L'ENSEIGNEMENT DES CONIQUES A TRAVERS UNE APPROCHE HISTORIQUE : COMMENT SAISIR UN TEXTE ?

Giuliano TESTA
Liceo Classico "A. Pigafetta"
Vicenza (Italie)

1. INTRODUCTION

Je dis tout de suite que presque toutes les expériences novatrices que j'ai introduites au cours de presque trente ans, y compris la dernière que je vais vous présenter, ont été réalisées avec de petits groupes de volontaires qui désiraient élargir leurs connaissances dans le domaine des mathématiques et dans un horaire extra-scolaire, vu le peu d'heures à disposition (seulement trois par semaine) qui ne permettaient pas d'opérer des changements consistants et organiques sans créer de sérieux problèmes à l'intérieur du programme scolaire.

Cela peut paraître une limitation considérable et, sous un certain point de vue, cela en est sûrement une, surtout parce qu'il s'agit d'expériences qui ne peuvent pas être facilement reproduites et qui sont circonscrites au petit groupe qui les a vécues. D'un autre côté, cette limitation représente en même temps son véritable point fort car elle m'a permis de choisir les sujets (tous rigoureusement extrascolaires) sans aucun problème ni contrainte, et que les élèves eux-mêmes ont librement accepté de suivre une certaine série de cours. Maximum de liberté, donc, pour le professeur aussi bien que pour les élèves.

En tout cas, aucune expérience n'a jamais été une fin en soi car je me suis toujours proposé, le cas échéant, d'introduire quelques-uns des sujets expérimentés dans le curriculum scolaire traditionnel.

Le travail avec de petits groupes d'élèves, intéressés et très curieux mais pas nécessairement particulièrement forts en mathématiques, me permettait d'observer de près leur façon de penser et de travailler. De plus, comme ils n'avaient aucune obligation, ils n'étaient pas non plus victimes de cette anxiété bien connue que donne le syndrome des mathématiques. En tout cas, ce qui m'intéressait c'était de former, autant que possible, les élèves à rechercher les sources des mathématiques et à découvrir les auteurs du passé. J'étais en effet convaincu que la reconstitution d'une ambiance et d'une certaine façon de penser éveillerait le goût pour la découverte et favoriserait le processus de compréhension dans l'esprit de l'élève. L'habitude de la citation correcte, en outre, devait amener les jeunes à l'honnêteté intellectuelle, à la discussion et à la confrontation. Je sollicitais donc mes élèves pour exposer les résultats de leurs recherches et les soumettre, le cas échéant, aux critiques de leurs camarades.

Pour finir, j'ai toujours été d'avis que l'élève devrait trouver à l'école une ambiance où vivre sa jeunesse, où rechercher dans le passé les raisons du présent et où se donner avec enthousiasme à la formation de sa personnalité. En réalité, je pense qu'une approche historique des mathématiques n'est pas utile qu'aux mathématiques.

2. UNE NOUVELLE EXPERIENCE

Cette expérience a été réalisée en deux parties, distinctes mais non indépendantes, de huit heures chacune, et a eu lieu dans une classe de terminale du Lycée Scientifique «P. Lioy» de Vicence (Italie) avec un groupe de seize élèves (onze filles et cinq garçons de 17 ans) qui s'étaient offerts spontanément de participer à une activité extra-scolaire.

Le but de la première partie était de découvrir le sens des noms des coniques à travers l'analyse de l'évolution des idées en mathématiques dans un contexte culturel plus étendu. Pour susciter l'intérêt sur le rôle que l'histoire a joué dans cette évolution, je me suis servi de l'analyse de textes extra-mathématiques, en particulier de textes littéraires et philosophiques.

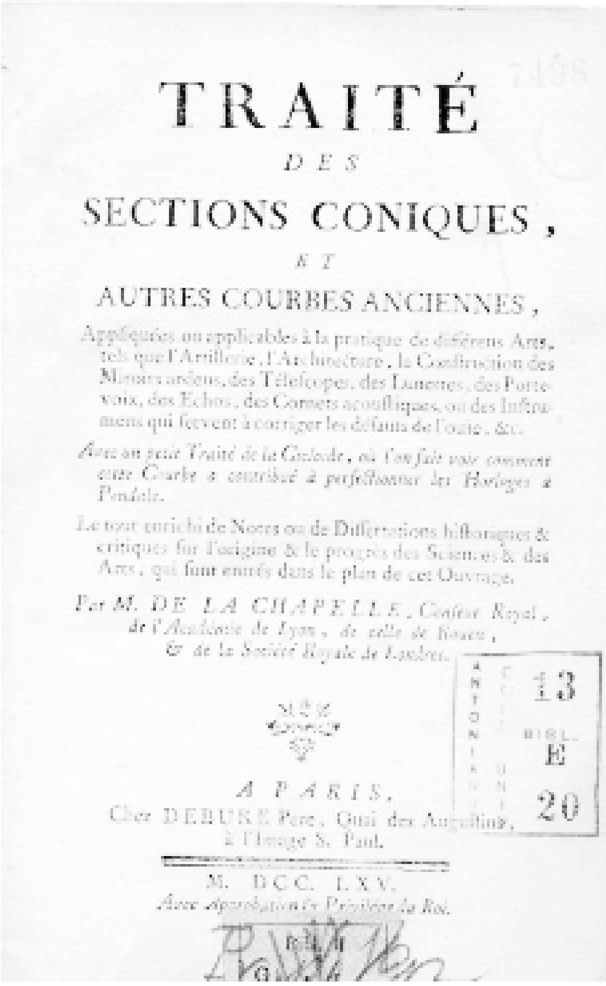
La deuxième partie a été réservée à la lecture d'un ancien texte français :

