REPERES - IREM . N° 39 - avril 2000

FORMATION DE L'ESPRIT SCIENTIFIQUE AVEC LES NARRATIONS DE RECHERCHE AU CYCLE CENTRAL DU COLLEGE

Mireille SAUTER
Irem de Montpellier

Dans les objectifs généraux des nouveaux programmes de collège, les mathématiques sont considérées comme discipline d'expression, elles participent à l'enrichissement de l'emploi de la langue par les élèves, en particulier, par la pratique de l'argumentation. Notre enseignement des mathématiques doit développer les capacités de travail personnel de l'élève et son aptitude à chercher, à communiquer et à justifier ses affirmations.

Au cycle central, il nous est demandé de proposer *"des activités qui habituent les élèves à expérimenter et conjecturer ; c'est ainsi que les élèves sont conduits à formuler des raisonnements dont certains prendront* ***progressivement,*** *au cours du cycle central***,** *la forme de démonstration"*.

Nous pensons qu'il est effectivement très important d'engager nos élèves dans de véritables activités de recherche et d'élaboration de démonstrations, mais il faut alors leur donner un moyen d'expression qui ne soit pas un obstacle à l'exposition de leurs raisonnements. C'est pourquoi, nous proposons à nos élèves, une activité nommée **narration de recherche** [1] où l'élève raconte, par écrit, dans un langage naturel, libéré de tout formalisme, son travail de recherche lors de la résolution de problèmes.

Nous prenons comme hypothèse d'enseignement que le respect des règles de langage et de forme, si important soit-il pour arriver à une réelle rigueur dans une communauté scientifique, doit néanmoins en situation d'apprentissage être soumis à la prééminence du sens, des idées de l'élève. Exiger prématurément le respect de la syntaxe et de la grammaire risque de tuer l'imagination et l'envie de faire des mathématiques.

Cette activité, que nous proposons dès la sixième, demande la mise en place d'un nouveau contrat didactique, car nous demandons à l'élève de raconter très sincèrement toutes les étapes de sa recherche, ses essais, ses erreurs, ses changements de stratégie, en échange, l'enseignant porte son jugement sur la persévérance, l'ingéniosité de la recherche sans privilégier la solution.

La mise en œuvre dans une classe de cette activité a été décrite dans un article publié dans le numéro 30 de Repères-Irem, intitulé : Narrations de recherche : une nouvelle pratique pédagogique. Nous engageons vivement tout lecteur, qui serait séduit par cette nouvelle pratique à lire cet article avant d'expérimenter les narrations de recherche dans ses classes.

Au niveau du cycle central du collège, les narrations de recherche permettent aux enseignants de travailler sur deux types de problèmes qui renvoient à des activités de nature assez différente de la part de celui qui cherche. Ces deux types de problèmes, que nous appellerons “ ouverts ” et “ fermés ” nous paraissent essentiels et complémentaires dans un enseignement des mathématiques.

Dans les problèmes «ouverts» l'élève expérimente, tâtonne, cherche la solution ; la démonstration a pour but de convaincre. L'énoncé peut être ardu, mais grâce à la narration de recherche l'élève peut toujours rendre compte de l'état de ses recherches, ses essais, ses erreurs, ses efforts. Il se trouve engagé dans une activité qui lui permet de développer de véritables attitudes intellectuelles scientifiques : expérimenter, conjecturer, prouver.

Dans les problèmes «fermés», du type «démontrer que» qui font référence au cours et dont la démonstration a pour fonction d'expliquer ce qui peut être déduit des données de l'énoncé grâce à des théorèmes, la narration de recherche est à nouveau un moyen de communication, où l'enseignant n'a pas uniquement les exigences de la rédaction de la démonstration solution. Ces écrits sont riches d'informations quant à la compréhension du statut de la démonstration chez les élèves et par ce fait ils permettent aux enseignants une meilleure gestion de l'hétérogénéité de leurs élèves.

