# DE LA GEOMETRIE DE TRAITEMENT AUX CONSTRUCTIONS DANS CABRI - GEOMETRE II AU COLLEGE

Bernard CAPPONI
Irem de Grenoble

Depuis plus d'une dizaine d'années, les logiciels de constructions géométriques sont apparus parmi les outils à la disposition des enseignants et des élèves pour l'apprentissage et l'enseignement de la géométrie. A la différence des tableurs, qui sont des outils originaux, nés avec la micro-informatique, les logiciels de constructions géométriques se sont insérés dans des pratiques existantes où l'on construisait des figures « Papier-crayon » avec les outils traditionnels comme la règle, l'équerre et le compas.

Dans cet article, nous nous proposons de montrer comment les logiciels de géométrie et particulièrement Cabri-géomètre II, tout en présentant une rupture par rapport à des pratiques antérieures de constructions de figures, se placent dans une continuité au niveau de la réflexion et de l'apprentissage de l'enseignement de la géométrie. Nous prendrons pour illustrer le propos un certain nombre d'exemples de situations où le logiciel peut apporter des changements dans la façon d'expérimenter sur les figures et ceci essentiellement au niveau du collège.

## 1. Le rôle de la géométrie dans l'enseignement au collège

Qu'il me soit permis de me placer dès le départ dans une situation où la géométrie est considérée du point de vue des mathématiques et de leur enseignement comme un objet d'enseignement incontournable tant du point de vue de l'étude des situations spatiales que du point de vue de la constitution de la rationalité scientifique (R Bkouche 1995[1]). Au niveau du collège, bien que la place de la géométrie dans l'enseignement des mathématiques ait varié dans le temps, elle a pourtant toujours eu une grande importance. Celle-ci a été réaffirmée dans les programmes de 1977 et les suivants. Un grand nombre d'auteurs s'accordent à penser que la part de l'expérience est importante en géométrie. « La géométrie élémentaire doit être considérée comme une science physique et son apprentissage doit se faire comme une science expérimentale. » (Carral M 1995 page 1).

L'importance de la géométrie est mise en évidence par trois éléments décrits par Rauscher (1993) (page 42) :

— La géométrie est l'occasion de passer de comportements d'observation aux raisonnements hypothético-déductifs.

— Elle offre des situations adéquates pour travailler la maîtrise de divers registres.

— Elle initie à la manipulation de différents objets du savoir mathématique.

La géométrie apparaît ainsi comme l'un des enseignements fondamentaux au niveau du collège en mathématiques. Son rôle est fondamental dans les modes de conceptualisation et de traitement du monde environnant.

Les programmes actuels du collège (1996-99) insistent sur l'importance que revêt la géométrie comme terrain d'expérimentation et d'apprentissage du raisonnement : « Les diverses activités de géométrie habitueront les élèves à expérimenter et à conjecturer, et permettront progressivement de s'entraîner à des justifications au moyen de courtes séquences déductives...» ( Programme de 5° — travaux géométriques BO p 24). Les programmes insistent sur la progressivité de l'apprentissage du raisonnement et de la démonstration qui débute en sixième et se continue jusqu'en classe de troisième et au-delà au lycée. La géométrie est un terrain, non exclusif, mais privilégié pour conduire cet apprentissage de la démonstration.

## 2. L'apprentissage de la notion de figure géométrique.

### *2.1. Dessin et figure*

Les programmes scolaires de 1996-2000 au collège insistent sur l'importance à donner au travail en géométrie et ont pris en compte les différences qui ont été relevées dans différentes recherches entre le dessin et l'objet géométrique qu'il représente.

De nombreux travaux se sont intéressés à cette distinction entre la figure géométrique (l'objet géométrique) et le dessin (une représentation matérielle de cet objet) comme Parzysz (1988 p 80), ou Laborde C. & Capponi B. (1994 p 168).

La figure géométrique est présentée comme un objet qui se réfère à une théorie (la géométrie euclidienne par exemple) alors que le dessin est la trace matérielle présente sur la feuille de papier ou sur l'écran de l'ordinateur.

Dans les débuts du travail géométrique au collège, l'élève dispose d'un dessin mais pas des outils qui permettent de le relier à la théorie. C'est le travail de la géométrie au collège de permettre à l'élève d'interpréter le

1 Dans la préface de l'ouvrage de M. Carral : «Géométrie » Editions Ellipses. 1995

dessin comme une représentation d'un objet géométrique.

De nombreux travaux ont montré que le rôle de la perception est important, et que les aspects perceptifs peuvent bloquer ou favoriser l'interprétation géométrique de la figure (Duval 1988, Mesquita 1989, Padilla 1990).

Par ailleurs, on peut attacher un domaine de fonctionnement au dessin dans la mesure où le dessin seul ne peut rendre compte de toutes les propriétés de la figure (par exemple : un point appartient-il à un segment ou à la droite support du segment ?). Une description discursive est alors nécessaire pour caractériser l'objet géométrique (Parzysz op cit). Inversement, toutes les propriétés spatiales d'un dessin ne renvoient pas à des propriétés de l'objet géométrique (par exemple la couleur des objets ou la place du dessin dans la feuille). On attache ainsi au dessin un domaine d'interprétation (Laborde C. 1994).

L'objectif de l'apprentissage de la géométrie au collège est de faire accéder les élèves à une interprétation qui renvoie à des objets de la théorie. En effet, les raisonnements et les démonstrations qui sont réalisés en géométrie s'appuient sur les axiomes et les propriétés de la théorie, alors que le dessin n'y tient aucune place. On peut cependant difficilement soutenir, comme on a pu le voir dans les années 70, que l'on peut faire de la géométrie au collège sans s'appuyer sur le dessin. L'enseignement de la géométrie au collège doit se préoccuper des rôles respectifs que vont jouer dans l'apprentissage le dessin et la figure qu'il représente.

Pour terminer on peut dire que la distinction entre la figure et le dessin constitue l'un des objectifs de la géométrie au collège. C'est cette reconnaissance de la figure comme d'un ensemble de dessins possédant des propriétés communes se référant à une théorie qui va permettre de mettre en œuvre les raisonnements sur les objets géométriques puis les démonstrations.

*2.2. La géométrie construite*

Pour permettre cette interprétation du dessin et ainsi, progressivement, l'accès à la démonstration, Pluvinage (1989) et Rauscher (1993) ont mis en évidence la nécessité d'une « géométrie de traitement » dès le début du collège.

Pour Pluvinage, il s'agit de privilégier une « géométrie construite » par rapport à une « géométrie des figures idéales » ou une « géométrie des structures » (Pluvinage 1989 p 6). Il analyse comment les élèves, à travers des activités de constructions se construisent des compétences repérées à partir de productions de tracés et de langages.

Rauscher précise les différents registres qui interviennent dans les tâches proposées aux élèves suivant que la tâche consiste, à partir d'un texte ou d'une figure, à produire un texte ou une figure.

| *Ce qui est donné* | *Il s'agit de produire* |
|---|---|
| Une figure | Une figure |
| Un texte | Une figure |
| Une figure | Un texte |
| Un texte | Un texte |

Il propose ainsi une typologie des tâches que l'on peut donner aux élèves pour réaliser cette géométrie de traitement (Rauscher

1993 p103). Son analyse le conduit à distinguer cinq étapes dans le traitement des informations à effectuer dans cette géométrie construite :
— identifier et représenter les objets et les propriétés géométriques : les figures deviennent porteuses de propriétés.
— identifier les contraintes d'une situation géométrique (enchaînement de contraintes)
— compréhension des liens qui peuvent exister entre plusieurs propriétés.
— expliciter la distinction entre le contenu et le statut d'hypothèse ou de conséquence d'une assertion à propos d'une situation géométrique.
— effectuer et rédiger des démonstrations.

Pour lui la « **géométrie de traitement** » permet de dépasser une simple « **géométrie de l'observation** » et constitue un passeport solide pour entrer dans le monde de la géométrie « **hypothético-déductive** » .

Prendre en compte la géométrie du traitement dans l'apprentissage de la géométrie, particulièrement dans les deux premières classes du collège, conduit à proposer différents types de tâches dont voici quelques modalités classiques :
— fournir un énoncé (texte) qui décrit une figure, la tâche de l'élève est de construire la figure.
— fournir une figure que l'élève doit analyser et reproduire .
— fournir une figure que l'élève doit décrire à l'aide d'un texte etc.

Les situations de communication permettent d'enrichir les différentes modalités précédentes : par exemple un élève doit décrire une figure donnée pour un autre élève qui doit à l'aide du texte reproduire la figure. Elles permettent aussi d'introduire d'autres types de validation de la figure. La classique « figure téléphonée » constitue un exemple de situation du type : *texte —> figure*.

Les limites de la géométrie de traitement sont liées aux différents outils dont disposent l'enseignant et les élèves dans une géométrie du papier-crayon avec les instruments classiques de dessin. Un certain nombre d'obstacles apparaissent dont l'un des plus importants est l'interférence de la mesure dans le traitement d'une figure géométrique.

Certaines ingénieries ont utilisé des papiers quadrillés ou pointés avec différents types de réseau (réseau de points et quadrillages). On peut ainsi s'affranchir des problèmes de mesures qui perturbent souvent les raisonnements surtout dans les problèmes où interviennent des contraintes sur les aires.

Des problèmes de reproductions de figures sont donnés avec des contraintes volontairement données à la figure comme la présence de milieux, de figures perceptivement « faciles » à reconnaître comme un carré ou un rectangle. On trouve dans les productions des Irem, par exemple, des reproductions de figures comme celles de la figure 1.

Les auteurs, dans les commentaires à destination des enseignants, décrivent différentes modalités pour ces reproductions suivant qu'on fournit à l'élève du papier blanc ou quadrillé, ou qu'on impose des dimensions données à la reproduction. Ils proposent aussi des réductions d'outils (règle graduée, équerre).

Toutes ces activités que l'on peut classer dans la géométrie de traitement vont par la suite se trouver renforcées par la présence de logiciels de géométrie.

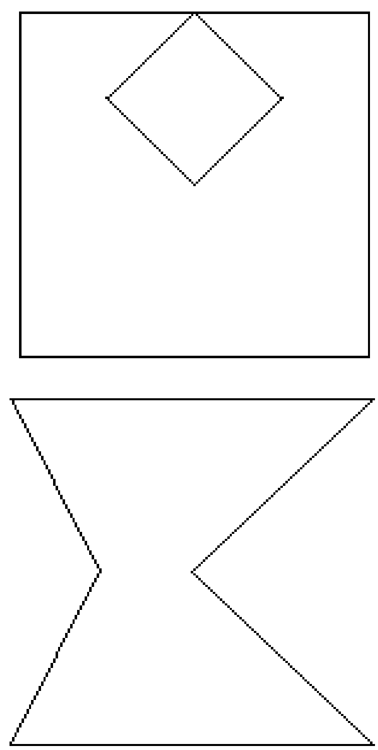

Figure 1

*2.3. Les logiciels de géométrie*

Rappelons que toutes les analyses et propositions précédentes ont été réalisées à une époque où n'existaient pas de logiciels de géométrie.