le *Traité des sections coniques…*
de De La Chapelle (cf. page ci-contre)

La première partie fit réellement découvrir aux élèves un monde nouveau, avec de nouvelles idées et des liens inattendus entre les différentes expériences : on vit les mathématiques comme une partie active de la vie humaine.

Bien que le rôle des élèves fût assez limité dans cette première partie, et il ne pouvait être autrement si l'on considère l'étendue et la complexité des thèmes présentés, leur réaction a été positive, comme cela ressort de leurs réponses à un questionnaire.

A la fin de cette partie les élèves reçurent une brochure, contenant un résumé des leçons, qui a été plus tard utilisée dans la deuxième partie de l'expérience où la participation des élèves devint réellement active. On leur donna 34 fiches de travail, d'une difficulté progressive, dont ils devaient se servir pour lire le texte français.



TRAITÉ
DES
SECTIONS CONIQUES,
ET
AUTRES COURBES ANCIENNES,

Appliquées ou applicables à la pratique de différens Arts, tels que l'Artillerie, l'Architecture, la Construction des Miroirs ardens, des Télescopes, des Lunettes, des Porte-voix, des Echos, des Cornets acoustiques, ou des Instrumens qui servent à corriger les défauts de l'ouïe, &c.

Avec un petit Traité de la Cycloïde, où l'on fait voir comment cette Courbe a contribué à perfectionner les Horloges à Pendule.

Le tout enrichi de Notes ou de Dissertations historiques & critiques sur l'origine & le progrès des Sciences & des Arts, qui sont entrés dans le plan de cet Ouvrage.

Par M. DE LA CHAPELLE, *Censeur Royal, de l'Académie de Lyon, de celle de Rouen, & de la Société Royale de Londres.*

A PARIS,
Chez DEBURE Pere, Quai des Augustins, à l'Image S. Paul.

M. DCC. LXV.
Avec Approbation & Privilége du Roi.

Ce texte a été récemment réédité aux soins
de l’IREM de Paris VII (v. [3]), ce qui représente pour
le lecteur une occasion inespérée à ne pas manquer.

Programme du Cours.

PREMIERE PARTIE

Origine des coniques et de leurs noms.

1. Problèmes classiques (en particulier le problème de Délos).
2. Constructions géométriques à l'aide de la règle et du compas.
3. Moyen de prendre deux moyennes entre deux segments donnés.
4. Application des aires - I (Introduction ; le gnomon).
5. Application des aires - II (Parabole).
6. Application des aires - III (Ellipse, Hyperbole).
7. Origine des coniques - I (Genèse des coniques : Euclide, Serenus).
8. Origine des coniques - II (Apollonius ; «Symptoma» d'une conique).

DEUXIEME PARTIE

M. de la Chapelle
Traité des Sections Coniques, et autres courbes anciennes

1. Parabole.	5. Ellipse.
2. Parabole.	6. Ellipse.
3. Parabole.	7. Ellipse ; Hyperbole
4. Parabole.	8. Conchoïde.

Pendant le cours, on a accordé une attention différente aux trois coniques pour respecter l'esprit du livre de M.de La Chapelle qui soutient que

> *"Je me suis beaucoup étendu sur les premières idées, qui nous ont fait découvrir les propriétés fondamentales ou caractéristiques de la Parabole, & nous ont conduit à sa construction; mais, comme ce sera une marche semblable pour les autres Sections coniques, ceci est démontré une fois pour toutes. Ainsi les Commençans, qui voudront prendre bien l'esprit de la Géométrie, c'est-à-dire, la manière dont on procède pour y faire des découvertes, doivent insister courageusemtent sur ces premiers Elémens, & être très-persuadés que sçavoir bien c'est sçavoir beaucoup"* ([2], p. 39).

Ce passage a été entièrement commenté avec les élèves, justement à cause de ses implications didactiques.

J'ai estimé opportun d'ajouter une fiche sur la conchoïde, qui a vraiment fasciné les élèves, et sur son application dans la solution du problème de Délos qui a été le point de départ de notre aventure.

Il faut rappeler que, d'après Plutarque, ce sont d'anciennes légendes liées au verdict de l'oracle d'Apollon qui sont à l'origine du problème de Délos. Aux habitans de Délos qui lui demandaient comment ils pourraient mettre fin à une guerre dévastatrice, Apollon leur aurait commandé d'élever en son honneur un nouvel autel ayant un volume double par rapport au précédent, tout en gardant sa forme cubique.