Dans une classe, où les élèves n'ont jamais fait de narrations de recherche, il est indispensable de travailler d'abord avec quelques problèmes ouverts avant d'aborder les démonstrations dans des problèmes fermés, car la mise en place de ce nouveau contrat didactique en est plus aisé.

1 Quels sont les objectifs des narrations de recherche à travers des problèmes ouverts ?

Ces problèmes sont proposés régulièrement en classe ou à la maison ; leur temps de recherche est important et les séances de compte-rendu sont des moments forts dans la classe, car ils abordent des notions essentielles dans l'enseignement des mathématiques. Nous en présentons quelques-unes à travers des énoncés de problèmes et des extraits de copies d'élèves, mais leur liste n'est pas exhaustive.

Les énoncés peuvent paraître quelques fois assez difficiles au cycle central, mais il est nécessaire de mettre les élèves au défi pour qu'ils s'engagent dans un véritable travail de recherche, et par les narrations, l'enseignant peut apprécier leurs efforts et leur persévérance, même si la recherche n'a pas abouti. Ces énoncés proviennent de brochures d'IREM ou de manuels scolaires.

1-1 **Méthode expérimentale en géométrie, essais-erreurs successifs**

Avec les narrations de recherche, il est intéressant d'engager les élèves dans une démarche scientifique qui consiste à expérimenter, conjecturer, prouver. La première phase qui est faite d'essais, d'erreurs, de tâtonnements, donne l'occasion à **tous** les élèves de produire un écrit, suivi par une recherche plus ou moins approfondie suivant leur niveau.

> Dans un triangle ABC rectangle en A, on place un point P sur l'hypoténuse. On trace le segment [PI] perpendiculaire à [AB], I est sur [AB], et le segment [PJ] perpendiculaire à [AC], J est sur [AC]. Si on déplace le point P sur l'hypoténuse, la longueur du segment [IJ] varie. Où faut-il placer le point P pour que le segment [IJ] soit le plus court possible ?
>
> *(voir un exemple de copie page suivante)*

Au cycle central il est important de valoriser cette première phase, en proposant des énoncés propices à l'expérimentation dans le domaine géométrique ou numérique.

Dans une classe, les copies présentent des stratégies de recherche très variées, et la correction de chaque devoir s'en trouve très personnalisée. Sur l'extrait de copie présenté page 10 le professeur peut encourager l'élève qui, commençant par des essais au hasard, poursuit son tâtonnement par un positionnement des points P plus méthodique et raisonné.

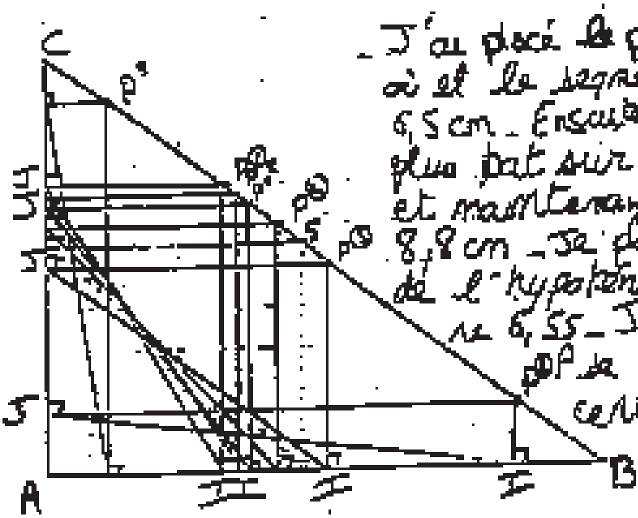
Lors du compte rendu du devoir en classe, après avoir cité de telles approches expérimentales, le professeur suscitera une analyse des propriétés géométriques de la figure pour élaborer une démonstration de la solution, si elle n'a pas été trouvée par des élèves.