Il apparaît que la géométrie de traitement dont parlent les différents auteurs cités est antérieure à la présence des outils logiciels de constructions géométriques. Par contre leur apparition s'est faite dans un contexte où la géométrie de traitement commençait à apparaître comme l'un des moyens de permettre aux élèves d'accéder à une géométrie hypothético-déductive.

On peut dire que les premiers logiciels de géométrie sont apparus dès que les micro-ordinateurs ont pu être à la fois disponibles pour des élèves, en même temps qu'on voyait un intérêt à représenter une figure de géométrie à l'écran. Mais les logiciels de géométrie sont aussi apparus dans un contexte où ils apportaient des outils supplémentaires pour travailler dans le domaine de la géométrie de traitement.

Un travail important a été fait sur Logo (Papert 1981) dès le début des années 80, il a donné lieu à des études sur la géométrie très particulière associée au déplacement de la « Tortue », notamment sur les angles. C'est dans l'environnement Logo qu'a été créé l'un des premiers logiciels spécifiquement orienté vers la géométrie enseignée en collège et disponible assez largement : le logiciel Euclide (Allard & Pascal 1986). Déjà les expérimentations conduites sur ce logiciel par différents chercheurs (Bellemain et Gerente 1990) ou Artigue (1991) font ressortir plusieurs points importants :
— l'accent que le logiciel met sur l'explicitation des actions (Bellemain & Gerente p 52),
— la difficulté des élèves à gérer à la fois la syntaxe et les variables qui apparaissent dans le logiciel (Artigue op cit. p 9),
— les élèves les plus faibles peuvent rentrer plus facilement dans une démarche expérimentale en mathématiques.

Ces trois caractéristiques vont avoir plusieurs conséquences :
— le développement d'une géométrie plus expérimentale accessible à tous les élèves et

que nous considérons comme une nouvelle modalité de la géométrie de traitement.
— le renouvellement des activités de construction dans la mesure où l'explicitation des actions demandée dans les logiciels constitue une nouvelle façon d'aborder la représentation d'une figure par un dessin. Nous verrons plus loin que la combinaison des procédures et du déplacement constitue aussi un nouveau champ d'expérimentation.
— le développement de logiciels où l'interface ne fait plus appel à une syntaxe, celle-ci disparaît au profit d'un système de menus déroulants et/ou d'icônes et, dans le cas de Cabri-géomètre II, d'une manipulation directe des objets représentés sur l'écran.

Ces modifications de l'interface ont rendu l'accès aux objets géométriques plus facile et ont fait des logiciels actuels des outils utiles et accessibles pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. Nous en donnons des exemples dans la troisième partie.

## 3. Exemples de situations de construction avec Cabri-géomètre II au collège.

Bien qu'il existe plusieurs environnements de géométrie à la disposition des enseignants et des élèves, dans la suite nous appuierons nos descriptions et analyses sur les versions de Cabri-géomètre II actuellement disponibles, tant dans les environnements Windows que Macintosh[2]. Il y a plusieurs raisons à cela :
— la première est que c'est l'un des environnements de géométrie les plus anciens et les plus répandus,
— la seconde est que Cabri a donné lieu à de nombreuses publications de tous types (recherches, ouvrages pour la classe, sites WEB etc ) dans les Irem, les laboratoires de didactique et aussi chez quelques éditeurs.
— enfin c'est un logiciel facilement et complètement configurable en créant ou utilisant des macros-constructions et la configuration des outils.

Dans cette troisième partie, nous allons décrire quelques situations de constructions pratiquées au collège en menant conjointement une description des outils du logiciel et une analyse des situations où l'on utilise ces outils. Il ne s'agit pas, de réaliser une étude exhaustive des caractéristiques et possibilités de Cabri-géomètre II mais plutôt d'illustrer à l'aide de quelques exemples l'intérêt qu'il y a à utiliser un logiciel de ce type pour l'enseignement de la géométrie au collège. Les situations proposées, qui sont le plus souvent des situations de construction, se placent dans la continuité de la géométrie de traitement, proposée à l'origine dans un environnement d'où les logiciels étaient absents.

### *3.1. Qualité du dessin*

Une part importante du travail des élèves en sixième est consacrée à l'obtention d'un dessin de qualité. Cette qualité est souvent évaluée par les enseignants et l'obtention de performances raisonnables nécessite un travail relativement important du cours de mathématiques en classe de sixième.

Le logiciel va effectuer les tracés et ainsi dispenser l'élève et l'utilisateur de la charge d'obtenir un graphisme de qualité. Le dessin obtenu sur l'écran ou sur une imprimante est de bien meilleure qualité que ce qu'on peut réaliser soit même avec les instruments classiques de dessin. Les différentes expérimentations que nous avons pu réaliser auprès

2 Cabri-géomètre II est aussi le logiciel de géométrie de la calculatrice TI 92.

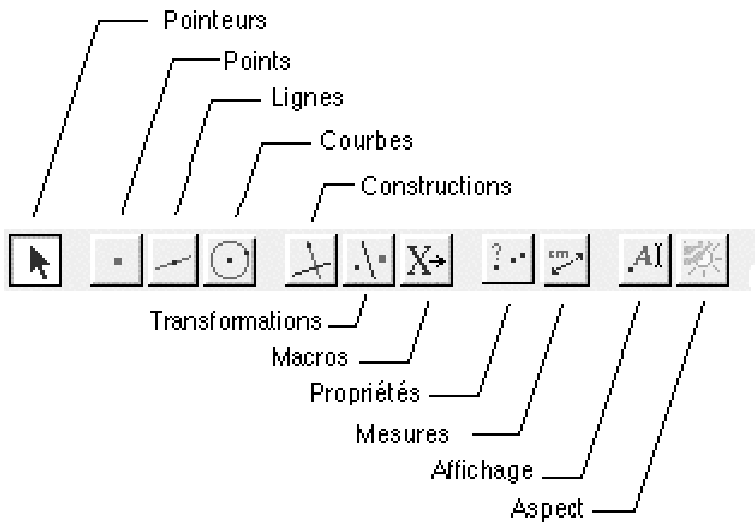


Figure 2 : La barre d'outils de Cabri-géomètre II.

des élèves de collège et de lycée font ressortir l'importance qu'ils accordent à la qualité du dessin obtenu. Ils apprécient beaucoup, et le disent, que la machine prenne en charge cet aspect de la réalisation technique.

*3.2. Dessin et procédure*

Deux caractéristiques fondamentales de Cabri-géomètre II sont :
— la présence de primitives de dessin pur et de primitives géométriques
— la manipulation directe du dessin.

Pour illustrer ces deux caractéristiques, le mieux est de le faire à l'aide d'une construction très simple dans le logiciel. Nous allons explorer un triangle et un triangle rectangle :

Les primitives disponibles en standard sont accessibles à partir de différentes *boîtes à outils* que l'on trouve dans une *barre d'outils* comme celle de la figure 2. Un appui prolongé de la souris sur une icône permet l'ouverture d'une boîte à outils comme celle de la figure 3.

Ainsi si l'on utilise une primitive comme **Triangle** (Figure 3), en trois clics sur l'écran[3], on obtient le dessin d'un triangle.

Ce triangle peut être déplacé globalement avec les outils comme **Pointer** ou **Tourner** (Figure 3). On peut aussi le déplacer par chacun de ses sommets. Dans ce dernier cas, en déplaçant le point C, le triangle se déforme sans conserver ses propriétés spatiales (Figure 4). Le triangle peut alors sembler rectangle ou isocèle, mais comme il n'est défini à par-

3 En tapant au clavier, à mesure qu'on les crée, on peut aussi nommer les sommets comme nous l'avons fait sur la fig. 4.

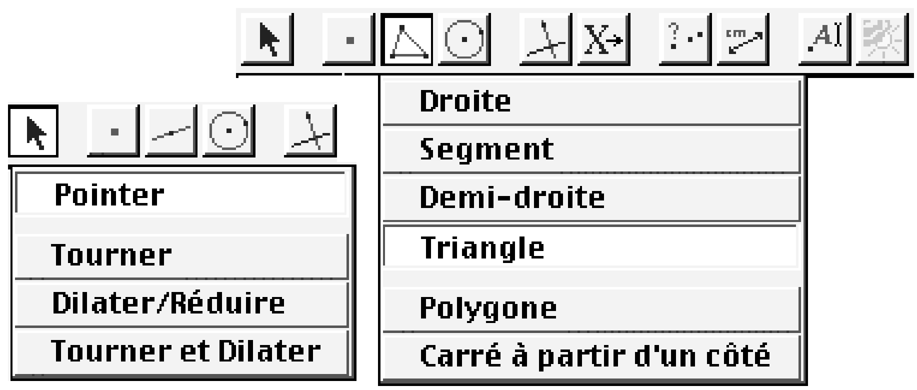


Figure 3 : Boîtes à outils des pointeurs et boîte à outils des lignes

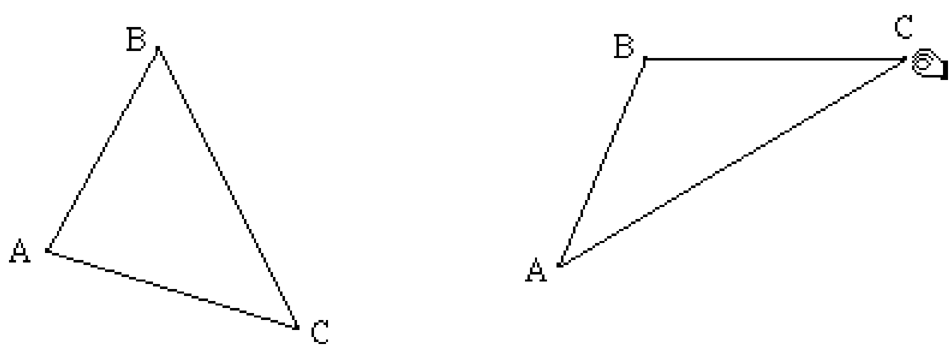


Figure 4 : Le déplacement du point C déforme le triangle.

tir d'aucune propriété géométrique, il ne peut pas être considéré comme un triangle rectangle dans l'environnement du logiciel. C'est d'ailleurs la conservation des propriétés par déplacement qui sera proposée aux élèves comme règle de fonctionnement dans toutes leurs constructions.

Pour obtenir un triangle rectangle, comme cette primitive n'existe pas, il faut mettre en œuvre des primitives géométriques qui conduiront le triangle à rester rectangle dans tous les déplacements.

Un objet géométrique comme le triangle rectangle peut être caractérisé par :
— une procédure de construction qui permet d'obtenir un triangle rectangle à partir d'un choix donné d'objets initiaux.
— le déplacement qui va valider cette construc-

tion : l’objet reste un triangle rectangle quand on cherche à déplacer ses sommets.
— des contraintes qui apparaissent dans le déplacement des sommets.