3. OBJECTIFS ET ORGANISATION DU TRAVAIL

Mon objectif didactique était d'abord de suivre à la trace le changement dans la signification des noms des coniques, à partir du problème de Délos, et de ses nombreuses solutions (rassemblées par Eutocius), de procéder à l'analyse de l'application des aires suivant Euclide et finalement de présenter la réorganisation définitive d'Apollonius.

Je suis de l'avis qu'il n'est pas possible de faire l'histoire des mathématiques sans faire de mathématiques et par conséquent sans la lecture directe d'un bon texte. Voilà pourquoi la deuxiéme partie consistait en la lecture d'un ancien texte de mathématiques. J'y étais incité par la finesse d'un de mes élèves qui, en feuilletant tranquillement le livre original de M. de la Chapelle, s'exclama :

"Qu'il est beau de faire de l'histoire !"

J'avais choisi le texte de M. de la Chapelle parce qu'il offrait une possibilité réelle d'utiliser un texte original et surtout pour l'élégance et la simplicité de ses démonstrations sur les principales propriétés des coniques.

On s'est pourtant heurté à quelques problèmes pratiques ; avant tout, mes élèves étudiaient l'anglais comme langue étrangère et pas le français, puis, il existe des différences, non seulement d'ordre linguistique mais aussi conceptuel, dans la manière de démontrer les théorèmes par rapport aux méthodes d'aujourd'hui. Enfin, il y a aussi des caractéristiques relatives à la présentation et aux notations surannées dont il fallait tenir compte.

Pour surmonter l'impossibilité de la lecture directe du texte dans l'original, on a procédé à une sorte de ***lecture simulée*** à l'aide de fiches de travail basées sur les lignes directrices suivantes :

a) progression des difficultés

b) emploi des notations originales du texte, en particulier pour désigner proportions et parenthèses

c) reproduction des figures du texte

d) traduction littérale du texte en italien, tout en cherchant à en garder les structures linguistiques.

Les élèves travaillaient à leurs fiches par petits groupes. Ils devaient reconstruire les démonstrations originales que j'avais laissées, exprès, inachevées et leurs résultats étaient ensuite contrôlés et commentés au moment où leur étaient montrés les transparents avec les démonstrations complètes.

Les appréciations des étudiants ont fait voir leur préférence pour ces dernières leçons parce que plus actives. Ils dirent que les fiches rendaient leur travail plus facile et agréable et que la deuxième partie du cours était plus difficile mais aussi plus séduisante et gratifiante. En effet, on ne devrait pas sous-estimer le fait que **les élèves motivés ne préfèrent pas toujours les choses faciles**.

4. M. DE LA CHAPELLE ET SON LIVRE

On connaît peu de choses sur la vie de M.de La Chapelle : né à Rouen autour de 1710, il mourut à Paris en 1792. Il fut Censeur à la Cour, membre de l'Académie de Lyon et de Rouen, membre de la Société Royale de Londres et collaborateur de l'*Encyclopédie*. Il nous laissa peu de livres sur différents sujets et se voua aux aspects didactiques de l'Education Mathématique. Pour d'autres détails, il est utile de consulter la Préface de M. Lacombe [3] et un article très intéressant de J. Itard sur les idées de M.de La Chapelle au sujet de l'éducation mathématique précoce des enfants [5]. Renommé pendant quelque temps pour son travail et en particulier pour son livre sur les coniques, son nom semble avoir été vite oublié.

De toute façon, autant que j'ai pu le constater, une recherche historique sur des textes de mathématiques destinés à l'enseignement semble faire défaut : probablement les historiens étaient plus intéressés par le changement des concepts, l'évolution des théories et des méthodes que par les problèmes liés à l'enseignement. En réalité, d'autres mathématiciens allaient procéder dans le nouveau chemin que Fermat et Descartes avaient ouvert. Ceux qui étaient intéressés à moderniser l'enseignement et à rendre les mathématiques accessibles à une plus large couche de la population étaient considérés comme des mathématiciens mineurs. Cet intérêt à l'égard de l'enseignement, qui en France remonte aux mathématiciens de Port Royal au XVIIe siècle, devint plus manifeste et important au cours du Siècle des Lumières, d'après les témoignages, par exemple, de Clairaut (*Géométrie*), de Sauri (*Institutions Mathématiques* [6]) et aussi de Rousseau (*Emile*). Parmi ses principes pédagogiques bien connus, Rousseau nous offre quelques idées stimulantes sur l'éducation mathématique précoce des enfants, tout à fait semblables à celles de M.de La Chapelle.

Sauri devint célèbre en France et à l'étranger grâce à son manuel qui fut traduit en plusieurs langues. Le texte de M.de La Chapelle est donc représentatif de cette ardeur renouvelée dans la diffusion, toujours plus étendue dans la population, de la connaissance : c'est un exemple très intelligent de vulgarisation scientifique à un niveau élevé.

