Huygens (17e siècle), J. Bernoulli (fin 17e siècle), etc [23].

Le passage aux probabilités géométriques va se faire à propos d'un jeu, le jeu du Franc-Carreau, qui a servi de base à nos expérimentations en collège.

Le jeu du Franc-Carreau et le jeu de l'aiguille [24] ont été donnés par Leclerc [25] dans un mémoire de 1733 pour être admis membre de l'Académie Royale des Sciences.

23 Voir : J. F. Pichard, "Les probabilités au tournant du XVIIIè siècle", dans l'ouvrage de la commission inter-IREM "Stat et Probas" : Enseigner les probabilités au lycée, ed. IREM de Reims, 1997.

24 & 25 pages suivantes…

Gerolamo Cardano
ou Jérôme Cardan (1501 - 1576).
Auteur du premier écrit connu sur le calcul des probabilités. Gravure extraite de *Cardan, ma vie,* (ed. Belin).

Christiaan Huygens (1629 - 1695). Auteur du premier écrit publié sur le calcul des probabilités (gravure extraite de Histoire des Mathématiques de J. P. Collette, t. 2, p. 48, ed. Vuibert, 1979).

Jakob Bernoulli (1654 - 1705). Auteur du premier théorème limite en calcul des probabilités (portrait présenté au musée de Bâle, reproduit dans *Jacques Bernoulli et l'ars conjectandi*, ed. Irem de Rouen 1987).

Georges L. Leclerc,
comte de Buffon (1717 - 1788).
Frontispice de l'édition de 1855.

Le texte en est connu uniquement par sa publication dans Essai d'Arithmétique Morale de Buffon en 1777.

Dans la pratique, les règles du jeu doivent être précisées : de quel endroit peut-on lancer l'écu ? Comment lève-t-on les ambiguïtés (écu tangent aux joints) ?

Mais Buffon pose le problème en termes plus abstraits : peut-on assigner une probabilité à l'événement "Franc-Carreau", faisant abstraction du joueur impliqué ? On est alors conduit à traduire en termes géométriques les différentes positions possibles pour le centre de l'écu dans les différents carreaux du carrelage. On voit bien que l'événement "Franc-Carreau" est réalisé dès lors que le centre de l'écu vient à une distance de tout joint strictement supérieure à son rayon. Quel lien y a-t-il entre les aires délimitées sur les carreaux par la condition géométrique précédente et la probabilité de "Franc-Carreau" ?

Il est remarquable ici encore que l'on puisse assigner des valeurs aux probabilités de ces événements par un principe d'égale facilité. Pour le jeu du Franc-Carreau, le lancer au hasard d'une pièce ronde sur un sol dallé, des domaines assez réguliers (triangles, rectangles, etc.) de même surface ont la même « chance » d'être touchés.

---

24 Ces jeux consistaient donc à lancer un objet (un écu, une aiguille) au-dessus d'un carrelage ou d'un parquet. Les joueurs pariaient sur la position finale de l'objet : sur un seul carreau (à franc-carreau) ou une seule lame de parquet, ou à cheval sur un ou plusieurs joints ? Dans le cas de l'aiguille, le calcul des probabilités en jeu fait appel à l'analyse infinitésimale, laquelle était relativement récente à cette époque.

25 G.L. Leclerc, comte de Buffon, a commencé à signer ses écrits : «Leclerc", puis «Leclerc de Buffon» vers 1735, puis seulement «Buffon».

Un autre intérêt de l'introduction des probabilités géométriques est qu'on arrive, " d'une façon naturelle ", à des valeurs théoriques non nécessairement rationnelles pour les probabilités. Par exemple, le nombre π intervient dans la probabilité que l'aiguille ne rencontre aucune rainure du parquet.

Lors de l'expérimentation [26] menée dans des classes de Cinquième, nous voulions, entre autre, faire observer aux élèves la variabilité des résultats obtenus d'un groupe à l'autre et leur faire évaluer la valeur de la probabilité de "Franc-Carreau" en mettant en évidence la stabilisation des fréquences), sans qu'ils aient de façon intuitive une idée de cette valeur, la valeur attendue étant moins facilement perçue que dans le cas d'une pièce ou d'un dé. De plus, le jeu du Franc-Carreau est facile à mettre en oeuvre en utilisant des pièces et des feuilles avec des tracés de grands carreaux. On peut d'ailleurs faire remarquer que l'ambiguïté d'apprécier si la pièce touche ou non une ligne n'a que peu d'influence sur le résultat.