Développons cet exemple de la construction du triangle rectangle qui permettra de caractériser ce qu’est un objet géométrique dans Cabri-géomètre II.

Soit à construire un triangle rectangle ABC, rectangle en A. Si A et B sont les points choisis au départ (objets initiaux) : on devra expliciter le fait que les côtés [AC] et [AB] sont perpendiculaires : pour cela on utilisera une primitive de construction comme **Droite perpendiculaire** (Figure 5). Au cours de la construction, on devra expliciter, en les désignant avec la souris, les éléments qui caractérisent la droite : elle est perpendiculaire au segment [AB] et elle passe par le point A. Le déplacement de la souris au voisinage des objets intervenant dans la construction renvoie des rétroactions sous forme de textes qui permettent un contrôle de la construction au fur et à mesure de son déroulement (Figure 6).

On termine la construction à l’aide de l’outil **Triangle** en sélectionnant le sommet C sur la perpendiculaire et les deux autres points A et B comme sommets (Figure 7). On peut ensuite cacher la perpendiculaire[4] pour ne conserver que le triangle visible.


Figure 5

Une fois la construction terminée, on peut observer que les points A et B peuvent

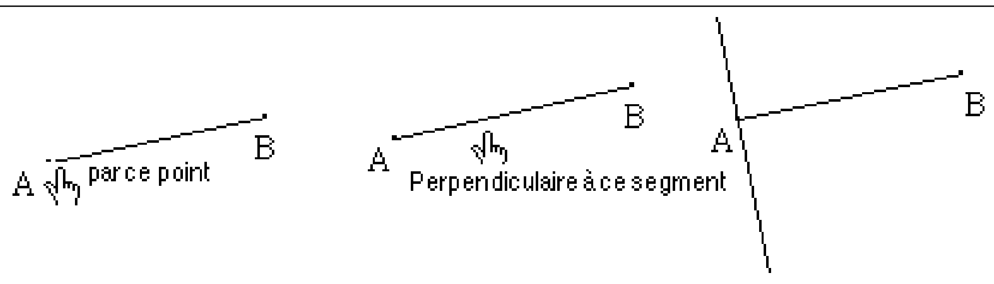


Figure 6 : les étapes de construction de la perpendiculaire avec l’outil **Droite perpendiculaire** actif.

4 On distingue le fait de supprimer un objet et par conséquent tout ce qui est construit à partir de lui et cacher un objet qui est simplement le rendre invisible (momentanément éventuellement).

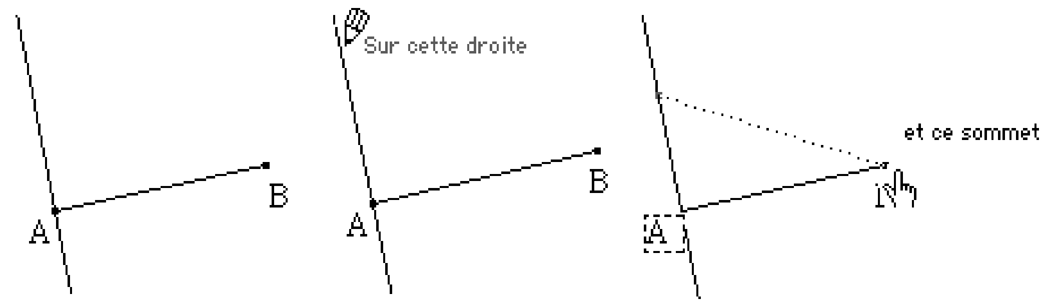


Figure 7 : Fin de la construction du triangle rectangle (Outil **Triangle** actif)

être déplacés n'importe où alors que C est astreint à rester sur la droite perpendiculaire. On voit ainsi apparaître une contrainte de déplacement qui caractérise un triangle rectangle quand on connaît l'un des côtés de l'angle droit

Si l'on avait choisi A et C comme objets initiaux on aurait une construction analogue.

Par contre si l'on prend B et C comme objets initiaux de la construction, la procédure est très différente.

Elle nécessite la construction du cercle de diamètre [BC] et le choix de A sur ce cercle (Figure 8).

Dans ce cas, les déplacements des points sont différents puisque le point A est contraint à se déplacer sur un cercle alors que B et C se déplacent n'importe où. Cet exemple très simple montre que la construction d'une figure est davantage l'explicitation d'une procédure de construction à partir d'objets initiaux bien identifiés, que la réalisation technique d'un dessin.

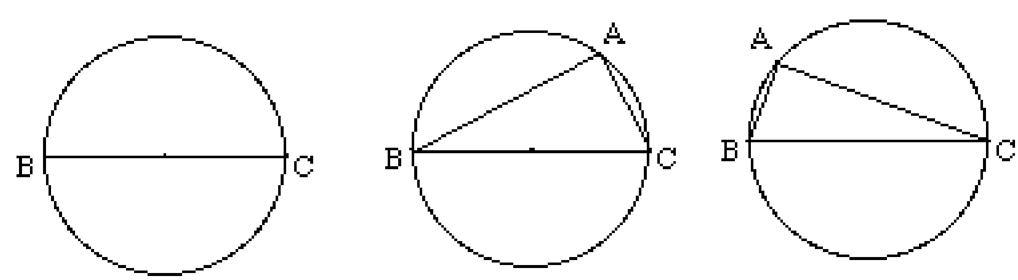


Figure 8 : procédure avec B et C comme objets initiaux.

On peut ainsi dire que la prise en charge de la réalisation technique du dessin par la machine est associée à une exigence d'explicitation des caractéristiques et propriétés géométriques de la figure par l'utilisateur. Autrement dit : en construisant avec un logiciel de géométrie, on fait passer l'élève de la réalisation technique d'un dessin à la production explicite d'une procédure de construction faisant appel à des primitives géométriques. La nécessité de faire appel à des primitives géométriques, leur sélection, leur mise en œuvre, constituent un élément de la géométrie de traitement spécifique des logiciels de géométrie.

Dans le projet Cabri-géomètre, dès l'origine, le logiciel a été conçu avec l'idée que ce passage par des primitives géométriques devrait favoriser l'usage de connaissances géométriques (Laborde & Capponi 1994 *op cit* p174 et Bellemain F & Capponi B 1992).

L'objet obtenu sur l'écran est déjà différent du simple dessin sur le papier, ne seraitce que parce que certains points se déplacent et que la figure se déforme en gardant les propriétés utilisées dans sa construction. Cet objet sur l'écran n'est cependant pas non plus une figure géométrique. Nous utiliserons plutôt le terme de Cabri-dessin pour désigner cette représentation graphique d'une figure sur l'écran de l'ordinateur.

En reprenant le point de vue de la géométrie de traitement, on peut dire aussi qu'on élargit le champ des traitements possibles dans la mesure où le Cabri-dessin est plus proche de l'objet géométrique qu'il représente. On accède notamment, à travers le Cabri-dessin, à un champ d'expérimentations plus vaste où des outils comme les mesures ou le déplacement permettent d'observer des propriétés et de conjecturer ou de se convaincre de la vérité ou non de propositions. Cette composante expérimentale a pu être observée chez de nombreux élèves de collège. Elle ne constitue pas un aspect anecdotique, mais fait partie intégrante du champ d'expériences rendu accessible par le logiciel. Pour l'illustrer, voici deux exemples d'observations de constructions réalisées par des élèves.

*Premier exemple :* le triangle rectangle isocèle. Pour beaucoup d'élèves de quatrième, la construction du triangle rectangle, selon les deux méthodes présentées plus haut ne présente pas de difficultés particulières. Si on leur demande, par contre, s'il existe des triangles rectangles isocèles, leur hésitation est grande. Sans doute en raison de la prégnance des figures prototypiques déjà signalée par Noirfalise (1991) : un triangle isocèle ressemble davantage à un objet comme celui de la figure 9a qu'à celui de la figure 9b. Cela est encore accentué si le deuxième triangle n'apparaît pas avec sa « base » parallèle au bord inférieur de la feuille de dessin.

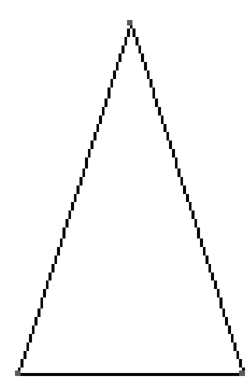

Figure 9a

Une exploration est nécessaire : à partir d'un triangle isocèle « quelconque » comme celui de la figure 9a, construit avec une médiatrice, des élèves utilisent des outils comme Distance et longueur pour obtenir la longueur des côtés et Mesure d'angle pour disposer des mesures des angles. Ils déplacent les sommets pour observer différentes possibilités et se convaincre ainsi qu'on doit pouvoir obtenir un tel triangle (Figure 10). Cette phase expérimentale semble nécessaire à beaucoup d'élèves, même pour certains très à l'aise avec les mathématiques. Elle permet ensuite aux élèves de construire eux-mêmes un lien entre cette question et d'autres connaissances : ils identifient ce triangle rectangle isocèle à un demi carré. Ils proposent ensuite facilement un moyen de le construire avec un cercle et une médiatrice.

La phase expérimentale ne peut pas être remplacée par un travail sur les objets et propriétés géométriques à l'œuvre dans cette situation comme la somme des angles d'un triangle ou l'égalité des angles à la base dans un triangle isocèle. Ce serait sans doute une

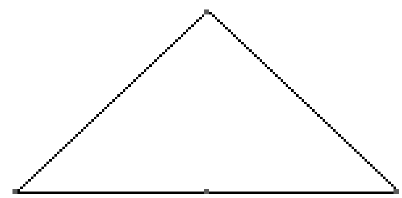

Figure 9b

erreur de penser que cette phase expérimentale est inutile dès lors qu'on dispose des outils théoriques qui permettent de régler définitivement le problème.

*Deuxième exemple :* le rayon du cercle.