Le livre en question, avec d'autres textes de la même époque, y compris le manuel de Sauri, frappe le lecteur moderne par son retour à Apollonius, ce qui, peut-être, confirme la négligence des historiens à l'égard de ce genre de travaux. Quoi qu'il en soit, le livre de M.de La Chapelle présente quelques caractéristiques positives qu'il vaut la peine de souligner : premièrement l'application systématique de l'Algèbre à la Géométrie et deuxièmement l'emploi systematique de la proposition 35 du livre III d'Euclide, concernant le cercle, d'où les équations des coniques ont tiré leur origine.

Bien que l'idée de projection soit absente, il est vraiment fascinant de voir comment les propriétés des coniques, les plus importantes, prennent leur origine dans la proposition cidessus qui met en jeu différents plans dans l'espace (voir Fiche **1** au **§ 5.1**).

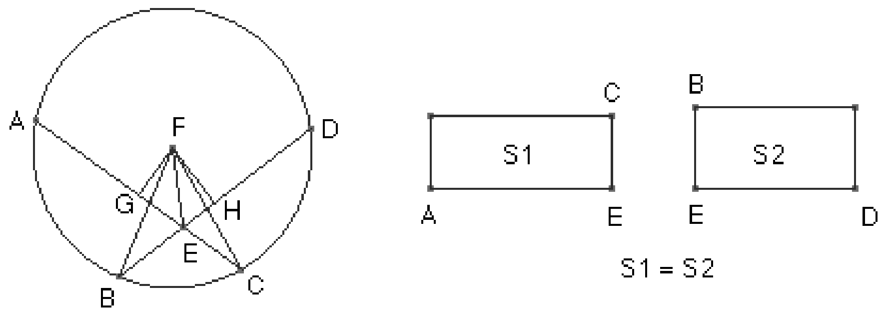
Il y a, enfin, plusieurs applications, particulièrement en physique.

5. LES FICHES

Dans la deuxième partie du cours mon but était *l'approche directe* du texte par les élèves. Cela n'était pas possible, on l'a dit avant, au sens strict du terme, étant donné la difficulté que présentait une langue complètement inconnue. Mais une traduction intégrale et littérale de la part du professeur n'était pas souhaitable non plus car l'approche aurait été tout à fait passive et irréalisable. En effet, les élèves auraient dû seulement lire et écou-

PROP. III, 35

Si dans un cercle deux droites se coupent l'une l'autre, le rectangle contenu par les segments de l'une est égal au rectangle contenu par les segments de l'autre. ([9], p. 459)



Ce que signifie que les produits des segments AE*EC, BE*ED (qui correspondent aux aires des rectangles ayant les mêmes côtés que les segments) sont égaux.

ter sans aucune participation active. Je conçus alors l'idée de pousser les élèves à reconstruire eux-mêmes le texte.

Et c'est là le noyau de mon expérience.

Dans ce but, j'ai parsemé les fiches de travail de suggestions et de difficultés, comme des blancs à remplir, des comparaisons à faire, des analyses de figures (pas faciles à lire) et ainsi de suite. Les difficultés étaient pourtant progressives, suivant la proportion de texte original traduit en italien. Dans les premières fiches j'ai donc souvent résumé le texte original ; mais, au fur et à mesure que le travail progressait, j'augmentais la quantité du texte original pour arriver, à la fin du cours, à une lecture presque intégrale. Je gardais les notations symboliques de l'original, qui étaient parfois si différentes des nôtres. De plus, même dans les fiches entièrement en italien, les morceaux tirés de l'original étaient écrits en *italique*, pour les distinguer des résumés et des suggestions du professeur.

Les élèves travaillaient par groupes à l'école et individuellement à la maison. Le début a été un peu traumatisant : j'ai dû les guider dans les premières fiches jusqu'au moment où ils réussirent à travailler tout seuls et que mon assistance devint de moins en moins nécessaire. Mais voyons maintenant, à travers les trois premières fiches, comment s'est en fait développée la lecture du livre de M. de la Chapelle.

5.1 La *première fiche* devait amener les élèves à découvrir une relation de proportionnalité entre les carrés des ordonnées et les abscisses des points de la parabole. Dans la deuxième fiche, par contre, on définissait le *paramètre* (dont la notion est pratiquement absente dans les livres scolaires italiens) pour arriver à l'équation de la courbe.

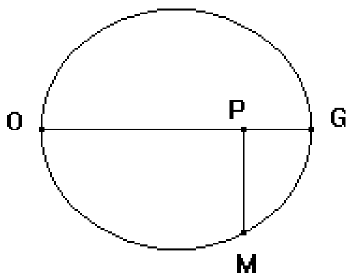
A la gauche de la figure originale on a introduit une deuxième figure, qui n'apparaît pas dans le texte de M. de La Chapelle, pour aider les élèves à appliquer correctement la proposition III, 35 d'Euclide : en effet, M.de La Chapelle se servit de cette proposition dans le cas particulier où les deux cordes sont perpendiculaires l'une à l'autre. Il faut remarquer, en outre, que le texte (sauf l'énoncé) a été synthétisé, justement pour indiquer aux élèves le parcours à suivre.