Cette expérimentation a montré clairement qu'une introduction à l'aléatoire peut être faite au collège, comme c'est au programme dans d'autres pays européens (Allemagne, Angleterre, Espagne,...) [27].

4 - L'observation des fréquences : élargissement du concept de probabilité, applications aux probabilités géométriques, simulations.

26 Cf : Une activité probabiliste au Collège, le jeu du Franc-Carreau, groupe Statistique, IREM de Rouen, 1996.

27 Statistique au collège, leur enseignement en Europe, groupe Statistique, IREM de Rouen, 1994.

4.1 - *La stabilisation des fréquences.*

On répète une même expérience de Bernoulli [28] un grand nombre de fois. La suite des " succès " et " échecs " est parfaitement aléatoire, mais on observe que la fréquence des succès tend à se stabiliser au voisinage de la valeur p , la probabilité du " succès " [29]. Ce phénomène naturel, une des lois du hasard appelée " loi des grands nombres ", est tout simplement dû au calcul de la fréquence comme quotient du nombre s des succès par le nombre n des expériences. Quand n est grand, le résultat de la $n + 1$ ème expérience n'a que peu d'influence sur ce quotient, ce qui induit cette sorte de " stabilisation ". Ce qui est remarquable, c'est que cette suite de fréquences semble "converger" vers la probabilité p.[30]

En réalité, la définition de p comme rapport du nombre des boules blanches au nombre total des boules de l'urne modèle de Bernoulli est une définition qui porte en elle ce résultat et qui conduit au premier théorème limite en probabilités, dû à Bernoulli [31]. Ce théorème, qui découle des définitions ainsi introduites, reflète bien un phénomène naturellement observé, permettant à la plupart des individus

28 Expérience aléatoire où l'on ne considère que deux issues : "succès" ou "échec", la probabilité de "succès" est désignée par p. Une telle expérience est modélisée par le tirage "au hasard" d'une boule d'une urne de Bernoulli où la proportion de boules blanches représentant le succès est égale à p.

29 On pourra se reporter à l'article de Repères-IREM n° 6 : L'enseignement des probabilités dans le programme de Première, Annie et Michel Henry, 1992.

30 Émile Borel a effectivement démontré en 1909 que cette suite de fréquences converge "presque sûrement" vers p, c'est à dire qu'une suite de fréquences qui ne vérifierait pas cette propriété est de probabilité nulle (on n'a aucune chance de l'observer). Ce théorème est appelé "loi forte des grands nombres".

de "supputer" les chances qu'ils ont d'obtenir un "succès" en une seule expérience. Cette définition s'impose donc naturellement, si l'on veut rendre compte dans le modèle mathématique de cette propriété de stabilisation des fréquences. Toute autre définition de la valeur d'une probabilité (par exemple le nombre des "chances" qui réalisent un événement, ou encore le rapport de celles-ci aux cas défavorables, comme cela a d'abord été proposé) ne conduirait pas à un énoncé aussi simple de la loi des grands nombres. Ce théorème a donc pour signification de valider le modèle probabiliste comme adéquat pour représenter (à ce niveau élémentaire) une certaine réalité aléatoire.

Ce phénomène de stabilisation est bien compris par les adolescents qui jouent aux dés par exemple. Il est mis à profit par les parieurs pour apprécier si les enjeux d'un pari sont équitables, quand ils ne peuvent calculer d'avance la probabilité de l'emporter.

A ce propos, on peut remarquer qu'historiquement c'est l'étude de la répartition des mises dans un jeu de " pile " ou " face " interrompu[32] qui a amené Pascal et Fermat à jeter les bases du calcul des probabilités en 1654. Mais dans ce " problème des partis[33] ", la probabilité qu'a un joueur de gagner peut être calculée par avance par dénombrement (la " géométrie du hasard ") des suites possibles de piles ou face qui auraient pu intervenir si la partie n'avait pas été interrompue.

Le calcul a priori d'une probabilité par dénombrements ne semble pas être envisageable pour des " probabilités géométriques " où le hasard intervient dans des situations mettant en jeu des objets géométriques continus, comme dans l'exemple célèbre de l'aiguille de Buffon, jetée sur un parquet[34]. Dans ces situations de probabilités géométriques, on peut estimer la probabilité cherchée par la fréquence stabilisée de l'événement, à condition de pouvoir effectuer réellement ou par simulation l'expérience proposée et la recommencer un grand nombre de fois (en réalité, plusieurs centaines).