En posant la question à un élève de cinquième : « Que peut-on dire des mesures des rayons d'un même cercle », on obtient immédiatement des affirmations sur l'égalité des longueurs. Pour tous les élèves, les rayons d'un même cercle ont bien tous la même longueur. La question de la définition du cercle comme

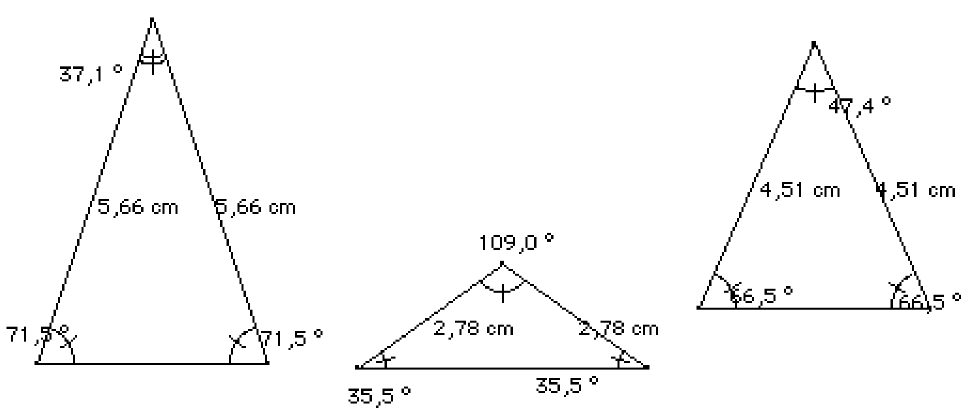


Figure 10 : explorations de triangles isocèles

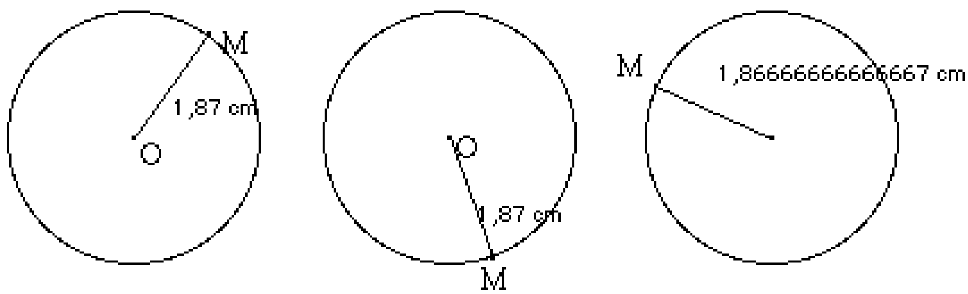


Figure 11 : Un rayon a toujours la même mesure.

ensemble de points équidistants du centre semble réglée et pourtant nous avons pu observer des élèves qui passaient plusieurs minutes à expérimenter sur cette définition de la manière suivante :

Ils construisent un cercle de centre O et un rayon OM. Ils mesurent le rayon et déplacent le point M sur le cercle en observant l'égalité des longueurs (Figure 11). Certains augmentent la précision de la mesure pour voir si ne se pose pas un problème de valeurs approchées.

Un professeur n'oserait pas proposer une telle situation à des élèves de cinquième, les élèves eux-mêmes trouveraient cela trop facile et pourtant on observe bien des élèves faire cette expérience.

On peut analyser ces expérimentations, non sollicitées par le professeur, comme une manifestation de :
— la nécessité pour des élèves d'expérimenter sans se contenter de raisonner sur des objets théoriques,
— l'intérêt de disposer avec les logiciels de géométrie de terrains d'expérimentations avec des outils d'explorations variés,
— la nécessité de disposer d'un logiciel où l'accès aux objets est rendu facile par une interface à « manipulation directe » des objets. C'est d'un cahier de brouillon[5] dont on a besoin pour ces expérimentations.

C'est sans doute qu'au cours de l'apprentissage, une connaissance, qui relève de la théorie, doit pouvoir être représentée dans un environnement , comme Cabri-géomètre, où elle pourra être manipulée, observée, explorée. Naturellement ce sont aussi les outils disponibles (comme les mesures) et le déplacement qui permettent ce genre d'expérience[6].

Les deux exemples présentés montrent aussi que la situation n'a pas besoin d'être très complexe pour que l'expérimentation ait du sens pour l'élève. Ce sont d'ailleurs souvent des situations très simples, mais pertinentes qui apportent le plus aux élèves.

5 CABRI : CAhier de BRouillon Interactif.

6 Le fait que la mesure soit un nombre apparaissant dans un «compteur» mis à jour constamment donne aussi un statut différent à la mesure obtenue avec une règle graduée sur le papier.

*3.3. Des constructions classiques revisitées*

La nécessité de passer par une procédure de construction va redonner une vie à de nombreuses constructions classiques qui n'étaient plus guère enseignées. Donnons l'exemple de la construction de tangentes à un cercle.

Un cercle étant donné, la construction d'une tangente au cercle menée par un point devient dans Cabri-géomètre un problème de construction intéressant.

Une construction classique nécessite l'usage du cercle de diamètre [OA] qui permet d'obtenir les points M1 et M2. La propriété de l'angle droit inscrit dans un demi-cercle assure que les droites (AM1) et (AM2) sont bien perpendiculaires aux rayons correspondants. (Figure 12a).

Dans le cas où le point A est déplacé à l'intérieur du cercle, les deux cercles ne se coupent plus et il n'y a donc pas de tangente (Figure 12b). La construction reste cohérente et sans nouvelle construction, uniquement en déplaçant le point A on peut accéder aux différents cas de figures, même quand A est sur le cercle où l'on voit les deux tangentes se confondre[7] (Figure 12c). Le dynamisme de la figure, la possibilité de déplacer les points donne un terrain d'expérimentation particulièrement riche dans cette situation. Mais la phase de recherche des élèves est aussi très riche en expériences et en résultats qu'il est souvent très intéressant d'exploiter en classe. En voici un exemple où un élève propose la construction de la figure 13.

La perpendiculaire en O à la droite (AO) coupe le cercle en R, manifestement la droite (AR) n'est pas tangente. La perpendiculaire à la droite (AR) passant par O coupe le cercle en S. Cette droite est d'ailleurs souvent construite comme médiatrice de la corde déterminée par (AR). L'élève annonce que la droite (AS) est la tangente cherchée.

Cette tangente est suffisamment acceptable pour de nombreux élèves et se pose alors la question de la correction de cette construction. Quels moyens a-t-on de valider cette construction ?

— Une expérience perceptive et utilisant le déplacement

Cette construction peut être disqualifiée expérimentalement : en rapprochant A du cercle, on «voit» bien que (AS) recoupe alors le cercle (Figure 14a). On voit aussi que si A est à l'intérieur du cercle, on obtient aussi une sécante (Figure 14b).

— Une réfutation qui vient de la théorie

L'expérience précédente permet de réfuter la construction, mais les exigences des élèves sont parfois plus grandes et ils en viennent à poser la question de savoir pourquoi cela ne marche pas. L'expérience sur le Cabri-dessin peut nous guider : la tangente devrait être perpendiculaire à (OS), mais il existe déjà une perpendiculaire à (OS) qui passe par A : la droite (AR). Or un axiome de la théorie nous dit qu'on ne peut mener qu'une perpendiculaire à la droite (OS) par le point A. Nous avons donc une preuve, issue de la théorie qui permet d'affirmer que la construction n'est pas valide. L'exigence d'une explication qui vienne de la théorie n'est pas fortuite, les élèves ne se contentent plus de validations uniquement expérimentales, Cabri-géomètre est le cahier de brouillon où l'on fait les expériences, mais le raisonnement sur les

7 La position «limite» ne peut d'ailleurs pas être obtenue ainsi et renvoie à une autre construction.

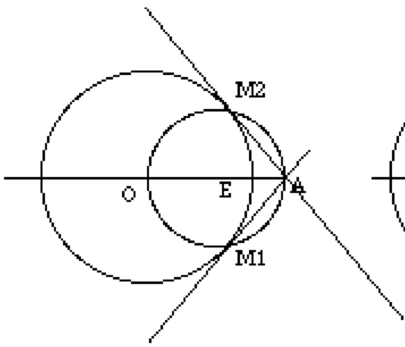


Figure 12a

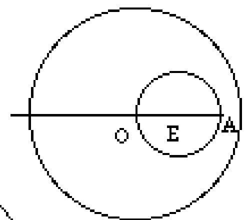


Figure 12b

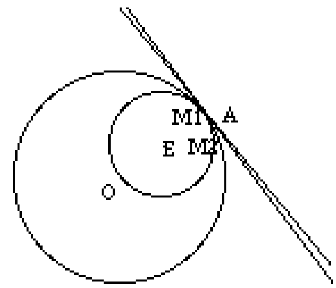


Figure 12c

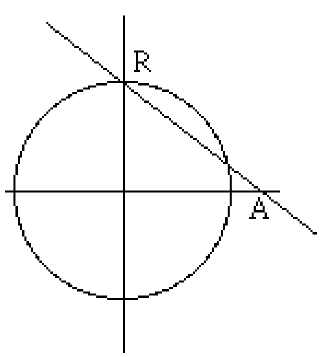


Figure 13a

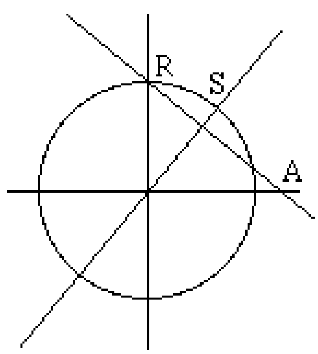


Figure 13b

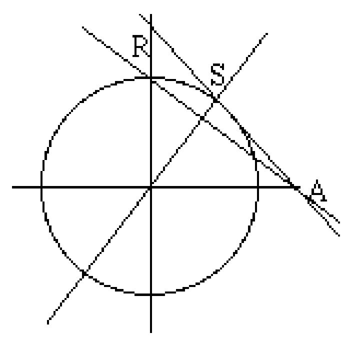


Figure 13c

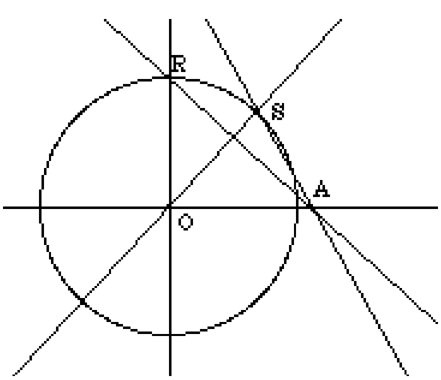


Figure 14a

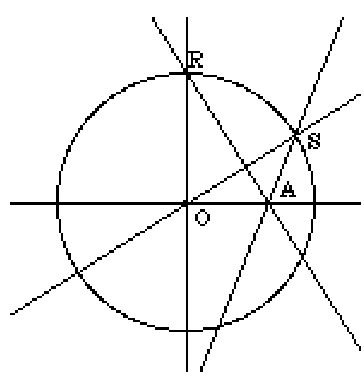


Figure 14b

propriétés et les axiomes de la théorie est ressenti comme une réponse à des questions issues de l'expérience.

Dans cette situation, on peut dire que dans la construction et sa validation ou sa réfutation, c'est une dialectique entre le champ d'expérimentation dans Cabri-géomètre et la théorie géométrique qui apparaît. Chaque niveau est nécessaire pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. Le traitement de la figure se fait à travers la mise en œuvre des outils, la procédure de construction et les actions de déplacement qui conduisent ou non à la validation.

Mais ces expérimentations engagent l'élève dans une problématique de preuve : pourquoi telle construction est-elle valide ou non ? C'est dans la théorie que la validation sera obtenue.