1-2 Méthode expérimentale en algèbre, essais-erreurs et notion de contre-exemple

Le problème présenté ci-dessous est un "classique" pour travailler sur le contre-exemple, proposé sous forme de narration de recherche il permet à l'enseignant d'accéder aux conceptions de chaque élève sur la validité d'un énoncé, comme le montre cet ex-trait de copie (cf. pages suivantes). Il permet également d'aborder le tâtonnement "expérimental" en algèbre, à travers de nombreux essais numériques.

> Dans l'expression $n \times n + n + 11$ si l'on remplace n par n'importe quel nombre entier naturel, obtient-on toujours un nombre qui n'a que deux diviseurs ?

Encadré 1



_ J'ai placé le point P^0 n'importe où et le segment IJ mesure 6,5 cm _ Ensuite je l'ai mis plus bas sur la droite CB et maintenant il mesure 8,8 cm _ Je place P au centre de l'hypoténuse et JI mesure 6,55 _ Je pensais que P se trouverait au centre de l'hypoténuse car quand je l'ai dessiné il me paraissait plus petit que les autres et en fait non, tempis! Comme P^1 et P^3 mesurent 6,5 et 6,55, peut être que le centre des deux me donnera le ~~point P le~~ IJ le plus petit _ Et oui, j'avais raison, mon P^6 mesure 6,4 "

J'ai placé P^2 en bas de CB alors je vais mettre un P^5 en haut de CB. Et non il mesure 7,3 cm _ Bon je vais essayer dans le secteur P^1, P^6, P^3 Je place P^4 entre P^1 et P^6 et P mesure 6,5 cm Je place P^7 entre P^4 et P^6 mon P^7 mesure aussi 6,35 cm Je place P^8 entre P et P^6 pour trouver mais je pense que ça va mesurer 6,3 aussi car P^8 sera trop près de P^6 et va mesurer pareil _ J'avais raison P^8 mesure 6,3 cm C'est le P^8

Encadré 2

1°) Je commence par prendre des exemples de nombres différents (pair et impaire)

IMPAIRES :

Si $n = 3$ $n^2 + n + 11$

$9 + 3 + 11 = 23$, qui est un nbre premier

Si $n = 7$ $n^2 + n + 11$

$49 + 7 + 11 = 67$, " " " "

Si $n = 5$ $n^2 + n + 11$

$25 + 5 + 11 = 41$, " " " "

PAIRES :

Si $n = 4$ $n^2 + n + 11$

16 ~~156~~ $+ 4 + 11 = 31$, qui est un nbre impair

Si $n = 12$ $n^2 + n + 11$

$144 + 12 + 11 = 167$, qui est un nbre premier

Si $n = 10$ $n^2 + n + 11$

$100 + 10 + 11 = 121$, je remarque que ce nombre est divisible par 11 ($11 \times 11 = 121$).

Peut-être que toutes les dizaines sont divisibles par 11, je vais essayer : Si $n = 20$

$n^2 + n + 11 = 400 + 20 + 11 = 431$, qui est un nombre premier, donc ~~11~~ il n'y a pas de relation. et apparemment 10 est une exception. J'essaye avec un autre multiple de 10 : Si $n = 100$

$n^2 + n + 11 = 10000 + 100 + 11 = 10\,111$, qui est un nombre premier, donc il n'y a pas de relation. J'essaye avec des nombres particuliers :