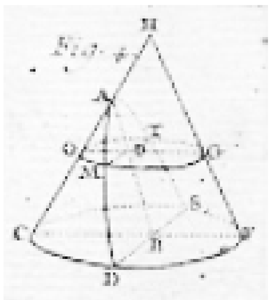
En réalité, les analyses géométriques

FICHE 1
Parabole

PROPOS. IV (p. 30) *Les Quarrés des Ordonnées dans la Parabole, sont entr'eux comme les* ***Abcisses*** *correspondantes, c'est-à-dire que :*

$$PM^2.BD^2::AP.AB$$





Considérons les triangles semblables APO, _____ .

Nous avons AP.AB::PO.BC::PO$\times$PG.BC$\times$___
(parce que PG = _____)

Alors AP.AB::PO$\times$PG.BC$\times$___

Mais PO$\times$PG = PM^2 ; BC$\times$___ = ___
parce que ____________________________

Donc AP.AB::PM^2 .___ .

qu'ils devaient faire étaient élémentaires mais le début n'a pas été facile pour les élèves car je leur avais donné une fiche sans leur fournir aucune instruction. Le premier moment de panique a pourtant été surmonté dès que je leur ai fait voir le transparent reproduisant leur fiche et qu'on a commencé à commenter le sens des blancs. Il était intéressant de voir comment les élèves cherchaient à affronter les difficultés : quelques-uns se servaient de crayons de couleur pour mettre en évidence les figures, d'autres remplaçaient les notations anciennes par des notations courantes qui leur étaient familières.

Chaque fiche était dûment contrôlée et commentée à l'aide d'un autre transparent qui mettait en évidence, en rouge, la partie qui man-

6. Propos. IV. Les Quarrés des Ordonnées dans la Parabole, sont entr'eux comme les *Abciſſes* correſpondantes, c'eſt-à-dire que $\overline{PM}^2 . \overline{BD}^2$: : AP. AB.

Dém. Imaginons que, par un Point M quelconque du Périmètre de la *Parabole*, on faſſe paſſer un Plan, qui coupe la ſolidité du Cône parallèlement au Cercle de ſa baſe ; ce Plan, dont la coupe eſt auſſi un Cercle (1), ſera Perpendiculaire au Plan du Triangle par l'Axe, à cauſe que la Baſe du Cône eſt ſuppoſée Perpendiculaire ſur le Plan de ce même Triangle ; la Parabole DAS & le Cercle CDFS ſont donc Perpendiculaires ſur le même Plan HCF ; par conſéquent leur commune Section DBS eſt auſſi Perpendiculaire ſur ce Plan (4) ; donc elle eſt Perpendiculaire au Diamétre CF & à l'Axe AB, qui paſſent par ſon extrêmité B (2) ; parce que ces Lignes ſont dans le Plan du Triangle par l'Axe ; ainſi DB eſt une Ordonnée à l'Axe AB (5), & DB = BS (par la nature du Cercle). Et, ſi nous raiſonnons préciſément de même par rapport à la commune Section MPT de la Parabole & du Cercle OMGT, nous verrons que MPT eſt Perpendiculaire ſur le Diamétre OG, ainſi que ſur l'Axe AB ; que par conſéquent MP eſt une autre Ordonnée à la Parabole, & que MP = PT.

Ceci bien entendu, conſidérons les Triangles ſemblables APO, ABC, nous aurons AP. AB : : PO. BC : : PO × PG. BC × BF ; parce que PG = BF, à cauſe du paralléliſme des Lignes AB, HF (ſupp.), & de celui des Lignes PG, BF (conſt.) ; donc AP. AB : : PO × PG. BC × BF. Or PO × PG = $\overline{PM}^2$, & BC × BF = $\overline{BD}^2$ (par la nature du Cercle.) par conſéquent (en ſubſtituant ces dernières valeurs) nous aurons AP. AB : : $\overline{PM}^2 . \overline{BD}^2$, ou $\overline{PM}^2 . \overline{BD}^2$: : AP. AB. C. Q. F. D.

quait. C'était là l'occasion pour une discussion et des éclaircissements supplémentaires. De cette manière on contrôlait aussi les fiches que les élèves avaient élaborées à la maison. Afin d'expliquer plus clairement le genre d'opérations et d'adaptations que j'ai effectuées pour rendre plus accessible aux élèves le livre de M. de la Chapelle, on reproduit ci-dessous le texte original de la fiche **1**. Toute référence, y compris le numérotage des pages qui paraît dans les fiches, se rapporte au texte original [2], mais le lecteur intéressé pourra facilement utiliser l'excellente édition de l'Irem de Paris VII (v. [3]).

5.2 Un autre procédé dont je me suis servi dans quelques-unes des fiches c'était de me référer aux figures qu'on avait rencontrées dans des fiches précédentes ; c'était là une nouvelle manière de simuler la lecture de l'original car, dans ce cas, il est toujours nécessaire de fermer son livre et de rechercher en Appendice la figure correcte.