*Ce genre de situation, répétée à de nombreuses reprises, installe progressivement le besoin chez l'élève de faire appel à la théorie pour trouver les réponses aux questions de validation qu'il se pose. C'est ainsi qu'il se construit petit à petit la conviction que c'est là que se situe l'essentiel de l'activité géométrique.*

Une expérimentation menée par Abroughi H (1995) a d'ailleurs permis de mettre en évidence cette curiosité des élèves, encouragée par les possibilités d'exploration offertes par le logiciel. Dans le cadre d'un DEA, Hanéne Abroughi cherchait à déterminer quel impact pouvait avoir un environnement logiciel comme Cabri-géomètre sur la production de preuves ou de réfutations. Elle a pu noter (page 56) « *Le fait que l'élève dispose d'un outil de travail en géométrie, facile à manipuler, le pousse à faire preuve de persévérance dans sa recherche. Il met alors à profit les possibilités d'exploration et de découverte qu'offre Cabri-géomètre. Chaque nouvelle découverte est prise en compte par l'élève : il est vrai qu'il ne cherche pas à la contredire, mais il éprouve souvent le besoin de connaître ses raisons d'être. Il se lance, alors, motivé par une curiosité intellectuelle, dans un processus de validation pour satisfaire sa curiosité».*

### *3.4. Des outils complexes pour de nouvelles situations*

Pour réaliser des constructions dans un environnement comme Cabri-géomètre, on dispose d'un certain nombre d'outils dont certains sont très sophistiqués. L'accès direct à des constructions complexes, sans passer par des étapes intermédiaires donne à un utilisateur des possibilités de constructions très différentes de celles qui sont disponibles dans la géométrie « papier-crayon ».

Ces outils complexes sont essentiellement ceux qui sont présents dans la boîte à outil des constructions (Figure 5) ainsi que les transformations[8] (Figure 15). On peut ajouter d'autres outils comme l'outil **Polygone régulier** ainsi que d'autres outils associés à l'utilisation de nombres avec la calculatrice et le report de mesure.

Disposer d'outils différents de ceux dont on dispose habituellement est bien plus qu'une simple commodité qui rend plus facile certaines constructions classiques. Cela permet d'envisager d'autres stratégies qui font intervenir des propriétés mathématiques et change donc souvent la nature des constructions que l'on peut réaliser.

Donnons quelques exemples.

8 Dans cet article consacré surtout au collège nous n'aborderons pas les coniques.

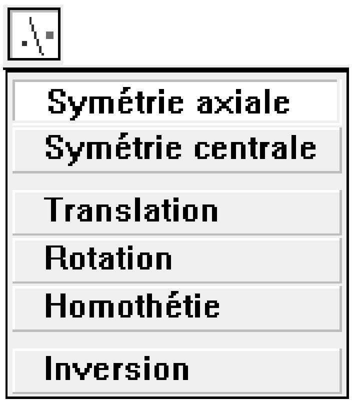


Figure 15

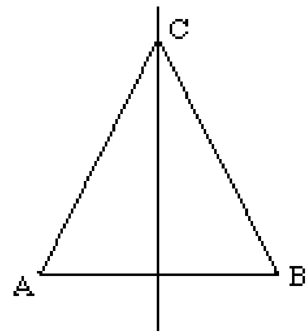


Figure 16a

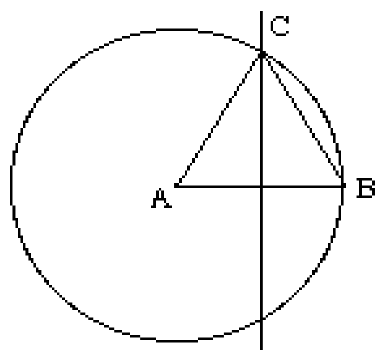


Figure 16b

*Le triangle équilatéral avec une médiatrice en sixième.*

Au début de la sixième on travaille les problèmes de distances et l'on arrive naturellement à la médiatrice qui peut être observée puis définie comme ensemble de points équidistants de deux points donnés. Cabri-géomètre est là un outil d'expérimentation précieux. Les élèves savent construire, à partir du travail sur la médiatrice, un triangle ABC isocèle en C, en partant des points A et B (Figure 16a). Le triangle équilatéral apparaît alors naturellement comme un cas particulier où l'on aurait en plus le troisième côté égal aux deux autres. La médiatrice étant un outil disponible sans étapes intermédiaires, on voit des élèves proposer la construction de la figure 16b en présentant l'argument suivant : « comme il est isocèle, C est sur la médiatrice et comme en plus AB = AC, C est sur le cercle de centre A et de rayon AB ».

On peut faire plusieurs remarques à propos de cet exemple :

— la première est que la présence dans le logiciel d'un outil comme la médiatrice, induit cette construction par prolongement du travail sur les triangles isocèles. Cette construction n'apparaît jamais dans les procédures des élèves et des professeurs dans un environnement «Papier-crayon». Elle est rendue possible par la disponibilité de l'outil médiatrice et son faible «coût» en terme d'actions : sélectionner l'outil et sélectionner le segment [AB].

— la construction réalisée par un élève le conduit à justifier que le Cabri-dessin obtenu est bien celui qui est attendu. Cette nécessité peut provenir de la sollicitation du professeur ou de la gestion collective de la classe, chaque élève devant expliquer pourquoi sa construction est correcte. Les justifications peuvent se faire au niveau de l'expérience (mesures et déplacement) mais elles peuvent aussi se faire au niveau de la théorie. La construction précédente et le commentaire de l'élève sont remarquables au niveau d'une sixième et montrent que les élèves savent déjà construire des raisonnements qui s'appuient sur les propriétés de la figure, c'est-à-dire qu'ils se placent dans la théorie. Cette performance est sans doute facilitée par la présence du logiciel qui conduit l'élève après une expérimentation antérieure sur la médiatrice et les cercles à utiliser les outils présents dans le logiciel pour réaliser la construction et surtout à savoir justifier pourquoi cette construction donne bien un triangle équilatéral.

*Explorer les triangles ayant un axe de symétrie (sixième)*

Un deuxième exemple montre comment on peut utiliser le logiciel pour explorer des situations complexes et parvenir expérimentalement à des résultats géométriques qui seront ensuite institutionnalisés. L'objectif de la situation est de reconnaître, à travers une exploration d'un cabri-dessin, que les triangles qui admettent un axe de symétrie sont des triangles isocèles. Cette situation peut être traitée dès la classe de sixième.

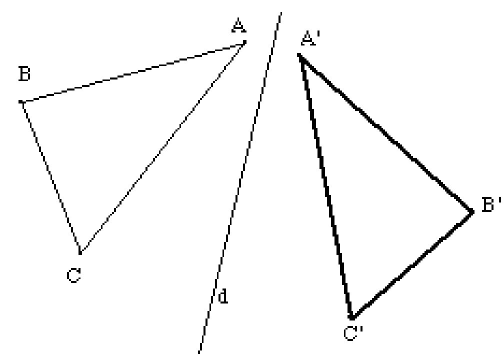


Figure 17

L'élève construit un triangle ABC et une droite d, puis à l'aide de l'outil Symétrie axiale, il construit le symétrique A'B'C' du triangle ABC par rapport à la droite d. Il obtient donc une figure comme celle de la figure 17.

Sur l'écran de l'ordinateur, on utilise des couleurs différentes pour les deux triangles,

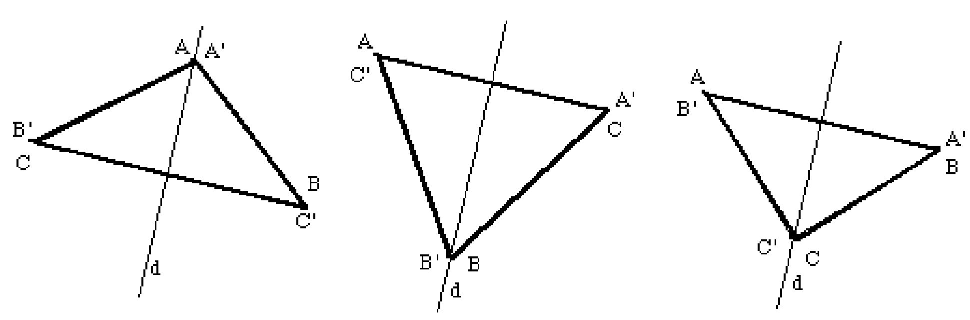


Figure 18

ici nous avons seulement épaissi les côtés du triangle A'B'C' pour le distinguer du triangle ABC.

L'élève est conduit à déplacer les trois points A, B et C pour arriver à superposer les triangles. Les observations d'élèves montrent qu'après avoir éliminé comme possibles les positions où A, B et C sont alignés sur la droite d, les élèves arrivent en déplaçant les trois points ABC aux situations de la figure 18.

Les formulations produites font référence à l'appartenance d'un sommet A, B ou C) à la droite d, les deux autres sommets étant distincts et symétriques par rapport à d.

On arrive ainsi à introduire la notion d'axe de symétrie dans une situation où l'élève peut déplacer un triangle en ayant constamment sous les yeux ce triangle et son symétrique.

Ce genre de situation peut exister dans un logiciel de géométrie pour plusieurs raisons :

— la construction du triangle et de son symétrique est immédiate avec un outil comme **Symétrie axiale** : on sélectionne l'outil et on clique sur le triangle puis sur la droite.

—le déplacement en temps réel du triangle et de son symétrique permet une exploration très rapide, les essais successifs sont très peu coûteux.

Des situations comme celle-ci ne sont naturellement pas envisageables dans l'environnement «papier-crayon».

On peut explorer de la même façon d'autres figures que les triangles (quadrilatères ...) et d'autres transformations que la symétrie axiale (Symétrie centrale, rotation..).

*Etudes de procédures de constructions pour un carré. (cinquième-troisième)*

Des constructions classiques comme celle d'un carré peuvent être envisagées avec l'objectif d'une recherche de diverses procédures, éventuellement en s'intéressant à l'utilisation de transformations.

Le logiciel propose un outil **Polygone régulier**, qui permet de construire un polygone régulier, donc un carré, à partir de son centre et de l'un de ses sommets. Mais cet outil nécessite comme objets initiaux le centre du polygone et l'un de ses sommets. Dans des tâches de constructions de polygones réguliers à partir de deux sommets consécutifs, par exemple, cet outil **Polygone régulier** ne convient pas. Nous avons souvent proposé à des élèves de collège (à partir de la cinquième), une recherche systématique de différentes procédures de constructions d'un carré à partir de deux sommets consécutifs.

La tâche de l'élève est donc la suivante :

« *Construire un carré ABCD en commençant la construction par le segment [AB].* »

Notez que dans cette tâche, comme dans la plupart de celles que l'on donne avec les logiciels de constructions géométriques, il est indispensable de préciser les objets initiaux d'une construction.

Nous donnons cinq des procédures proposées par des élèves de collège à différents niveaux scolaires.

Ces différentes procédures montrent comment la diversité des outils, en particulier la présence des transformations, induit une grande variété d'approches par les élèves. Il est très intéressant ensuite de partir des différentes propositions des élèves et de faire dégager les propriétés du carré qui sont mises en œuvre dans chacune des procédures ainsi que l'action des transformations sur les objets de la figure.

On peut observer alors que les transformations deviennent de véritables outils de construction.