Encadré 2 suite

Si n = 1   n² + n + 11
1 + 1 + 11 = 13 , qui est un nombre premier
Si n = 0   n² + n + 11
0 + 0 + 11 = 11, qui est un nombre premier.
J'essaye avec 11 car peut-être dans l'expression "n² + n + 11", 11 n'a pas été mis au hasard.
Si n = 11   n² + n + 11
121 + 11 + 11 = 143 , qui est divisible par 11 (143 : 11 = 13). Il y a peut-être une relation, alors je continue à prendre comme exemples des multiples de 11 :
Si n = 22   n² + n + 11
484 + 22 + 11 = 517 , qui est divisible par 11 (517 : 11 = 47).
Si n = 33   n² + n + 11
1089 + 33 + 11 = 1133, qui est divisible par 11 (1133 : 11 = 103)
Si n = 44   n² + n + 11
1936 + 44 + 11 = 1991, qui est divisible par 11 (1991 : 11 = 181)
Si n = 55   n² + n + 11
3080 + 55 + 11 = 3146, qui est divisible par 11 (3146 : 11 = 286)
J'essaye avec un nombre plus important pour vérifier :
Si n = 110   n² + n + 11
12 100 + 110 + 11 = 12 221 , qui est divisible par 11 (12221 : 11 = 11
Mon hypothèse est donc juste.
Conclusion : Dans l'expression " n² + n + 11 " , n est un nombre premier sauf dans les cas suivants :
- Si c'est un multiple de 11 (sauf 0 et 11)
- Si ce nombre est 10.

1-3 Nécessité d'une démonstration : introduction du calcul littéral comme outil de preuve

A la suite de la narration précédente sur le contre-exemple il est indispensable de proposer des problèmes, où des exemples sont insuffisants comme preuve. Une démonstration, utilisant l'outil algébrique, devient alors nécessaire.

Le produit d'un nombre pair avec lui-même est-il un nombre pair ?

La somme de trois nombres entiers consécutifs est toujours multiple de trois. Vrai ou faux ?

Vérifier les égalités suivantes :

$5^2 - 4^2 = 5 + 4$

$12^2 - 11^2 = 12 + 11$

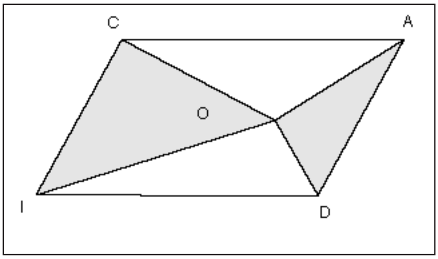
$124^2 - 123^2 = 124 + 123$

Quelle conjecture pouvez-vous faire ? Prouvez-la.

1-4 Mise en défaut des preuves pragmatiques : vision et mesures

Au cycle central, les élèves se détachent encore difficilement des preuves pragmatiques que constituent le dessin et les mesures, aussi des problèmes sur les aires et les angles sont favorables à cette remise en cause, par exemple :

CADI est un parallélogramme, O est un point intérieur à CADI. Laquelle des deux surfaces a la plus grande aire : la surface blanche (COA et ODI réunies) ou bien la surface grisée (AOD et COI réunies) ?



Paul a construit un triangle isocèle ABC de sommet principal A et dont l'angle en B mesure 61°. Il a placé un point D sur la demi-droite [AC), extérieur à [AC], tel que CD=BC. Il a joint B à D. Il dit que le triangle ABD est rectangle.

Es-tu d'accord avec lui ? Pourquoi ?

1-5 Nécessité d'une démonstration géométrique pour établir une formule

Le problème de dénombrement de la page suivante a été proposé à des élèves de collège et de lycée car son démarrage est très aisé ; reliant la géométrie et le numérique, les procédures de résolutions en sont très variées. Le danger d'établir une formule numérique à partir de l'observation d'un tableau de nombres sans le support d'une démonstration

Etant donnés quelques points placés sur une feuille, combien peut-on tracer de segments différents joignants deux quelconques de ces points ?
Compléter le tableau suivant :

Si j'ai...	**Je peux tracer au plus...**
1 point	0 segment
2 points	1 segment
3 points	3 segments
4 points	6 segments
5 points	
6 points	
7 points	
12 points	
20 points	
108 points	
n points (n est un entier positif)	

géométrique est mis en évidence si on fait précéder la séance de compte-rendu de ce devoir, par une recherche sur la relation entre le nombre de points sur un cercle et le nombre de régions construites dans le cercle en joignant les points deux à deux. En effet à partir des dessins, les élèves trouvent successivement :

2 régions pour 2 points

4 régions pour 3 points

8 régions pour 4 points

et ils proposent fréquemment la formule 2^{n+1}, qui est rapidement mise en défaut en dessinant le régionnement pour 6 points.