La *deuxième fiche*, par exemple, est dépourvue de toute figure mais la référence à la fiche précédente est clairement suggérée.

5.3 Au début, les difficultées liées à la structure de la langue avaient disparues parce

FICHE 2 *(Paramètre-1)*

En posant AP = y, MP = x, nous pourrons écrire ___________ :
ceci explique la **définition** suivante (p. 35) :

DEF. Cherchez une troisième proportionelle à une Abcisse AP quelconque & à son Ordonnée correspondante PM; c'est-à-dire faites AP.PM::PM *est à une quatrième Ligne, ou* AB.BD::BD *est à un quatrième terme, & la Ligne que vous trouverez de cette manière, est ce que les anciens Géomètres appelloient* ***Latus rectum****, & ce que les modernes nomment* ***Paramètre*** *; nous la désignerons dans la suite par la lettre p.*

COROL. VIII (p. 35)
Si l'on fait donc AP.PM::PM.p , AB.BD::BD.m

D'où PM^2 = ___ , BD^2 = ___ et $PM^2.BD^2$:: ___ x __ . ___ x __

Mais (Fiche **1**) : $PM^2.BD^2$:: ___ . __

Donc APx p.ABx___ :: AP. ___

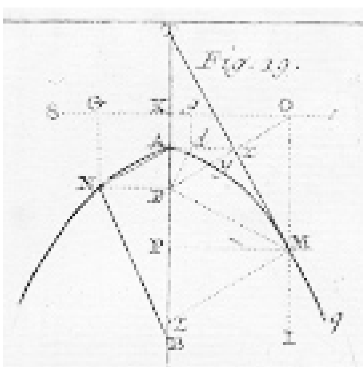
et APxABxp = AP x ___ x ___

Et enfin _____ ;

cela signifie que le paramètre p est ___________ du point P.

que la partie du texte original était limitée, mais dans les fiches successives elles ont été affrontées directement. De même pour la lecture des figures. Dans l'original, les figures sont utilisées pour démontrer beaucoup de propositions, offrant ainsi une grande quantité d'informations qui, cependant, se rapportent à des situations différentes. De plus, ces figures étaient groupées sur des Tables en Appendice, suivant le style de l'époque. Initialement, pour faciliter l'analyse des figures, je les dessinais de nouveau, suivant l'original, et chaque fois je ne reproduisais que les éléments indispensables à une certain proposition, laissant d'un côté les autres. Bref, de chaque figure j'en tirais plusieurs, suivant la nécessité, comme l'on peut remarquer, par exemple, dans la *troisième fiche*.

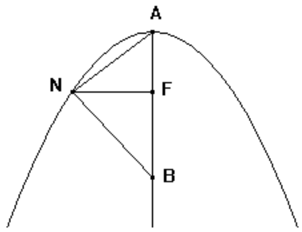
La figure de la fiche **3** a été obtenue en n'utilisant de l'original (fig. 19), qu'on reproduit ci-dessous par commodité du lecteur, que les informations nécessaires aux élèves.



FICHE 3 (*Paramètre-2)*

Autre manière de trouver le Paramètre. (p. 36)
[La parabole et son axe étant donnés]

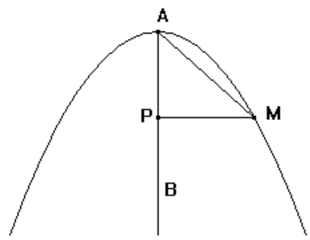
Mener, du sommet A, une corde quelconque AN ; et, du point N, la perpendiculaire NB à cette corde. Mener enfin du point N la perpendiculaire NF à l'axe de la parabole.



Donc $NF^2 = \_\_\_ \times \_\_\_ \Rightarrow p = \_\_\_$

Troisiéme manière. (p. 36)

Tirez au Sommet de l'Axe, une corde qui fasse avec lui un Angle demi-droit ou de 45 degrés:& du Point M où cette corde coupe la Courbe, abbaissez une Perpendiculaire ou une Ordonnée PM à l'Axe; alors cette Ordonnée ou son Abcisse correspondante sera égale au Paramètre.



$PM = AP$; $PM^2 = \_\_\_ \times \_\_\_ \Rightarrow p = \_\_\_$

COROL. IX (p. 36)

$PM = y$, $AP = x \Rightarrow yy = \_\_\_\_$

5.4 De toute façon, comme je l'ai dit avant, à un certain moment du cours je me suis servi des figures originales pour pousser les élèves à une analyse soignée tout en recherchant la véritable information essentielle. Les démonstrations comprenaient plusieurs blancs à remplir, des expressions à évaluer et des raisonnements à deviner. Dans ce cas-là aussi, les difficultés étaient progressives jusqu'à devenir tout à fait complexes. En effet, dans les dernières fiches, les élèves devaient même compléter l'énoncé de la proposition avec les mots manquants ; ils devaient insérer les mots exacts, pas des synonymes, qu'ils avaient pu trouver dans des fiches précédentes. Tout cela sous-entend qu'ils avaient à reconstruire le développement du sujet dans son ensemble.