Nous relions ce travail de recherche de procédure à la géométrie de traitement. En effet, la recherche de différentes procédures et donc des outils à mettre en œuvre conduit à poser la question des relations géométriques entre les objets. Nous plaçons donc ce genre de situations de constructions dans le cadre d'un traitement de la figure au sens de ce qui a été décrit plus haut.

*Procédure 1 :* Des perpendiculaires et des cercles.

La construction commence à partir du segment [AB] et de deux perpendiculaires à ce segment passant par A et B. L'égalité des longueurs est obtenue avec deux cercles. On termine la construction avec un polygone passant par les différents points construits, puis on cache les éléments de la construction (Figure 19).

*Procédure 2 : Le centre du carré et une symétrie centrale*

Toujours en partant de A et B, une procédure assez rapide consiste à construire le centre O du carré à l'aide de la médiatrice de [AB] et du cercle de diamètre [AB]. Les sommets du carré sont obtenus dans une symétrie centrale de A et B par rapport à O. (Figure 20). Cette procédure est rapide parce que le logiciel donne directement les deux points C et D sans constructions intermédiaires.

*Procédure 3 : Une translation*

A et B étant construits, à l'aide d'une perpendiculaire et d'un cercle, on construit le sommet D. On construit ensuite le point C comme image du point D dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ . (Figure 21).

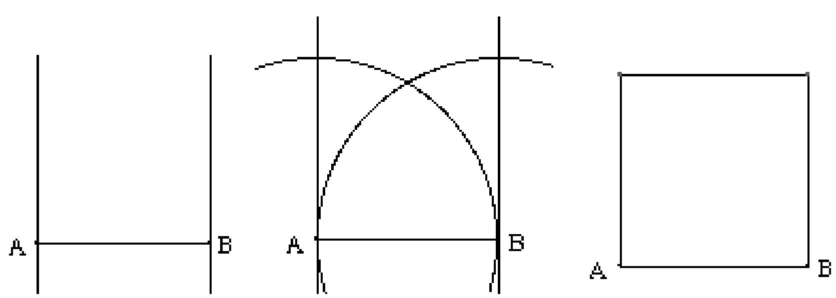


Figure 19 : procédure 1

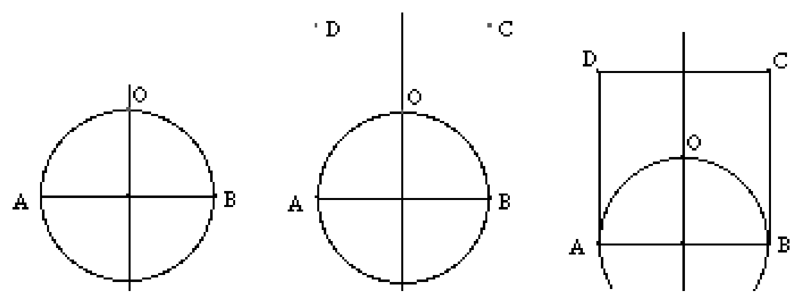


Figure 20 : Procédure 2.

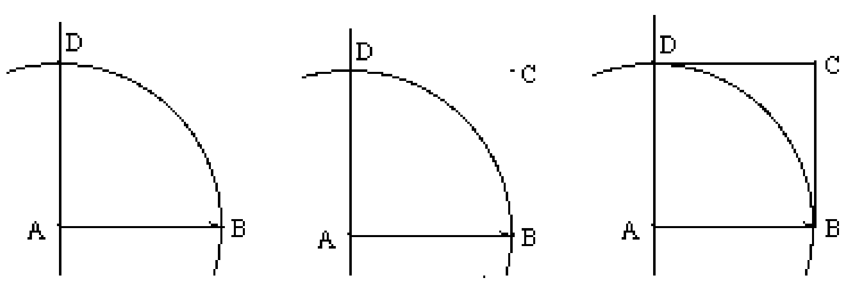


Figure 21 : Procédure 3

*Procédure 4 : Des rotations.*

En troisième, avec les programmes de 1999, on peut construire un carré en utilisant des rotations. Pour cela on édite un nombre : 90 qui sera l'angle en degrés des rotations que l'on va utiliser. Toujours en commençant par A et B, une première rotation a pour centre A et transforme B en D. Une deuxième a pour centre D et transforme A en C. On pourrait aussi avec Cabri-géomètre trouver des images de segments à la place d'images de points.(Figure 22).

*Procédure 5 : Une diagonale comme axe de symétrie.*

La dernière procédure présentée, ici utilise une symétrie axiale autour d'une diagonale. A et B étant donnés, on construit le point D comme dans la procédure 3 et le symétrique de A par rapport à la droite (BD). (Figure 23).

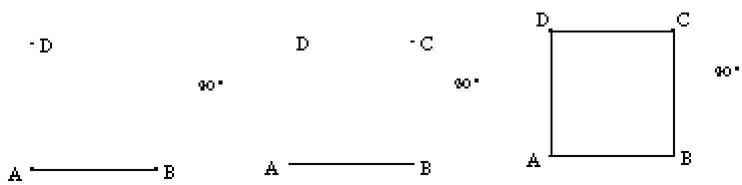


Figure 22 : procédure 4

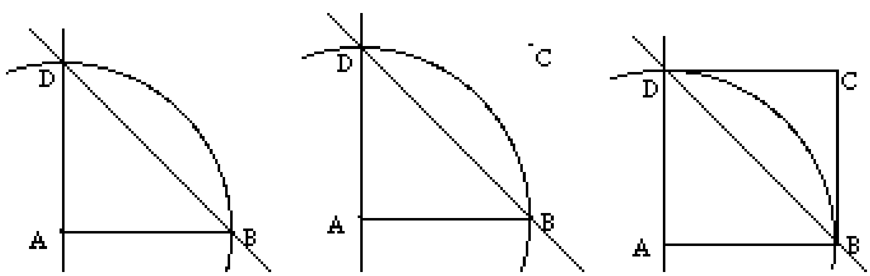


Figure 23 : Procédure 5.

La recherche de plusieurs procédures pour une même construction est toujours une activité qui motive les élèves et permet au professeur d'organiser avec sa classe un bilan très riche.

*3.5. L'exploration : couleurs, traces et lieux.*

Le logiciel fournit un certain nombre d'outils qui permettent une exploration des figures. Ces outils d'exploration sont de plusieurs types :

*a) l'aspect des objets : couleurs, épaisseurs, remplissages etc*

Le fait de pouvoir cacher des éléments de la construction ou bien changer la couleur ou l'épaisseur ou tout autre action sur l'apparence des objets de la figure a une grande importance. De surcroît ces actions sont réversibles.

La possibilité de mettre en évidence une sous-figure combinée avec le déplacement permet de repérer des invariants qui facilitent l'analyse de la figure.

Par exemple dans la figure 24. Il est très commode de jouer sur les couleurs ou les épaisseurs pour faire apparaître des propriétés.

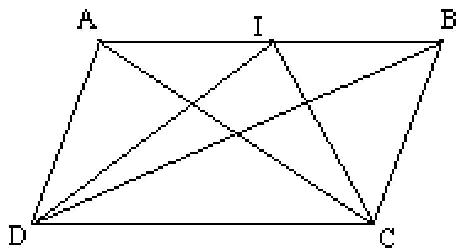


Figure 24

Ainsi dans la figure 25a on met en évidence les deux triangles sur lesquels on peut appliquer le théorème de Thalès pour démontrer que puisque IB est la moitié de DC alors KB est la moitié de DK et K est au tiers de la diagonale. Dans la figure 25b, on mettra plutôt en évidence que l'aire du triangle DIC est la somme des aires des triangles AID et IBC.

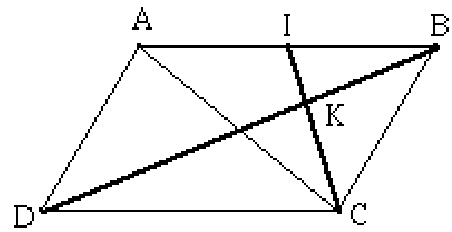


Figure 25a

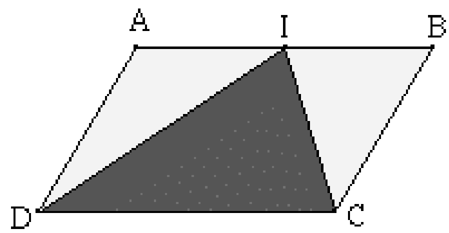


Figure 25b

Ce jeu sur l'apparence permet aux élèves d'explorer des figures ou à l'enseignant de faire apparaître diverses propriétés. La grande différence avec le papier, c'est que les actions sur l'aspect des objets sont réversibles et rapides et qu'elles peuvent être combinées avec le déplacement.

*b) les outils de mesure et de calcul*

Le logiciel fournit la possibilité de mesurer des angles, des longueurs et des aires. Il est particulièrement intéressant que ces mesures soient modifiées en temps réel quand on déplace la figure.

On dispose ainsi d'un outil d'exploration particulièrement riche. Donnons comme exemple celui de la propriété de l'angle inscrit qui est particulièrement spectaculaire (Figure 26).

La curiosité des élèves les conduit à explorer des situations qu'il est souvent difficile de faire apparaître en classe comme le cas où le point A appartient à l'autre arc (Figure 27), en jouant éventuellement sur les possibilités offertes par les marques d'angles.

C'est aussi la combinaison des mesures et des calculs, eux aussi réactualisés en temps réel qui permet de faire des observations sur des propriétés de longueurs ou d'aires comme le théorème de Thalès ou de Pythagore.

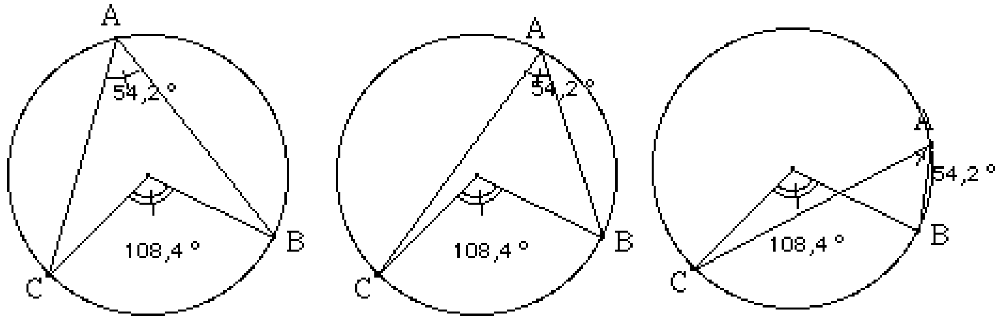


Figure 26

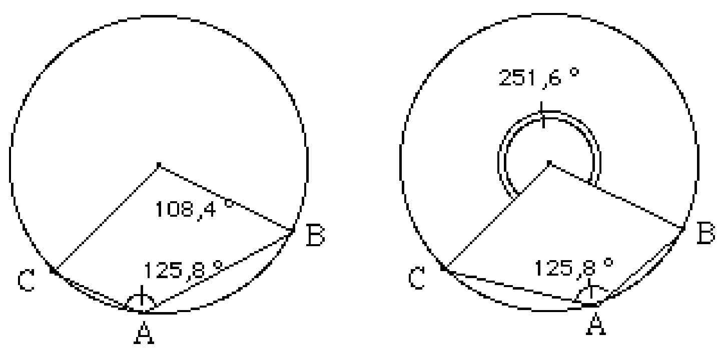


Figure 27

*c) les traces et les lieux*

Cabri-géomètre II offre un outil comme la trace, qui permet d'obtenir sur l'écran la marque laissée par un objet géométrique au cours de son déplacement. On peut ainsi déplacer un point en contrôlant une égalité de longueur ou d'angles et en déduire une propriété géométrique.