Mais la réalisation concrète d'une telle expérience suppose de faire des choix dans le dispositif expérimental, de manière à matérialiser l'intervention du hasard. En effet, comme nous l'avons souligné à la fin du paragraphe 3, cette notion de probabilité associée à un choix " au hasard " d'un objet géométrique, repose sur des hypothèses de modèle. L'adéquation entre la valeur théorique de cette probabilité, inhérente à ce choix de modèle, et la fréquence stabilisée observée, ne peut être réalisée que dans la mesure où le dispositif expérimental correspond bien à ces hypothèses de modèle.

31 Énoncé moderne de ce théorème aussi appelé "loi faible des grands nombres" :

Pour tout $\varepsilon > 0$, la probabilité que la fréquence des succès observés à la n-ième expérience se situe entre $p - \varepsilon$ et $p + \varepsilon$ tend vers 1 quand n tend vers l'infini. Bernoulli l'avait appelé "son théorème d'or".

32 Deux joueurs jouent une suite de parties de "pile" ou "face". Le gagnant du jeu, qui empochera les mises, est celui qui remporte le premier un nombre fixé à l'avance de parties. Le jeu est interrompu avant la fin. Comment doit-on équitablement répartir les mises ?

33 C'est-à- dire de la répartition des mises, on disait à l'époque : "faire le parti", c'est à dire "le partage".

34 On calcule que la probabilité qu'une aiguille de longueur l, jetée " au hasard " sur un parquet dont les lames sont de largeur $a > l$, tombe en travers d'une rainure, vaut $2l/\pi a$. Encore faut-il préciser ce que l'on entend par " au hasard ", ce qui est la difficulté des probabilités géométriques comme l'a souligné Joseph Bertrand en 1899. Pour plus d'indications sur le paradoxe de Bertrand, on pourra se reporter à l'article Paradoxes et lois de probabilité d'Henri Lombardi et Michel Henry, paru dans le n° 13 de Repères-Irem, octobre 1993.

Dans les cas les plus simples, une hypothèse "d'égale facilité" peut donner du sens à cette locution " au hasard " que l'on traduit dans un modèle uniforme : des domaines géométriques bornés de même aire ont la même " chance " d'être atteints. On peut faire ainsi l'estimation de l'aire d'une figure par la méthode (peu performante) de Monte-Carlo qui consiste à saupoudrer la partie du plan contenant cette figure par des points " choisis au hasard " et à compter le nombre de ceux qui tombent dedans.

Cette méthode repose donc sur une interprétation fréquentiste de la notion de probabilité. Du point de vue didactique, elle se conçoit concrètement dans le cadre de la "simulation informatique"[35] que nous présentons pour terminer, transformant une expérience aléatoire en une expérience de pensée (modélisation) puis en des instructions données à l'ordinateur, ce qui oblige à bien préciser les hypothèses de modèle introduisant l'uniformité quelque part.

L'ordinateur est alors un outil merveilleux pour l'observation des fréquences, particulièrement dans un cadre géométrique qui "parle" bien aux élèves par les images qu'il peut produire. Mais l'introduction d'expériences aléatoires dans un cadre géométrique avec un tel environnement informatique pose une question didactique :

Comment amener les élèves à faire le lien entre la définition de la probabilité donnée par Laplace, interprétant l'approche naturelle de pré-probabilité induite par l'urne de Bernoulli, et cette notion de probabilité géométrique, tout en les reliant à l'observation des fréquences ?

La situation du jeu de Franc-Carreau permet précisément de faire ce lien. C'est en particulier l'objet d'une recherche didactique en cours à Grenoble, s'inscrivant dans l'environnement de Cabri-Géomètre[36]. L'idée de base que cette recherche a pu expérimenter, présentée dans le paragraphe suivant, est de discrétiser les surfaces intervenant dans la détermination d'une probabilité géométrique par le biais des pixels, constituants élémentaires des images informatiques.

4.2 - *Le jeu de Franc-Carreau sur ordinateur*

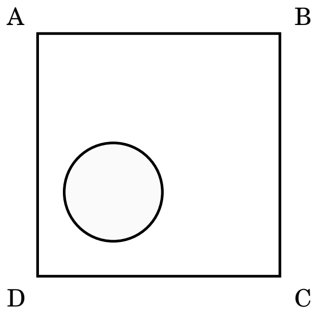
Il est essentiel que les élèves manipulent le hasard avec différents générateurs, équiprobables ou non. Pour s'initier au jeu du Franc-Carreau, ils doivent aussi jeter eux-mêmes un disque sur un carrelage pour observer les régularités naissantes. L'enjeu peut être pour eux de comparer différentes conditions de jeu, avec des tailles différentes pour le disque et le carrelage, afin de choisir le jeu qui leur soit le plus favorable. Mais le jeu devient vite fastidieux. La situation ayant été simulée sur l'ordinateur, cet outil s'impose naturellement.