1-6 Mise en route de nouvelles notions

Les narrations de recherche permettent à l'enseignant d'engager les élèves dans des travaux préparatoires à de nouvelles notions. Par exemple, avant de commencer un cours sur les puissances, il est intéressant de lancer les élèves dans une recherche ne mettant en jeu que leurs connaissances sur la multiplication, les algorithmes des opérations et la numération décimale, en effet, seule la définition de la notation exponentielle est nécessaire dans ce devoir. A cette occasion, un débat sur l'utilisation des calculatrices et leurs limites est alors inévitable.

Si je calcule 13^1, le chiffre des unités est égal à 3.

Si je calcule 13^2, c'est à dire 13×13, le chiffre des unités est 9.

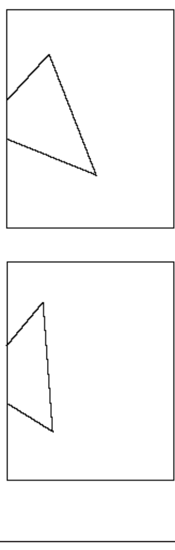
Quel est le chiffre des unités de 13^3 ($13^3 = 13 \times 13 \times 13$), de 13^4, 13^5, 13^9 ?

Quel est le chiffre des unités de 13^{1998} ?

1-7 Réinvestissement des connaissances et bilan

Le problème suivant est très riche, quant aux nombreuses procédures proposées par les élèves. Suivant la position du morceau de triangle dans la feuille les accès à la solution sont très variés, pouvant amener le professeur à faire un bilan sur les transformations, les théorèmes relatifs aux milieux de deux cotés d'un triangle etc.

Construire le centre de gravité de ces triangles sans utiliser de tracés en dehors de la feuille



1-8 Recherche des obstacles à l'apprentissage : géométrie dans l'espace

Tout enseignement de la géométrie de l'espace soulève le problème de la représentation des objets par des dessins. Les problèmes suivants confrontent les élèves à ces difficultés de représentation et constituent un préambule incontournable à un cours de géométrie de l'espace.

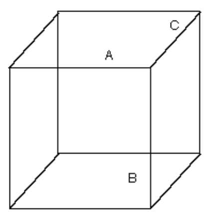
On a un cube de 10 cm de côté. On le partage en deux par un coup de scie.

Le point A est à 3 cm d'un sommet.
Le point B est à 8 cm du même sommet.
Le point C est à 8 cm du même sommet.
Le coup de scie passe par les trois points A, B, et C indiqués sur le dessin
du cube

On pose la surface ABC d'un des morceaux du cube sur une feuille.

Dessiner le contour ABC obtenu.

Un dessin en perspective cavalière (0.5 , 60°) est donné aux élèves (la face avant est un carré de 10 cm de côté et les fuyantes mesurent 5 cm)



Une salle de classe a pour dimension 7 m de long, 5m de large, et 3m de haut. Un fil est tendu verticalement du plafond au sol. Une balle de revolver traverse la salle. Elle part d'un des coins du plafond et aboutit à la base d'un mur en son milieu.

La balle se déplace en ligne droite à partir de ce coin et coupe le fil à 1,5m au-dessus du sol. A quelle distance de chaque mur le fil est-il placé ?

2 *Les narrations de recherche et la démonstration à travers des problèmes fermés [2]*

Lors de la résolution d'un problème, l'élève se trouve face à deux tâches distinctes : la recherche des solutions (phase heuristique) et la rédaction des solutions (phase rédactionnelle), qui est la mise en forme définitive de la démonstration.