Par exemple, en classe de quatrième, on peut réaliser l'activité suivante :

On demande de tracer un triangle ABC quelconque et de mesurer l'angle A.

Il s'agit ensuite pour l'élève de déplacer le point A en cherchant à conserver la mesure de l'angle le plus proche possible de 90°.

On propose d'utiliser l'outil **Trace** pour conserver plusieurs positions du point A où cet angle A mesure 90°.

La figure 28 [9] donne un exemple de production d'un élève.

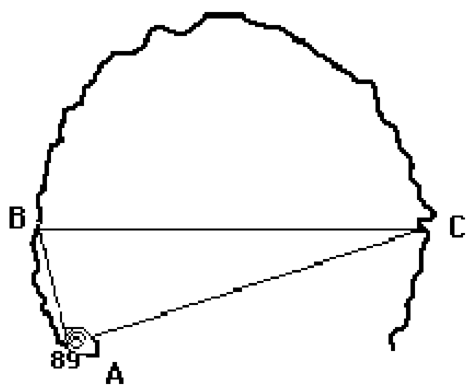


Figure 28

Le cercle de diamètre BC, une fois identifié, on demande à l'élève de le construire. On va ensuite vérifier, en s'appliquant à déplacer A sur ce cercle (ou presque), que pour tous les points A du cercle, l'angle A est droit.

On peut terminer en redéfinissant le point A sur le cercle de diamètre [BC] et observer alors que l'angle A est toujours droit.

Le **Lieu** est un outil, qui peut parfois remplacer avantageusement la **Trace**[10] quand le déplacement du point dont on cherche la trajectoire dépend du déplacement d'un autre point qui se déplace sur un objet (droite, segment, cercle etc).

Illustrons ceci par le célèbre problème de la planche (figure 29).

Une planche AB est posée contre un mur et l'on cherche la trajectoire décrite par le milieu I quand la planche glisse le long du mur. On peut utiliser l'outil trace en demandant la trace du point I. Comme B se déplace sur un segment, on peut utiliser l'outil lieu (lieu de I quand B décrit le segment horizontal). On obtient avec le lieu une représentation de la trajectoire qui se réactualise automatiquement quand on modifie la longueur de la planche. Il s'agit d'un objet géométrique et plus seulement de quelques points sur un écran.

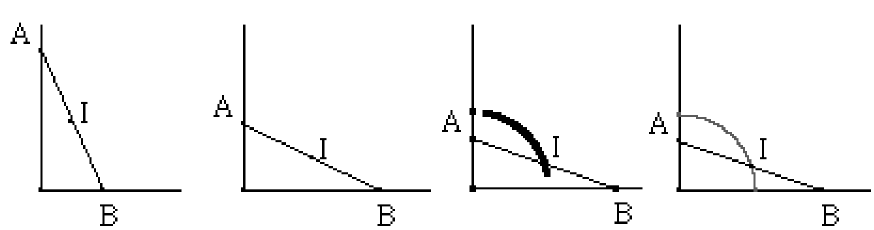


Figure 29

9 Cette figure est l'image écran d'une production d'un élève de J-F Bonnet au collège de Sollies-Pont en 1993.

10 L'expérience de «lieu mou» illustrée par la figure 28 ne peut pas être réalisée dans Cabri-géomètre II par l'outil Lieu et nécessite l'utilisation de l'outil Trace.

Un logiciel de géométrie rend cette activité accessible aux élèves de quatrième. En effet, il donne aux élèves la possibilité de comprendre que le déplacement de B entraîne celui de I. De surcroît, les propriétés de la figure conduisent à un déplacement contraint de I sur un cercle. Reste à expliquer pourquoi cette trajectoire est un cercle et à en fournir une démonstration en utilisant les propriétés de la médiane dans un triangle rectangle.

*3.6. Le jeu sur les outils : macros et menus.*

Une dernière famille de problèmes de constructions que l'on peut proposer dans l'environnement du logiciel Cabri-géomètre II est celui qui provient du «jeu sur les outils». Il s'agit d'ajouter ou d'enlever des primitives dans les boîtes à outils du logiciel. En effet celui-ci dispose de deux fonctionnalités importantes, utilisables par le professeur et les élèves : les macros-constructions et la configuration des outils.

1 — les macros-constructions

Toute construction que l'on sait réaliser dans Cabri-géomètre peut être conservée sous la forme d'une macro-construction. La création des macros-constructions est très simple, nous l'avons utilisée avec des élèves dès la classe de sixième sans problème.

Pour réaliser une macro-construction, il faut disposer d'une construction déjà réalisée et disponible à l'écran.

Par exemple pour créer une macro-construction de carré[11], reprenons la procédure de la figure 19. On suppose cette construction présente à l'écran.

11 Il s'agit de la construction d'un carré à partir de deux sommets consécutifs.

A l'aide de la boîte à outil de macros :


Figure 30

— on sélectionne l'outil **Objets initiaux**, on clique sur A et B (ils clignotent alors)
— on sélectionne l'outil **Objets finaux**, on clique sur le polygone (il clignote).
— on sélectionne l'outil **Valider une macro**.

On dispose alors d'une fenêtre de dialogue où l'on définit pour la macro : un nom (obligatoire), une icône (facultatif), un texte d'aide (facultatif). On peut alors enregistrer cette macro-construction pour la conserver.

Elle apparaît comme un outil disponible dans la boîte à outils des macros (Figure 31).


Figure 31

Il est intéressant pour tout utilisateur, d'enregistrer sous forme de macros-constructions des constructions un peu complexes pour les réutiliser plus tard.

On peut utiliser des macros-constructions de plusieurs façons avec des élèves de collège.

*a) Construire et conserver des outils : un objectif dans la classe.*

Quand une construction comme celle du carré a été réalisée une fois, à chaque occasion où l'on a besoin d'un tel outil qui construit un carré à partir d'un côté, il est intéressant d'en disposer. Nous avons pu, en collège ou au lycée, constituer avec les élèves des bibliothèques de macros qui étaient utilisées chaque fois que nécessaire. Les élèves sont très intéressés par la construction des outils, surtout s'ils se rendent compte que ces outils resteront disponibles par la suite. La construction d'outils sous forme de macro-constructions constitue une motivation importante et donne une cohérence à la construction par l'élève de son environnement de géométrie.

Nous avons même dans certaines classes réalisé des séances où l'objectif était de fabriquer des outils sur certains thèmes (triangles : isocèle, équilatéral, rectangle, ou quadrilatères : carrés, rectangles, trapèzes, parallélogrammes etc).

*b) Fournir des macros-constructions pour certains travaux particuliers : exemple des boîtes noires.*

Le professeur peut fournir un outil inconnu de l'élève, l'objectif de la séance est d'analyser son action sur des objets initiaux donnés et de reconstruire un outil qui fait la même construction. Nous avons appelé un tel outil une « boîte noire ». Charriére PM (1996 pp 140-208) a décrit plusieurs types de boîtes noires utilisées dans des classes. Donnons un exemple en classe de sixième pour illustrer l'idée de boîte noire.

On donne aux élèves un outil appelé **Boite noire quadrilatère** présent dans la boîte des macros-constructions :

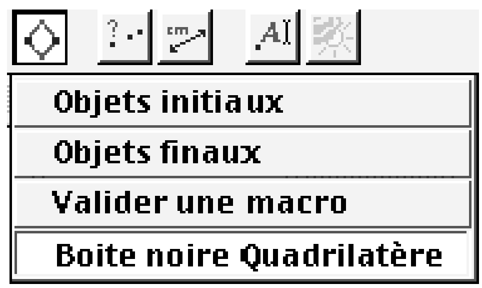


Figure 32

La consigne est la suivante :

« Construire deux points quelconques A et B et utiliser l'outil **Boite noire quadrilatère** en sélectionnant les deux points A et B. Déplacer A et B, observer la figure obtenue. Placer deux points C et D et construire une figure comme celle que construirait la boîte noire mais sans utiliser celle-ci. »

En utilisant la boîte noire, on obtient la figure 33 en déplaçant B (cf. page suivante). En déplaçant A et B on peut observer les relations entre les objets de la figure ainsi que les invariants de direction ou de forme qui apparaissent. Ici on identifie un carré dont [AB] est une diagonale. Pour ce travail d'exploration, on utilise, le déplacement, la perception, les outils de mesure, le vérificateur de propriétés etc. Les observations réalisées, permettent ensuite de réaliser la suite de la tâche : la reconstruction à partir de deux

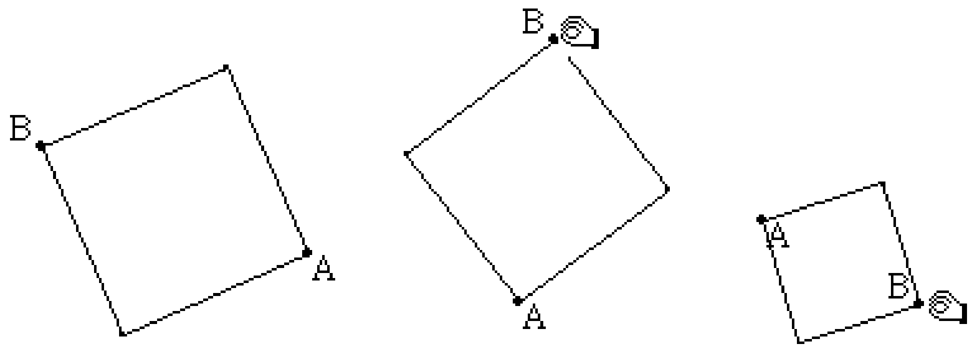

Figure 33

points C et D de ce que construirait l'outil **Boite noire quadrilatère**.

Les boîtes noires constituent des situations motivantes pour les élèves où l'analyse des propriétés géométriques de la figure conduit à des constructions. Il s'agit d'une activité de la géométrie de traitement qui pourrait correspondre au schéma :

Cabri dessin ——> Cabri dessin.

spécifique d'un environnement comme Cabri-géomètre.

De telles situations peuvent aussi conduire à une production de texte et donc au schéma suivant :

Cabri dessin ——> Description d'une procédure de construction.

*2 — Le jeu sur les outils.*

Cabri-géomètre peut être configuré comme on le souhaite pour fournir aux élèves des primitives supplémentaires sous forme de macros-constructions ou au contraire pour supprimer des primitives offertes en standard dans le logiciel. Un article du menu **Options** comme **Configuration des outils** permet d'organiser les primitives comme on le souhaite, en les enlevant ou en ajoutant des macro-constructions.