Pour la simulation informatique, le lancer d'un disque au hasard revient à choisir au hasard le pixel qui en sera le centre. Le programme sur Cabri s'occupe du reste : construction à partir de ce centre du cercle de rayon donné et repérage de l'intersection éventuel-

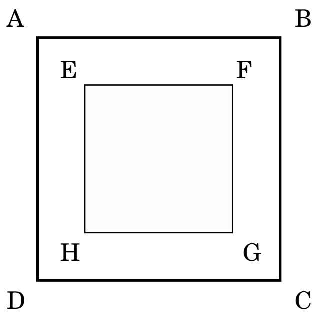
35 Il convient de bien en préciser le statut didactique. Nous avançons quelques points à la fin de cet article.

36 Recherche menée par Cileda Coutinho au sein de l'équipe EIAH du laboratoire Leibniz de l'Université Joseph Fourier- Grenoble I, dirigée par Colette Laborde et Michel Henry.

le de ce cercle avec les côtés du carré ABCD qui représente le carreau atteint.



Après une résolution expérimentale du problème du choix entre plusieurs configurations de carrés et de disques, les élèves sont amenés à envisager une solution théorique introduisant la notion de probabilité géométrique.



Le carré ABCD a pour côté a, le disque est de rayon r. Un succès est obtenu si et seulement si le centre du disque se trouve à l'intérieur du petit carré EFGH de côté $a - 2r$. La probabilité de choisir au hasard un point de ce carré est égale au rapport des aires de EFGH à ABCD, soit $(a - 2r)^2 / a^2$, car c'est aussi le rapport des nombres de pixels les tapissant.

Les surfaces des deux carrés sont ainsi "discrétisées" par les pixels les recouvrant, assimilés à des petits carrés unités élémentaires. Les nombres des pixels remplissant chacun de ces carrés peuvent être pris pour mesures de leurs aires respectives. Le choix au hasard d'un pixel dans le carré ABCD est alors assimilé au choix au hasard d'une boule dans une urne de Bernoulli, les boules de la couleur gagnante étant représentées par les pixels du carré EFGH.

Si la relation entre l'expérience informatique et le modèle d'urne de Bernoulli est comprise, les élèves ont franchi un grand pas dans la compréhension des concepts de base en probabilité.

La notion d'expériences de Bernoulli équivalentes est ainsi en place, qui conduit à la compréhension abstraite de la notion de probabilité. Celle-ci pourra alors être introduite sans problème au lycée dans toute sa généralité comme un nombre compris entre 0 et 1 qui décrit le degré de possibilité d'un événement associé à une expérience aléatoire.

4.3 - *Remarque sur la simulation informatique* [37]

37 Merci à Henri Lombardi pour nous avoir poussés à creuser le statut et le rôle de l'ordinateur dans l'expérimentation en classe : "Les ordinateurs comme expérimentateurs du hasard : je pense qu'il s'agit d'un grave contresens. En particulier, l'expérience du Franc-Carreau sur ordinateur me semble un pur cercle vicieux. Comptons les pixels dans le petit carré et ceux dans le grand. Observons par ailleurs la stabilisation des fréquences sur l'ordinateur. Nous venons de vérifier que l'ingénieur qui a conçu le générateur aléatoire a bien rempli le cahier des charges. Où est le hasard dans tout cela ? J'y perds mon latin, et j'imagine que l'ordinateur rigole en douce du bon tour qu'il vient de jouer. Comme Yuri Zeller venant de tordre une fourchette à distance, tout était programmé d'avance".

L'ordinateur est-il un véritable générateur de hasard ? En principe, pas pour le moment, tant que des phénomènes physiques, comme l'exploitation du bruit électronique par exemple, ne sont pas introduits à cette fin. Actuellement, les nombres pseudo-aléatoires que l'ordinateur (ou la calculatrice) fournit sont déterminés, dès lors qu'il a commencé leur calcul sur la base d'une initialisation (randomization) qui, en principe, détermine à chaque fois des suites différentes.