Ces deux tâches doivent faire l'objet d'enseignements distincts dans l'apprentissage de la démonstration au cycle central ; car, demander trop rapidement aux élèves des écrits dans un langage mathématique très formel nous semble un obstacle à leur apprentissage. Dans un premier temps il nous semble donc judicieux de leur offrir la possibilité d'exposer leur raisonnement sous forme de narration de recherche.

De plus dans les pratiques habituelles, aucune production d'élève ne concrétise la première phase de recherche, les devoirs sont pauvres d'informations concernant l'accès à la démonstration, ce qui rend difficile toute tentative de remédiation, ainsi grâce aux narrations de recherche, nos élèves ont un outil de communication pour concrétiser cette première phase en montrant à l'enseignant l'évolution de leurs raisonnements. Le démarrage de leurs recherches est facilité, et ce premier écrit, rédigé dans un langage naturel, très libre, nous renseigne sur le degré d'évolution de l'élève, quant à la compréhension du statut de la démonstration, au-delà de tout formalisme.

Cependant dans ces problèmes fermés, la rédaction de la recherche n'est pas une obligation, car pour certains élèves le questionnement est trop simple et la solution trop évidente pour qu'il décrive leur recherche. Mais suivant la difficulté du problème, nous nous apercevons qu'ils sont heureux parfois d'avoir recourt à ce mode de communication.

Nous présentons à nos élèves des problèmes du type :

> Soit C, un cercle de centre O et de diamètre [AB].
> Soit C', le cercle de diamètre [OA].
> P est un point du cercle C, différent de A et B, la droite (AP) coupe C' en I.
>
> a. Démontrer que les droites (OI) et (BP) sont parallèles.
>
> b. Démontrer que le point I est le milieu de [AP]

Avec la consigne suivante :

Cherchez ce problème, vous pouvez faire la narration de votre recherche.

En étudiant les écrits obtenus avec ces problèmes, nous avons retenu certains critères d'analyse qui nous permettent de ranger ces écrits suivant cinq types et par ce fait de dégager des profils d'élèves caractéristiques quant à leur approche de la démonstration.

Critères sur la forme et le langage :

– l'écrit est-il personnalisé ? (utilisation du « je »).
– l'élève a-t-il utilisé un organigramme ?
– les verbes utilisés traduisent-ils :
 - une observation visuelle : “je vois, je regarde, j'observe, je m'aperçois, je constate ” ?
 - de l'incertitude, le doute, une prise de précaution : “je pense, je réfléchis, j'essaie, je crois, je remarque ” ?
 - de l'assurance : “je trouve, je sais, je me rends compte, je déduis, je fais, je démontre ”?

Critères sur le contenu et les procédures

- la figure est-elle décrite ?
- les instruments de dessin sont-ils utilisés comme procédure de validation ?
- relève-t-on une référence au mot « théorème » :
  - marquant la nécessité de sa présence "je vais chercher le bon théorème dans mon cours", l'élève passe en revue les théorèmes récemment étudiés pour trouver celui qui colle à la figure, montrant ainsi sa connaissance du schéma et de la forme d'une démonstration ;
  - pour citer un résultat du cours sans le positionner dans le contexte ?
  - pour citer un résultat du cours en le positionnant dans le contexte ?
- observe-t-on des changements de stratégies ou prise de conscience d'erreurs ?
- relève-t-on des confusions entre les données et leurs conséquences observables ?

L'utilisation de ces critères et leurs interactions nous permettent de dégager cinq types d'écrits, dont nous présentons des exemples obtenus à partir de l'énoncé précédent :

Type 1 : Ecrit narration description. Les écrits sont personnalisés avec des verbes visuels ou d'incertitude, aucun théorème du cours n'est énoncé, les observations sont validées par l'utilisation d'instruments de dessin. Grâce aux narrations de recherche, les élèves laissent une trace de leur travail, ces écrits montrent leur désarroi face à un problème de géométrie, car ils sont dans l'incapacité d'élaborer un raisonnement hypothético-déductif, restant dans une phase descriptive de la figure.