On peut utiliser cette possibilité de deux façons :

— configurer un logiciel adapté aux élèves

Ainsi au début de la sixième on peut fournir aux élèves des barres d'outils simplifiées en enlevant toutes les transformations, **Médiatrice**, **Bissectrice** et des outils comme **Coniques** ou **Polygone régulier**. A mesure de l'avancée du travail, on peut ajouter des outils comme la médiatrice et la symétrie axiale. On adapte ainsi le logiciel à la progression des élèves.

— réaliser des situations avec des contraintes sur les primitives mises à la disposition des élèves.

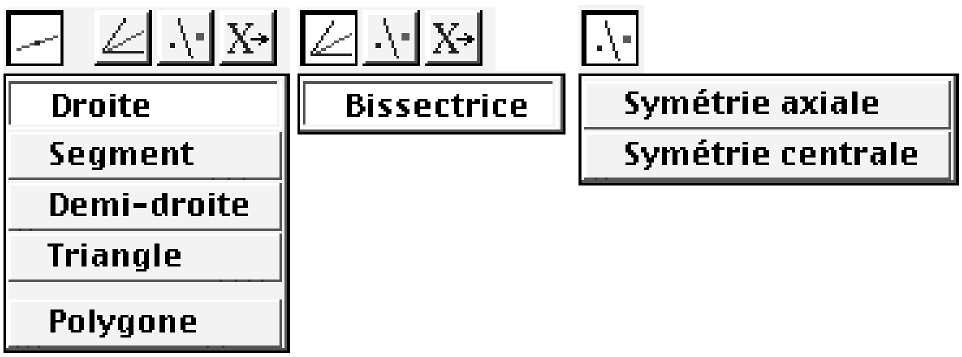


Figure 34

On peut facilement fournir des barres d'outils réduites pour conduire les élèves à utiliser certaines procédures de constructions. Un tel exemple a été développé dans l'article de Capponi B (1993) où les cercles et le compas sont enlevés, les primitives de constructions sont réduites à **Bissectrice** et les transformations à **Symétrie axiale** et **Symétrie Centrale**. On dispose ainsi des seules boîtes à outils de la figure 34.

La tâche de l'élève est la suivante *« On donne une droite (d) et un point A. Construire la droite parallèle à (d) passant par A avec les seuls outils disponibles».*

Capponi (Op cit) décrit les différents types de procédures imposées par la réduction des primitives disponibles. Dans les procédures réalisées par les élèves, ce sont des propriétés géométriques, comme la propriété des milieux qui permettent de réaliser la construction.

On voit là encore un changement dans l'utilisation d'outils classiques de la géométrie comme les transformations qui deviennent alors des outils de construction, ce qu'elles ne sont jamais dans la géométrie sur le papier. PM Charrière (Op cit) cite aussi (p 88) des exemples de situation en classe avec des réductions d'outils. Les situations classiques de réduction d'outils comme les constructions en utilisant uniquement le compas sont enrichies par les possibilités de configuration offertes par le logiciel.

## 4. Conclusion

Nous avons voulu montrer dans cet article que la géométrie de traitement proposée par Pluvinage et Rauscher trouvait un prolongement naturel et particulièrement riche dans un logiciel comme Cabri-géomètre. Nous avons essayé de montrer comment on pouvait mettre en œuvre, dans cet esprit, un certain nombre de situations de constructions au collège.

Le passage du dessin à la figure est favorisé dans un tel environnement puisque l'élève doit produire une procédure plutôt qu'un dessin. L'élève qui construit agit ainsi sur la figure avec les outils du logiciel et l'enseignant peut profiter de cette production de procédure pour demander à l'élève d'en faire une description sous la forme d'un texte. Cette explicitation constitue une phase importante du travail de la géométrie de traitement au collège.

De surcroît, le déplacement de la figure et la conservation des propriétés constituent un moyen puissant pour la validation et la production de conjectures.

La richesse des outils disponibles et l'interface à manipulation directe fournissent aux élèves un terrain d'expérimentation particulièrement efficace en géométrie. Le professeur, par un jeu sur les outils, rendu possible par le logiciel, peut construire des situations nouvelles où la dynamique de la figure va jouer un rôle important.

Pour terminer nous dirons que si une géométrie plus expérimentale se développe, c'est à la fois dans la continuité des études didactiques et dans la mouvance de l'évolution des technologies. Nous faisons l'hypothèse que ces évolutions permettront à nos élèves d'aborder plus facilement et plus complètement les problématiques de la géométrie. Mais la question reste posée de savoir si cette géométrie expérimentale, dans un environnement logiciel, est intéressante et/ou utile pour conduire les élèves vers des démarches de preuves et de démonstration. Un début de réponse nous est apporté par un travail de Abrougui (op cit) sur les démarches de preuves mises en œuvre par comparaison entre Cabri-géomètre et le Papier Crayon. Abroughi note, dans une expérimentation en classe de cinquième, que le déplacement et les nombreuses figures que l'on peut créer favorisent la production de conjectures et les réfutations. De plus, contrairement à ce qu'on pourrait penser, la curiosité des élèves les conduit à se poser la question du pourquoi... et les conduit ainsi vers des démarches de preuves, non pas pour se convaincre qu'une propriété est vraie, mais pour comprendre quelles sont les raisons qui font qu'elle l'est : « Ainsi la preuve apparaît comme un processus de validation suscité par l'ordinateur » (Abroughi op cit).

**Références bibliographiques.**

**Abrougui H** (1995). Impact de l'environnement Cabri-géomètre sur les démarches de preuve d'élèves de 5° dans un problème de construction impossible. Mémoire de DEA de didactique des disciplines scientifiques Université Joseph Fourier Grenoble.

**Allard J-C & Pascal C.** (1986) Euclide. Cédic Nathan Paris

**Arragon M.** (1998). Décrire des phénomènes physiques avec Cabri-géomètre II. Actes de l'université d'été Cabri-géomètre, de l'ordinateur à la calculatrice. De nouveaux outils pour l'enseignement de la géométrie. pp 63-101.

**Artigue M.** (1991). Analyse de processus d'enseignement en environnement informatique. Petit x n°26 pp 5 à 27, 1990-1991.

**Bellemain F.** (1992) Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie : Cabri-géomètre. Thèse Université Joseph Fourier Grenoble.

**Bellemain F., Capponi. B** (1992). Spécificité de l'organisation d'une séquence d'enseignement lors de l'utilisation de l'ordinateur. In Educational Studies 23 (1192) n°1 pp 59-97.

**Bellemain F., Gerente M.** (1990). Géométrie et informatique : vers la médiatrice. l'expérimentation : lieu d'interaction entre la problématique du chercheur et celle de l'enseignant. Petit x N° 24 pp 37-59 . 1989-1990.

**Bertomeu P et Assude T** (1996) Rapport au savoir et types de problèmes mathématiques. Université d'été Cabri-géomètre, de l'ordinateur à la calculatrice. De nouveaux outils pour l'enseignement de la géométrie. Grenoble 8-12 juillet 1996.

**Bittar M, Clarou P** (1998). Présentation d'un scénario utilisant l'environnement Cabri-géomètre II pour l'étude de la notion de vecteur en seconde. Colloque Francophone Européen, Calculatrices symboliques et géométriques dans l'enseignement des mathématiques. IREM de Montpellier 1998.

**Bonnet J-F** (1993) J'ai rencontré des Cabri-élèves. Actes de l'université d'été : Apprentissage et enseignement de la géométrie avec ordinateur : utilisation du logiciel Cabri-géomètre en classe. Grenoble 9-13 Juillet 1993.

**Cabriole** Le journal des utilisateurs de Cabri-géomètre (Disponible sur http://www.cabri.net). 1992-1996.

**Capponi B & Clarou P** (1981) Activités mathématiques CPPN et soutien 6°-5° Irem de Grenoble.

**Capponi B, Clarou P,** (2000), Clic Math 6e Activités géométriques en classe avec Cabri-géomètre II, Editions Belin.

**Capponi B,** 1993. Modifications de menus dans Cabri-géomètre : des symétries comme outils de construction. Petit x n° 33 pp 37-68 année 1992-93.

**Capponi B., Laborde C.** (1994). Cabriclasse, Editions Archimède Argenteuil. France

**Carral M** (1995) : «Géométrie « Editions Ellipses. 1995
**Charrière P.M.,** (1996), Apprivoiser la géométrie avec Cabri-géomètre. Monographie du centre informatique pédagogique (CIP) Genève.
**Cuppens R** (1996) Faire de la géométrie en jouant avec Cabri-géomètre. Publications N°104 et 105 APMEP.
**Cuppens R** (1999) Faire de la géométrie supérieure en jouant avec Cabri-géomètre II. Publications N°124 et 125 APMEP.
**Grugeon B.** (1990) Une expérience menée avec le logiciel «Le géomètre» Mémoire de DEA Université Paris 7.
**Jahn A.P., Clarou P** (1998), Notion de transformation géométrique en classe de seconde avec Cabri-géomètre et la TI-92. Colloque Francophone Européen Calculatrices symboliques et géométriques dans l'enseignement des mathématiques. IREM de Montpellier 1998.
**Laborde C., Capponi B.** (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* vol 14, n°1.2 pp165-210.
**Laborde C.** (1994) Enseigner la géométrie : permanences et révolutions, *Bulletin de l'APMEP*, n°396, 523-548
**Laborde J-M,** (1998) Explorations en géométries non euclidiennes. Actes de l'université d'été Cabri-géomètre, de l'ordinateur à la calculatrice. De nouveaux outils pour l'enseignement de la géométrie. pp 105-126.
**M.Guillerault,** (1998). Le point de vue de Cabri-géomètre II sur les coniques. Actes de l'université d'été Cabri-géomètre, de l'ordinateur à la calculatrice. De nouveaux outils pour l'enseignement de la géométrie. pp 127-170.
**Noirfalise R.** (1991) Figures prégnantes en géométrie ? Repères-IREM 2, 51-58.
*Organisation et programmes du cycle central du collège* (5° et 4°) BO Hors-série N°1 du 13 février 1997.
**Padilla V.** (1990) Les figures aident-elles à voir en géométrie ? Annales de didactique et de sciences cognitives 3, 223-252.
**Papert S,** (1981) Le jaillissement de l'esprit, Flammarion.
**Rausher J-C** (1993) L'hétérogénéité des professeurs face à des élèves hétérogènes, Le cas de l'enseignement de la géométrie au début du collège» Thèse Université des sciences humaines Strasbourg.
**Rogalski J.** (1985) : Alphabétisation informatique, problèmes conceptuels et didactiques, *Bulletin de l'APMEP*, N° 347, pp. 61-74.
**Rousselet M.** (1995) Dessiner l'espace ou comment employer Cabri-géomètre en géométrie dans l'espace. Editions Archimède. Argenteuil.

**www.cabri.net.**