Mais la complexité de leur détermination, supposant un calcul lourd, rend impossible leur prévision par tout autre moyen humain. "On a alors le phénomène fortuit" selon l'expression de Poincaré. **Tout se passe donc comme si** les chiffres fournis par la fonction Random de l'ordinateur étaient issus d'un tirage aléatoire de boules numérotées de 0 à 9 dans une urne. La condition est que cette génération pseudo-aléatoire vérifie différents tests d'uniformité. En tout cas, les moyens de contrôle à notre disposition ne permettent pas d'invalider cette **hypothèse**, et nous pouvons déclarer que l'ordinateur **simule** les tirages "au hasard" successifs de ces boules de l'urne. Le problème d'obtenir un tel comportement de l'ordinateur est un problème de spécialiste : on sait que la suite "aléatoire" de ces chiffres générés est en fait périodique sur une très longue période, mais pour notre simulation, nous limitant à un nombre raisonnable de données, ce problème ne se pose pas.

Mais, en "simulant" le jeu du Franc-Carreau, ayant précisé notre modèle probabiliste sous-jacent (répartition uniforme de la probabilité sur les domaines géométriques considérés), avons-nous réellement simulé quelque chose ? Ou avons-nous seulement vérifié que le résultat de la simulation (conforme à ce qui était attendu dans le cas du jet d'un écu en forme de disque permettant un calcul a priori), confirme que le fabricant de l'ordinateur et le concepteur du logiciel ont bien rempli leurs cahiers des charges ? Sans doute, en réalité c'est ce que nous avons fait.

Cependant, ne négligeons pas l'intérêt de l'outil informatique. Remarquons d'abord qu'en remplaçant l'écu par un triangle, la probabilité de "Franc-Carreau" n'est pas calculable (facilement) a priori. Mais, mis en confiance par la bonne performance de l'ordinateur dans le cas du disque, nous inférons qu'il se comportera à nouveau raisonnablement et fournira pour le triangle une fréquence stabilisée à peu près égale à la probabilité qui serait calculée a priori.

Nous avons ainsi un outil de résolution de problèmes jouant le même rôle que les calculettes graphiques quand elles tracent des courbes représentatives de fonctions données, ce qui suppose une bonne dose de confiance (parfois mal placée car trahie dans certaines conditions particulières) dans le bon fonctionnement de cet outil.

Mais notre question est plus fondamentalement didactique. L'ordinateur nous permet d'abord de travailler sur de vastes séries statistiques, ce qui donne aux résumés statistiques toute leur importance. Il nous permet ensuite une présentation animée du fonctionnement et de l'interaction des notions de fréquence et de probabilité introduites auparavant, soit théoriquement, soit au travers d'expériences pratiques en nombre trop limité pour pouvoir déboucher valablement sur une bonne compréhension de la loi des grands nombres.

Même si, dans son fonctionnement réel, l'ordinateur ne fait pas intervenir de notion de probabilité (car il se limite à exhiber les effets sur les fréquences affichées du principe d'équirépartition des chiffres pseudo-aléatoires qu'il génère, principe qui entre dans ses spécifications), l'usage que nous en faisons dans la classe, **comme pseudo-générateur de hasard**, permet de faire comprendre **en actes** ces notions de fréquence, de fluctuations d'échantillonnages et de probabilité.

Mais on ne peut se satisfaire de la seule exploitation de la puissance et la rapidité de l'ordinateur pour générer des nombres aléatoires, permettant de présenter aux élèves une grande richesse de nouvelles expériences aléatoires, car cela n'aurait qu'un intérêt limité. Son intérêt didactique, en tant qu'outil de simulation, tient plus essentiellement en ce qu'il nous oblige à analyser la situation aléatoire en jeu, à émettre des hypothèses de modèle, notamment sur la loi de probabilité idoine pour représenter l'intervention du hasard dans l'expérience réelle (par exemple sur le choix de la valeur de la probabilité de Bernoulli à implanter), et à traduire ces hypothèses en instructions informatiques pour que l'ordinateur nous permette de résoudre des problèmes éventuellement inaccessibles par le calcul a priori. De ce point de vue, cela suppose la compréhension du processus de modélisation et d'interpréter les résultats obtenus, rapportés aux hypothèses de modèle introduites. Simulant ainsi une expérience aléatoire réellement effectuée, au-delà de l'exploration statistique, l'ordinateur devient un outil didactique majeur pour l'apprentissage de la modélisation en probabilités.