Type 2 : Ecrit pseudo démonstration. Les

je trace d'abord le cercle de centre O. Ensuite j'ai tracé le diamètre [AB]. j'ai pris le milieu de [OA] pour tracer le cercle C'. Par la suite j'ai placé le point P un peu n'importe où. j'ai relié le point A et P. Ensuite j'ai placé le point I sur le cercle C'
Pour démontrer que (OI) et (PB) sont parallèles. Au début je croyais que le triangle étais quelconque Mais pour en être sur j'ai pris l'équerre pour savoir s'il n'étair pas rectangle. Et je me suis aperçus qu'il étair rectangle. Alors j'ai réflechis et réciter les théorème du triangle rectangle pour savoir quel était le bon théorème. Mais après j'ai ouvert ~~dans~~ mon cahier car de tête je mélangeais tout.

écrits sont très souvent impersonnels, montrant de l'assurance ; la rédaction est sèche, très courte, très correcte sur la forme, sans prise de conscience d'erreur, ni changement de stratégie, malgré la présence quelque fois d'un organigramme. Ces copies présentent une solution erronée et non une recherche, on se trouve déjà dans la phase de rédaction, car la forme et le vocabulaire employés sont ceux attendus dans une démonstration, mais ils semblent vides de sens, sans analyse de la figure, ni justification du choix du théorème. (cf. page ci-contre, encadré 3)

Type 3 : Ecrit narration de recherche de théorèmes. Les écrits sont personnalisés, utilisant des verbes visuels ou d'incertitude, aucun verbe d'assurance n'apparaît. Rédigées dans un langage naturel et agréable, caractéristique des narrations de recherche, ces écrits traduisent une recherche très active, où les élèves s'impliquent, en montrant leurs doutes ; la référence à un théorème est toujours présente, mais le travail n'est pas abouti et les élèves en ont conscience. (cf. encadré 4)

Type 4 : Ecrit organigramme. Ces écrits présentent une solution correcte, sous forme d'organigramme. Les énoncés des théorèmes sont rédigés dans le diagramme ou en annexe, il s'agit d'écrits très pertinents de recherche avant la mise en forme de la démonstration.

Type 5 : Ecrit solution. Ces écrits sont impersonnels ou presque, leur forme est à rapprocher des écrits de type 2, mais ici le raisonnement est correct et ils constituent la phase finale de la résolution du problème : la rédaction de la solution.

Exploitation de ces écrits

Dans une classe, nous sommes très souvent en présence de ces cinq types d'écrits, traduisant l'hétérogénéité de nos élèves face à la résolution d'un problème. Les types 1, 3, 4 constituent des écrits médiateurs facilitant l'accès au type 5 ; ils ne sont pas des passages obligés mais on observe que l'accès au type 5 n'est pas définitif et suivant la nature du problème posé, il peut y avoir des retours vers d'autres types en fonction de la difficulté relative du questionnement.

En cours d'année, nous pouvons noter une nette diminution des écrits impersonnels (type 2), nous retrouvons ces élèves dans des écrits de type 1 ou 3, c'est à dire qu'ils n'arrivent pas toujours à produire une solution correcte, mais leurs écrits deviennent personnels et descriptifs, ils n'utilisent plus de langage «pseudo mathématique» mal maîtrisé.

A travers nos critères et notre essai de classification, nous pouvons noter divers stades de l'élève, quant à la compréhension du statut de la démonstration, au-delà de tout formalisme. Par le passage d'un type à l'autre nous pouvons repérer l'évolution de certains d'entre eux, et par ce fait engager un travail portant plus spécifiquement sur une phase particulière de la résolution d'un problème (phase heuristique ou rédactionnelle).