COROL. VIII (p. 147)

Toute Tangente OS (fig. 49.) *en quelque Point M de l'Ellipse, différent des extremités des Axes, est nécessairement déterminée à rencontrer le grand Axe en quelque Point O. Car, si OS étoit parallèle à l'Axe AB, on auroit l'Angle FfM = LMP = LMF* (car ____________) *= MFf son alterne; donc l'Angle FfM égaleroit l'Angle MFf; donc Mf égaleroit _____ ; ce qui est ________________ .*

La Tangente OS n'est donc pas ____________ à l'Axe AB; par conséquent elle le rencontre, ou est déterminée à le rencontrer en quelque Point O.

[Enoncé de la Fiche **30**]

De toute façon, ils demandèrent aussi mon aide dans les dernières fiches pour surmonter certains obstacles remarquables (par exemple, quand ils devaient compléter l'énoncé d'une proposition, quand ils avaient à analyser des figures enchevêtrées, à faire des substitutions dans des expressions complexes et à les simplifier).

Les élèves ont travaillé assidûment, même frénétiquement, et quand ils étaient à bout de force j'étais prêt à les encourager et à les soutenir pour qu'ils reprennent confiance.

6. RESULTATS

A la fin de chaque leçon les élèves devaient remplir un questionnaire, pour exprimer leur appréciation, contrôler leur compréhension du sujet et aussi pour en découvrir les difficultés. Enfin, pour un bilan général de l'experience, on a rempli un questionnaire plus détaillé.

A la question, qui était naturellement la plus importane : «**Croyez-vous qu'une approche historique des mathématiques soit importante?**» les réponses ont été toutes positives. Voici une sélection des plus intéressantes.

"Il est très important de s'identifier avec les mathématiciens anciens et de découvrir comment ils ont pu arriver à ces conclusions-là." - "Oui, certainement, pour comprendre comment les interprétations d'un même problème ont changé au cours des siècles." - "Oui, parce que nous ne voyons plus les maths comme une discipline froide pour des gens intelligents mais comme quelque chose imprégnée de sensibilité et enracinée dans les besoins de l'homme." - "Pour mieux com-

prendre les procédés des théorèmes et des démonstrations il est important d'apprendre ce qui se trouve derrière eux.*" - "Oui, il peut même arriver qu'on aime un peu plus les mathématiques."*

En dressant le plan du cours, mon véritable but était de faire naître chez les élèves une sorte d'identification avec les mathématiciens du passé. La découverte que les mathématiques sont "profondément enracinées dans les besoins de l'homme" a représenté un succès considérable. M. de La Chapelle lui même a clairement exposé cette idée dans sa Préface où il a aussi insisté sur une autre conception essentielle : *"montrer . . . les occasions, les degrés ou la chaîne, par où l'on est arrivé à une découverte."* Il y a sans doute des coïncidences remarquables entre les réponses des élèves (pour comprendre les théorèmes et les démonstrations il est important d'apprendre *ce qui se trouve derrière eux*) et les idées contenues dans la Préface qui, on l'a dit avant, n'avait pas été lue à l'avance ni discutée indirectement avec les élèves. En effet, le souci fondamental de M. de la Chapelle à l'égard de l'enseignement était de diffuser les mathématiques dans les différentes couches sociales de la population, ce qui est résumé d'une façon magnifique dans la réponse d'un élève : *«pas une discipline froide pour quelqu'un d'intelligent.»*

Quelques élèves affirmaient aussi qu'ils avaient élargi leurs horizons culturels, d'autres qu'ils avaient changé leur manière de s'approcher des problèmes de mathématiques. Mais c'est la réponse *"de réfléchir davantage sur des problèmes apparemment simples"* qui m'a particulièrement frappé. En géneral, les élèves ont toujours de la peine à tirer des conclusions importantes de faits apparemment simples, la simplicité ou la petitesse étant usuellement ignorées ou négligées. Une recherche attentive sur les habitudes sociales ou la vie quotidienne des élèves pourrait, peut-être, permettre de comprendre ce qui les aide ou les empêche de focaliser leur attention sur la simplicité qu'ils voient généralement opposée à l'importance. Bref, de voir comment la vie moderne influence le processus dans l'étude des mathématiques.

La réponse suivante, aussi, donne un aperçu frappant sur l'étude des mathématiques ainsi que sur le développement global de la personnalité d'un étudiant : *"L'intuition de quelques mathématiciens dans les solutions de certaines démonstrations m'ont aidé à élargir mon esprit et à résoudre les problèmes et les questions sans négliger aucun point de vue."*

A la question «**Est-ce-que le cours a produit quelque changement dans votre manière de travailler en général?**» il y eut 10 réponses positives, 5 négatives et une incertaine.

Je voudrais seulement souligner un point très significatif que des élèves ont mis en évidence : leur nouvelle attitude à l'égard des mathématiques était tellement influencée par le cours que, sans le savoir, leurs réponses font écho aux intentions que M.de La Chapelle a exposées dans sa Préface. Même la réponse *"Quand je dois résoudre un problème, je procède maintenant d'une manière méthodique, pas à pas, point par point"* rappelle le concept général de M.de La Chapelle *«. . . ou les pas qui mènent à une solution . . .»*

Une remarque intéressante qu'un élève a faite disait qu' *"il est important de comprendre que les maths ne sont pas seulement* *une matière scolaire qu'on doit apprendre pour passer un examen ou réussir un test en classe, mais une discipline étroitement liée aux besoins les plus profonds de l'homme."*

Aussi la question finale : «**A votre avis, quels étaient les buts que votre professeur s'était proposés ?**» reçut des réponses intéressantes dont je voudrais souligner la suivante :

Il voulait nous pousser au-delà des théorèmes pour arriver près des racines des maths.

Cette dernière réponse aussi rappelle la Préface qu'on vient de citer où l'on trouve :

Par là, on s'accoutume à remarquer la liaifon des plus petites choses avec les plus grandes ; & guidé par la raison plutôt que par la mémoire, on est quelquefois assez heureux pour appercevoir la fin d'une recherche, parce qu'on en a bien vû le commencement. ([2], p. *v*)

7. CONCLUSION

L'évaluation du cours, avec son contrôle pas à pas, rapporte une grande quantité d'informations ; il est cependant difficile de donner une appréciation finale et définitive. Les élèves recevaient en peu de temps une énorme quantité d'informations, les deux parties du cours, bien qu'interdépendantes, présentaient des difficultés conceptuelles qui étaient très différentes et, *last but not least*, les élèves étaient tenus de rester à l'école après leurs cours pour faire un travail extra-scolaire sans être dispensés de leur travail habituel à la maison. Compte tenu de ces considérations, cette expérience peut être considérée comme réussie car les résultats atteints ont répondu aux buts que je m'étais proposé :

1) de rendre les mathématiques agréables aux élèves, même en leur demandant des activités supplémentaires ;

2) de faire comprendre aux élèves que les mathématiques aussi ont une histoire, leur propre histoire, qui n'est pas quelque chose de mort ou de figé dans le temps ;

3) de faire connaître aux élèves, bien que d'une manière imparfaite, un véritable texte de mathématiques, un texte ancien.

De plus, comme d'autres élèves l'ont à maintes reprises répété, ils ont réellement joui de l'atmosphère agréable, détendue que le travail en groupe sur un projet hors du commun, parfois difficile, avait créée, et de l'occasion unique d'accéder à un texte ancien à travers une interaction effective et stimulante. Je voudrais à la fin ajouter qu'un travail méthodique sur un texte ancien pendant plusieurs heures, représente aussi une stimulation à saisir l'esprit et l'oeuvre d'un mathématicien presque oublié et par conséquent une occasion ultérieure pour réfléchir sur le rôle de l'histoire dans la formation mathématique.

> *De la manière dont on la produit communément, il fembleroit qu'elle eft defcendue du Ciel tout à coup ; mais qui ofe dans ces matières prétendre au droit d'etre infpiré ?*
>
> (M. de la Chapelle, [2], p. *v*)

Je remercie Mme Fulvia Furinghetti (Gruppo Ricerca Educazione Matematica, Genova) pour ses précieux conseils et son encouragement à l'occasion de mon article et aussi Mme Teresita Maroso Lorenzi (Vicenza) pour avoir dédié une partie de son temps à la traduction en le distrayant de ses passionnées études littéraires.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Apollonius, **Les Coniques**, trad. Paul Ver Eecke (1922), Ed. Blanchard, Paris, 1959

[2] M. de la Chapelle, **Traité des Sections Coniques, et autres courbes anciennes**, Debure, Paris, 1765

[3] M. de la Chapelle, **Traité des Sections Coniques, et autres courbes anciennes**, *Reproduction de textes anciens nouvelle série* n° **6**, IREM VII, Paris, 1994

[4] Coolidge, J. L., **A History of the Conic Sections and Quadric Surfaces**, Dover, New York, 1968

[5] Itard, J., **Les opinions de l'abbé de La Chapelle sur l'ensignement des mathématiques**, *Essais d'histoire des mathématiques*, Blanchard, Paris, 1994 (p. 372-376)

[6] M. l'Abbé Sauri, **Institutions Mathématiques, servant d'introduction a un cours de Philosophie, a l'usage des Universités de France**, Valade, Paris, 1777

[7] Testa, G., **How to treat students to . . . conics and how to read an ancient French text at school without knowing . . . French!**, *Actes de la Deuxième Université d'Eté Européenne sur Histoire et Epistémologie dans l'Education Mathématique,* 24-30 Julho 1996, Braga, Portugal, vol. **I** (p. 309-310)

[8] Testa, G., **I famosi "problemi classici nell'insegnamento"**, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, vol. **20A-B**, n° **6**, Nov. Dic. 1997 (p. 873-900)

[9] Vitrac, B., **Euclide : Les Eléments**, vol. **I**, Presses Universitaires de France, Paris, 1990