En conclusion, on peut noter qu'avec les narrations de recherche, qui leur donnent un espace de liberté, les élèves appréhendent mieux l'enjeu de la démonstration et leurs recherches sont plus pertinentes. L'implication personnelle, que nécessitent ces travaux, leur permet d'être plus actifs et plus critiques envers eux-mêmes, ils peuvent, dans tous les

Encadré 3

a) Dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de 2 côtés, est parallèle au 3e côté.

- triangle AFG, I milieu de AF et O, milieu de AG → donc (OI) // (GF)

b) Dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle à un autre côté, passe par le milieu du 3e côté.

- triangle AFG, O milieu de AG et (OI) // (FG) donc → I milieu de [AF]

Encadré 4

Je pense qu'il faut d'abord chercher si le problème peut être résolu par un théorème. Je remarque aussi que l'hypoténuse du triangle AEP est un diamètre du cercle C et que le point opposé à cette hypoténuse est sur le cercle C donc le triangle AEO est rectangle (d'après le théorème sur les triangles rectangles).
J'ai trouvé un obstacle : je croyais qu'il fallait se servir des théorèmes des milieux mais je me rends compte que pour ces deux théorèmes on a besoin de savoir que I est le centre de (AF), et c'est la question d'après.
Je repars donc à ma place du départ et je me rends compte que c'est pareil pour le triangle AIO.

cas, démarrer une recherche et montrer l'état de leur travail à l'enseignant et ils acquièrent surtout une plus grande aisance d'expression avec un esprit plus critique sur leurs productions écrites.

3 Conclusion

Que les narrations de recherche soient utilisées dans des problèmes ouverts ou fermés, elles permettent à l'enseignant d'engager ses élèves dans de véritables démarches de recherche en mathématiques. Le langage naturel facilite l' " entrée en activité mathématique " et cette écriture oblige l'élève à un regard réflexif sur sa pratique. L'effort de recherche est plus valorisé que l'obtention des solutions et par ce fait la représentation que l'élève a de lui-même comme mathématicien s'en trouve souvent modifiée. L'image même des Mathématiques est plus pertinente chez les élèves, car “faire des mathématiques ” n'est ce pas chercher ? Et parfois trouver !

Une autre dimension peut apparaître à travers ces écrits, qui relèvent d'objectifs très généraux à l'enseignement. L'école doit aider l'élève à se construire comme individu et les mathématiques y contribuent certainement

L'élève, ici l'adolescent puisque nous sommes au cycle central, veut être reconnu comme individu, pouvoir s'affirmer, montrer à l'enseignant ses différences, ses particularités.

A quel moment donnons-nous à nos élèves la possibilité de s'impliquer personnellement ? Dans des débats ? Oui, certes, mais ces moments restent des situations orales, où la prise de parole est très difficile pour certains. Alors à travers quels écrits, puisqu'il n'y a pas de mathématiques sans écrits ? Dans les productions traditionnelles de nos élèves nous trouvons fréquemment : des calculs, des rédactions de raisonnement, tous ces écrits ont un aspect formel, standardisé, très impersonnel. Certains élèves maîtrisent facilement ce formalisme et trouvent presque refuge dans cette abstraction, mais qu'en est-il pour les autres ? Il nous semble intéressant de proposer à nos élèves une activité qui soit un **espace de liberté** où ils puissent montrer à leur enseignant leur personnalité. Par ces écrits où un véritable dialogue peut s'instaurer, permettant des déblocages, le professeur reconnaît et prend en compte la singularité de chaque élève.

Bibliographie

[1] A.CHEVALIER, M. SAUTER, Narration de recherche. Brochure I R E M Montpellier (1992)

[2] Groupe GEOMETRIE IREM de Montpellier, L'écrit en mathématique : analyses de narrations de recherche d'élèves. Brochure IREM Montpellier.(1998)